Combinaciones Permutaciones y Conteo

Autor: Víctor Manuel Muñoz Espinal
Facultad de ingeniería de sistemas, Universidad tecnológica de Pereira, Pereira, Colombia
Correo-e: victor.munoz1@utp.edu.co

***Resumen*— En las siguientes páginas se define que es y cómo funciona “las combinaciones, permutaciones y las técnicas de conteo” también algunos ejemplos de este tipo, este documento es con fines netamente académicos.**

Palabras clave— combinaciones, permutaciones, conteo.

***Abstract*—**
The following pages define what "combinations, permutations and counting techniques" are and how they work. Also some examples of this type, this document is for purely academic purposes.

***Key Word* — combinations, permutations, counting**

I. INTRODUCCIÓN

Este documento se realizó con el fin de enseñar que es combinaciones permutaciones y técnicas de conteo a principiantes en el área de la informática.

Se realizó Indagando en los diferentes medios y archivos de los cuales pudiéramos obtener la información oportuna para analizar por medio de la técnica de la observación, y así poder exponer el tema con casos reales.

II. CONTENIDO

1. **COMBINACONES.**
   1.1. ejemplos de combinaciones.
2. **PERMUTACIONES.**
   2.1. ejemplos de permutaciones.
3. **TECNICAS DE CONTEO.**
   3.1. Ejemplos de técnicas de conteo.

Fecha de Recepción: (Letra Times New Roman de 8 puntos)
Fecha de Aceptación: Dejar en blanco

1) COMBINACIONES

Se llama **combinaciones de m elementos tomados de n en n (m ≥ n)** a todas las agrupaciones posibles que pueden hacerse con los m elementos de forma que:
No entran todos los elementos.
No importa el orden.
No se repiten los elementos.

$$C_m^n = \frac{V_m^n}{P_n}$$

También podemos calcular las **combinaciones** mediante **factoriales**:

$$C_m^n = \frac{m!}{n!(m-n)!}$$

Las **combinaciones** se denotan por C_m^n o $C_{m,n}$

1.1) Ejemplos

1. Calcular **el número de combinaciones** de 10 elementos tomados de 4 en 4.

$$C_{10}^4 = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1} = 210$$

$$C_{10}^4 = \frac{10!}{4! \cdot 6!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8} \cdot 7 \cdot \cancel{6!}}{\cancel{4} \cdot 3 \cdot \cancel{2} \cdot 1 \cdot \cancel{6!}} = 10 \cdot 3 \cdot 7 = 210$$

2. En una clase de 35 alumnos se quiere elegir un comité formado por tres alumnos. ¿Cuántos comités diferentes se pueden formar?
No entran todos los elementos.
No importa el orden: Juan, Ana.
No se repiten los elementos.

$$C_{35}^3 = \frac{35 \cdot 34 \cdot 33}{3 \cdot 2 \cdot 1} = 6545$$

Combinaciones con repetición

Las **combinaciones con repetición de m elementos tomados de n en n (m ≥ n),** son los distintos grupos formados por n elementos de manera que:
No entran todos los elementos.
No importa el orden.
Sí se repiten los elementos.

$$CR_m^n = \binom{m+n-1}{n} = \frac{(m+n-1)!}{n!(m-1)!}$$

Ejemplo

En una bodega hay en un cinco tipos diferentes de botellas. ¿De cuántas formas se pueden elegir cuatro botellas?
No entran todos los elementos. Sólo elije 4..
No importa el orden. Da igual que elija 2 botellas de anís y 2 de ron, que 2 de ron y 2 de anís.
Sí se repiten los elementos. Puede elegir más de una botella del mismo tipo.

$$CR_5^4 = \frac{(5+4-1)}{4!(5-1)!} = \frac{9!}{5!\cdot 4!} = 126$$

2). PERMUTACIONES

Se llama permutaciones de m elementos (m = n) a las diferentes agrupaciones de esos m elementos de forma que:
Sí entran todos los elementos
Sí importa el orden
No se repiten los elementos

$$P_n = n!$$

2.1). Ejemplos:

1. Calcular las permutaciones de 6 elementos.
$P_6 = 6! = 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 720$
2. ¿Cuántos números de 5 cifras diferentes se puede formar con los dígitos: 1, 2, 3, 4, 5?
m = 5 n = 5
Sí entran todos los elementos
Sí importa el orden
No se repiten los elementos. El enunciado nos pide que las cifras sean diferentes

$$P_5 = 5! = 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 120$$

3. ¿De cuántas formas distintas pueden sentarse ocho personas en una fila de butacas?
Sí entran todos los elementos. Tienen que sentarse las 8 personas
Sí importa el orden
No se repiten los elementos. Una persona no se puede repetir

$$P_8 = 8! = 40320$$

3). CONCEPTO DE TECNICAS DE CONTEO.

Suponga que se encuentra al final de una línea de ensamble final de un producto y que un supervisor le ordena contar los elementos de un lote que se ha manufacturado hace unas horas y del que se desconoce el número de productos que lo constituyen, de inmediato usted empezará a contar un producto tras otro y al final informará al supervisor que son, 48, 54 u otro número cualquiera. Ahora suponga que ese mismo supervisor le plantea la siguiente pregunta ¿cuántas muestras o grupos será posible formar con los productos del lote, si las muestras o grupos a formar son de ocho elementos cada una de ellas?

En el primer caso el cuantificar los elementos del lote no presenta dificultad alguna para la persona encargada de hacerlo, pero cuando se le hace el segundo planteamiento, al tratar de formar las muestras o grupos de ocho elementos la persona encargada empezará a tener dificultad para hacerlo, en casos como este es necesario hacer uso de las técnicas de conteo para cuantificar los elementos del evento en cuestión (el número de muestras posibles a formar de ocho elementos), luego, ¿qué son las técnicas de conteo?

Las técnicas de conteo son aquellas que son usadas para enumerar eventos difíciles de cuantificar.

Ejemplos en los que definitivamente haremos uso de las técnicas de conteo serían:

-¿Cuántas comisiones pro limpieza del instituto se pueden formar si hay 150 alumnos que desean ayudar en esta tarea y se desea formar comisiones de ocho alumnos?

1. Las notas de pie de página deberán estar en la página donde se citan. Letra Times New Roman de 8 puntos

-¿Cuántas representaciones de alumnos pueden ser formadas a) si se desea que estas consten solo de alumnos de Ingeniería Química?, b) se desea que el presidente sea un químico?, c) se desea que el presidente y tesorero sean químicos? Para todos los casos, se desea que las representaciones consten de once alumnos.

-¿Cuántas maneras tiene una persona de seleccionar una lavadora, una batidora y dos licuadoras, si encuentra en una tienda 8 modelos diferentes de lavadoras, 5 modelos diferentes de batidoras y 7 modelos diferentes de licuadoras?

Se les denomina técnicas de conteo a: las combinaciones, permutaciones y diagrama de árbol, las que a continuación se explicarán y hay que destacar que éstas nos proporcionan la información de todas las maneras posibles en que ocurre un evento determinado.

Las bases para entender el uso de las técnicas de conteo son el principio multiplicativo y el aditivo, los que a continuación se definen y se hace uso de ellos

Principio multiplicativo
Si se desea realizar una actividad que consta de r pasos, en donde el primer paso de la actividad a realizar puede ser llevado a cabo de N1 maneras o formas, el segundo paso de N2 maneras o formas y el r-ésimo paso de Nr maneras o formas, entonces esta actividad puede ser llevada a efecto de;

N1 x N2 x ....x Nr maneras o formas

El principio multiplicativo implica que cada uno de los pasos de la actividad deben ser llevados a efecto, uno tras otro.

3.1). Ejemplos:

1) Una persona desea construir su casa, para lo cuál considera que puede construir los cimientos de su casa de cualquiera de dos maneras (concreto o block de cemento), mientras que las paredes las puede hacer de adobe, adobón o ladrillo, el techo puede ser de concreto o lámina galvanizada y por último los acabados los puede realizar de una sola manera ¿cuántas maneras tiene esta persona de construir su casa?

Solución:

Considerando que r = 4 pasos

N1= maneras de hacer cimientos = 2

N2= maneras de construir paredes = 3

N3= maneras de hacer techos = 2

N4= maneras de hacer acabados = 1

N1 x N2 x N3 x N4 = 2 x 3 x 2 x 1 = 12 maneras de construir la casa

El principio multiplicativo, el aditivo y las técnicas de conteo que posteriormente se tratarán nos proporcionan todas las maneras o formas posibles de como se puede llevar a cabo una actividad cualquiera.

2) ¿Cuántas placas para automóvil pueden ser diseñadas si deben constar de tres letras seguidas de cuatro números, si las letras deben ser tomadas del abecedario y los números de entre los dígitos del 0 al 9?, a. Si es posible repetir letras y números, b. No es posible repetir letras y números, c. Cuántas de las placas diseñadas en el inciso b empiezan por la letra D y empiezan por el cero, d. Cuantas de las placas diseñadas en el inciso b empiezan por la letra D seguida de la G.

Solución:

a. Considerando 26 letras del abecedario y los dígitos del 0 al 9

26 x 26 x 26 x 10 x 10 x 10 x 10 = 75,760,000 placas para automóvil que es posible diseñar

b. 26 x 25 x 24 x 10 x 9 x 8 x 7 = 78,624,000 placas para automóvil

c. 1 x 25 x 24 x 1 x 9 x 8 x 7 = 302,400 placas para automóvil

d. 1 x 1 x 24 x 10 x 9 x 8 x 7 = 120,960 placas para automóvil

3) ¿Cuántos números telefónicos es posible diseñar, los que deben constar de seis dígitos tomados del 0 al 9?, a. Considere que el cero no puede ir al inicio de los números y es posible repetir dígitos, b. El cero no debe ir en la primera posición y no es posible repetir dígitos, c. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso b empiezan por el número siete?, d. ¿Cuántos de los números telefónicos del inciso b forman un número impar?.

Solución:

a. 9 x 10 x 10 x 10 x 10 x 10 = 900,000 números telefónicos

b. 9 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 = 136,080 números telefónicos

c. 1 x 9 x 8 x 7 x 6 x 5 = 15,120 números telefónicos

d. 8 x 8 x 7 x 6 x 5 x 5 = 67,200 números telefónicos

Principio aditivo
Si se desea llevar a efecto una actividad, la cuál tiene formas alternativas para ser realizada, donde la primera de esas alternativas puede ser realizada de M maneras o formas, la segunda alternativa puede realizarse de N maneras o formas ..... y la última de las alternativas puede ser realizada de W maneras o formas, entonces esa actividad puede ser llevada a cabo de,

M + N + ...+ W maneras o formas.

1. Las notas de pie de página deberán estar en la página donde se citan. Letra Times New Roman de 8 puntos

III. CONCLUSIONES

- **Durante este tiempo has podido descubrir las bases de las combinaciones, permutaciones y técnicas de conteo sin embargo, esto no es más que el principio. Son muchos los conceptos que has aprendido hasta ahora, y todavía quedan muchos otros por descubrir.**

REFERENCIAS

- https://openclassrooms.com
- https://programarfacil.com
- www.monografias.com
- www.superprof.es

1. Las notas de pie de página deberán estar en la página donde se citan. Letra Times New Roman de 8 puntos