



KU Leuven
Departement Werktuigkunde

BEWEGING: ANALYSE VAN EEN NOKKENMECHANISME

MICHAEL JANSSEN
AMBER VAN CAMP

Academiejaar 2017-2018

Inhoudsopgave

1 Inleiding	3
2 Deniëren van de hefwet	4
3 Bepalen van de geometrie van de volger	8
3.1 Excentriciteit nul	8
3.2 Excentriciteit verschillend van nul	15
4 Verifiëren van de rigid-body krachten	18
4.1 Dimensioneren van de veer	19
4.1.1 Invloed van de omwentelingssnelheid	22
4.2 Aandrijfvermogen	23
4.3 Dimensioneren van een vliegwiel	28
4.4 Dimensioneren motor voor opstartgedrag	30
5 Dynamica van een vervormbare volger	31
5.1 Single rise analyse	31
5.1.1 Kritische heffing	32
5.1.2 De volgerstijfheid k_f	33
5.1.3 Exacte numerieke simulatie single rise analyse	33
5.1.4 Benaderende single rise analyse	36
5.2 Multi rise analyse	38
6 Besluit	43

Lijst van figuren

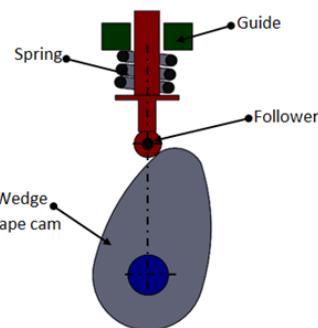
1	Voorbeeld van een nok-volgersysteem.	3
2	Cycloïdes.	5
3	Hefwet 1: positie, snelheid en versnelling.	6
4	Hefwet 2: positie, snelheid en versnelling.	6
5	Hefwet 3: positie, snelheid en versnelling.	7
6	Nomogram van Kloomok en Muffley.	8
7	Matlab ondersnijdingsvoorwaarde.	10
8	Dimensies van de nok en volger.	11
9	Nomogram van Kloomok en Muffley.	12
10	Verloop van de drukhoek bij excentriciteit nul.	13
11	Controle kromtestraal-ondersnijding.	14
12	Verloop van de drukhoek bij excentriciteit -3.5 mm.	16
13	Controle kromtestraal-ondersnijding bij excentriciteit -3.5 mm.	16
14	Dimensies van de excentrische nok en volger.	17
15	Verloop van statische krachten in functie van de nokhoek θ	18
16	Normaalkrachten zonder veer.	19
17	Normaalkrachten met veer ($k = 9.75 \text{ N/mm}$).	21
18	Normaalkrachten met veer ($k = 9 \text{ N/mm}$) en voorspankracht ($F_S = 125\text{N}$).	22
19	Normaalkrachten met veer ($k = 9 \text{ N/mm}$), voorspankracht ($F_S = 125\text{N}$) en $\omega = 60 \text{ RPM}$	23
20	Verloop vermogen in functie van nokhoek, voor excentriciteit=0.	24
21	Verduidelijking bij de formule voor het vermogen.	26
22	Verloop vermogen in functie van nokhoek, voor excentriciteit= -3.5mm.	26
23	Verschil ogenblikkelijk vermogen met en zonder excentriciteit.	27
24	Verschil gemiddeld vermogen met en zonder excentriciteit.	27
25	Koppelvraagcurve en gemiddelde koppel.	28
26	Koppelvraagcurve en gemiddelde koppel.	30
27	Vervormbare nok-volgermodel.	31
28	Numerieke single rise analyse.	35
29	Benadering single rise analyse.	37
30	Multi rise analyse.	39
31	Vergelijking Multi- en Single-rise analyse.	40
32	Vergelijking Multi- en Single-rise analyse: vrije respons gedeelte.	41
33	Vergelijking contactkrachten.	42

Lijst van tabellen

1	Gekozen cycloïdes en intervallen voor de opgelegde heffing.	7
2	Resultaten bekomen uit nomogram Kloomok en Muffley.	8
3	Resultaten voor ondersnijding.	9
4	Controle van de drukhoek α	12

1 Inleiding

In teken van het vak ‘Beweging en Trillingen’ behandelt dit verslag het ontwerp en de dynamica van een nok-volgersysteem, zie figuur 1. De nok moet zodanig ontworpen worden zodat deze een bepaalde heffing realiseert. Tijdens deze heffing zal de nok ook tegen bepaalde functionele krachten moeten inwerken. Bovendien wordt het dynamisch gedrag geverifieerd op basis van een invers dynamische (kinetostatische) analyse. Dit wil zeggen dat de aandrijfsnelheid van de nok constant verondersteld wordt. Concreet valt deze opdracht uiteen in de volgende deelopdrachten: het definiëren van een hefwet, het bepalen van de geometrie van de nok en volger, het verifiëren van de rigid-body krachten en als laatste de analyse van de dynamica van een vervormbare volger.



Figuur 1: Voorbeeld van een nok-volgersysteem.

Dit verslag vertrekt vanuit onderstaande gegevens.

Heffing:

- van 0° tot 45° : +5 mm
- van 45° tot 120° : +20 mm
- van 140° tot 210° : -25 mm

Functionele krachten:

- van 45° tot 100° : een constante druk-kracht van 100 N
- van 100° tot 120° : een constante trek-kracht van 230 N
- van 180° tot 210° : een constante trek-kracht van 120 N

Extra gegeven:

- equivalente massa: 25 kg
- dempingsconstante van de volger: 0.08
- cyclustijd voor de bewerking uitgevoerd door de volger: 2.0 s

Een aantal opmerkingen bij deze gegevens. De opgegeven heffing is steeds relatief: -10 mm betekent een daling van 10 mm. Op de plaats waar geen heffing is opgegeven, moet een constante heffing (=dwell) gerealiseerd worden. De heffing wordt hier enkel gespecificeerd op de begin- en eindpunten van de verschillende segmenten. De designer is vrij om te kiezen hoe de heffing van begin- naar eindpunt juist verloopt. Druk en trek betekenen het volgende: duwen is duwen vanuit nokstandpunt, dwz. in een richting weg van het centrum van de nok.

Doorheen deze opdracht wordt gebruik gemaakt van het rekenprogramma Matlab om berekeningen uit te voeren. Ook wordt er gebruik gemaakt van extra matlab pakketten, namelijk matcam.m en genfigKloomokMuffley.m.

2 Deniëren van de hefwet

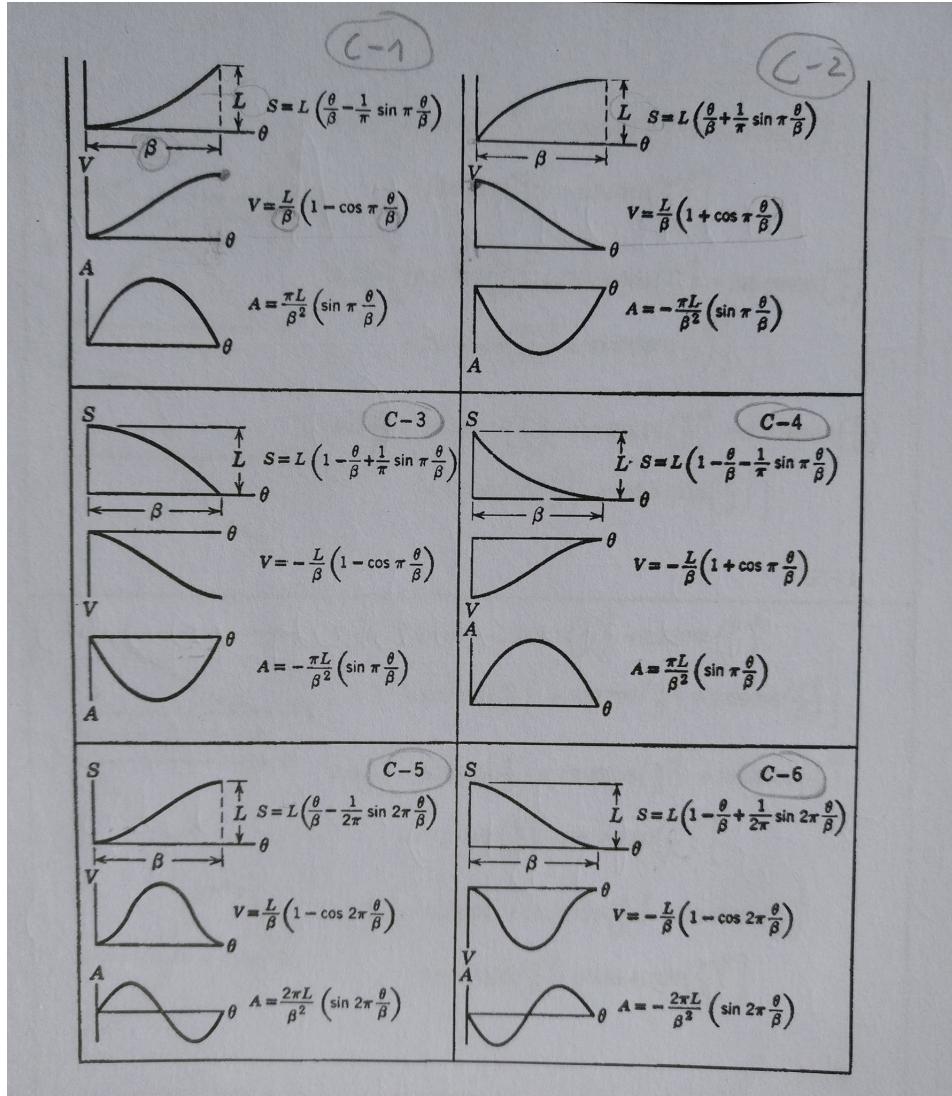
Als eerste stap worden de opgelegde heffingen omgezet in een hefwet (=motion law) die voor elke waarde van de nokhoek θ een overeenkomstige verplaatsing $S(\theta)$ realiseert. Dit doet men door cycloïdale segmenten aan elkaar te plakken overheen een interval voor θ , tot men een hefwet bekomt die voldoet aan de heffingsvoorwaarden. Deze segmenten worden zo te gekozen dat de hoogst mogelijke graad van continuïteit en de laagst mogelijke versnelling bereikt wordt. Deze segmenten worden berekend in het programma Matcam. Matcam biedt de gebruiker 6 types cycloïdes aan, hier verder benoemd als C1, C2, C3, C4, C5 en C6, zie figuur 2.

Om van de heffingen opgegeven in de inleiding een hefwet te maken bestaan er drie mogelijkheden. Hefwet 1: C5-C5-C6, Hefwet 2: C2-C5-C6 of Hefwet 3: C1-C2-C6.

Hefwet 1 Dit is de aaneenschakeling van de volgende cycloïdes C5-C5-C6 en is te zien in figuur 3. Deze combinatie van cycloïdes voldoet aan de gewenste heffingen, maar is echter niet optimaal. Uit de snelheidsgrafiek kan men aflezen dat de snelheid tussen 0° en 100° langs 0 gaat, zonder dat dit eigenlijk nodig is. Dergelijke onnodige fluctuaties kunnen voor storende factoren zorgen in realiteit, zoals bijvoorbeeld ongewenste bijkomende trillingen.

Hefwet 2 Dit is de aaneenschakeling van de volgende cycloïdes C2-C5-C6 en is te zien in figuur 4. Deze combinatie van cycloïdes voldoet aan de gewenste heffingen, maar is opnieuw niet optimaal. De snelheid gaat tussen 0° en 100° opnieuw langs 0, zonder dat dit eigenlijk nodig is, met dezelfde consequenties als bij hefwet 1. Dit is echter niet het grootste probleem hier. In de snelheidsgrafiek kan men namelijk aflezen dat de snelheid op 0° start met een bepaalde beginsnelheid en dat de snelheid op 360° gelijk is aan nul. Aangezien de nokbeweging een periodisch is, moeten de drie grafieken zichzelf elke periode van 360° herhalen. Alle grafieken moeten dus van eind naar begin aan elkaar geknoopt kunnen worden. Dit is hier niet mogelijk.

Hefwet 3 Dit is de aaneenschakeling van de volgende cycloïdes C1-C2-C6 en is te zien in figuur 5. Deze combinatie van cycloïdes voldoet aan de gewenste heffingen



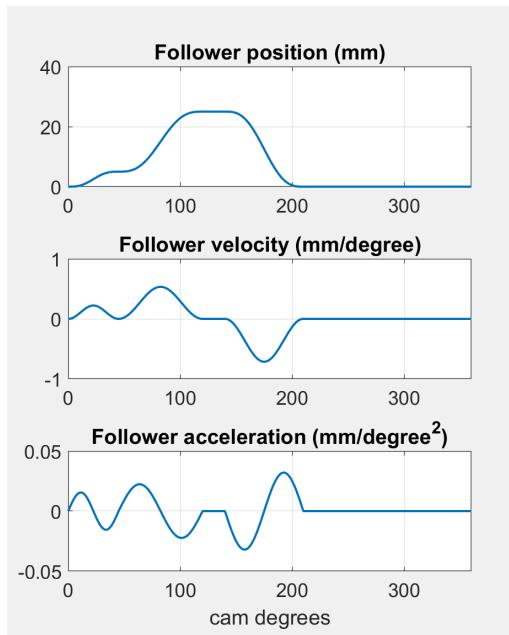
Figuur 2: Cycloides.

en is tevens de optimale keuze, gezien er zich geen van bovenstaande problemen voordoen. Om de cylcoïdes C1 en C2 aan elkaar te knopen is er echter een berekening gebeurd. Om C1 te doen aansluiten moet de helling op het einde van C1 gelijk zijn aan de helling aan het begin van C2. C2 is volledig gedetermineerd, met andere woorden β_2 en L_2 staan vast. C1 verloopt normaal gezien over het interval 0° tot 45° , we kunnen echter kiezen om het interval later te doen starten zonder de heffingsvoorwaarden te schenden. Dit komt op hetzelfde neer als β_1 aanpassen. L_1 blijft uiteraard wel vast. Op deze manier past de helling van C1 zich aan zodat deze aansluit op de helling van C2.

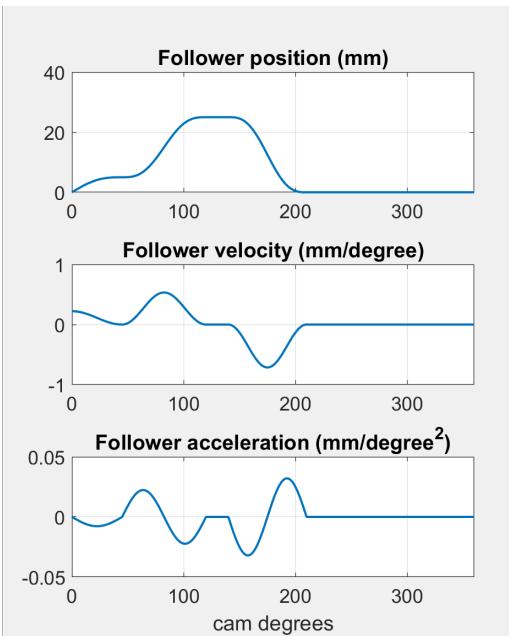
Door het eindpunt van C1 en het beginpunt van C2 aan elkaar gelijk te stellen krijgen we volgende formule: met $L_1 = 5$, $\theta_1 = \beta_1$, $L_2 = 20$, $\theta_2 = 0$, $\beta_2 = 75^\circ$.

$$L_1/\beta_1 * (1 - \cos(\pi * \theta_1/\beta_1)) = L_2/\beta_2 * (1 + \cos(\pi * \theta_2/\beta_2)) \quad (1)$$

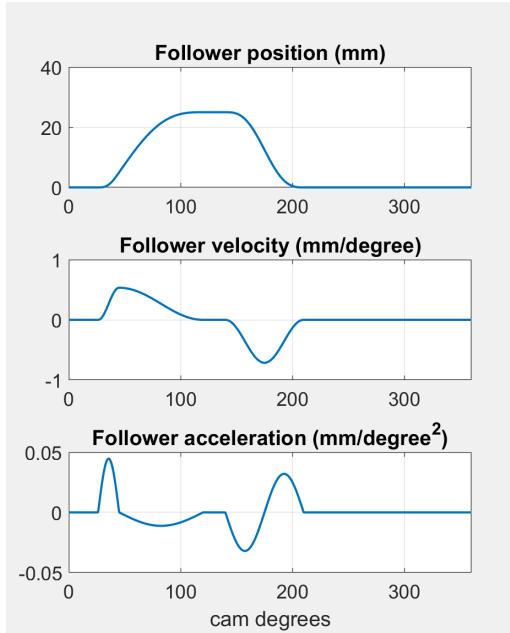
Deze vergelijking opgelost naar β_1 geeft $\beta_1 = 18^\circ 45'$.



Figuur 3: Hefwet 1: positie, snelheid en versnelling.



Figuur 4: Hefwet 2: positie, snelheid en versnelling.



Figuur 5: Hefwet 3: positie, snelheid en versnelling.

Op deze manier voldoet de hefwet nog steeds aan de opgelegde heffingen en bekomen we het volgende verloop van cyloïdes in tabel 1.

Segment	Interval	Heffing	Cycloïde
1	0° tot 26°15'	geen lift	dwell
2	26°15' tot 45°	0mm tot 5mm	halfcycloïde C-1
3	45° tot 120°	5mm tot 25mm	halfcycloïde C-2
4	120° tot 140°	geen lift	dwell
5	140° tot 210°	25mm tot 0mm	halfcycloïde C-6
6	210° tot 360°	geen lift	dwell

Tabel 1: Gekozen cycloïdes en intervallen voor de opgelegde heffing.

3 Bepalen van de geometrie van de volger

De nokvolger configuratie is een roterende nok met een translerende volger, uitgerust met een looprol. De belangrijke parameters die de geometrie van deze nok bepalen zijn de straal van de basiscirkel, de straal van de looprol en de excentriciteit.

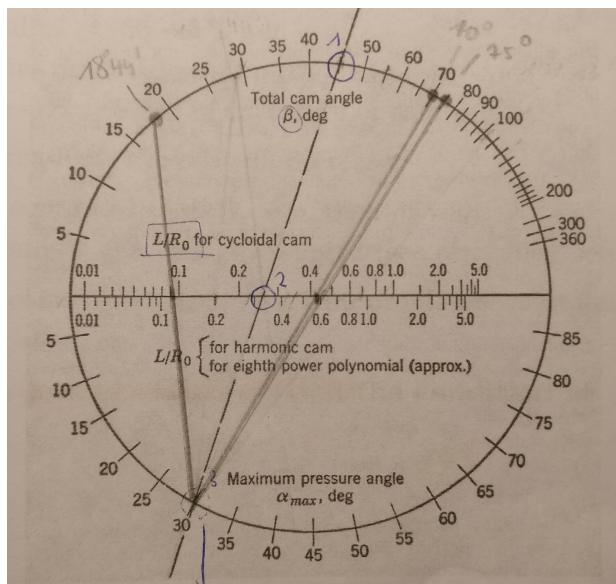
3.1 Excentriciteit nul

Als eerste berekenen we waarden voor de straal van de steekcirkel R_0 en de straal van de looprol R_r , telkens aan de hand van diagrammen of grafieken van Kloomok en Muffle. Deze gelden echter enkel bij excentriciteit 0, dit wil zeggen dat de as van de volger in lijn staat met de as van de nok. Beide waarden komen voort uit twee verschillende voorwaarden die betrekking hebben op de geometrie van het systeem. Uit deze twee waarden halen we ook de waarde voor de straal van de basiscirkel R_b .

De eerste voorwaarde is dat de drukhoek α kleiner moet zijn dan 30° : $\alpha < 30^\circ$. Aan de hand van het diagram van Kloomok en Muffle kan men per segment van de hefwet (dus per cycloïde), de drukhoek α aflezen voor een gegeven hoek β en gegeven verhouding L/R_0 . Het diagram staat weergegeven in figuur 6. Voor α gelijk aan 30° , en β en L per segment gegeven, kan men hieruit de bijhorende minimale waarden voor R_0 afleiden. De resultaten zijn te vinden in tabel 2.

Segment	Hoekverschil $\beta [^\circ]$	$L/R_0 [/]$	Heffing L [mm]	Steekcirkel straal R_0 [mm]
2	$18^\circ 75'$	0.09	5	55.56
3	75°	0.45	20	44.44
5	70°	0.44	25	56.81

Tabel 2: Resultaten bekomen uit nomogram Kloomok en Muffle.



Figuur 6: Nomogram van Kloomok en Muffle.

Uit tabel 2 moeten we nu een waarde afleiden voor R_0 . De weergegeven waardes voor R_0 zijn de minimale waardes die de straal moet hebben zodanig dat de drukhoek α altijd kleiner zal zijn dan 30° . R_0 zal dus groter moeten zijn dan de grootste waarde, namelijk 56,81mm. We kiezen hier voor de straal van de steekcirkel $R_0 = 65$ mm.

De tweede voorwaarde is dat de minimale kromtestraal van de steekcirkel ρ_{min} groter moet zijn dan de looprolstraal R_r : $\rho_{min} > R_r$. Dit moet gelden om ondersnijding te vermijden. (Ondersnijding is het fenomeen dat zich voordoet wanneer de rol niet meer vlot kan rollen over de nok. Om ondersnijding te voorkomen geldt er een geometrische voorwaarde, er moet namelijk voor gezorgd worden dat de straal van de volger altijd kleiner is dan de optredende kromtestraal op alle punten van de contour van de steekcirkel, of dus kleiner dan de kleinst optredende kromtestraal). Hiervoor zouden we gebruik kunnen maken van de grafieken van Kloomok en Muffley omtrent ondersnijding (slides 39-40 van lecture 8), deze zijn echter zeer moeilijk af te lezen en zijn daardoor niet nauwkeurig genoeg. Daarom maken we gebruik van de 'genfigKloomokandMuffley' Matlab file, deze file genereert dezelfde grafieken per segment, die dan in het programma wel nauwkeurig kunnen worden afgelezen, zie figuur 7. In deze diagrammen staat de minimale kromtestraal van de steekcirkel per segment in functie van de gegeven hoek β per segment, aangezien β per segment gekend is kunnen we snel elke ρ_{min} aflezen. De resultaten worden weergegeven in tabel 3.

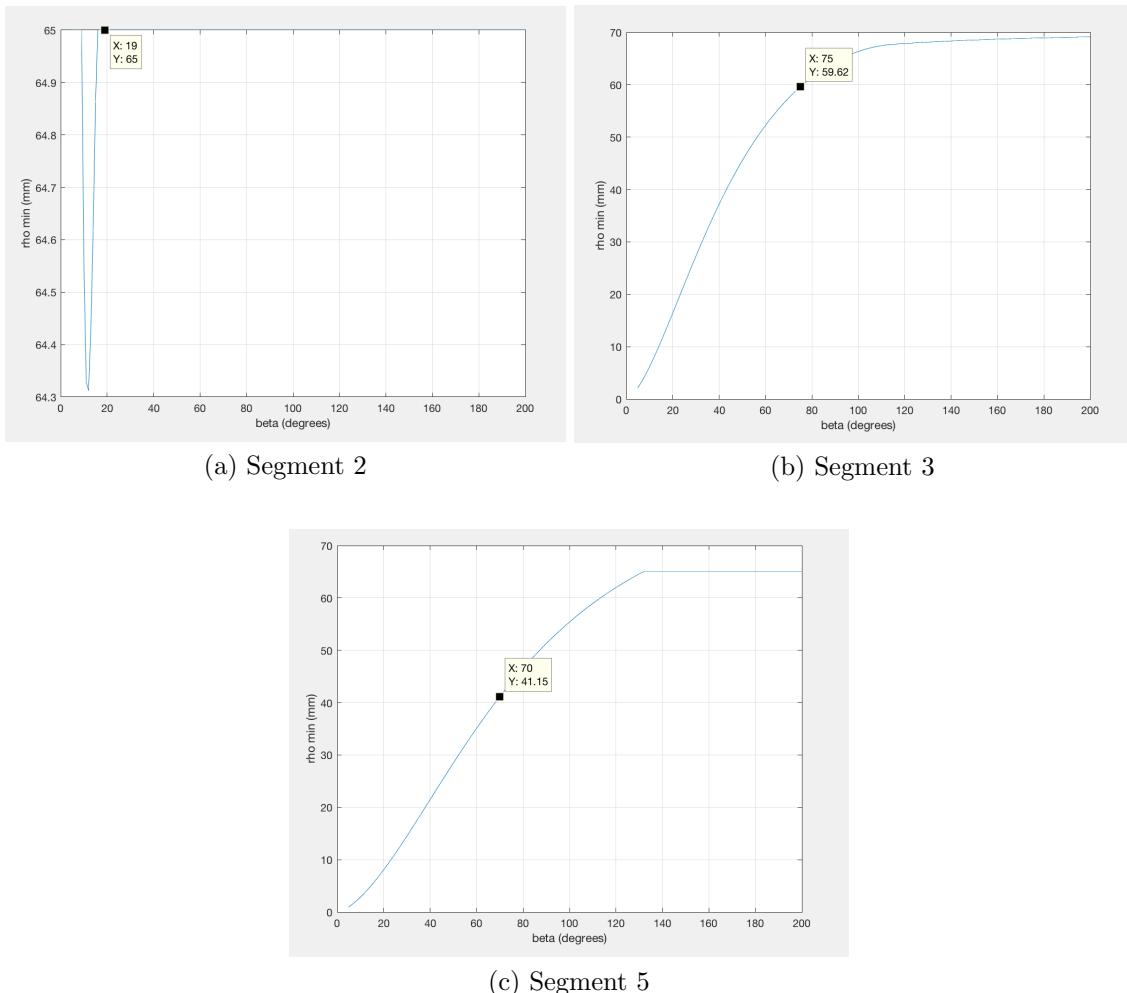
Segment	Hoekverschil $\beta [^\circ]$	$L/R_0 [/]$	Heffing L [mm]	Kromtestraal ρ_{min} [mm]
2	$18^\circ 75'$	0.077	5	65
3	75°	0.308	20	59.62
5	70°	0.385	25	41.15

Tabel 3: Resultaten voor ondersnijding.

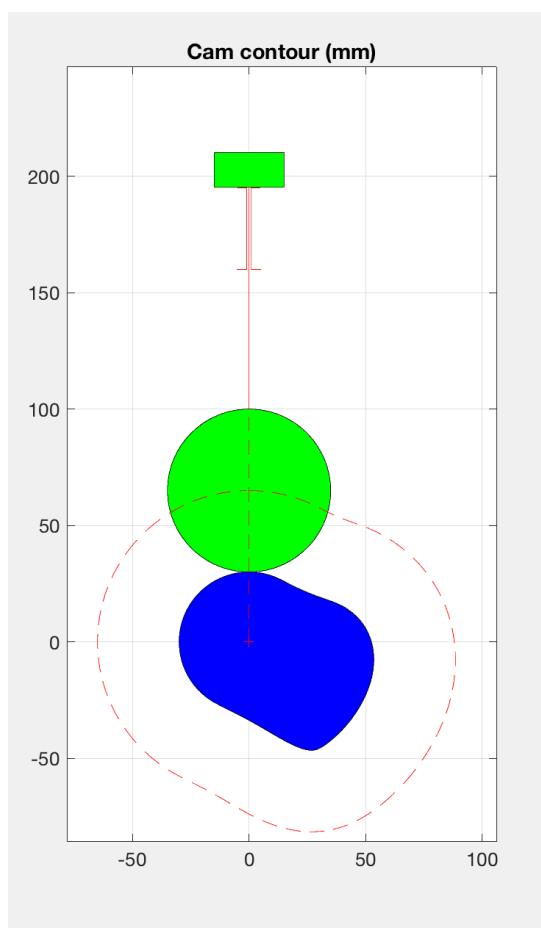
In het derde segment bereikt de minimale kromtestraal zijn kleinste waarde namelijk 41.15 mm, dit is dus de totale minimale kromtestraal overheen de hele contour van de nok. Zoals eerder aangegeven moet de straal van de volger kleiner zijn dan deze waarde. De keuze van de straal van de volger is een afweging tussen extra ruimte die de volger zal innemen als de rolstraal onnodig groot is, ook eventuele extra materiaalkost komt hierbij kijken, en tussen Hertsiaanse spanningen die te hoog oplopen indien de straal te klein is. Wij kiezen voor een straal $R_r = 35$ mm.

Nu de straal van de volger alsook de kromtestraal vastligt kunnen we de basisstraal via de formule: $R_{basis} = R_0 - R_r$ bepalen. Dit geeft $R_{basis} = 30$ mm.

Figuur 8 is een illustratie van de bekomen nok en volger.



Figuur 7: Matlab ondersnijdingsvoorwaarde.



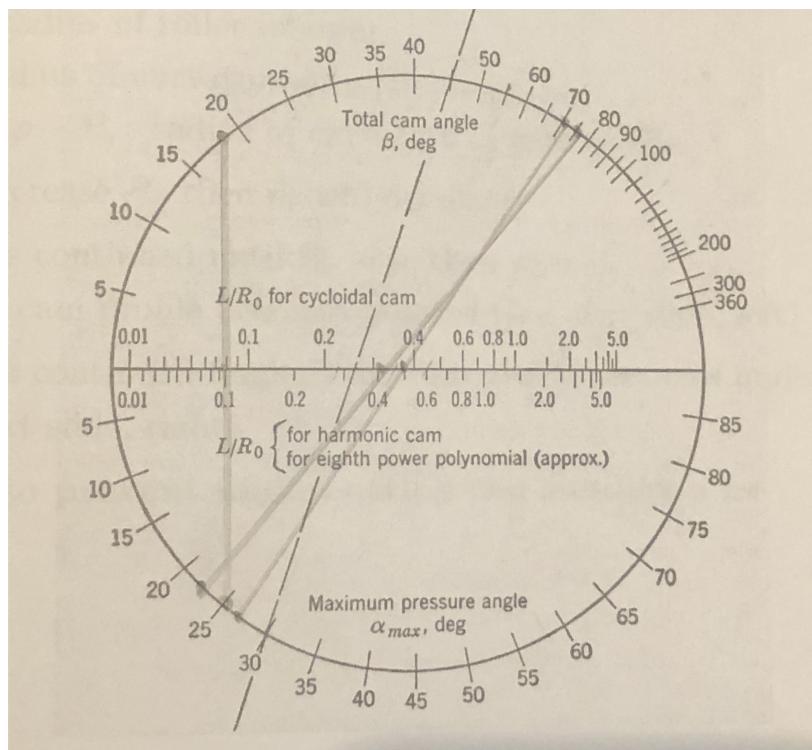
Figuur 8: Dimensies van de nok en volger.

Controle. We kunnen voor de zonet bekomen waardes voor R_0 en R_r de twee gestelde voorwaarden met matcam nog eens extra controleren.

Als controle berekenen we voor elk van de 3 cycloïde segmenten de drukhoek α met $R_0 = 65$ mm en controlen of $\alpha < 30^\circ$. De resultaten hiervan staan in tabel 4. Deze controle is opnieuw op basis van een visuele benadering uitgevoerd met behulp van de nomogram van Kloomok en Muffley, zie figuur 9.

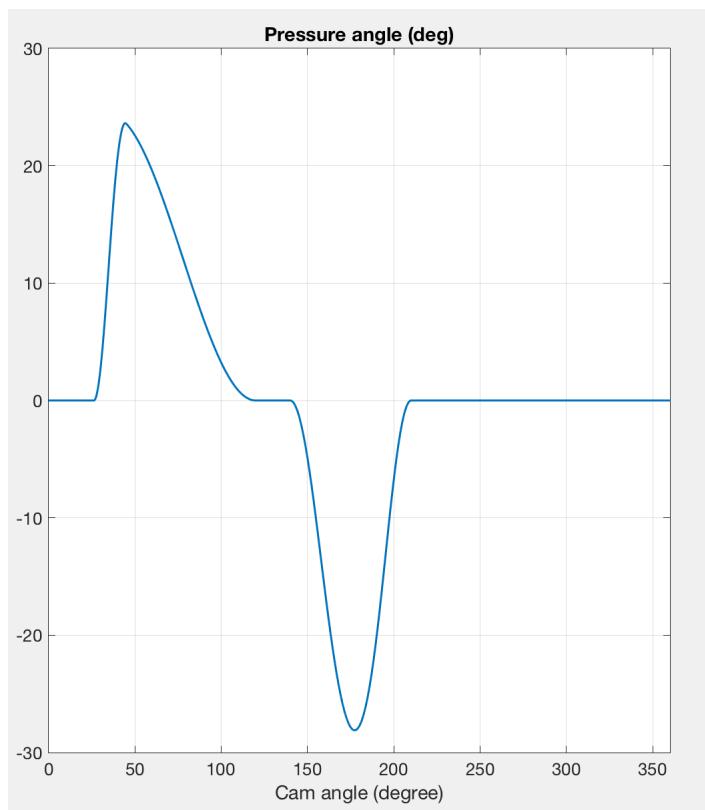
Segment	Hoekverschil $\beta [^\circ]$	$L/R_0 [/]$	Heffing L [mm]	Drukhoek $\alpha [^\circ]$
2	18°75'	0.077	5	$\approx 25^\circ$
3	75°	0.308	20	$\approx 22.5^\circ$
5	70°	0.385	25	$\approx 26.5^\circ$

Tabel 4: Controle van de drukhoek α .



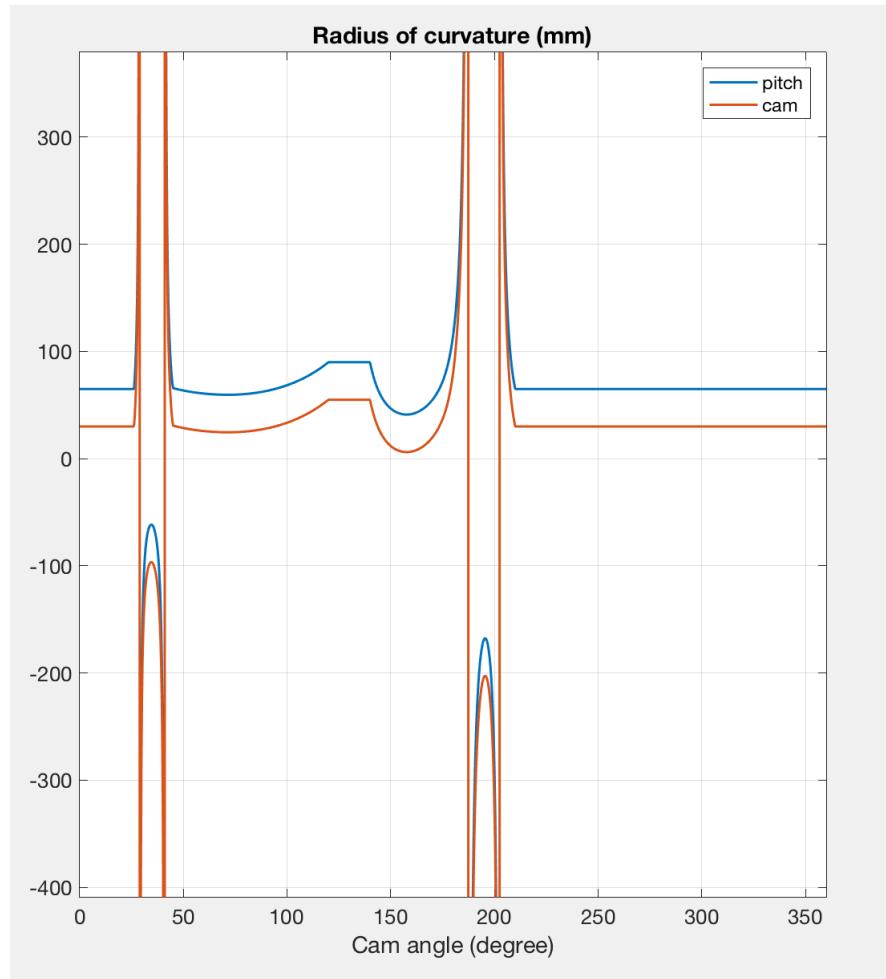
Figuur 9: Nomogram van Kloomok en Muffley.

Een tweede manier om te checken of α voldoet aan de gestelde voorwaarde is door te verifiëren via het matlab programma 'matcam'. Deze kan het verloop van α uitzetten in functie van de nokhoek, dus overeen de gehele nokcontour. Het resultaat is te vinden in figuur 10 en hieruit blijkt duidelijk dat aan de gegeven voorwaarde is voldaan.



Figuur 10: Verloop van de drukhoek bij excentriciteit nul.

Om de tweede voorwaarde te controleren gebruiken we opnieuw het matlab programma 'matcam'. Dit programma kan ook de kromtestralen van de steek- en basiscirkel plotten in functie van de nokhoek θ , dus overeen de hele nokcontour. In figuur 11 wordt het verloop van de effectieve kromtestraal van de nok afgebeeld samen met die van de steekcirkel. Om ondersnijding te voorkomen moet de kromtestraal van de steekcirkel steeds groter zijn dan de straal van de rolcirkel: $\rho_{min} > R_r = 35\text{mm}$. In deze figuur zijn echter enkele discontinuïteiten te zien. Er zijn namelijk een aantal asymptotische punten waar de kromtestralen overgaan van positief naar negatief. Deze discontinuïteiten vallen samen met de overgang van een convexe naar een concave rand van de nok zoals te zien in figuur 8. Een positieve kromtestraal komt dus overeen een convexe nokrand, een negatieve kromtestraal met een concave nokrand, gezien vanuit het rotatiecentrum van de nok. Deze discontinuïteiten zijn een logisch gevolg van de overgang van convex(bol) naar concaaf(hol) en omgekeerd. De kromtestraal zal op de bolle kant stilaan heel groot worden terwijl deze in overgang is naar een holle kant. In de limiet zal de kromtestraal heel kort oneindig zijn als de nokcontour korstondig vlak is, positief of negatief oneindig betekent hier hetzelfde. Hierna gaat de nokcontour over naar de holle kant en zal de kromtestraal negatief worden.



Figuur 11: Controle kromtestraal-ondersnijding.

3.2 Excentriciteit verschillend van nul

Nu de waarden voor R_0 en R_r vast staan, berekenen we als tweede stap de optimale excentriciteit voor het systeem. Tot nu toe is aangenomen dat de excentriciteit gelijk is aan 0 mm. Dit wil zeggen dat de translatielijn van de volger exact door het rotatiecentrum van de nok gaat. Dit hoeft echter niet zo te zijn.

De gekozen excentriciteit heeft invloed op de drukhoek α . De grafiek van het verloop van α zal zich namelijk naar boven of naar onder verplaatsen en zo zal de drukhoek zich uitmiddelen. Op deze manier kan men de optimale excentriciteit bepalen, namelijk door de beste uitmiddeling te zoeken. De grootste drukhoek in dit systeem is een negatieve drukhoek, dat wil zeggen dat we de grafiek van de drukhoek liefst omhoog willen verplaatsen. Dit komt overeen met een negatieve excentriciteit instellen. Een negatieve excentriciteit verlaagt de minimale drukhoek, maar ze verhoogt ook de maximale drukhoek. Een andere mogelijke manier om de drukhoek te verminderen zou kunnen zijn door de straal van de steekcirkel te vergroten.

Om de ideale excentriciteit te bepalen is iteratief te werk gegaan. voor de beste uitmiddeling van de drukhoek wensen we een zo klein mogelijk verschil tussen de absolute waardes van de maximale en minimale drukhoek:

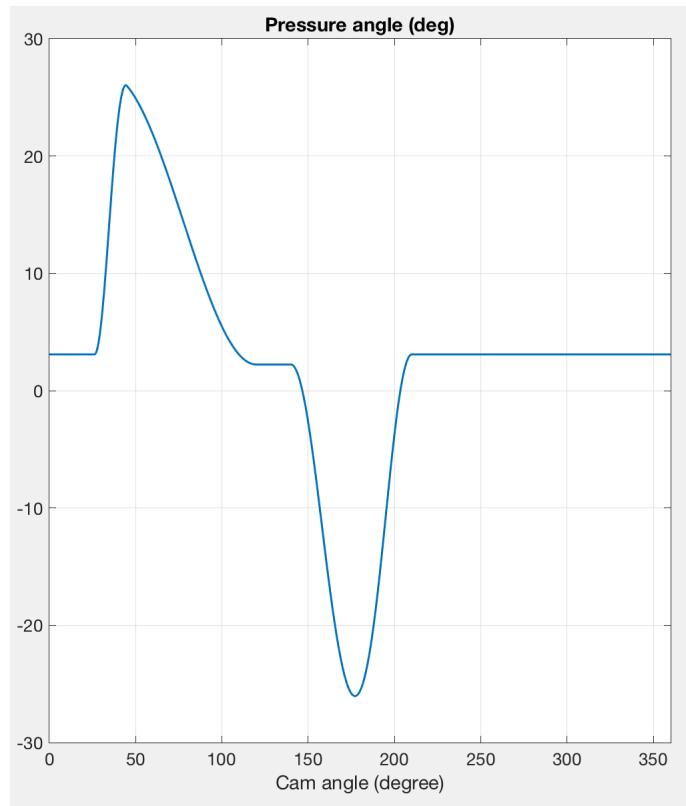
$$\Delta\alpha = ||\alpha_{max}| - |\alpha_{min}|| \quad (2)$$

We vonden een $\Delta\alpha$ van grootorde 10^{-5} bij een excentriciteit van -3.5 mm, dit is dus de optimale excentriciteit. Figuur 12 toont het nieuwe verloop van de drukhoek bij excentriciteit -3.5 mm.

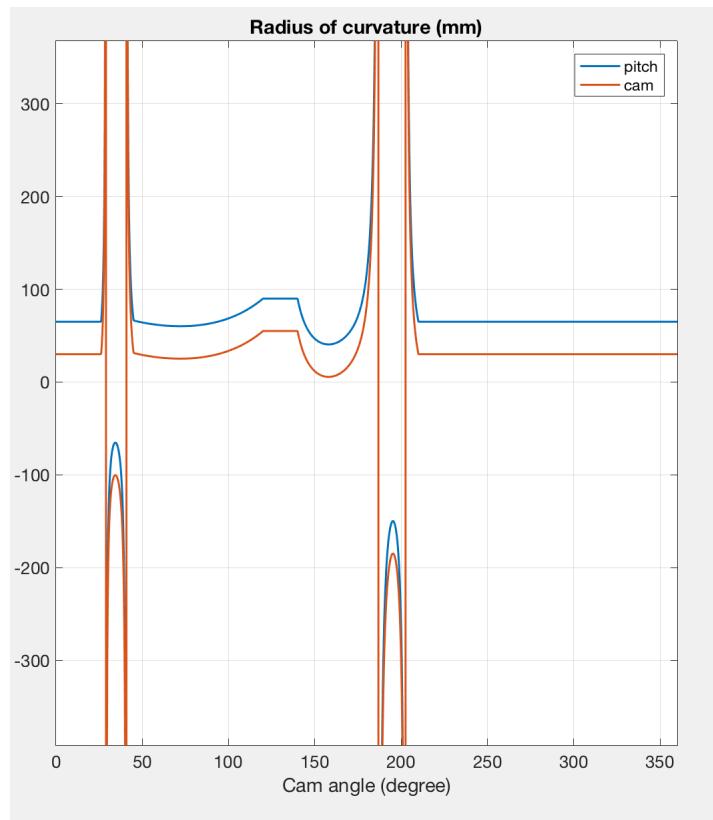
We kunnen voor de gegeven excentriciteit opnieuw nagaan of de voorwaarde $\rho_{min} > 35\text{mm}$ nog steeds geldt aan de hand van figuur 13. Een gelijkaardige redenering als bij excentriciteit gelijk aan nul is hier van toepassing, er blijkt dus duidelijk dat aan de vooropgestelde voorwaarde is voldaan. Figuur 14 toont de nieuwe geometrie van de excentrische nok en volger.

De bekomen nokgeometrie is als volgt:

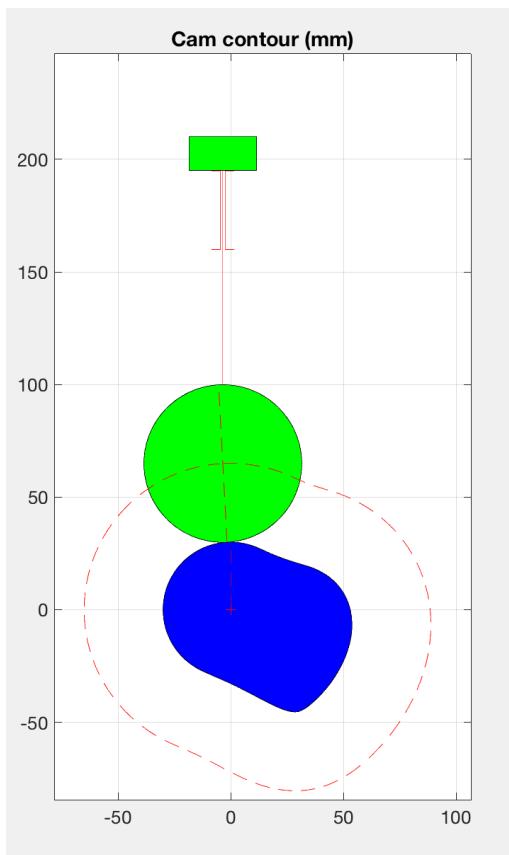
- $R_{basis} = 30\text{ mm}$ (straal van basiscirkel)
- $R_r = 35\text{ mm}$ (straal van volger)
- $\epsilon = -3.5\text{ mm}$ (excentriciteit)



Figuur 12: Verloop van de drukhoek bij excentriciteit -3.5 mm.



Figuur 13: Controle kromtestraal-ondersnijding bij excentriciteit -3.5 mm.

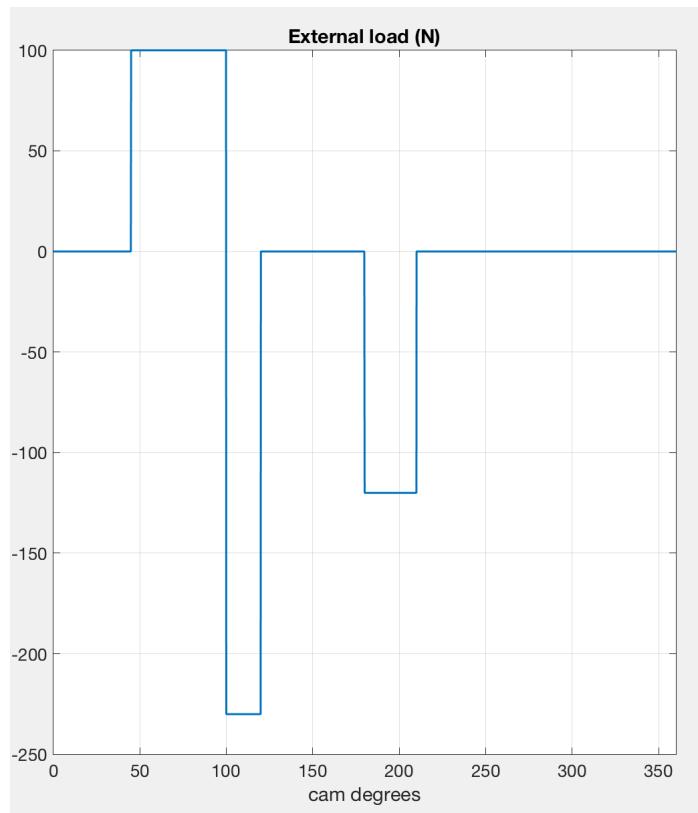


Figuur 14: Dimensies van de excentrische nok en volger.

4 Verifiëren van de rigid-body krachten

Dit deel maakt gebruik van de in de vorige secties berekende hefwet en nokgeometrie om de rigid-body krachten te berekenen en verifiëren. Hiervoor wordt een constante aandrijfsnelheid veronderstelt alsook een oneindig stijve volger, de volger is dus star. Concreet handelt deze sectie eerst over het dimensioneren van een veer om het contact tussen nok en volger gedurende de hele cyclus te verzekeren. Vervolgens is er een berekening van het aandrijfvermogen van de nok. Deze vermogensberekening wordt ten slotte toegepast om een motor en vliegwiel te dimensioneren voor het systeem.

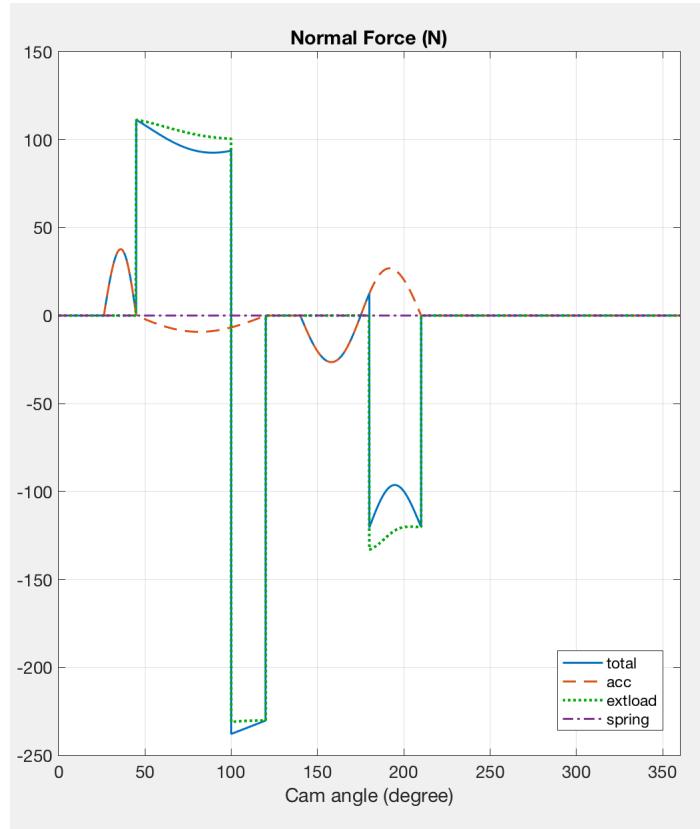
Het uitwendige krachtensysteem dat inwerkt op het mechanisme valt te herleiden tot twee elementen: de inertiekrachten van de volger en de functionele belastingen die inwerken op het volgermechanisme. Zwaartekracht en wrijving van de volger in de geleiding worden hier verwaarloosd. Het verloop van de statische krachten die het systeem moet uitoefenen, is weergegeven in figuur 15. Deze statische krachten zijn gegeven in de opgave. Op de figuur zijn de drukkrachten positief gedefinieerd, en de trekkrachten negatief. *



Figuur 15: Verloop van statische krachten in functie van de nokhoek θ .

4.1 Dimensioneren van de veer

Het is belangrijk in een nokkensysteem dat de volger gedurende de hele cyclus contact maakt met de nok. Anders kan dat de gevraagde lift verhinderen. Een veer kan dit probleem voorkomen. Het dimensioneren van de veer gebeurt hier aan de hand van de resulterende krachten. Wanneer een resulterende kracht negatief blijkt te zijn, moet de nok een trekkracht uit, wat onmogelijk is in de gebruikte configuratie. Dit zorgt ervoor dat de volger kan loskomen van de nok. Om dit te vermijden wordt dus een veer gedimensioneerd. Om de veer te kunnen dimensioneren is het dan ook nodig om eerst naar de krachten te kijken die inwerken op het systeem. Figuur 16 toont deze krachten voor dit nokkensysteem. De volle, blauwe lijn is de resulterende contactkracht. De paarse, lang/kort-gestreepte lijn is de geleverde veerkracht, hier nog gelijk aan nul. De groene puntlijn is de externe kracht aangelegd op het systeem. De rode lang-gestreepte lijn zijn te krachten te wijden aan de beweging van het systeem, er zullen namelijk inertie krachten optreden die schalen met de acceleratie. Het beschouwde systeem heeft een cyclustijd van 2 seconden. Dit geeft een omwentelingssnelheid van 30 toeren per minuut (RPM) = π rad/sec. Dit is een tamelijk lage snelheid, waardoor de inertiekrachten niet zo'n grote bijdrage leveren.



Figuur 16: Normaalkrachten zonder veer.

De in absolute waarde grootste resulterende kracht is de kracht met een grootte van -237.1N. Deze komt voor bij een hoek van 100° met een bijhorende heffing van 24.4mm voor de volger. Gebruik makend van de wet van Hooke $F = k\delta l$ levert dit een veerstijfheid van 9,72N/mm. Figuur 17 toont opnieuw de krachten die

inwerken op het systeem. De inwerkende veerkracht voorkomt nog niet dat de resulterende kracht nergens meer negatief is. Daarom gaan we de veer voorspannen. Die voorspanning oefent dan een constante kracht uit. Bij een voldoende grote voorspanningskracht kan er ook een minder stijve veer gekozen worden. Het bepalen van de optimale veerconstante en voorspankracht gebeurt als volgt (met verwaarlozing van de zwaartekracht en de wrijvingskrachten):

$$N\cos(\alpha) = F_{func} + F_v + m\omega^2 \frac{d^2 S}{d\theta^2} \quad (3)$$

Waarbij N de contactkracht voorstelt, α de drukhoek, F_{func} de functionele krachten en F_v de veerkracht. De veerkracht bestaat uit een voorspankracht F_{v0} en een term evenredig met de verplaatsing. De laatste term in de vergelijking stelt de inertiekrachten voor. Indien men een permanente contactkracht N wil, komt daar de volgende eis bij:

$$\forall \theta : N(\theta) \geq 0 \quad (4)$$

Dit resulteert in:

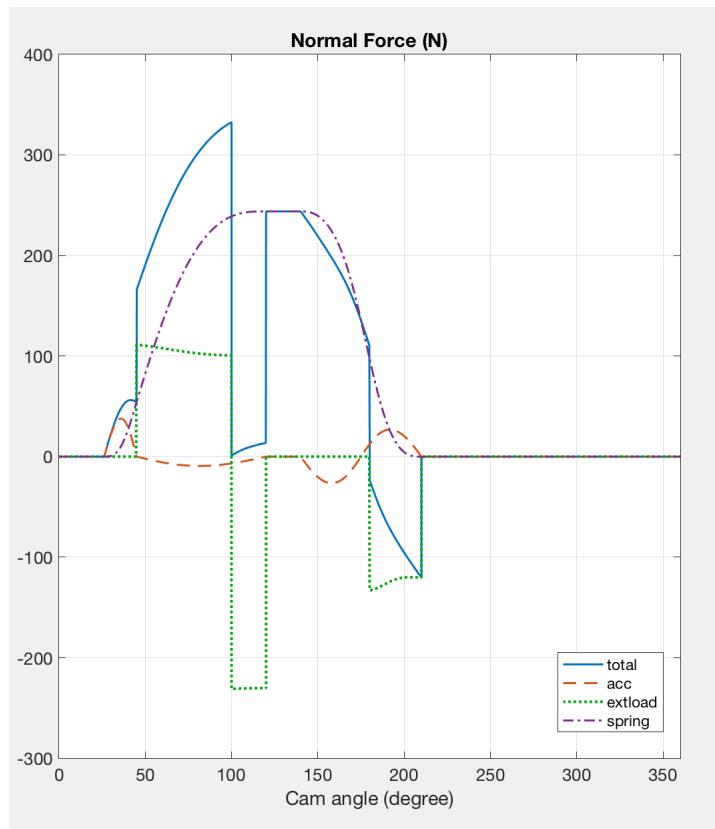
$$F_{v0} + k_v * S \geq -F_{func} - m\omega^2 \frac{d^2 S}{d\theta^2} \quad (5)$$

De beste strategie om de veer vervolgens te dimensioneren, is het kiezen van een bepaalde voorspankracht, om daarna de nodige veerconstante te berekenen:

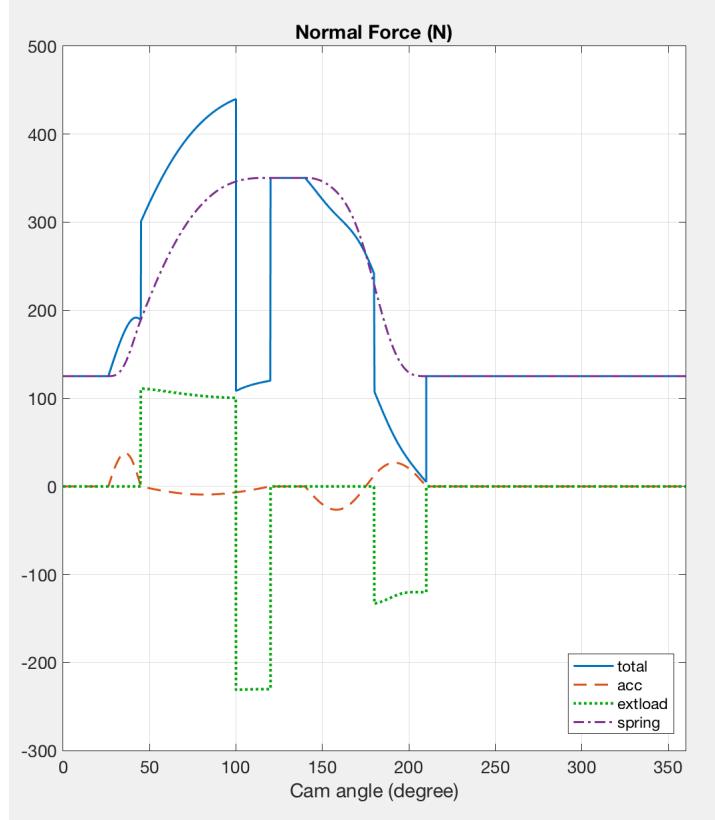
$$k_v = \max_{\theta} \left(\frac{-F_{func} - F_{v0} - m\omega^2 \frac{d^2 S}{d\theta^2}}{S(\theta)} \right) = \max_{\theta} \left(\frac{N\cos(\alpha)}{S(\theta)} \right) \quad (6)$$

Hierbij dient een compromis gezocht te worden tussen de voorspanning en de veerconstante. Een te hoge veerconstante kan aanleiding geven tot buiten proportioneel hoge contact krachten in sommige configuraties. Een te lage voorspanning vereist dan weer een zeer hoge veerconstante. Een grote voorspanningskracht en een kleine veerconstante kan er voor zorgen dat er een lange veer nodig is.

Via trial & error is een veerconstante en voorspankracht bepaald. Deze werden vastgelegd op respectievelijk 9 N/mm en 125 N. Dit geeft een indrukking van 13.89mm. Het positieve verloop van de contactkrachten is te zien in figuur 18.



Figuur 17: Normaalkrachten met veer ($k = 9.75 \text{ N/mm}$).



Figuur 18: Normaalkrachten met veer ($k = 9 \text{ N/mm}$) en voorspankracht ($F_S = 125\text{N}$).

4.1.1 Invloed van de omwentelingssnelheid

Er is gevraagd om de invloed van het verdubbelen van de omwentelingssnelheid op de contactkracht na te gaan. In deze sectie werd de contactkracht berekend als de resulterende kracht van drie krachten. Zo is er een extern aangelegde functionele kracht, de veerkracht en de inertiekracht. De eerste twee zijn onafhankelijk van de omwentelingssnelheid, maar de inertiekrachten schalen met de acceleratie en dus ook met de totale omwentelingssnelheid. De inertiële krachten kunnen als volgt worden uitgedrukt:

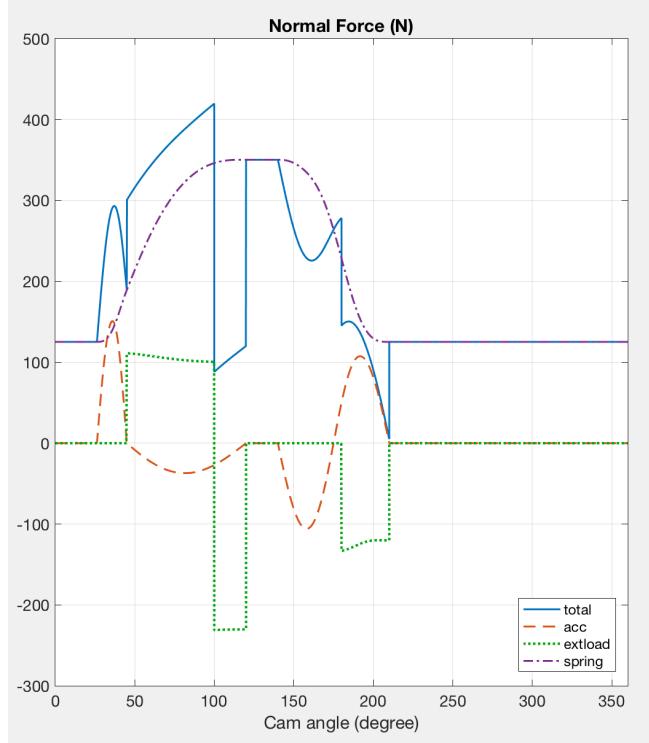
$$F_i = m \cdot a \quad (7)$$

Met $a = \frac{d^2S}{d\theta^2} = \frac{L}{\beta^2} \cdot \omega^2 \cdot s''(\tau)$ de versnelling van de nok en β is de actieve nokhoek, ω de omwentelingssnelheid, L de heffing en s de dimensioze bewegingsvergelijking. Ingevuld in de vorige vergelijking geeft dat:

$$F_i = m \cdot \frac{L}{\beta^2} \cdot \omega^2 \cdot s''(\tau) \quad (8)$$

Hier is duidelijk dat een verdubbeling van ω de inertiekracht F_i met een factor 4 doet vergroten.

Op figuur 19 is te zien dat deze hypothese ongeveer overeenkomt met de berekening, bv: bij een hoek van $36,5^\circ$ is bij $\omega = 30$ RPM de inertiekracht 37.65N en bij $\omega = 60$ RPM is de inertiekracht 150.8N. Deze verschillen dus zoals verwacht een factor 4. Uiteraard is er nog steeds de invloed van de veer uit de vorige sectie. Zowel de veerconstante als de voorspankracht zijn niet aangepast, maar dezelfde afwegingen gelden als hiervoor. Aangezien de initiële hoeksnelheid aan de lage kant was, heeft het verdubbelen van de hoeksnelheid weinig effect op de totale contactkracht. De totale contactkracht is nergens negatief dus moet de veer niet opnieuw gedimensioneerd worden.



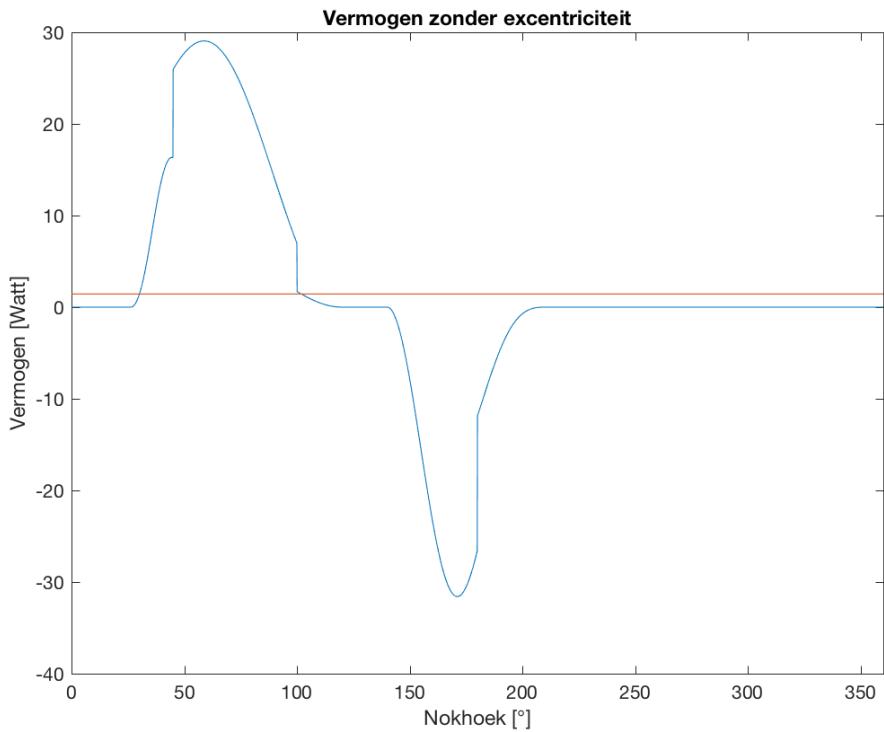
Figuur 19: Normaalkrachten met veer ($k = 9$ N/mm), voorspankracht ($F_S = 125$ N) en $\omega = 60$ RPM.

4.2 Aandrijfvermogen

Een volgend onderdeel van de dynamische analyse is het bepalen van het vermogen nodig om het systeem aan te drijven in regime. Het ogenblikkelijk vermogen voor excentriciteit nul wordt op volgende manier berekend (formule 25 slide 50 lecture 8):

$$P(\theta) = N(\theta) \sin(\alpha) \cdot R(\theta) \omega \quad (9)$$

Hierbij is $N(\theta)$ gelijk aan de totale contactkracht, α de drukhoek, $R(\theta)$ de straal van de nok en ω de hoeksnelheid. De contactkracht $N(\theta)$ bestaat uit bijdrages van de functionele krachten, de veerkracht en de inertiële kracht. Het resultaat is te vinden in figuur 20. Hierin is de blauwe lijn het ogenblikkelijke vermogen en de rode lijn het gemiddelde vermogen.



Figuur 20: Verloop vermogen in functie van nokhoek, voor excentriciteit=0.

Als de excentriciteit niet gelijk is aan nul, zal de formule moeten aangepast worden. Deze afleiding volgt uit de basisprincipes van de mechanica. Voor het nokkensysteem geldt dat:

$$P(\theta) = \vec{N}(\theta) \cdot \vec{v}(\theta) \quad (10)$$

$$= \begin{Bmatrix} N(\theta)\sin(\alpha) \\ N(\theta)\cos(\alpha) \end{Bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 0 \\ \frac{df(\theta)}{dt} \end{Bmatrix} \quad (11)$$

$$= N(\theta)\cos(\alpha)f'(\theta)\omega \quad (12)$$

Voor een excentrische volger kunnen we $f'(\theta)$ halen uit de volgende formule (gegeven in slide 31, Lecture 8):

$$\alpha = \arctan\left(\frac{f'(\theta) - |e|}{\sqrt{R_0^2 - e^2} + f(\theta)}\right) \quad (13)$$

$$f'(\theta) = \tan(\alpha)\left(\sqrt{R_0^2 - e^2} + f(\theta)\right) + |e| \quad (14)$$

Hierin stelt R_0 de straal van de steekcirkel voor.

Door in formule (12) $f'(\theta)$ te substitueren krijgen we de volgende formule voor het vermogen met excentriciteit:

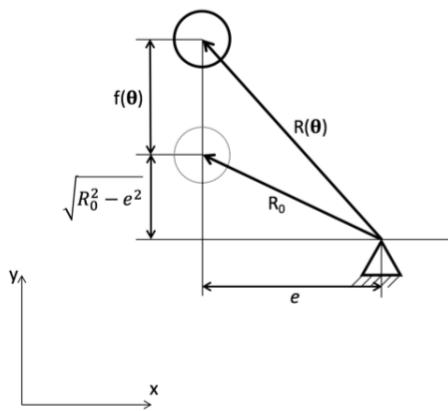
$$P(\theta) = N(\theta)\cos(\alpha)\omega \left[\tan(\alpha) \left(\sqrt{R_0^2 - e^2} + f(\theta) \right) + |e| \right] \quad (15)$$

$$= N(\theta)\omega \left[|e|\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \left(\sqrt{R_0^2 - e^2} + f(\theta) \right) \right] \quad (16)$$

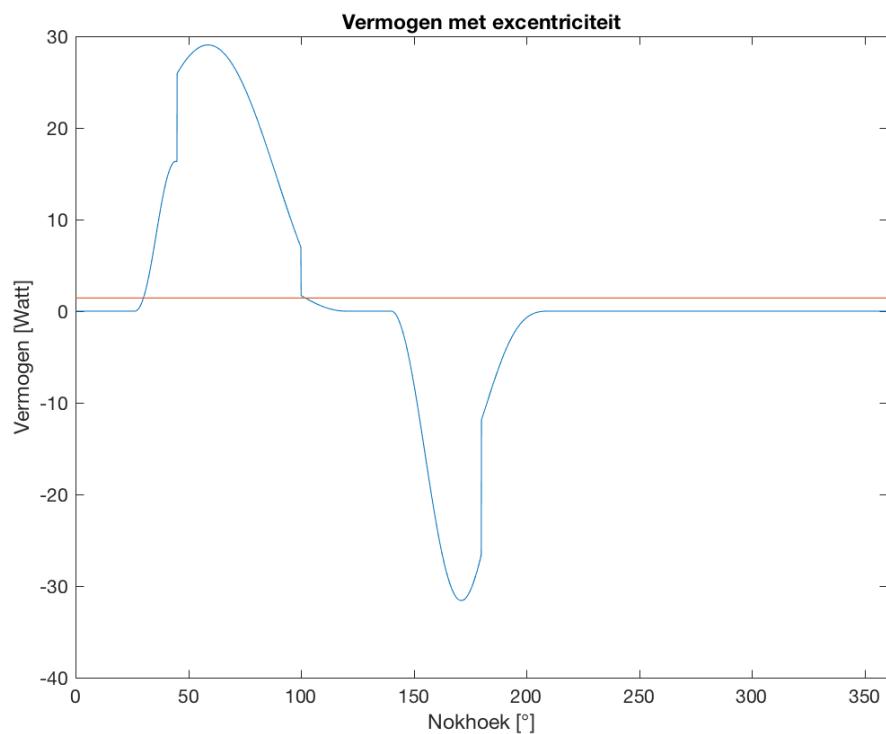
Met behulp van de stelling van Pythagoras kan deze formule vereenvoudigd worden. Dit is te zien op figuur 21. Hierop is te zien dat $\sqrt{R_0^2 - e^2} + f(\theta)$ kan vervangen worden door $\sqrt{R(\theta)^2 - e^2}$. De uiteindelijke formule is dan gelijk aan :

$$P(\theta) = N(\theta)\omega \left[|e|\cos(\alpha) + \sin(\alpha) \left(\sqrt{R(\theta)^2 - e^2} \right) \right] \quad (17)$$

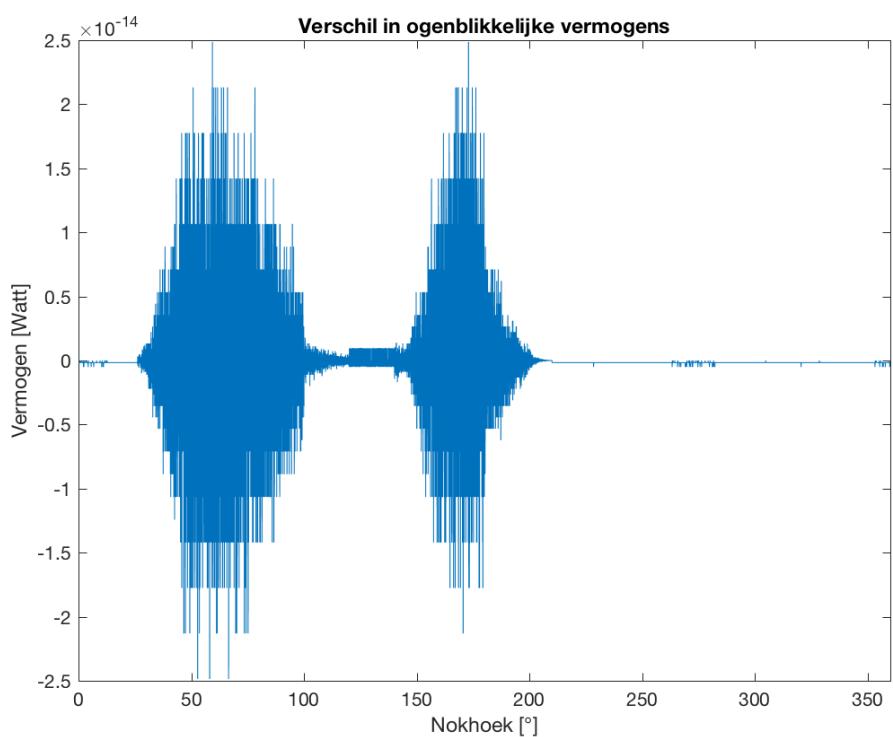
Als men de excentriciteit in (17) gelijk stelt aan nul wordt de oorspronkelijke formule (9) weer bekomen. Het ogenblikkelijk vermogen met excentriciteit berekent met formule 11 wordt in Figuur 22 weergegeven. Hierin is de blauwe lijn het ogenblikkelijke vermogen en de rode lijn het gemiddelde vermogen. Zoals te zien in figuur 23 en 24 zijn de ogenblikkelijke vermogens en de gemiddelde vermogens bij excentriciteit nul of verschillend van nul aan elkaar gelijk. Het lijkt logisch dat dit een noodzaak is, want de excentriciteit zal de inertiekrachten, veerkracht en functionele krachten normaal niet veranderen. Enkel de wrijvingskracht is in functie van de excentriciteit door de drukhoek. Deze kracht wordt verwaarloosd en heeft enkel een horizontale component waardoor de heffing niet wordt beïnvloed in de verticale richting. Beide nokken (met en zonder excentriciteit) realiseren dus tijdens dezelfde tijdsperiode dezelfde krachten onder dezelfde heffing. Het gemiddelde vermogen is positief en gelijk aan 1,44 Watt. Aangezien het vermogen positief is wordt de volger aangedreven door de nok. Het systeem bestaat voornamelijk uit drukkrachten waardoor dit correct lijkt.



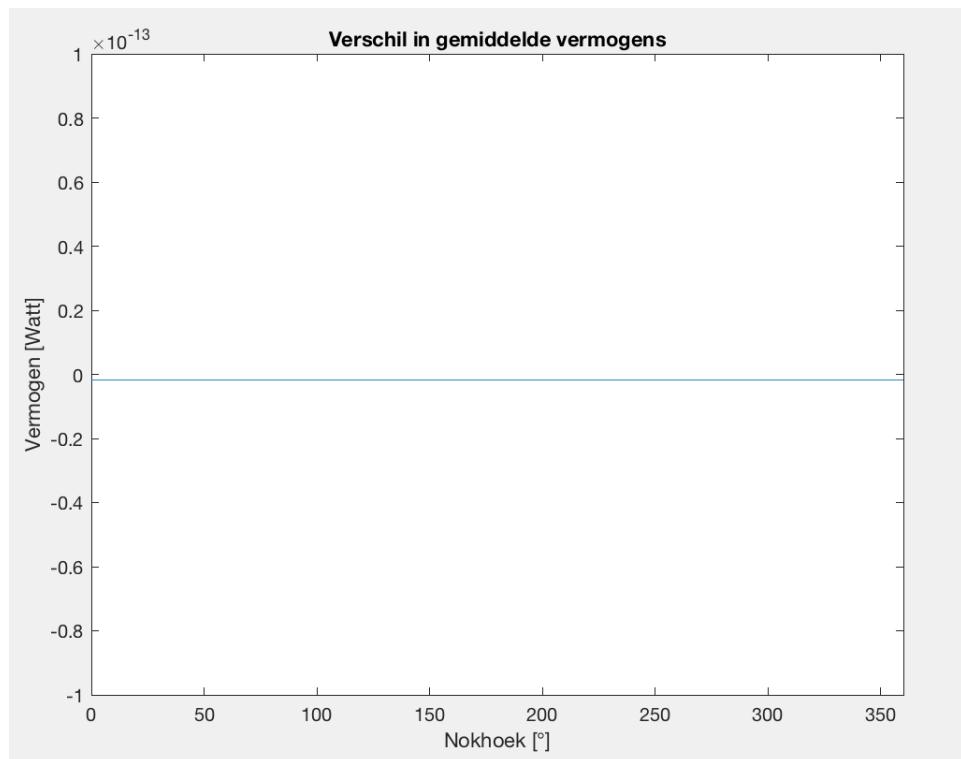
Figuur 21: Verduidlijking bij de formule voor het vermogen.



Figuur 22: Verloop vermogen in functie van nokhoek, voor excentriciteit= -3.5mm.



Figuur 23: Verschil ogenblikkelijk vermogen met en zonder excentriciteit.



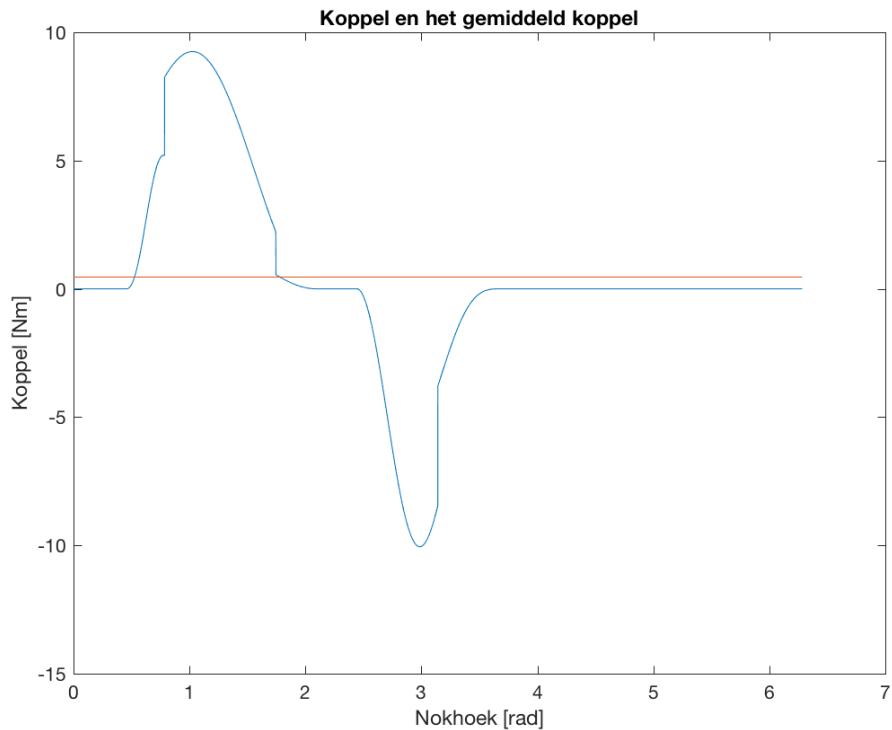
Figuur 24: Verschil gemiddeld vermogen met en zonder excentriciteit.

4.3 Dimensioneren van een vliegwiel

In deze sectie ontwerpen we een vliegwiel zodat de rotatiesnelheid niet meer dan vijf procent varieert ten opzichte van de nominale rotatiesnelheid van de nok. De snelheidsvariaties ontstaan door het verschil in snelheid bij het geven en krijgen van vermogen en kunnen onder de 5% (2,5 naar boven en 2,5 naar beneden) gehouden worden door de dimensionering van het vliegwiel. Het vliegwiel dient als soort van energieopslag om de bekomen pieken op te vangen. De voorgaande analyse is steeds uitgevoerd met aanname van constante aandrijfsnelheid. Het dimensioneren van dit vliegwiel gaat op twee manieren gebeuren. Ten eerste gaan we een exacte berekening maken gebaseerd op de koppelvraag van het mechanisme. De koppelvraagcurve is te zien in figuur 25. Ten tweede gaan we een afschatting maken van het oppervlak onder de koppelvraagcurve om na te gaan of de exacte berekening kan kloppen.

De koppelvraagcurve en gemiddeld koppel worden als volgt berekend:

$$M = \frac{P}{\omega} \quad (18)$$



Figuur 25: Koppelvraagcurve en gemiddeld koppel.

De exacte berekening voor het ontwerp van een vliegwiel staat uitgelegd in de slides van lecture 4. Zoals aangegeven in de slides moeten we het maximale arbeidssurplus A_{max} berekenen via volgende formule:

$$A_{max} = \int_{\theta_m}^{\theta_M} (M - M_L) d\theta \quad (19)$$

Hierin is θ_m de hoek waar de snelheid van de krukas minimaal is en θ_M de hoek waar deze snelheid maximaal is. $M - M_L$ is het verschil tussen het geleverde koppel en het gemiddelde koppel. θ_m en θ_M kunnen op een exacte manier bepaald worden door het minimum en maximum te vinden van:

$$A(\theta) = \int_0^\theta (M - M_L) d\theta \quad (20)$$

In Matlab vinden we voor $\theta_m = 30.12^\circ$ en voor $\theta_M = 101.92^\circ$. Bepalen we voor deze gegeven hoeken dan A_{max} krijgen we: $A_{max} = 7.1036 J$. Het arbeidssurplus is positief, dit betekent dat er arbeid naar het vliegwiel moet worden toegevoegd.

De traagheid van het vliegwiel kan berekend worden doormiddel van volgende formule:

$$I = \frac{A_{max}}{K\omega_{avg}^2} = \frac{\pi R^4 t \rho}{2} = 7.1975 \text{ kgm}^2 \quad (21)$$

$$\text{met } K = \frac{1.05\omega_{avg} - 0.95\omega_{avg}}{\omega_{avg}}$$

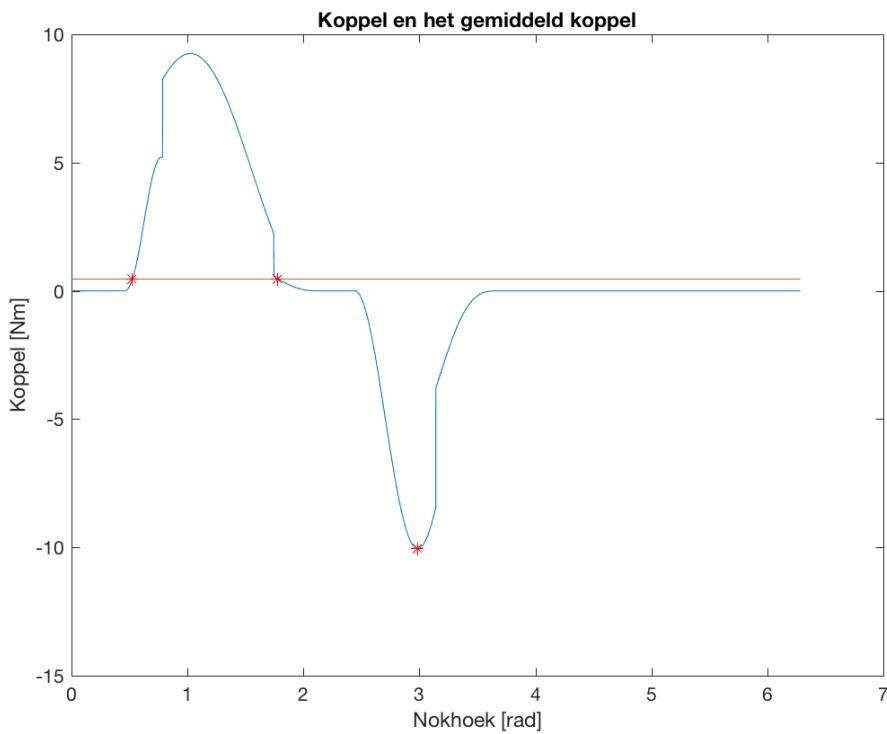
Het maximale arbeidssurplus kan ook benaderend berekend worden aan de hand van de oppervlakte van een geschatte driehoek tussen het gemiddelde en ogenblikkelijke vermogen. Als we de rode asterixen op figuur 26 verbinden krijgen we een driehoek. Dit oppervlak is gelijk aan 6.5884 Nm. Berekenen we nu opnieuw de traagheid met de zonet berekende oppervlakte:

$$I = \frac{\text{oppervlakte}}{K\omega_{avg}^2} = 6.6754 \text{ kgm}^2 \quad (22)$$

We kunnen bemerken dat dit redelijk goed aansluit bij het exacte resultaat in (21). Een meer nauwkeurigere benadering zouden we kunnen bekomen door het oppervlakte op te delen in meerdere vier-/driehoeken zodat de curve nauwkeuriger gevuld wordt.

Nu rest ons een type vliegwiel te bepalen. We hebben keuze tussen een velg- of schijftype vliegwiel. Er wordt gekozen voor een stalen vliegwiel met $\rho = 7800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ en dikte = 0,05 m (willekeurig gekozen). Als we kiezen voor een schijftype vliegwiel uit bekomen we een straal via volgende formule:

$$R_{disc} = \sqrt[4]{\frac{2I}{t\pi\rho}} = 329.23 \text{ mm} \quad (23)$$



Figuur 26: Koppelvraagcurve en gemiddelde koppel.

4.4 Dimensioneren motor voor opstartgedrag

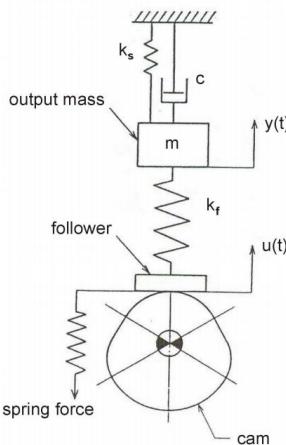
De hierboven besproken vermogens zijn van toepassing voor het regimegedrag en kunnen niets zeggen over het opstartgedrag. Het gemiddelde vermogen is positief waardoor een motor dit dient te leveren. Hoe sneller het systeem in regimeoplossing moet gebracht worden, hoe sterker en dus hoe duurder de motor zal moeten zijn. Bij het opstarten heeft het vliegwiel nog geen energie en moeten er dus inertiekrachten overwonnen worden. Momenteel wordt er geen rekening gehouden met de wrijving. Bij normale dimensionering echter moet hier wel op worden gelet. Om het gehele systeem aan constante hoekversnelling te laten optrekken is een extra moment nodig dat gelijk is aan:

$$M = I\alpha \quad (24)$$

Het overgangsverschijnsel zal ruwweg $\frac{\omega}{\alpha}$ duren voor een regimehoeksnelheid ω . Een motor, dat een voldoende hoog aanloopkoppel heeft, zal dit extra moment en vermogen moeten kunnen leveren. Omwille van het grote aanloopkoppel zal de motor veel stroom trekken, waardoor het misschien nodig is, om spanningsvalLEN op het net te voorkomen, gebruik te maken van een startschakeling.

5 Dynamica van een vervormbare volger

Dit deel van de opgave gaat het effect van de volgerexibiliteit op het volggedrag en de contactkracht na. We beschouwen hier een volger zonder oneindige stijfheid. Dit betekent dat we geen starre volger meer beschouwen maar een vervormbare volger. Dit is een situatie die dichter ligt bij de realiteit. Hiertoe hanteren we onderstaand model, zie figuur 27, waarbij k_s en c beiden gelijk zijn aan nul en dus verwaarloosd worden. Behalve de volgerstijfheid k_f , bezit de volger ook een dempingsverhouding ζ . De massa m en de dempingsverhouding ζ van de nok zijn gegeven. Hoewel de equivalente stijfheid van de volger k_f in de meeste toepassingen vastligt, wordt deze hier in de loop van de opgave gekozen. Eerst volgt een single rise analyse en daarna een multi rise analyse.



Figuur 27: Vervormbare nok-volgermodel.

5.1 Single rise analyse

De single- en multi-rise analyses drukken het verschil uit tussen de gewenste volgerbeweging, namelijk de vooraf bepaalde hefwet, en de effectieve volgerbeweging, deze zal van de gewenste beweging verschillen door de beschouwde volgerflexibiliteit. De single rise analyse beschouwt één heffing. Tijdens deze heffing is er een gedwongen respons van de volger, na deze heffing is er een vrije respons van de volger.

De single rise methode analyseert de meest kritische heffing van de cyclus, zodanig dat de oplossing zal gelden voor de gehele hefwet. Om deze methode uit te voeren gelden volgende aannames:

- De volger heeft één vrijheidsgraad.
- De veer die het contact tussen volger en nok garandeert heeft geen impact op de resulterende trilling van de volger.

- Zwaartekracht, de functionele krachten die inwerken op het systeem, niet-lineaire wrijving, structurele damping in de volger en terugslag worden verwaarloosd.

En nog belangrijker, om de single rise methode uit te mogen voeren, moet aan volgende voorwaarde voldaan zijn:

- De respons van de vorige heffing is volledig uitgestorven wanneer de single rise analyse begint voor de beschouwde heffing. Er zijn m.a.w. geen overgangsverschijnselen van de vorige heffing meer aanwezig.

Naast de exacte single rise analyse is er ook een benaderende single rise analyse. Voor deze analyse geldt volgende aannname:

- Deze benadering toepassen mag enkel wanneer het homogeen gedeelte van de respons is uitgestorven bij $\tau = 1$.

Om nauwkeurigheid van de benaderende oplossing voldoende te houden (dit is een nauwkeurigheid van 10%) geldt nog een bijkomende voorwaarde:

- $\lambda\zeta > 0.75$

met λ de dimensieloze ongedempte resonantiefrequentie. In combinatie met de gegeven waarde $\zeta = 0.08$ resulteert dit in $\lambda > 9.375$. Voor de verdere berekeningen is gekozen voor $\lambda = 9.38$.

5.1.1 Kritische heffing

Omdat de single rise methode maar over één heffing/daling handelt moet de meest kritische gekozen worden om de volgerstijfheid te bepalen zodat de benaderende oplossing geldig is voor elke heffing/daling in het systeem. Er is hier gekozen om de daling te nemen van $\theta_{begin} = 140^\circ$ tot $\theta_{eind} = 210^\circ$. Deze daling bedraagt 25 mm over een hoek van 70° en is de steilste en de laagste daling van de hefwet. Deze zal dus ook de stijfste volger vereisen.

5.1.2 De volgerstijfheid k_f

In de realiteit is de volgerstijfheid k_f meestal gegeven. De volgerstijfheid wordt hier echter berekend zodat aan de eerder opgestelde voorwaarde voldaan is voor de beschouwde meest kritische heffing. De bepaling van k_f gebeurt met de formule (zie lecture 9, slide 11):

$$\omega_n^2 = \frac{k_f + k_v}{m} \quad (25)$$

Hier is m de massa, ω_n de hoeksnelheid van de eigentrilling van de volger of ook de ongedempte resonantiefrequentie van de volger ($\omega_n = 2\pi f_n$), dit is een systeem eigenschap, en k_v de stijfheid van de veer. Die laatste mag zoals hierboven aangegeven verwaarloosd worden. ω_n is dan bepaald door:

$$\omega_n = \frac{2\pi}{t_n} \quad (26)$$

Hier is:

$$t_n = \frac{t_1}{\lambda} \quad (27)$$

Met t_1 = de duur van de heffing, t_n = de periode van de eigentrilling en λ , het aantal periodes van de eigentrilling die passen in de periode van de heffing, = 9.38 zoals eerder berekend. Waarbij:

$$t_1 = \frac{\theta_{eind} - \theta_{begin}}{\omega} = 0.389s \quad (28)$$

Waarbij ω de omwentelingssnelheid van de nok voorstelt. Het systeem heeft een cyclustijd van 2 seconden, zodanig dat $\omega = 30 \text{ RPM} = \pi \text{ rad/sec}$. $\theta_{eind} - \theta_{begin} = 70^\circ = 1,22 \text{ rad}$. De laatste twee vergelijkingen invullen in de eerste geeft een vergelijking voor de volgerstijfheid:

$$k_f = \left(\frac{\lambda 2\pi}{t_1} \right)^2 m \quad (29)$$

Dit geeft een volgerstijfheid $k_f = 574.189 \text{ N/mm}$

5.1.3 Exacte numerieke simulatie single rise analyse

In dit deel wordt een numerieke simulatie uitgevoerd van de beweging van de volger voor de gekozen heffing/daling. Deze simulatie maakt gebruik van de exacte input, gegeven door de hefwet voor het gekozen stuk. Als output beschrijft de simulatie de resulterende beweging van de equivalent volgermassa in functie van de tijd. Om dit te doen vertrekt men van de bewegingsvergelijking van de volger. Deze wordt dimensieloos voorgesteld alsvolgt:

$$\ddot{\gamma}(\tau) + 2\zeta(2\pi\lambda) \cdot \dot{\gamma}(\tau) + (2\pi\lambda)^2 \cdot \gamma(\tau) = (2\pi\lambda)^2 \cdot \theta(\tau) \quad (30)$$

Waarbij output = $\gamma(\tau)$ = de dimensieloze beweging van de volger, input = $\theta(\tau)$ = de dimensieloze opgelegde heffing en tau = τ = dimensieloze tijd. Om deze dimensieloze differentiaalvergelijking op te lossen maakt men gebruik van de Laplace

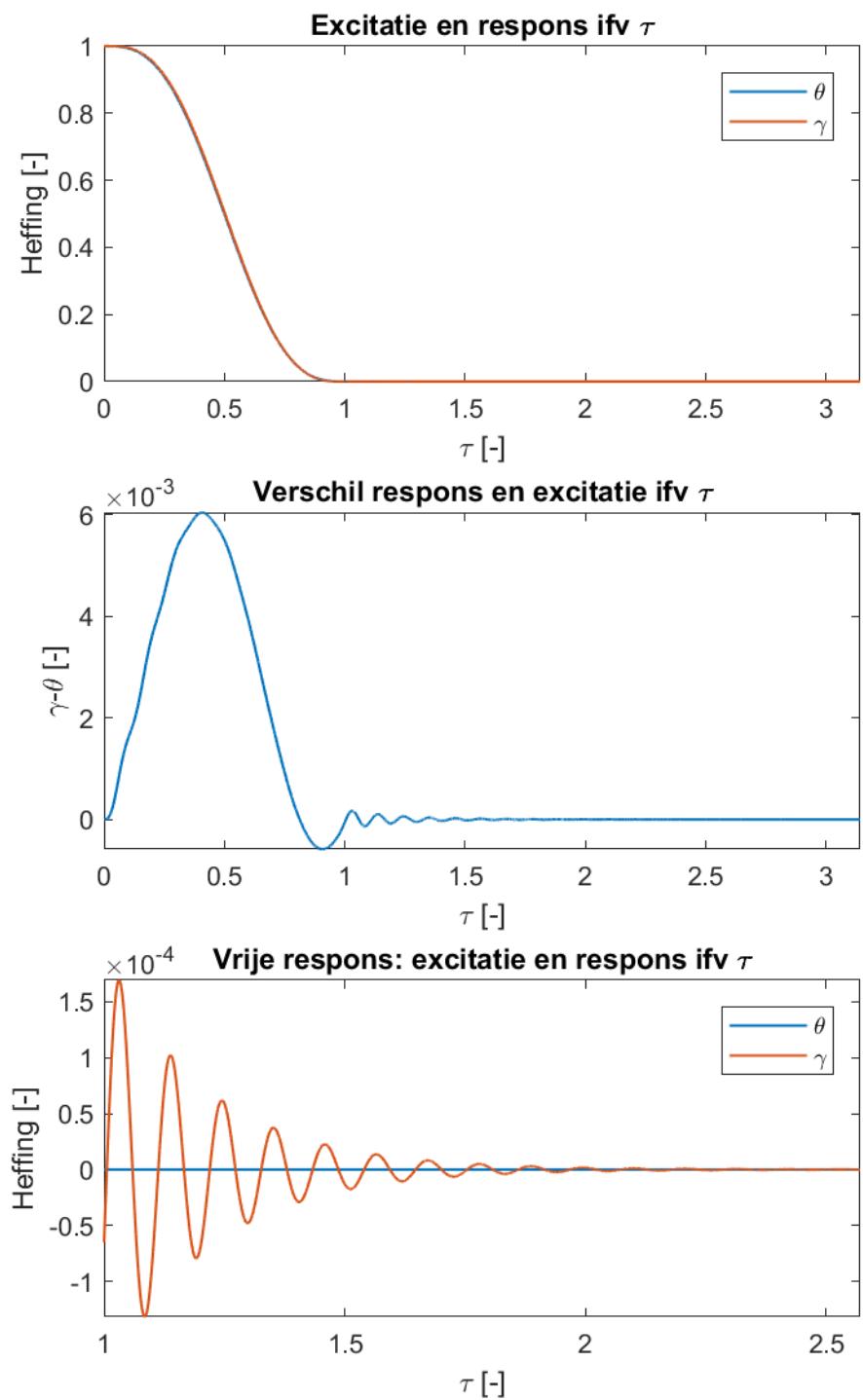
transformatie. De overdrachtsfunctie die men op deze manier bekomt ziet er als volgt uit:

$$\frac{\Gamma(s)}{\Theta(s)} = \frac{(2\pi\lambda)^2}{s^2 + 2\zeta(2\pi\lambda)s + (2\pi\lambda)^2} \quad (31)$$

Waarbij $\Gamma(s) = \mathcal{L}(\gamma(\tau))$ en $\Theta(s) = \mathcal{L}(\theta(\tau))$ de Laplace getransformeerde signalen van $\theta(\tau)$ en $\gamma(\tau)$ waarbij het systeem start vanuit rust, dus waarbij de beginvoorwaardes gelijk aan nul zijn.

Met behulp van matlab kunnen we nu een numerieke simulatie maken van de volgerbeweging in functie van de tijd, aan de hand van deze transferfunctie. Matlab laat toe om toch te vertrekken vanuit een andere begintoestand dan vanuit rust, dus een toestand waarbij de beginvoorwaardes niet gelijk zijn aan nul. Het beschouwde systeem met de beschouwde heffing start namelijk niet vanuit rust. Op deze manier worden de overgangsverschijnselen in de oplossing niet zomaar weggelaten. Deze simulatie is terug te vinden in het corresponderend matlab bestand. De simulatie wordt uitgevoerd voor de meest kritische daling in het systeem, die begint bij $\theta = 140^\circ$ en eindigt bij $\theta = 210^\circ$, voor een daling van 25 mm tot 0 mm.

Het resultaten van de numerieke single rise analyse ($\gamma(\tau)$) worden afgebeeld op de grafieken van figuur 28. De eerste grafiek toont de excitatie θ en de respons γ in functie van de tijd. De tweede grafiek toont het verschil tussen θ en γ . Op deze grafiek is te zien dat het verschil 3 ordegroottes kleiner is dan de amplitude van de heffing. Deze grafiek is tijdens de opgelegde excitatie positief. Dit wil zeggen dat de equivalente massa meer is gestegen dan de opgelegde heffing. De laatste grafiek toont het deel van de eerste grafiek voor $\tau > 1$, dit beschrijft dus de vrije respons van het volgersysteem. We merken echter op deze grafiek dat de respons niet volledige is uitgestorven op $\tau = 1$ en dus niet aan de voorwaarde voor single rise analyse is voldaan. Een multirise analyse zal bijgevolg een nauwkeurigere analyse zijn.



Figuur 28: Numerieke single rise analyse.

5.1.4 Benaderende single rise analyse

Er bestaat ook een benaderende methode om dezelfde single rise analyse te maken. Deze methode maakt gebruik van een exponentieel omhullende functie, die de werkelijke trillingsfunctie omhult.

De benadering wordt afgeleid in de cursus op slides 24 tot 27 van lecture 9. De volgende vereenvoudigde formule of vuistregel wordt toegepast:

$$\tilde{A}_1 = \frac{Q}{(2\pi\lambda)^2} \quad (32)$$

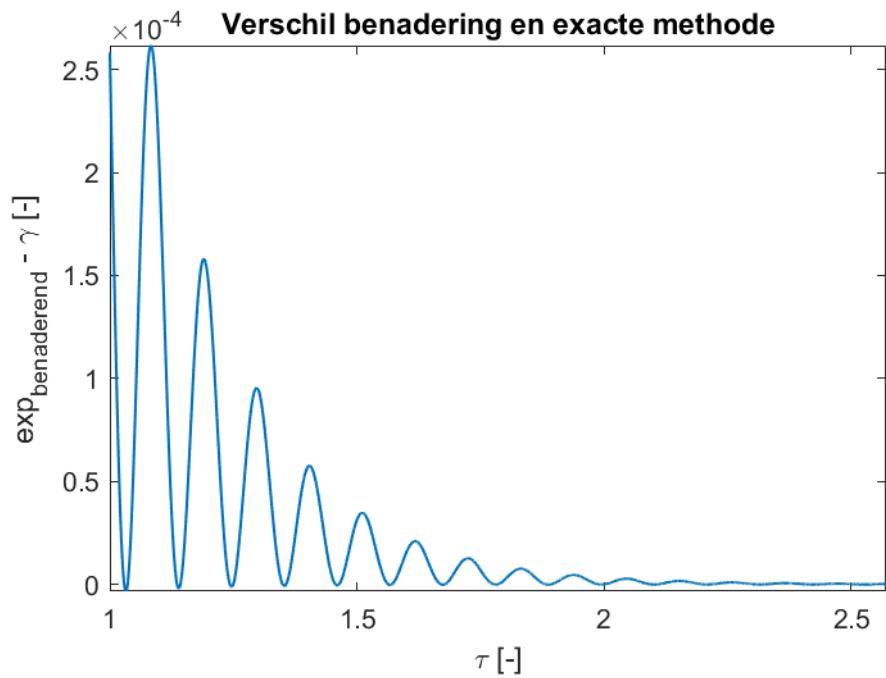
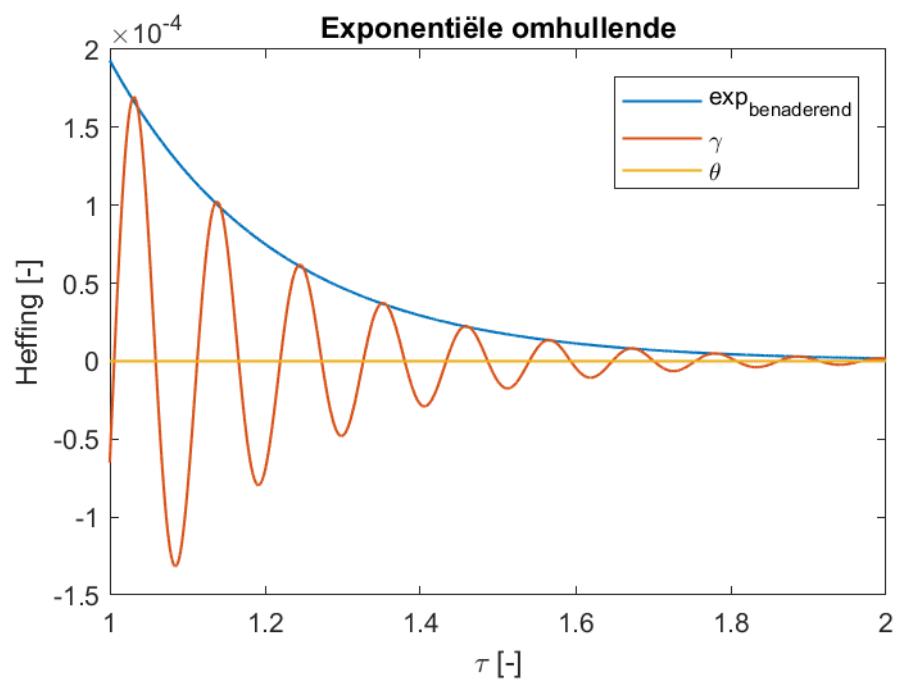
Dit is de amplitude van de benaderende exponentiële omhullende. N staat voor de orde vanaf waar discontinuïteiten zich voordoen, en Q voor de sprong in discontinuïteit, beiden dimensieloze getallen. Voor cycloïdes, wat we hier gebruiken, gelden de volgende waardes: $Q = (2\pi)^2$ en $N = 3$.

Om de exponentiële omhullende te bekomen bekijkt men de algemene analytische formule van de trillingsvergelijking. De benaderende exponentiële omhullende komt men door enkel de factor waarin de exponentiële voorkomt over te houden, en door benadering \tilde{A}_1 in te vullen:

$$\gamma(\tau) = 1 + A_1 \exp[-\zeta \cdot (2\pi\lambda) \cdot (\tau - 1)] \cos[(2\pi\lambda_d) \cdot (\tau - 1) + \phi] \quad (33)$$

$$\gamma(\tau) = \tilde{A}_1 \exp[-\zeta \cdot (2\pi\lambda) \cdot (\tau - 1)] \quad (34)$$

Dit is nu de benaderende formule voor de trillingsvergelijking γ in functie van de tijd. In de eerste grafiek van figuur 29 wordt deze getoond tesamen met de numeriek exacte oplossing die in sectie 5.1.3 werd berekend. Aan de grafiek is te zien dat de benadering de exacte trilling omhult. In de tweede grafiek van figuur 29 wordt het verschil tussen de benaderende exponentiële omhullende met de numeriek exacte oplossing getoond. Het blijkt duidelijk in de figuur dat het verschil naar 0 gaat. De grootste fout op de benadering bevindt zich in een grootorde van 10^{-4} , wat heel klein is.



Figuur 29: Benadering single rise analyse.

5.2 Multi rise analyse

Net zoals de single rise analyse zal deze het verschil uitdrukken tussen de gewenste volgerbeweging, namelijk de vooraf bepaalde hefwet, en de effectieve volgerbeweging, deze zal van de gewenste beweging verschillen door de beschouwde volgerflexibiliteit. Maar in plaats van een oplossing te baseren op basis van de meest kritische heffing, brengt de multirise analyse de volledige hefwet in rekening. Dit betekent een nokhoek van 0° tot 360° .

In de multirise analyse wordt opnieuw uitgevoerd aan de hand van een numerieke simulatie van de beweging van de volger. Deze simulatie maakt gebruik van de exacte input, ditmaal de volledige hefwet. Als output beschrijft de simulatie de resulterende beweging van de equivalent volgermassa in functie van de tijd. Om dit te doen vertrekt men wederom van de dimensieloze bewegingsverlijking van de volger. Deze differentiaal vergelijking oplossen aan de hand van de Laplace transformatie resulteert opnieuw in een transferfunctie die het systeem beschrijft. Deze keer echter met een nieuwe λ , deze wordt namelijk vervangen door $\tilde{\lambda}$, dit geeft:

$$\ddot{\gamma}(\tau) + 2\zeta(2\pi\tilde{\lambda}) \cdot \dot{\gamma}(\tau) + (2\pi\tilde{\lambda})^2 \cdot \gamma(\tau) = (2\pi\tilde{\lambda})^2 \cdot \theta(\tau) \quad (35)$$

$$\frac{\Gamma(s)}{\Theta(s)} = \frac{(2\pi\tilde{\lambda})^2}{s^2 + 2\zeta(2\pi\tilde{\lambda})s + (2\pi\tilde{\lambda})^2} \quad (36)$$

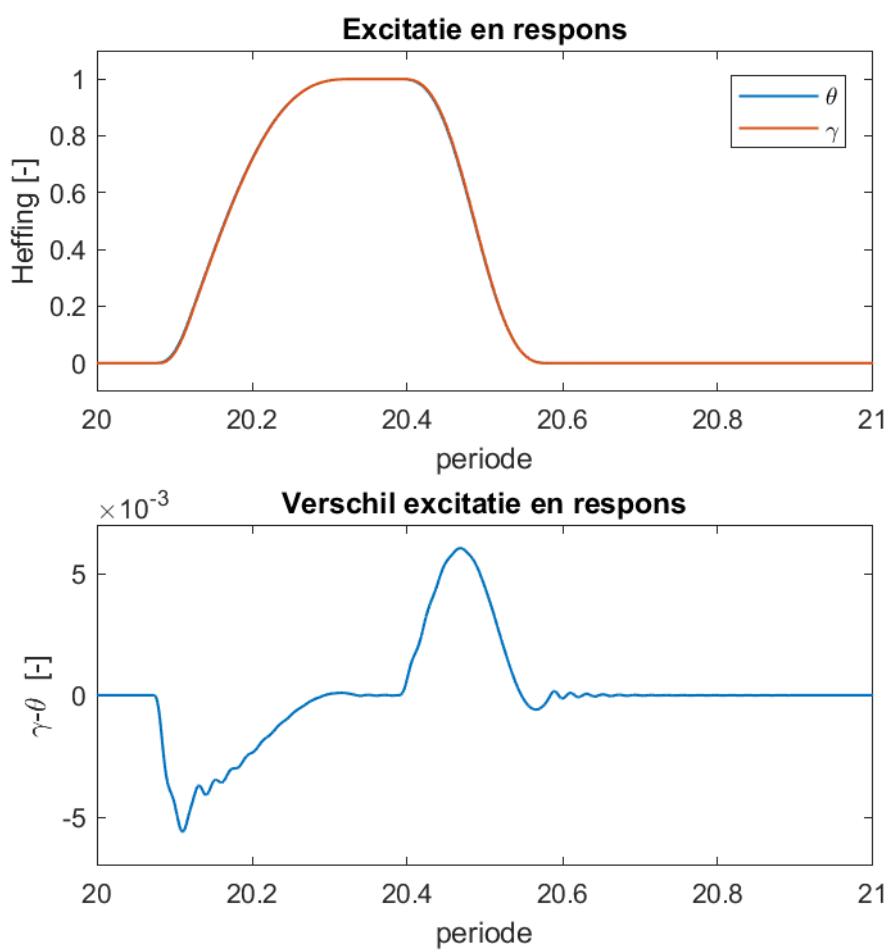
We bepalen de nieuwe $\tilde{\lambda}$ met de volgende formule:

$$\lambda' = \frac{T}{t_n} = \frac{2s}{0.041s} = 48.23$$

Met $t_n = t_1/\lambda$, waarbij $t_1 = 0.389$ en $\lambda = 9.38$, zie hierboven.

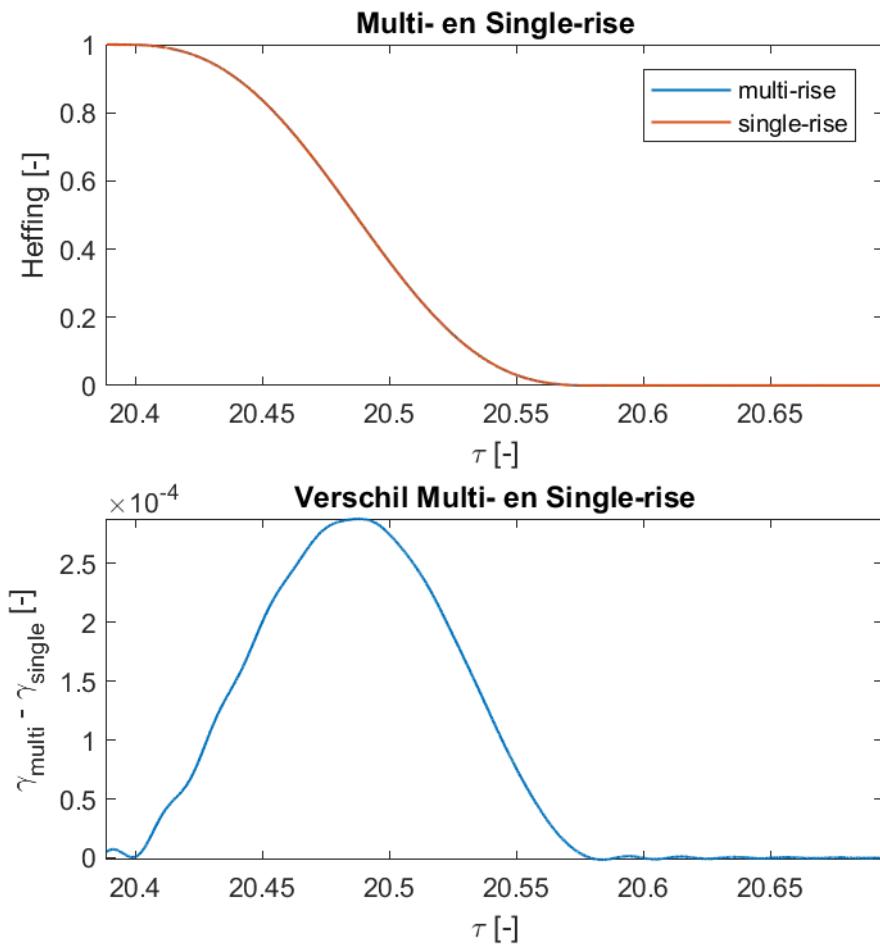
Met behulp van matlab kunnen we opnieuw een numerieke simulatie maken van de volgerbeweging in functie van de tijd, aan de hand van de nieuwe transferfunctie. Het systeem start deze keer wel uit rust omdat we de gehele heffing beginnen vanuit stilstand beschouwen. Deze simulatie is terug te vinden in het corresponderend matlab bestand.

De resultaten van de multi-rise analyse zijn terug te vinden in figuur 30. Om de multirise te analyseren willen we het overgangsverschijnsel dat zich voordoet bij de opstart, en dus de eerste paar toeren van de nok, vermijden. Dit doen we door niet de allereerste periode te beschouwen maar wel de 20ste periode. De nok is bijgevolg al 20 toeren lang aan het draaien en telkens dezelfde hefwet aan het uitvoeren, waardoor het overgangsverschijnsel met zekerheid is uitgedempt. Op deze manier bereiken we de regimetoestand. Dit is duidelijk zichtbaar in de grafieken. De eerste grafiek toont de excitatie en respons voor de periode 20-21. Hierop zijn nog geen grote verschillen zichtbaar. Het verschil tussen excitatie en respons wordt pas duidelijk in de onderste grafiek. Het verschil tussen de opgelegde hefwet en de effectieve volgerbeweging is duidelijk zeer klein, namelijk van een orde 10^{-3} .

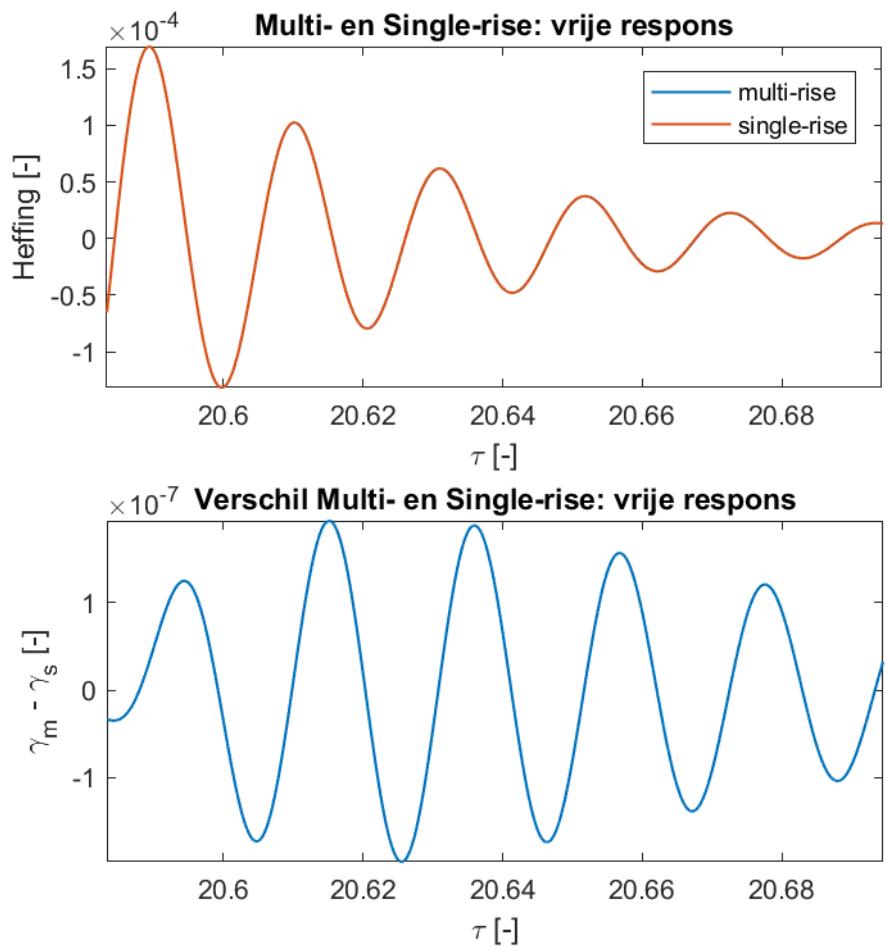


Figuur 30: Multi rise analyse.

Vergelijking single- en multi-rise De vergelijking tussen de multi-rise en single rise analyse wordt in figuren 31 en 32 weergegeven. In figuur 31 worden de single rise en multi rise analyse met elkaar vergeleken voor het gebied van de meest kritische heffing. In de eerste grafiek is nog geen duidelijk verschil merkbaar. Pas in de grafiek eronder, waar het verschil tussen multi- en single rise staat geplot, is er een verschil merkbaar. Dit verschil is echter zeer klein, namelijk van grootorde 10^{-4} . In figuur 32 vergelijken we de single rise analyse voor $\tau > 1$ met het overeenkomstig gebied uit de multi rise analyse, dit slaat dus op het vrije respons gedeelte na de heffing. Dit ook weer na 20 periodes om zeker te zijn dat de regimetoestand is bereikt voor de multi-rise analyse. In de eerste grafiek is nog steeds geen duidelijk verschil merkbaar. Pas in de grafiek eronder, waar het verschil tussen multi- en single rise staat geplot, is er een verschil merkbaar. Dit verschil is echter zeer klein, namelijk van grootorde 10^{-7} .

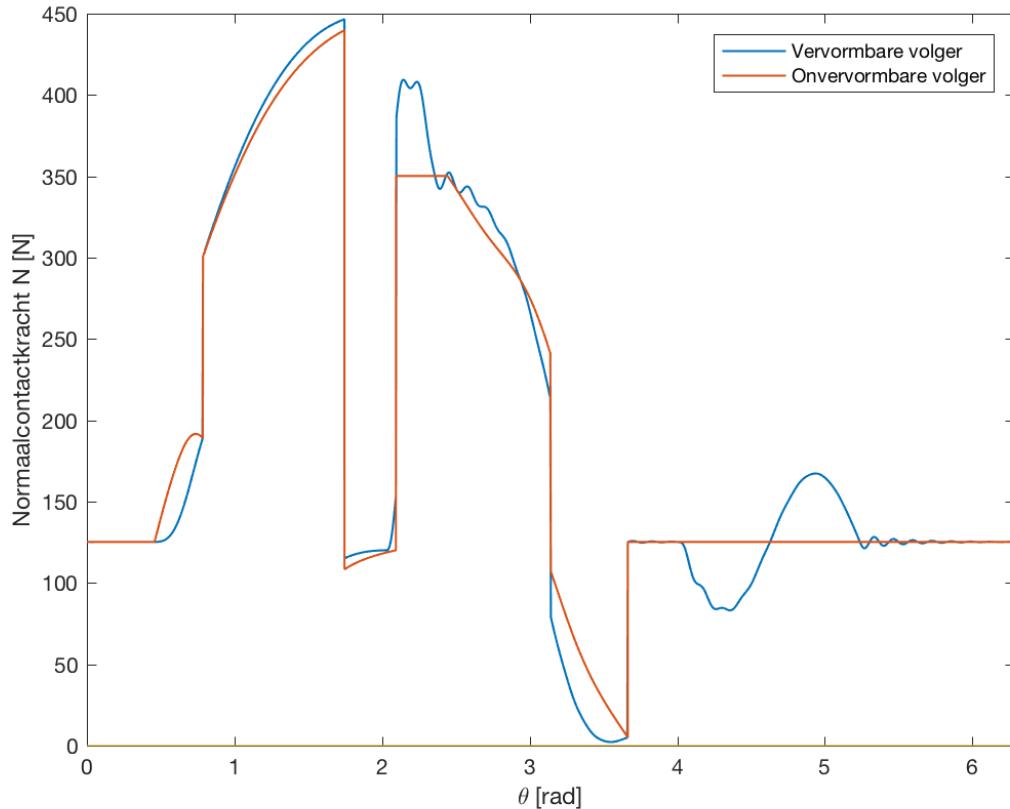


Figuur 31: Vergelijking Multi- en Single-rise analyse.



Figuur 32: Vergelijking Multi- en Single-rise analyse: vrije respons gedeelte.

Contactkracht Vervolgens kan de nieuwe normaalkracht tussen nok en volger berekend worden met de resultaten van de multi rise analyse. Hiervoor moet wel een periode gekozen worden waar het overgangsverschijnsel al sterk verminderd is. Figuur 33 geeft deze contactkracht weer naast de contactkracht berekend in eerdere secties. De dynamica van het systeem blijft garanderen dat de contactkracht nergens negatief is. Bijgevolg blijft er contact tussen de nok en volger en is het niet nodig om een nieuwe veer te dimensioneren.



Figuur 33: Vergelijking contactkrachten.

6 Besluit

Dit verslag doorloopt een volledige bespreking voor een nok-volgersysteem met als vertrekpunt de gestelde opgave. Als eerste wordt er een hefwet (heffingen met cycloïden) bepaald met hoge continuïteit en lage acceleratie, die de nok zal uitvoeren. Op basis van een opgestelde hefwet, wordt de benodigde geometrie van nok en volger bepaald. Beperking hierbij zijn de maximale drukhoek en vermijden van ondersnijding. Resultaten van deze berekeningen zijn steekcirkelstraal, basisstraal en looprolstraal. Uitgaande van een concrete belasting met functionele krachten, worden dan de rigid-body krachten geanalyseerd. Bovendien dient de volger steeds in contact te staan met de nok. Het dimensioneren van een veer met een bepaalde veerconstante en voorspanning is daarvoor vereist. Uitgaande van de resulterende krachten op het systeem, in combinatie met de beweging, kan een verloop van het ogenblikkelijk vermogen worden opgesteld, en bijhorend gemiddeld vermogen. Dit geeft onafhankelijk van de excentriciteit een gelijk resultaat. Om snelheidsvariaties te beperken wordt tenslotte een vliegwiel ontworpen die dient als een energiebuffer. Door de volger vervolgens niet meer te beschouwen als oneindig stijf, leunt het geheel dichter aan bij de realiteit. De berekening van de responsie van de equivalente volgermassa op de heffing gebeurt via het Laplace domein. Voor zowel de single rise als de multi rise analyse wordt er nagegaan dat het overgangsverschijnsel uitdempt en dat het contact tussen nok en volger ten allen tijde verzekerd werd.

Verwijzingen in dit verslag zijn naar de cursus van het vak “Beweging en Trillingen”, deel 1- Beweging, van J. De Schutter, F. De Groot, B. Demeulenaere, M. Verschuure.