Lista 3 - Mineração

Victor Alves Dogo Martins, RA: 744878 Ana Beatriz Alves Monteiro, RA: 727838
Larissa Torres, RA: 631914

14-08-2022

Itens 1 e 2

Para a transformação das variáveis categóricas (`US`, `Urban` e `ShelveLoc`) em dummies, utilizamos a função `model.matrix()`, que as transforma automaticamente e são apresentadas da seguinte maneira:

- **US:** transformada na variável X_{USYes}:

$$X_{USYes} = \begin{cases} 1, \text{caso a loja estiver localizada nos EUA;} \\ 0, \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- **Urban:** transformada na variável $X_{UrbanYes}$:

$$X_{UrbanYes} = \begin{cases} 1, \text{caso a loja estiver localizada na zona urbana;} \\ 0, \text{caso contrário.} \end{cases}$$

- **ShelveLoc:** transformada nas variáveis $X_{ShelveLocGood}$ $X_{ShelveLocMedium}$:

$$X_{ShelveLocGood} = \begin{cases} 1, \text{caso o produto tiver localização boa na prateleira;} \\ 0, \text{caso contrário.} \end{cases}$$

$$X_{ShelveLocMedium} = \begin{cases} 1, \text{caso o produto tiver localização média na prateleira;} \\ 0, \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Por outro lado, como feito na Lista 2, a divisão do banco de dados entre treino e teste foi feita com o auxílio da função `initial_split()` do pacote `{rsample}`:

```
## Lendo pacotes

set.seed(1)

library(progress)
library(tidyverse)
library(rsample)
library(knitr)
```

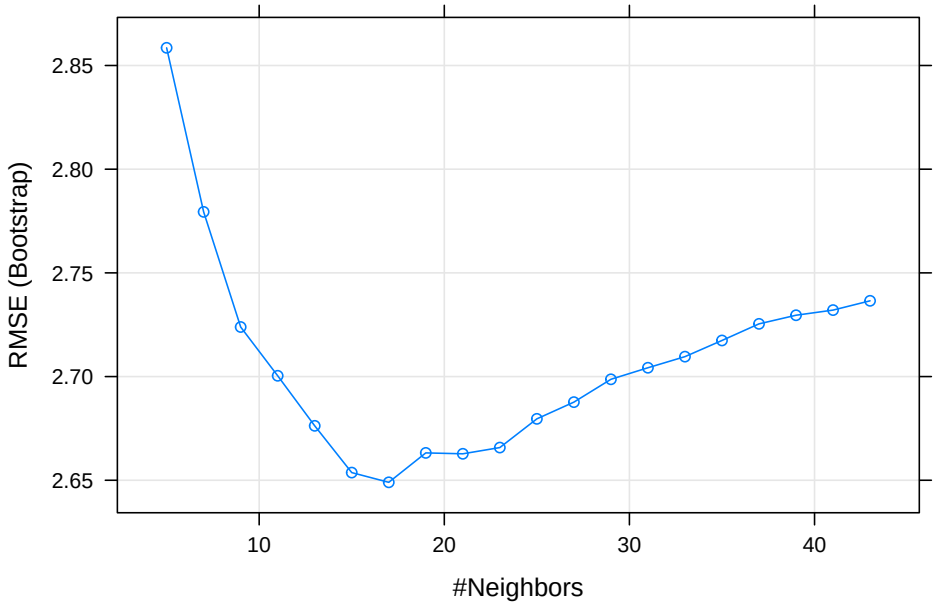
```r
library(kableExtra)
library(caret)
library(FNN)
library(rpart)
library(rpart.plot)
library(randomForest)
library(locfit)
library(pdp)

## Definindo funcao de risco (utilizada na lista 2)

funcao_risco <- function(y_pred, y_obs){

  w <- (y_pred-y_obs)^2
  sigma <- var(w)
  risco <- mean(w)
  liminf <- risco - (2*sqrt((1/length(w))*sigma))
  limsup <- risco + (2*sqrt((1/length(w))*sigma))

  return(data.frame(risco, liminf, limsup))
}

## Lendo Dados

df <- ISLR::Carseats |>
  mutate(US=as.factor(US),
         Urban=as.factor(Urban),
         ShelveLoc=as.factor(ShelveLoc))

## Divisão entre treino e teste

split <- initial_split(df, prop=0.6)

tre <- training(split)
tes <- testing(split)

x_tre <- model.matrix(Sales~., tre)
y_tre <- tre[,1]

x_tes <- model.matrix(Sales~., tes)
y_tes <- tes[,1]
```

Item 3

KNN

O KNN ou vizinho mais proximo tem como objetivo auxiliar no problema de predição usando classificação. Para isso é calculada a quantidade ótima de agrupamento de k vizinhos mais próximos. Isso possibilita que o número de venda de cadeirinhas de determinada observação seja predito usando a proximidade de outras k observações. Sendo assim, um ponto importante é calcular quantos vizinhos são necessários de serem considerados a fim de minimizar o risco estimado. Por isso, realizamos a validação cruzada dentro de nosso grupo de treino, com código disponibilizado a seguir:

```r
### ITEM 3

## KNN

# Realizando calculo do melhor K

ajuste_knn <- train(
  x=x_tre,
  y=y_tre,
  method = 'knn',
  tuneLength = 20
)

# Plotando grafico de K vs Risco

plot(ajuste_knn)
```




```r
paste0('O melhor K é: ', ajuste_knn$bestTune)
```

```
## [1] "O melhor K é: 17"
```

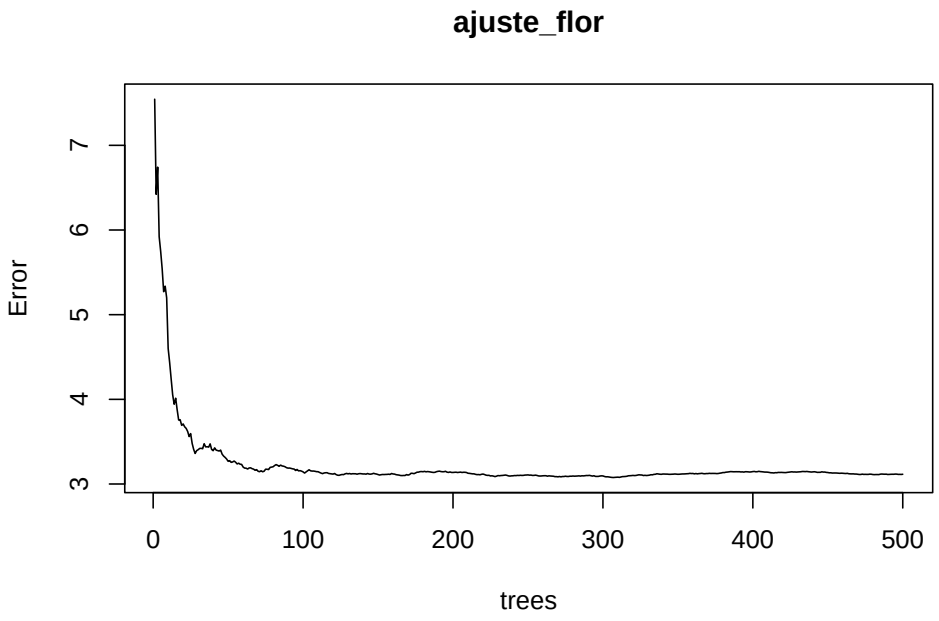
Com o gráfico acima e o resultado apresentado via função `paste0`, nosso k ótimo é igual a 17. Seguindo a lógica, para encontrar a quantidade de cadeirinhas vendidas de uma nova observação seriam utilizadas 17 vizinhos (observações) para realizar a predição com o melhor risco estimado.

Florestas Aleatórias

Florestas Aleatórias é um método utilizado para melhorar a predição de uma árvore cujo o método é classificatório, assim sendo mais simples e sujeito a maiores erros. Com isso, são realizados os ajustes de diversas

árvores sendo que, para cada ajuste, escolhe-se aleatoriamente um número de variáveis disponíveis no banco de dados. O número de variáveis escolhidas é sempre menor do que o número de variáveis disponíveis. Por serem escolhidas de forma aleatória, temos árvores com baixa correlação entre si e gerando predições cada vez melhores.

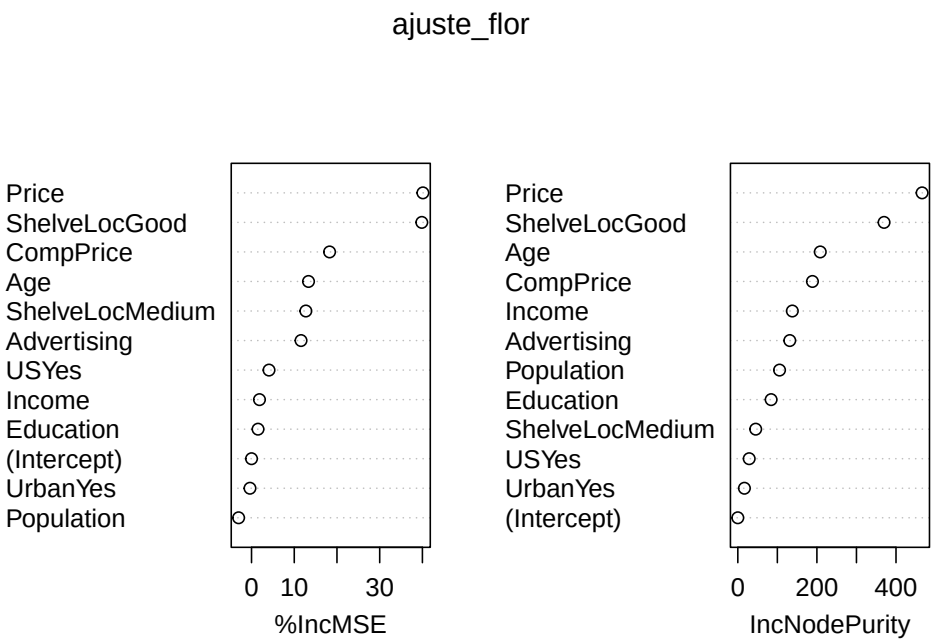
```
## Floresta Aleatória

# Realizando Ajuste

ajuste_flor <- randomForest(x=x_tre, y=y_tre, mtry = round(ncol(df)/3),
                            importance=TRUE)

# Ajuste x Numero de Arvores

plot(ajuste_flor)
```



Após realizar o ajuste temos a função de risco: note que o erro cai rapidamente a medida que vamos aumentando o número de árvores geradas, estabilizando a partir de 200 árvores geradas. Isso acontece porque, na medida em que aumentamos o número de árvores, aumentamos a correlação dos dados. Alguns sorteios podem acabar se repetindo, acontecendo principalmente quando temos poucas variáveis disponíveis.

Para mensurar o nível de importância, podemos observar o quanto o risco estimado diminuí ao adicionarmos uma variável específica.

```
# Importancia

varImpPlot(ajuste_flor)
```



Acima, temos que as variáveis que mais discriminam a variável resposta, ou seja, de maiores níveis de significância são o preço e a boa localização. Ao adicionarmos uma dessas duas variáveis no "crescimento" da árvore ou na sua composição, temos riscos menores.

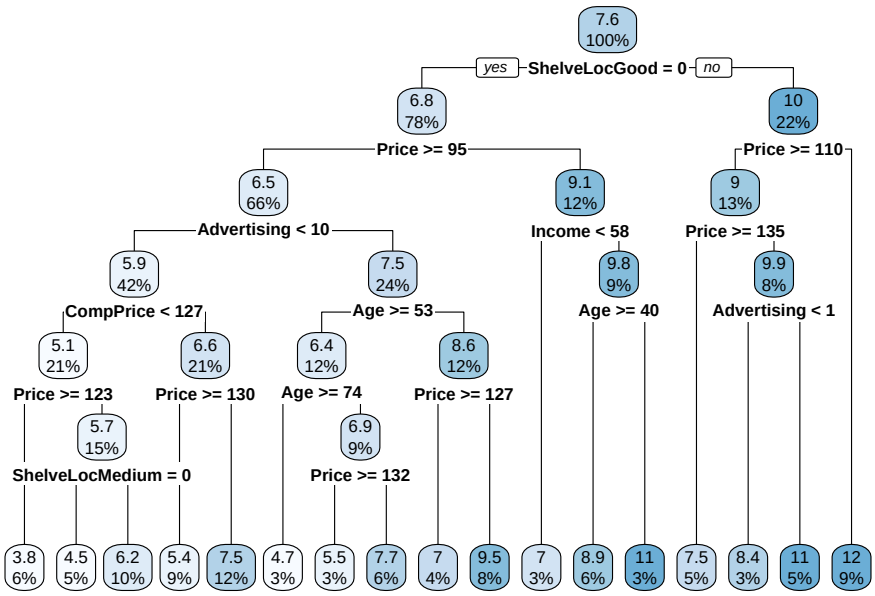
Árvore de Regressão

A árvore de regressão é um método não paramétrico classificatório que consiste em realizar uma divisão no espaço das covariáveis de acordo com a variável resposta. As condições são chamadas de nós, gerando as folhas que contém a média da variável resposta relacionada à variável preditora contida naquele grupo.

```
## Árvore de Regressão

tre_arv <- data.frame(y_tre, x_tre[,-1])
```

Com o auxílio da função "rpart" foi gerada a árvore e, para a sua poda, foi considerado o melhor cp obtido através do componente "cptable". Com a poda da árvore controlamos a variância, o número de observações em cada folha e possível superajuste.

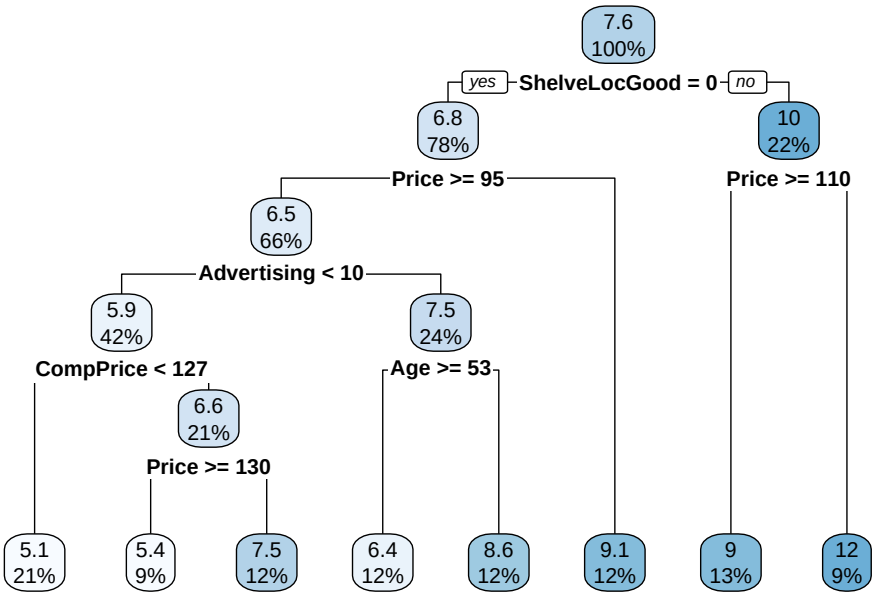
```
# Ajustando para melhor cp automatico

ajuste_arv <- rpart(y_tre~., data=tre_arv, method='anova')
melhor_cp <- ajuste_arv$cptable[which.min(ajuste_arv$cptable[,'xerror']),'CP']
ajuste_arv <- prune(ajuste_arv, cp=melhor_cp)

rpart.plot(ajuste_arv)
```



Assim, temos a primeira árvore obtida, onde a mais pura quebra é dada pela a variável "Boa localização na prateleira ", sendo que o produto estar em uma boa localização tem uma média de venda de 10 e não estar resulta em uma venda média igual a 6.8. Em seguida, a árvore realiza a quebra em mais 6 variáveis distintas, sendo que a primeira folha da esquerda apresenta o pior grupo com uma média de 3.8, e a primeira folha da direita apresenta a melhor média de venda de cadeirinhas igual a 12. Note que existem algumas inversões entre a pior e a melhor folha, e junto a isso temos algumas folhas com poucas observações.

A poda da árvore pode resultar em quebras melhores, e é o que faremos a seguir:

```
# Ajustando para melhor cp na mão

ajuste_arv <- rpart(y_tre~., data=tre_arv, method='anova')
ajuste_arv <- prune(ajuste_arv, cp=0.027)

rpart.plot(ajuste_arv)
```



Após realizarmos a poda, temos uma árvore com melhores quebras, uma interpretação mais clara, menos variáveis e melhor ordenação da média de vendas do produto.

Foram geradas 8 classificações ordenadas sendo que a pior classificação tem a média igual a 5.1 e a melhor classificação tem a média equivalente a 12. Interpretando em termos do problema, o produto não estar em uma boa localização tem uma média de vendas de 6.8, o que piora essa venda para 6.5 caso o preço for maior ou igual a 95. O investimento em propaganda ser maior do que 10 pode impulsionar a média de vendas para 7.5; em contrapartida, se o investimento em propaganda for menor do que 10, a média piora para 5.9. Por fim, o produto ser vendido por mais de 127 despenca a média de vendas para 5.1. A interpretação é análoga para os outros ramos da árvore.

Nadaraya-Watson

Pelo que foi visto em sala de aula, sabemos que a função de regressão ajustada via Nadaraya-Watson é dada por:

$$g(x) = \sum_{i=1}^{n} w_i(x) \cdot y_i$$

Onde x é uma observação do conjunto de teste, y_i é a i-ésima variável resposta do conjunto de treino e w_i é o i-ésimo peso referente à i-esima observação do conjunto de treino e a observação do teste utilizada. w_i, especificamente, mede o quão parecido x é com a i-ésima observação do conjunto de treino, e é dado por:

$$w_i(x) = \frac{K(x, x_i)}{\sum_{j=1}^{n} K(x, x_j)}$$

Onde K é a função kernel (em nosso caso, utilizaremos o Kernel Gaussiano), x_i é a i-ésima observação do conjunto de treino e x é uma observação do conjunto de teste. A soma no numerador da fração é a soma dos resultados da função K para todas as observações do treino com a observação nova do teste, funcionando como uma constante de normalização.

A função Kernel Gaussiana é dada por:

$$K(x, x_i) = (\sqrt{2\pi h^2})^{-1} \exp\left\{-\frac{d^2(x, x_i)}{2h^2}\right\}$$

Onde $d(x, x_i)$ é a distância euclidiana da observação x do conjunto de teste e a i-ésima observação do treino e h é um *tuning-parameter* que escolheremos por validação cruzada.

Como orientado, tivemos que ajustar esta metodologia com uma função própria, e abaixo seguem os códigos utilizados devidamente comentados (tanto o do ajuste quanto o da escolha do *tuning-parameter*).

```
## Nadaraya-Watson

# Função de Ajuste do NW

nw_func <- function(x_tes, x_tre, y, h){

  # Normalizando covariaveis de treino e teste

  x_tes <- scale(x_tes)
  x_tre <- scale(x_tre)

  # Definindo Kernel Gaussiano

  k <- function(h,d){(1/(h*sqrt(2*pi)))*exp(-0.5* (d/h)^2)}

  # Calculando matriz de distancia euclidiana (linha=i-esima obs. de teste,
                                               #coluna=j-esima obs. de treino)

  dis <- fields::rdist(x_tes[,-1], x_tre[,-1])

  # Definindo vetor vazio para y predito

  y_pred <- numeric(ncol(x_tes))

  # Para cada i-esima linha do conjunto de teste...

  for (i in 1:nrow(dis)) {

    # Criando vetor vazio para resultado dos kernels

    kx <- numeric(ncol(dis))

    # Para cada j-esima linha do conjunto de treino...

    for (j in 1:ncol(dis)) {

      # Calculando j-esimo kernel com base em h e distancia entre i-esima obs do teste e
      # j-esima obs do treino

      kx[j] <- k(h, dis[i,j])

    }
```

```
    # Calculando vetor de pesos

    wx <- kx/sum(kx)

    # Calculando i-esimo y predito

    y_pred[i] <- sum(wx*y)

  }

  # Retornando y preditos

  return(y_pred)

}
```

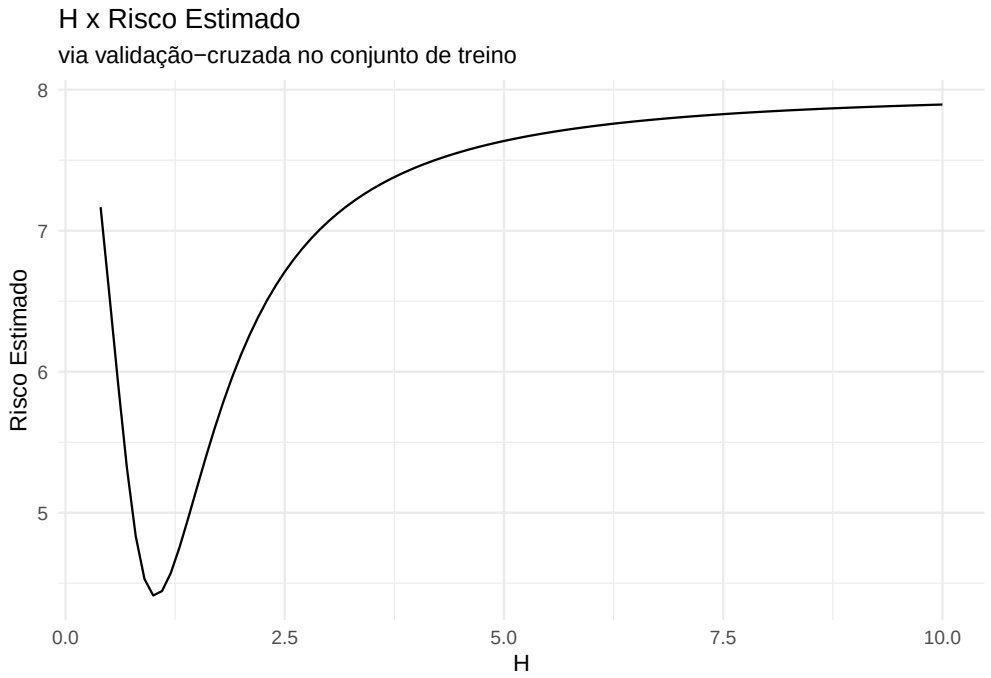
```
# Funcao de melhor h via validacao cruzada no treino

melhor_h_nw <- function(x_tre, y_tre, seed=1){

  set.seed(seed)

  # Embaralhando dados

  df <- data.frame(y_tre,x_tre)
  df <- df[sample(1:nrow(df)),]

  # Definindo kfolds com k=5

  size <- round(nrow(df)/5)

  # Lista com cada fold

  kfoldlist <- list(
    df[1:size,],
    df[(size+1):(2*size),],
    df[(2*size+1):(3*size),],
    df[(3*size+1):(4*size),],
    df[(4*size+1):(5*size),]
  )

  # Definindo vetor de h para ser testado

  h <- seq(0.4,10,0.1)

  # Dataframe com resultados

  result <- data.frame(
    h=h,
    risco=numeric(length(h))
  )

  # Barra de progresso
```

```
  pb <- progress_bar$new(
    total=length(h),
    format = "[:bar] :percent eta: :eta  elapsed: :elapsed")

  for (jj in 1:length(h)) {

    hresult <- numeric(5)

    for (ii in 1:5) {

      # Definindo conjunto de treino e teste para i-esima iteracao

      df_tre <- do.call(rbind.data.frame, kfoldlist[-ii])

      df_tes <- kfoldlist[[ii]]

      # Ajustando

      ypred <- nw_func(x_tes=df_tes[,-1],
                       x_tre=df_tre[,-1],
                       y=df_tre[,1],
                       h=h[jj])

      # Calculando risco

      hresult[ii] <- funcao_risco(y_pred=ypred, y_obs=df_tes[,1])$risco[1]

    }

    # Risco medio do j-esimo h

    result$risco[jj] <- mean(hresult)

    pb$tick()
    Sys.sleep(1 / length(h))

  }

  # Retornando data.frame com resultados

  return(result)

}
```

Com a função definida, primeiramente visualizaremos de que forma o risco estimado via validação cruzada no conjunto de treino se comporta com relação ao parâmetro h, escolhendo o valor que retorna o melhor risco.

```
# Calculando risco para cada H

resultados_h <- melhor_h_nw(x_tre=x_tre,y_tre=y_tre)

resultados_h |>
```

```
  ggplot()+
  aes(x=h,y=risco)+
  geom_line()+
  labs(x='H', y='Risco Estimado',
       title='H x Risco Estimado',
       subtitle = 'via validação-cruzada no conjunto de treino')+
  theme_minimal()
```




```
# Encontrando melhor H

paste0('O melhor H é: ', resultados_h[resultados_h$risco==min(resultados_h$risco),][1])
```

```
## [1] "O melhor H é: 1"
```

Ainda que não fique tão claro pelo gráfico, dada a quantidade de valores, temos que a função criada nos retornou um valor ótimo de $h = 1$. Assim, podemos prosseguir para o ajuste.

```
# Realizando ajuste Nadaraya-Watson com melhor H

ajuste_nw <- nw_func(x_tes, x_tre, y_tre,
                     h=resultados_h[resultados_h$risco==min(resultados_h$risco),]$h)
```

Item 4

Abaixo, utilizaremos a função de risco da forma definida na Lista 2:

```r
### ITEM 4

funcao_risco <- function(y_pred, y_obs){

  w <- (y_pred-y_obs)^2
  sigma <- var(w)
  risco <- mean(w)
  liminf <- risco - (2*sqrt((1/length(w))*sigma))
  limsup <- risco + (2*sqrt((1/length(w))*sigma))

  return(data.frame(risco, liminf, limsup))
}

# Apresentando riscos e ICs com 95% de confiança para cada ajuste

tibble(
  `Variável`=c("Risco Estimado", "Limite Inferior", "Limite Superior"),
  `Nadaraya-Watson`=as.numeric(funcao_risco(ajuste_nw, y_tes)),
  `KNN`=as.numeric(funcao_risco(predict(ajuste_knn, x_tes), y_tes)),
  `Floresta Aleatória`=as.numeric(funcao_risco(predict(ajuste_flor, x_tes), y_tes)),
  `Árvore de Regressão`=as.numeric(funcao_risco(predict(ajuste_arv,
                                                        data.frame(x_tes)), y_tes))
) |>
  kable('latex', align='cccc',
        caption = 'Risco e Intervalos de Confiança para Ajustes') |>
  kable_styling(position="center",
                latex_options="HOLD_position")
```

Table 1: Risco e Intervalos de Confiança para Ajustes

Variável	Nadaraya-Watson	KNN	Floresta Aleatória	Árvore de Regressão
Risco Estimado	3.925197	7.337696	3.050677	4.863114
Limite Inferior	3.033761	5.746294	2.221421	3.764944
Limite Superior	4.816633	8.929098	3.879933	5.961284

Dentre os métodos ajustados nesta lista, o que apresentou melhor desempenho foi o ajuste via Florestas Aleatórias, com risco estimado de 3.05, com 95% de confiança que o risco esteja entre 2.22 e 3.87 (assim, apresentando a menor amplitude intervalar). Após ele, o ajuste via Nadaraya-Watson apresentou desempenho relativamente bom, com risco estimado de 3.92 e 95% de confiança de que ele está entre 3.03 e 4.82.

Se comparados aos métodos da lista anterior, apresentam desempenho inferior (MQ e Lasso demonstraram risco estimado de aproximadamente 1.2). Isso se dá pelo fato de estarmos tratando, nesta lista, de métodos menos específicos para a regressão (comumente utilizados para classificação). Por outro lado, ajustes via Mínimos Quadrados e com penalização via Lasso são mais adequados para estes fins e que, no geral, retornam melhores predições no contexto de regressão.

Item 5

Para este item, procederemos de forma similar ao que foi feito anteriormente, mas realizando validação cruzada e calculando apenas a estimativa pontual do risco para os quatro métodos trabalhados. Isso foi realizado através de um *loop*, e os códigos utilizados estão disponibilizados a seguir:

```r
### ITEM 5

set.seed(1999)

# Embaralhando dados

df_k <- df[sample(1:nrow(df)),]

# Separando 5 lotes

size <- round(nrow(df_k)/5)

kfoldlist <- list(
  df_k[1:size,],
  df_k[(size+1):(2*size),],
  df_k[(2*size+1):(3*size),],
  df_k[(3*size+1):(4*size),],
  df_k[(4*size+1):(5*size),]
)

# Calculando risco para cada metodo

result_kfold <- data.frame(
  `Método`=c('KNN', 'Nadaraya-Watson', 'Árvore de Regressão', 'Floresta Aleatória'),
  `Risco`=numeric(4)
)

knn <- numeric(5)
nw <- numeric(5)
arv <- numeric(5)
flor <- numeric(5)

for (ii in 1:5) {

  # Definindo dados de treino e de teste

  df_tre <- do.call(rbind.data.frame, kfoldlist[-ii])

  df_tes <- kfoldlist[[ii]]

  x_tre <- model.matrix(Sales~., df_tre)
  y_tre <- df_tre[,1]

  x_tes <- model.matrix(Sales~., df_tes)
  y_tes <- df_tes[,1]

  # Realizando ajustes

  ## KNN

  aj_knn <- train(
    x=x_tre,
    y=y_tre,
```

```
    method = 'knn',
    tuneLength = 20
  )

  aj_knn <- knn.reg(train=x_tre, test=x_tes, y=y_tre, k=aj_knn$bestTune$k)

  ## Floresta Aleatória

  aj_flor <- randomForest(x=x_tre, y=y_tre, mtry = round(ncol(df)/3),
                          importance=TRUE)

  ## Árvore de Regressão

  tre_arv <- data.frame(y_tre, x_tre[,-1])

  aj_arv <- rpart(y_tre~., data=tre_arv, method='anova')
  melhor_cp <- aj_arv$cptable[which.min(aj_arv$cptable[,'xerror']),'CP']
  aj_arv <- prune(aj_arv, cp=melhor_cp)

  ## Nadaraya Watson

  melhor_h <- melhor_h_nw(x_tre, y_tre, seed=12)

  aj_nw <- nw_func(x_tes, x_tre, y_tre,
                   h=melhor_h[melhor_h$risco==min(melhor_h$risco),]$h)

  # Calculando risco

  knn[ii] <- funcao_risco(aj_knn$pred, y_tes)$risco
  nw[ii] <- funcao_risco(aj_nw, y_tes)$risco
  arv[ii] <- funcao_risco(predict(aj_arv, data.frame(x_tes)), y_tes)$risco
  flor[ii] <- funcao_risco(predict(aj_flor, x_tes), y_tes)$risco

}

result_kfold[1,2] <- mean(knn)
result_kfold[2,2] <- mean(nw)
result_kfold[3,2] <- mean(arv)
result_kfold[4,2] <- mean(flor)

result_kfold |>
  kable('latex', align='cc',
        caption = 'Risco estimado para ajustes com validação cruzada de 5 lotes') |>
  kable_styling(position="center",
                latex_options="HOLD_position")
```

Table 2: Risco estimado para ajustes com validação cruzada de 5 lotes

Método	Risco
KNN	6.939318
Nadaraya-Watson	3.798340
Árvore de Regressão	4.612563
Floresta Aleatória	2.789174

Assim como anteriormente, o ajuste com melhor desempenho preditivo foi o feito via Florestas Aleatórias, com risco estimado de aproximadamente 2.789. O segundo método com melhor desempenho preditivo também foi o Nadaraya Watson neste caso, com risco estimado de aproximadamente 3.798. Os ajustes via KNN e Árvore de Regressão apresentaram desempenho pior, com valores próximos ao que foi obtido anteriormente.

Item 6

Os gráficos PDP (Gráficos de Dependência Parcial) representam de que forma os valores de uma covariável influenciam nas predições, permitindo que nós identifiquemos de que forma modelos do tipo caixa-preta (como é o caso do KNN e das Florestas Aleatórias) se comportam.

A curva do PDP para uma covariável i é dada por:

$$h_i(x) = \frac{1}{n}\sum_{j-1}^{n} g(x_{j'1}, ..., x_{j'i-1}, x, x_{j'i+1}, ..., x_{j'd})$$

Abaixo, seguem as curvas de dependência parcial para todas as covariáveis dos dois métodos solicitados no enunciado.

```
### ITEM 6

# Graficos de CompPrice e Income

flor1 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='CompPrice'),
                              scale=0.8)
knn1 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='CompPrice'))

flor2 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Income'),
                              scale=0.8)
knn2 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Income'))

gridExtra::grid.arrange(flor1, knn1, flor2, knn2, ncol=2)
```

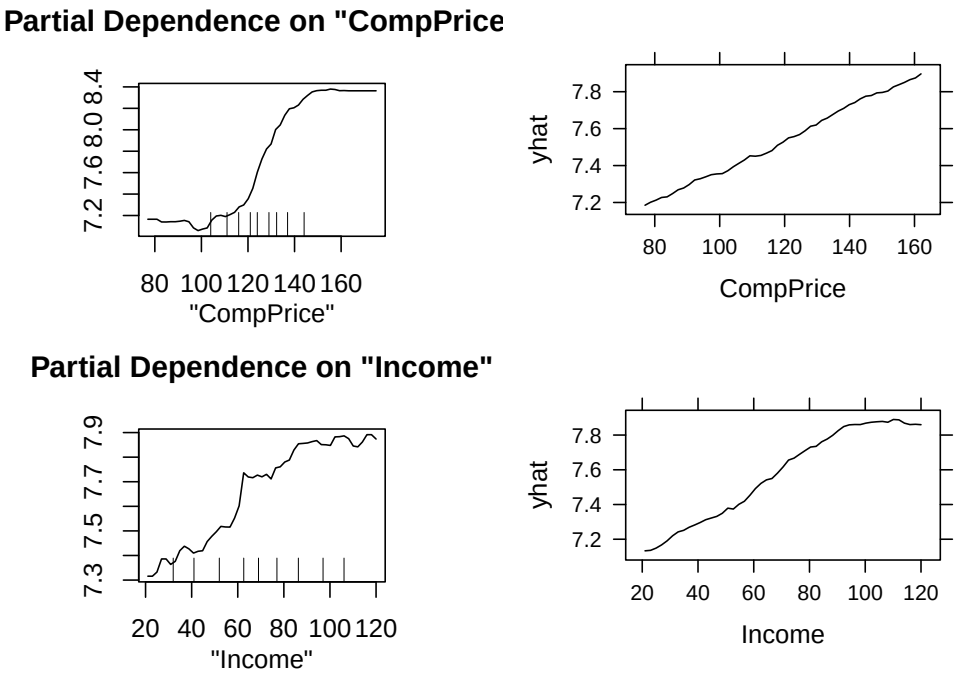


Figure 1: PDP para variáveis CompPrice (Linha 1) e Income (Linha 2) de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Acima, temos que em todos os casos as covariáveis apresentam relação crescente positiva, ou seja, as predições crescem à medida que as variáveis 'Income' e 'CompPrice' também crescem. Para o caso do KNN (na segunda coluna de gráficos), a relação observada apresenta comportamento muito mais próximo do linear do que podemos observar no caso do ajuste via Florestas Aleatórias. No entanto, vale ressaltarmos que isso não significa que o modelo KNN é melhor (algo que pudemos comprovar com os riscos estimados nas questões anteriores).

```
# Graficos de Advertising e Population

flor3 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Advertising'),
                              scale=0.8)
knn3 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Advertising'))

flor4 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Population'),
                              scale=0.8)
knn4 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Population'))

gridExtra::grid.arrange(flor3, knn3, flor4, knn4, ncol=2)
```

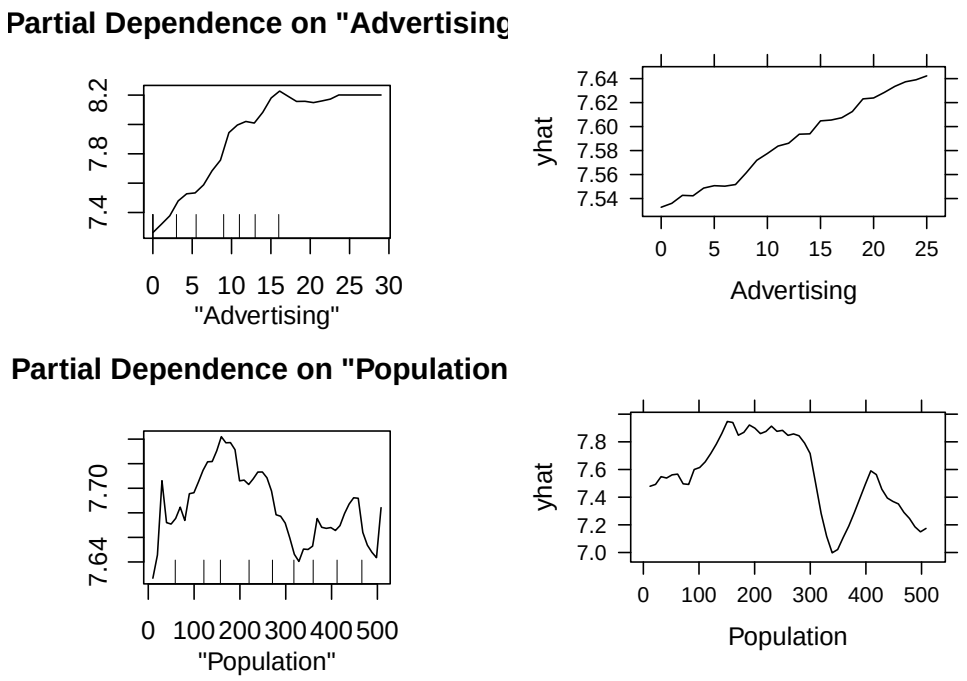


Figure 2: PDP para variáveis Advertising (Linha 1) e Population (Linha 2) de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Para a variável 'Advertising' em Florestas Aleatórias, é possível notar uma estabilidade a partir dos 15 mil em gastos de publicidade. Enquanto que, para KNN, é uma reta quase que perfeitamente linear. Em ambos os ajustes, temos que há uma relação crescente positiva entre a variável e as predições de vendas de cadeirinhas.

Já observando a população para ambos os casos, há uma queda logo após 300 mil e uma subida perto dos 400 mil na predição da variável resposta. Não existe relação crescente ou decrescente óbvia, com observações variando ao longo do eixo x correspondente aos valores da variável 'Population'.

```
# Gráficos de Price e Age

flor5 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Price'),
                              scale=0.8)
knn5 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Price'))

flor6 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Age'),
                              scale=0.8)
knn6 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Age'))

gridExtra::grid.arrange(flor5, knn5, flor6, knn6, ncol=2)
```

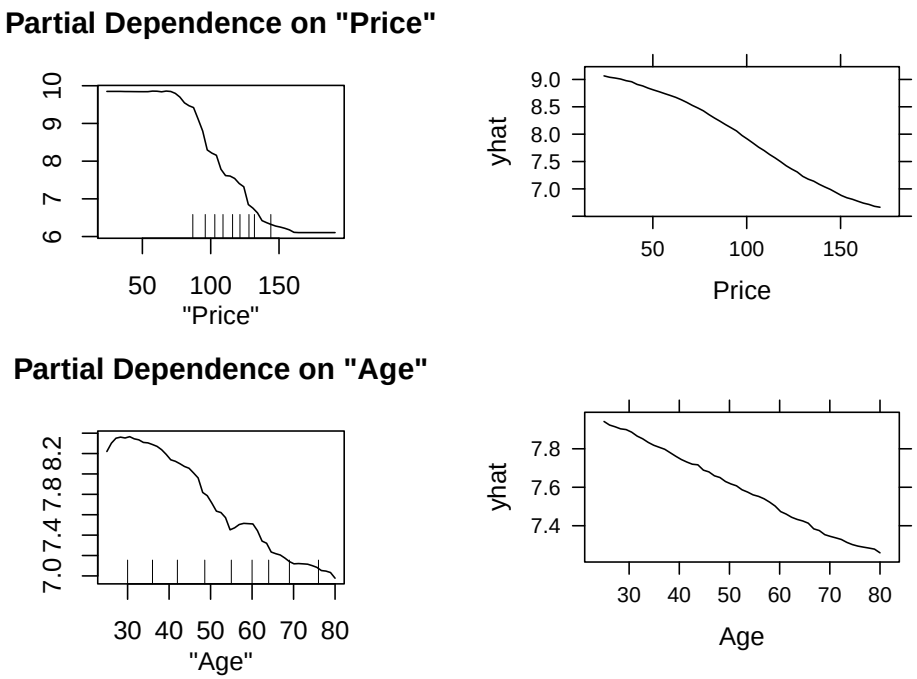


Figure 3: PDP para variáveis Price (Linha 1) e Age (Linha 2) de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Já as variáveis 'Price' e 'Age' apresentam uma relação inversa: à medida que as variáveis aumentam, as predições da variável resposta 'Sales' caem. Em relação aos dois métodos, quando olhamos para preço, o gráfico de Floresta Aleatória apresenta uma constante nos extremos enquanto que o KNN apresenta uma reta praticamente linear. Para a variável 'Age', observam-se algumas pequenas inversões entre queda e aumento para Florestas Aleatórias, já o KNN apresenta uma linha linear decrescente.

```
# Gráficos de Education e ShelveLocGood

flor7 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='Education'),
                              scale=0.8)
knn7 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='Education'))

flor8 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre,
                                           x.var='ShelveLocGood'), scale=0.8)
knn8 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='ShelveLocGood'))

gridExtra::grid.arrange(flor7, knn7, flor8, knn8, ncol=2)
```

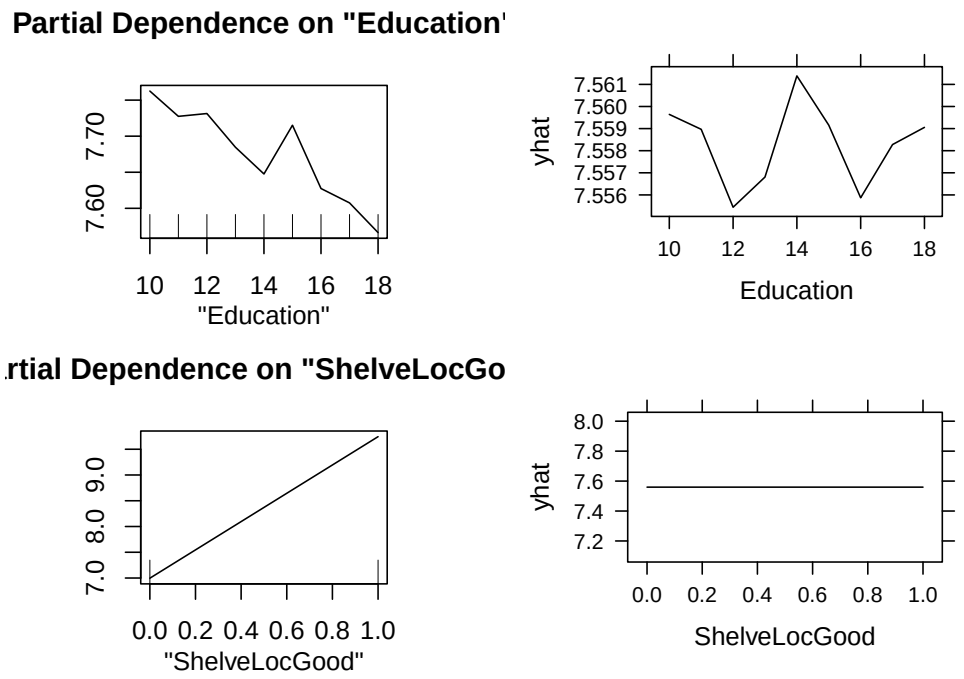


Figure 4: PDP para variáveis Education (Linha 1) e ShelveLocGood (Linha 2) de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Na figura acima, temos que a variável 'Education' apresentou relação decrescente em relação às predições da variável 'Sales', ou seja, o ajuste via Florestas Aleatórias interpreta que as vendas de cadeiras infantis diminuem na medida que os anos de escolaridade aumentam. No caso da variável 'ShelveLocGood', temos uma relação inversa: se a localização nas prateleiras for boa, as vendas aumentam.

Já para o ajuste via KNN, temos que a variável 'Education' não apresenta relação homogênea, com as vendas de carrinhos aumentando e diminuindo, mas principalmente indicando que escolaridades muito baixas e muito altas apresentam padrão de compras parecidos. No caso da variável 'ShelveLocGood', não há nenhuma influência.

```
# Gráficos de ShelveLocMedium e UrbanYes

flor9 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre,
                                           x.var='ShelveLocMedium'), scale=0.8)
knn9 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='ShelveLocMedium'))

flor10 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='UrbanYes'),
                               scale=0.8)
knn10 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='UrbanYes'))

gridExtra::grid.arrange(flor9, knn9, flor10, knn10, ncol=2)
```

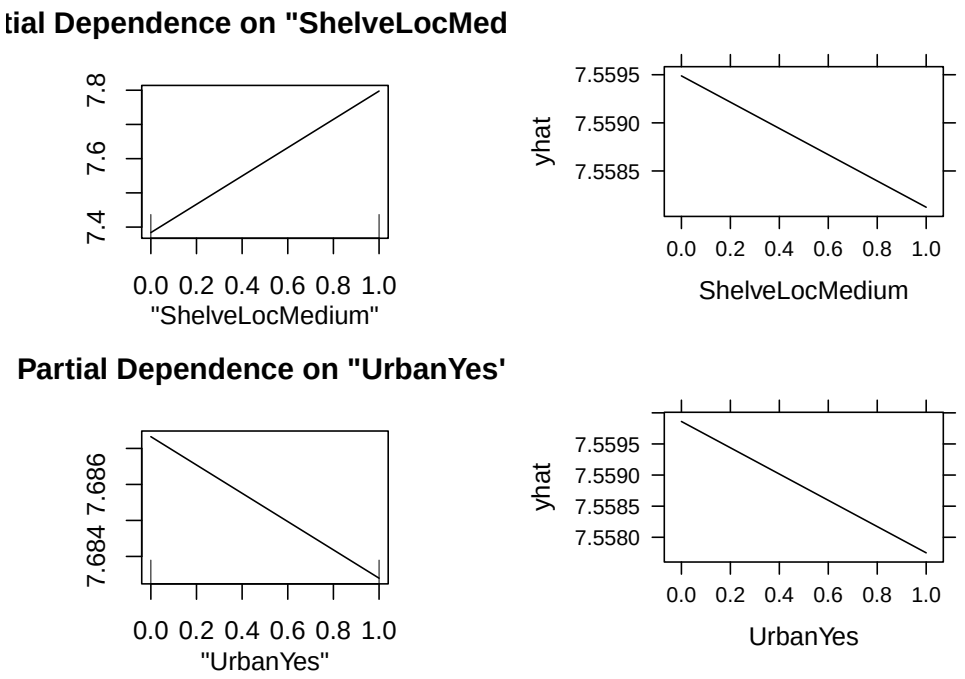


Figure 5: PDP para variáveis ShelveLocMedium (Linha 1) e UrbanYes (Linha 2) de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Para o ajuste via Florestas Aleatórias, temos que a localização nas prateleiras de qualidade média (pela variável 'ShelveLocMedium') faz crescer a predição do número de vendas, bem como a variável 'UrbanYes' nos indica que o número de vendas cai se uma cidade for de zona urbana.

Já no caso do ajuste via KNN, temos que a localização nas prateleiras de qualidade média faz cair a predição do número de vendas. Da mesma forma, a predição do número de vendas também cai se uma cidade for de zona urbana, segundo o ajuste via KNN.

```
# Gráficos de USYes

flor11 <- ggplotify::as.ggplot(~partialPlot(ajuste_flor, pred.data=x_tre, x.var='USYes'),
                               scale=0.8)
knn11 <- plotPartial(pdp::partial(ajuste_knn, pred.var='USYes'))

gridExtra::grid.arrange(flor11, knn11, ncol=2)
```

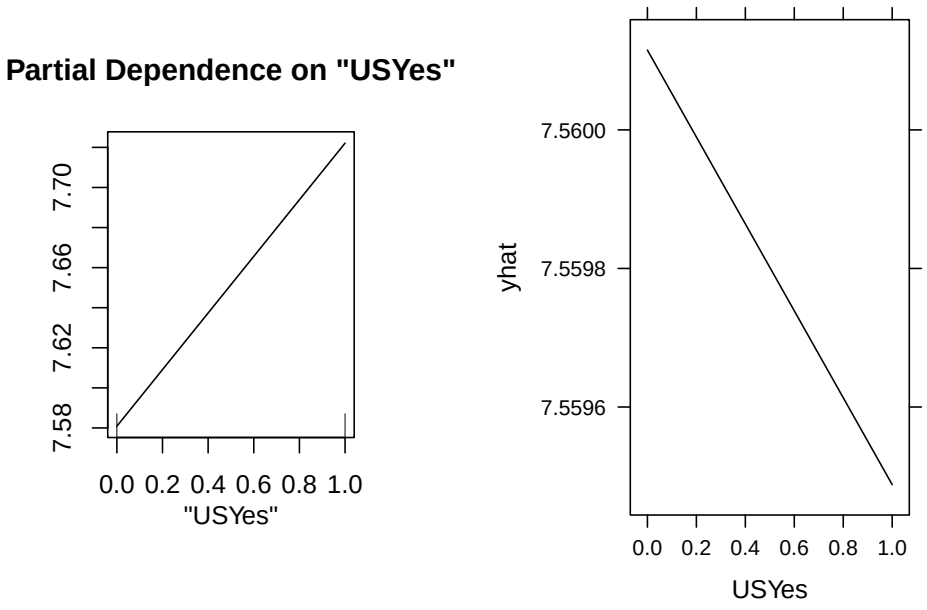


Figure 6: PDP para variável USYes de florestas aleatórias (Coluna 1) e KNN (Coluna 2)

Na variável 'USYes', o comportamento fica oposto para os dois métodos já que, na Floresta Aleatória é crescente e para o KNN é descrescente. Em termos do problema, segundo Florestas Aleatórias, temos que as vendas de cadeirinhas aumentam se uma loja estiver nos EUA, e o contrário no KNN. Isso está relacionado ao fato de estarmos tratando de uma variável categórica e, como o KNN é calculado baseado em distâncias, a tendência é que a predição não seja tão boa. No geral, é interessante confiarmos mais nos comportamentos observados no ajuste via Florestas Aleatórias dado que este método apresentou menor risco estimado.