

Prof. Assis

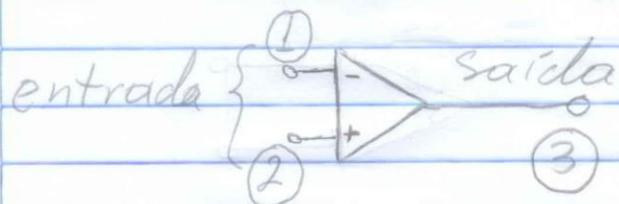
Notas de Aula VI.3

Amplificador Operacional (AO)

- Amplificador Operacional ideal
- Circuitos Básicos com AO.
- Amplificador Operacional Real
- Efeito do produto GanhoxBandwidth finito e das características de resposta em frequência em malha aberta
- Filtros ativos com o AO

Amplificador Operacional ideal

Símbolo

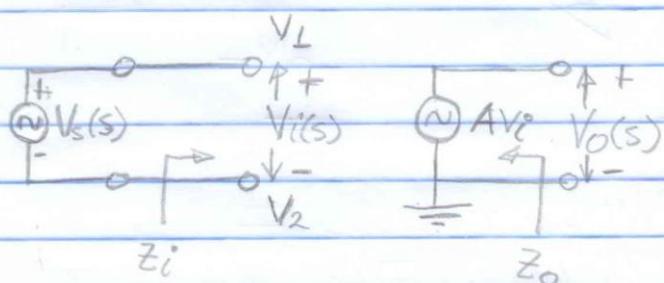


1 - entrada inversora

2 - entrada não-inversora

3 - saída

Modelo ideal



Características do AO ideal:

- $z_i = \infty$
- $z_o = 0$
- $A = \infty$ (Ganho de tensão)
- Se $V_1 = 0$ e $V_2 = 0 \Rightarrow V_o = 0$ (Simetria)
- $B = \infty$ (Bandala)
- $G_B = \infty$ ($A \cdot B$ - Ganho x Bandala)

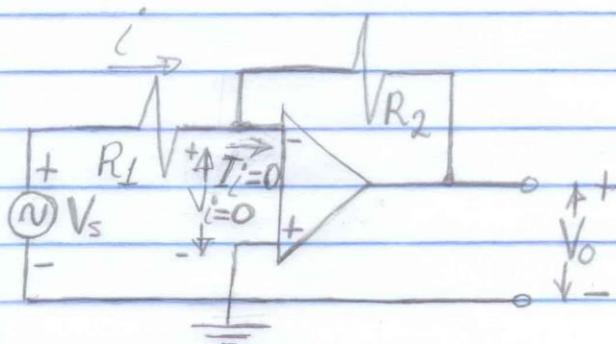
Leis do AO ideal

1 - Nenhuma corrente flui pelos terminais de entrada.

2 - Não há queda de tensão entre os dois terminais de entrada.

$$V_i = V_1 - V_2 = 0.$$

Amplificador Inversor



Aplicando equação de malha tem-se:

$$V_i(s) = 0; I_i(s) = 0 \Rightarrow \text{Leis do AO ideal}$$

$$-V_s(s) + R_1 i + R_2 i + V_o(s) = 0 \quad (1)$$

$$-V_s(s) + R_1 i + V_i = 0 \quad (2)$$

$$\text{de (2)} \quad i = \frac{V_s}{R_1} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (1)

$$V_o(s) = V_s(s) - (R_1 + R_2) \frac{V_s(s)}{R_1}$$

Logo:

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Outra solução para o circuito por meio de equações nodais

$$\frac{\{V_i(s) - V_s(s)\}}{R_1} + \frac{\{V_i(s) - V_o(s)\}}{R_2} = 0$$

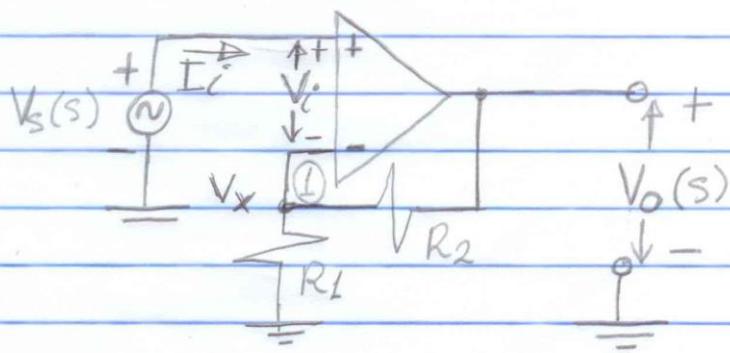
Como $V_i(s) = 0$

$$-\frac{V_s(s)}{R_1} - \frac{V_o(s)}{R_2} = 0$$

Logo:

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -\frac{R_2}{R_1}$$

Amplificador Não-inversor



$$V_i = 0; I_i = 0 \Rightarrow \text{Leis do AO}$$

Escrivendo as equações do circuito

$$-V_s(s) + V_i(s) + V_x(s) = 0$$

$$V_x = V_s$$

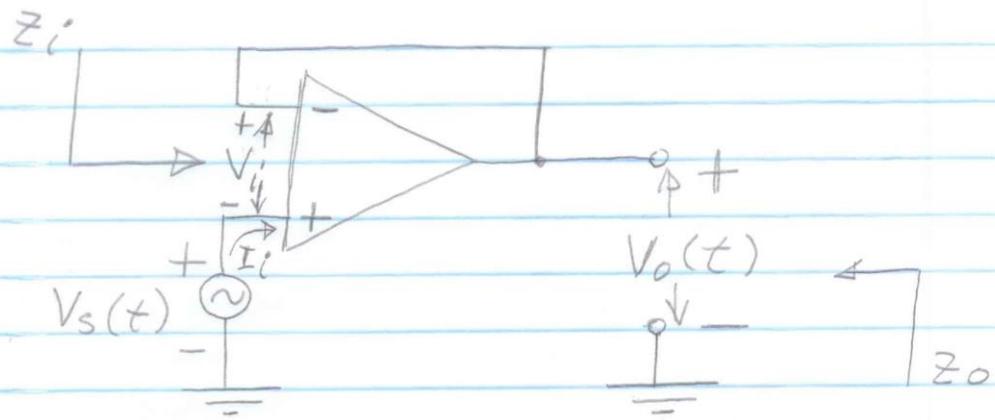
Escrivendo a equação nodal para o nó 1

$$\frac{V_s(s)}{R_1} + \left\{ V_s(s) - V_o(s) \right\} \frac{1}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_o(s)}{R_2} = \left(\frac{1}{R_L} + \frac{1}{R_2} \right) V_s(s)$$

$$A_V(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{R_2}{R_L} + 1$$

— / / — / / —
seguidor de Tensão (Buffer)



sabe-se que:

$$V_i(s) = 0 \text{ e } I_i(s) = 0$$

Construindo a equação de malha de $V_s(s)$ para $V_o(s)$

$$-V_s(s) - V_i(s) + V_o(s) = 0$$

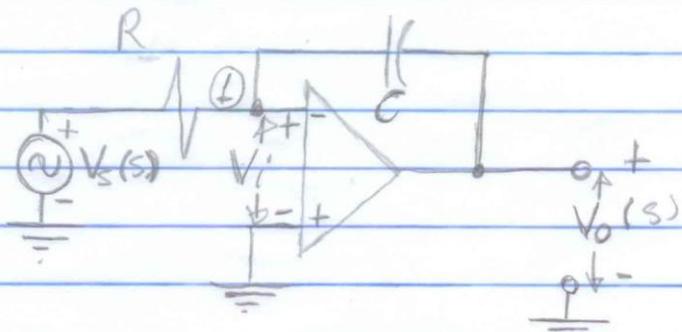
logo

$$V_o(s) = V_s(s)$$

$$\text{e } Z_i = \infty$$

$$Z_o = 0$$

Circuito Integrador



Aplicando eq. nodais para o no^o 1

$$\frac{\{V_i(s) - V_s(s)\}}{R} + \{V_i(s) - V_o(s)\} sC = 0$$

$V_i(s) = 0 \Rightarrow$ Lei do AO ideal

$$-\frac{V_s(s)}{R} = -V_o(s) sC$$

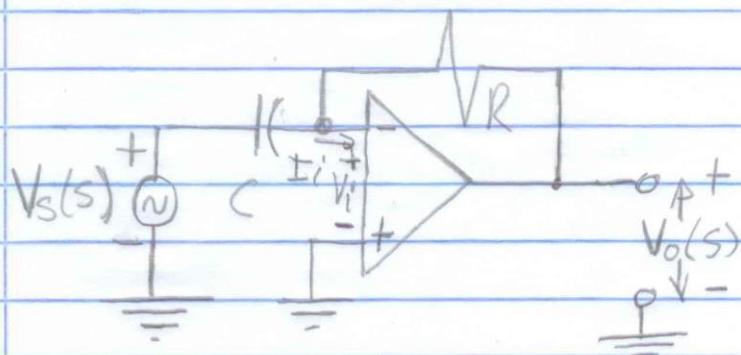
$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-1}{sRC}$$

ou, no domínio do tempo

$$\mathcal{L}^{-1}\{V_o(s)\} = -\frac{1}{RC} \mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{1}{s} V_s(s)\right\}$$

$$v_o(t) = -\frac{1}{RC} \int v_s(t) dt$$

Circuito Derivador



$$V_i = 0; I_i = 0$$

$$(V_i - V_s) sC + (V_i - V_o) \frac{1}{R} = 0$$

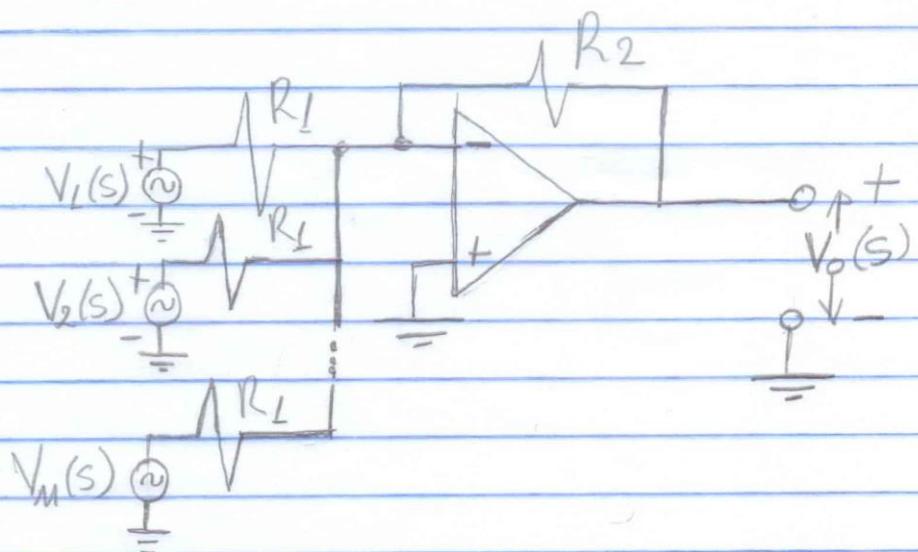
$$A V(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = -SRC$$

ou, no domínio do tempo

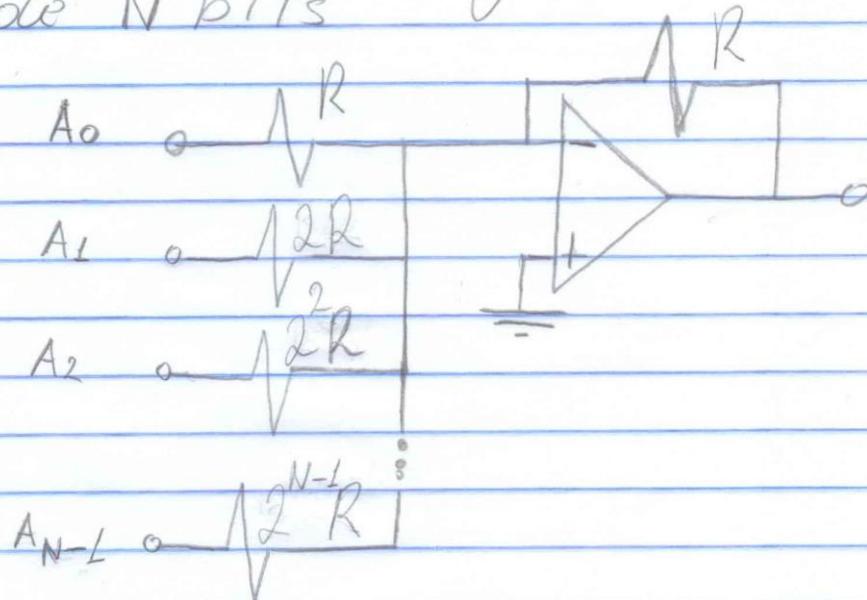
$$\mathcal{L}^{-1}\{V_o(s)\} = -RC \mathcal{L}^{-1}\{sV_s(t)\}$$

$$V_o(t) = -RC \frac{dV_s(t)}{dt}$$

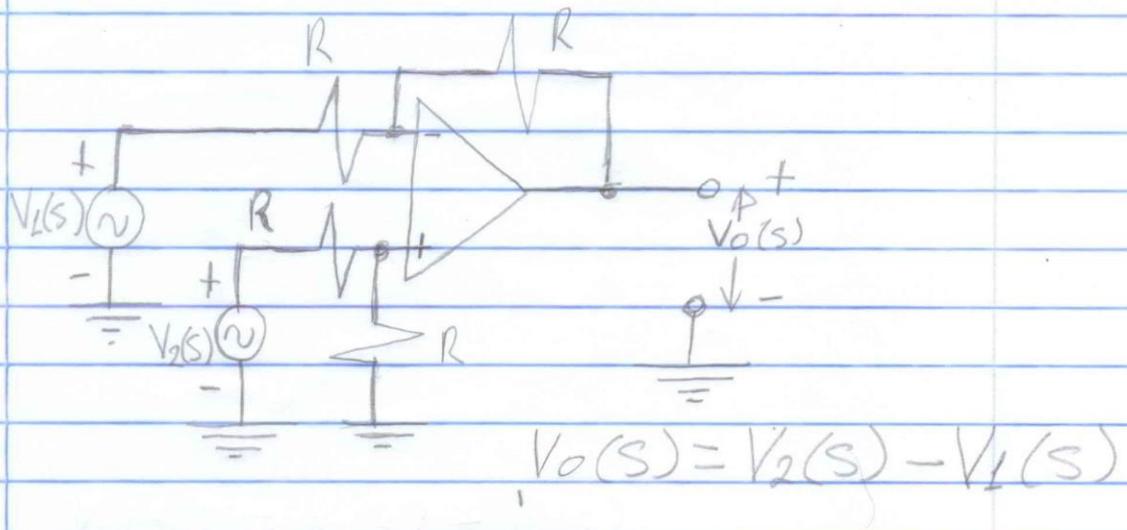
Circuito somador



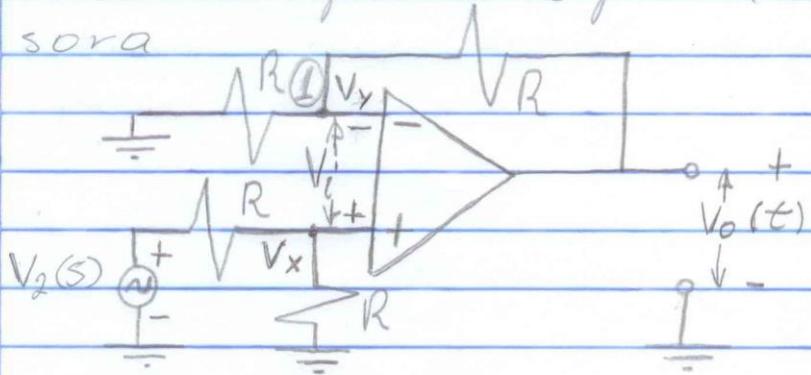
Conversor Digital/Análogo
de N bits



Amplificador da diferença



Análise para a porta não-inversora



$V_i(s) = 0 \Rightarrow$ Lei do AO ideal.

Construindo a equação de malha para o circuito e entraida do AO, resulta

$$\begin{cases} -V_x(s) + V_i(s) + V_y(s) = 0 \\ V_x(s) = \frac{1}{2} V_2(s) \end{cases}$$

Logo: $V_x(s) = V_y(s) - \frac{1}{2} V_2(s)$

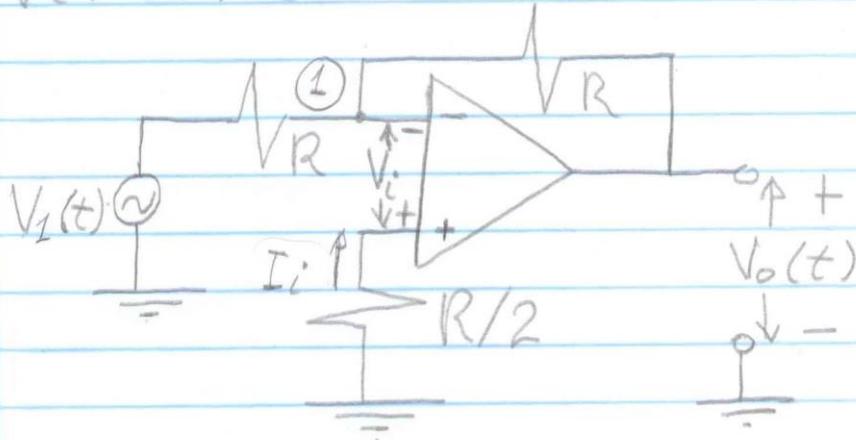
Aplicando equações nodais para o nó 1 obtém-se

$$\frac{1}{2} V_2(s) \cdot \frac{1}{R} + \left\{ \frac{1}{2} V_2(s) - V_o(s) \right\} \frac{1}{R} = 0$$

$$V_2(s) \frac{1}{R} = V_o(s) \frac{1}{R}$$

$$\text{Logo } V_o(s) = V_2(s)$$

Análise para a porta inversora



$V_i(s) = 0$ e $I_i(s) = 0 \Rightarrow$ Leis do AO ideal

Aplicando eq. nodais sobre o nó 1

$$\left\{ -V_i(s) - V_1(s) \right\} \frac{1}{R} + \left\{ -V_i(s) - V_o(s) \right\} \frac{1}{R} = 0$$

$$-V_1(s) \frac{1}{R} - V_o(s) \frac{1}{R} = 0$$

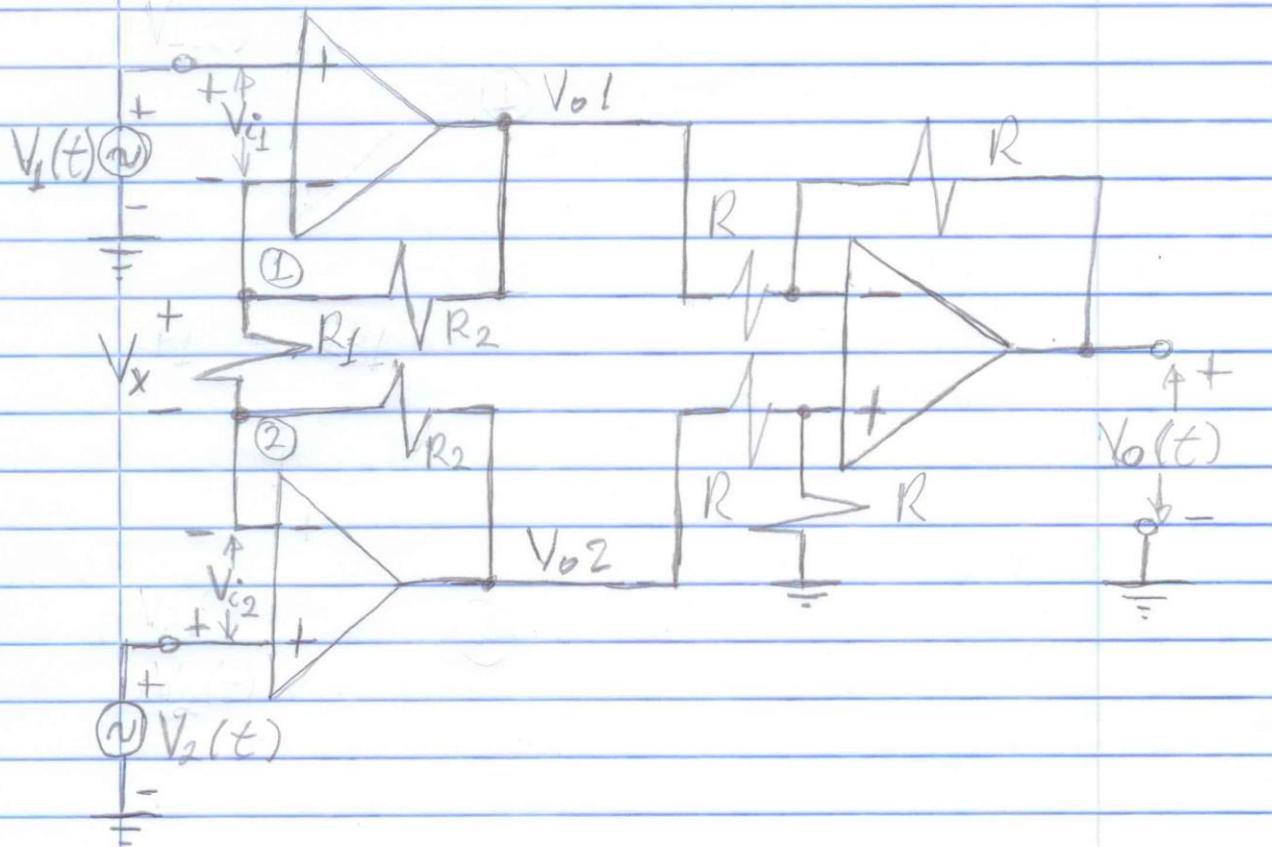
$$\text{Logo } V_o(s) = -V_1(s)$$

Utilizando o teorema da superposição para as entradas não-inversora e inversora:

$$V_o(s) = V_2(s) - V_1(s)$$

10.a

Amplificador de instrumentação



Construindo a equação do mêsma do circuito de entrada obtém-se:

$$-V_1(s) + V_{i1}(s) + V_x(s) - V_{i2}(s) + V_2(s) = 0$$

$$V_{i1}(s) = V_{i2}(s) = 0, \text{ logo:}$$

$$V_x(s) = V_1(s) - V_2(s)$$

Aplicando equações nodais para os nós 1 e 2, resulta:

10.b

$$\left\{ \frac{\{V_1(s) - V_2(s)\}}{R_1} + \frac{\{V_1(s) - V_{oL}(s)\}}{R_2} \right\} = 0$$

$$\left\{ \frac{\{V_2(s) - V_L(s)\}}{R_1} + \frac{\{V_2(s) - V_{o2}(s)\}}{R_2} \right\} = 0$$

$$\left\{ \frac{V_{oL}(s)}{R_2} \right\} = V_1(s) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_2(s) \frac{1}{R_1}$$

$$\left\{ \frac{V_{o2}(s)}{R_2} \right\} = V_2(s) \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_1(s) \frac{1}{R_1}$$

$$\left\{ V_{oL}(s) = V_1(s) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - V_2(s) \frac{R_2}{R_1} \right\}$$

$$\left\{ V_{o2}(s) = V_2(s) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - V_1(s) \frac{R_2}{R_1} \right\}$$

A tensão de saída pode ser escrita como:

$$V_o(s) = V_{o2}(s) - V_{o1}(s)$$

$$= V_2(s) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) - V_1(s) \frac{R_2}{R_1}$$

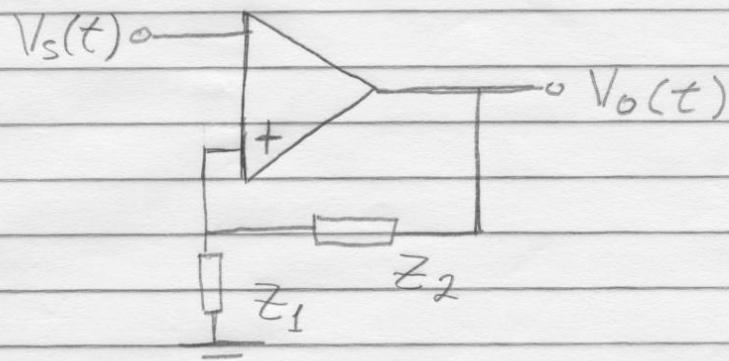
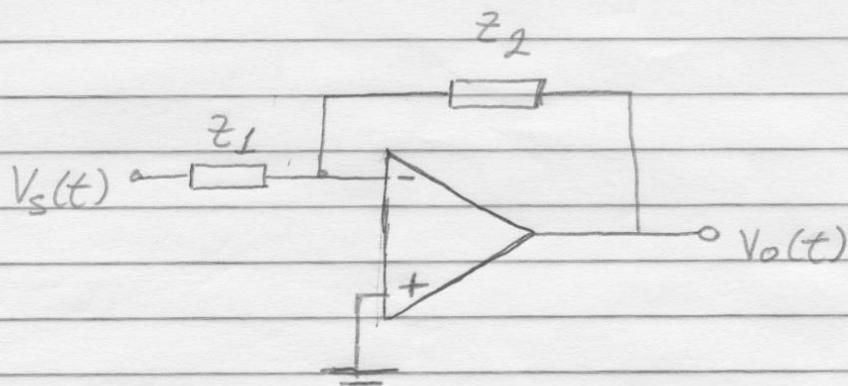
$$- V_1(s) \left(\frac{R_2}{R_1} + 1 \right) + V_2(s) \frac{R_2}{R_1}$$

$$= V_2(s) \left(\frac{2R_2}{R_1} + 1 \right) +$$

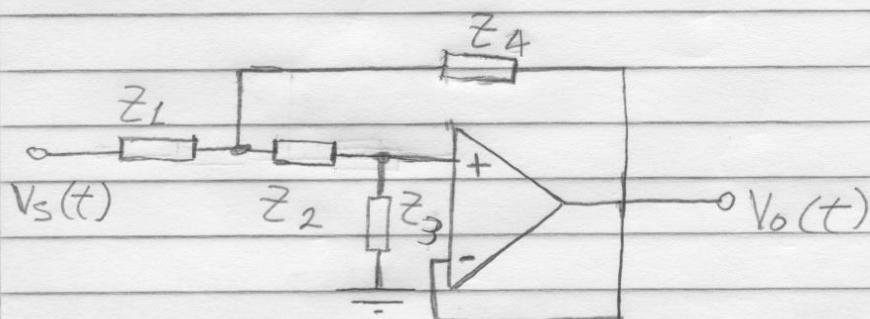
$$- V_1(s) \left(\frac{2R_2}{R_1} + 1 \right)$$

$$V_o(s) = \left(V_2(s) - V_1(s) \right) \left(\frac{2R_2}{R_1} + 1 \right)$$

Topologias Básicas



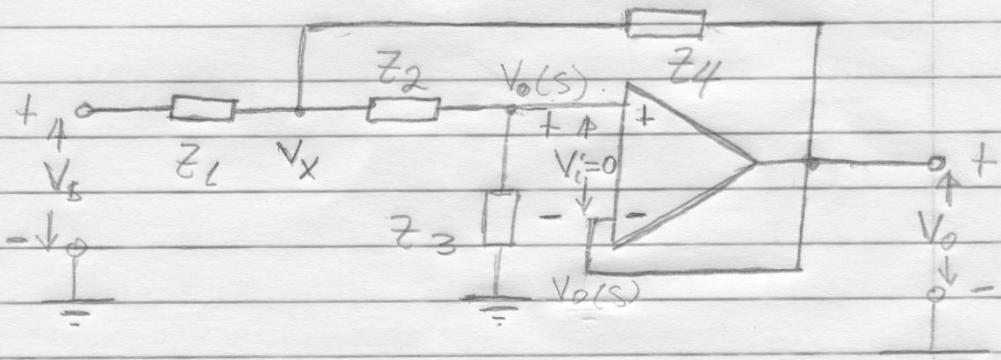
Topologia Sallen-Key



$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{z_3 z_4}{z_1 z_2 + z_4(z_1 + z_2) + z_3 z_4}$$

10.d

Análise da Topologia Sallen-Key



$$V_i(s) = 0$$

Aplicando equações no domínio em $V_x(s)$

$$\left\{ \frac{V_x(s) - V_s(s)}{z_1} \right\} + \left\{ \frac{V_x(s) - V_o(s)}{z_4} \right\} + \left\{ \frac{V_x(s) - V_o(s)}{z_2} \right\} = 0 \quad (1)$$

Também sabe-se de

$$V_o(s) + V_i(s) = \frac{z_3}{z_2 + z_3} V_x(s) = V_o(s)$$

Logo:

$$V_x(s) = \frac{z_2 + z_3}{z_3} V_o(s) \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1)

$$\left\{ \frac{(z_2 + 1)V_o(s) - V_s(s)}{z_1} \right\} + \left\{ \frac{(z_2 + 1)V_o(s) - V_o(s)}{z_4} \right\} + \left\{ \frac{(z_2 + 1)V_o(s) - V_o(s)}{z_2} \right\} = 0$$

10.e

$$\left\{ \frac{z_2 + 1}{z_3 z_1}, \frac{z_2 + 1}{z_3 z_4}, \frac{1}{z_4}, \frac{1}{z_3}, \frac{1}{z_2}, \frac{1}{z_4}, \frac{1}{z_2} \right\} V_o(s) = \\ = \frac{1}{z_1} V_s(s)$$

Multiplicando ambos lados por:
 $z_1 z_3 z_4$, obtém-se

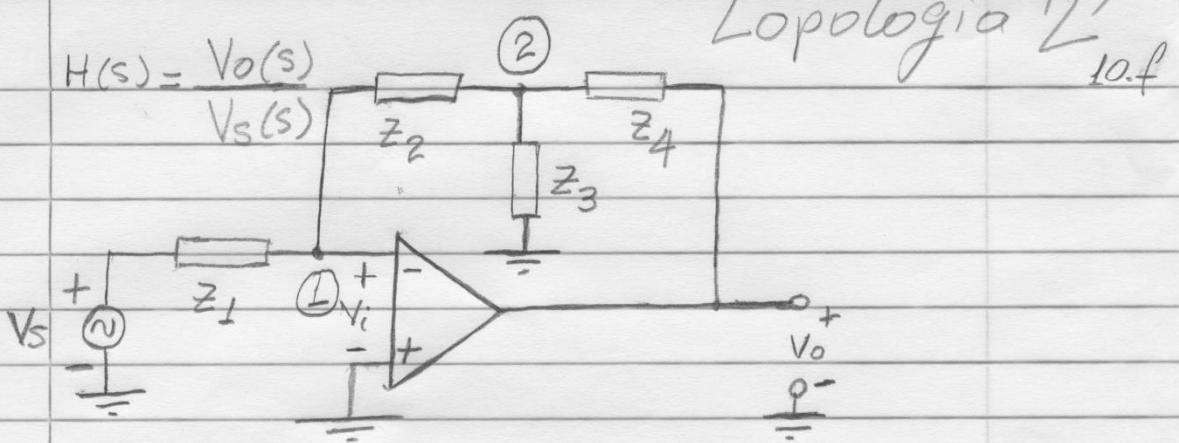
$$(z_2 z_4 + z_3 z_4 + z_1 z_2 + z_1 z_4) V_o(s) \\ = z_3 z_4 V_s(s)$$

Finalmente

$$H(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{z_3 z_4}{z_2 z_4 + z_3 z_4 + z_1 z_2 + z_1 z_4}$$

$$= \frac{z_3 z_4}{z_1 z_2 + z_4 (z_1 + z_2) + z_3 z_4}$$

$$= \frac{z_3 z_4}{z_1 z_2 + z_4 (z_1 + z_2 + z_3)}$$



Construindo a equação para o nó 1, obtemos:

$$V_1(s) = V_i(s)$$

$$(V_i - V_3) \frac{1}{z_1} + (V_i - V_2) \frac{1}{z_2} = 0; V_i = 0 \quad (1)$$

isolando $V_2(s)$ na eq. (1), resulta:

$$V_2(s) = -\frac{z_2}{z_1} V_s(s) \quad (2)$$

A equação do nó 2 fica como:

$$(V_2 - V_i) \frac{1}{z_2} + V_2 \frac{1}{z_3} + (V_2 - V_o) \frac{1}{z_4} = 0$$

$$V_2 \left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4} \right) = V_o \frac{1}{z_4} \quad (3)$$

Substituindo a eq. (2) na eq. (3), obtemos:

$$-V_s \frac{z_2}{z_1} \left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4} \right) = V_o \frac{1}{z_4} \quad (4)$$

10.9

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -\frac{z_2 z_4}{z_1} \left(\frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4} \right)$$

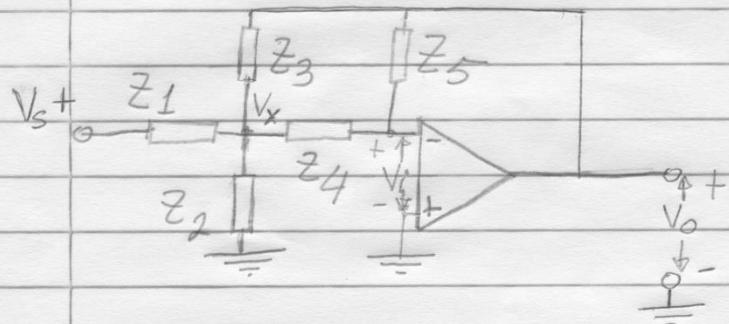
ou, em termos de admittância

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = -\frac{Y_1 (Y_2 + Y_3 + Y_4)}{Y_2 Y_4}$$

onde $Y_i = \frac{1}{Z_i}$

10.h

Topologia Multirealimentada



Aplicando equações nodais na rede obtém-se

$$(V_x(s) - V_s(s)) \frac{1}{Z_1} + (V_x(s) - V_o(s)) \frac{1}{Z_3} + (V_x(s) - V_i(s)) \frac{1}{Z_4} + V_x(s) \frac{1}{Z_2} = 0 \quad (1)$$

$$(V_i(s) - V_x(s)) \frac{1}{Z_4} + (V_i(s) - V_o(s)) \frac{1}{Z_5} = 0 \quad (2)$$

$$V_i(s) = 0 \quad (3)$$

Isolando $V_x(s)$ em (2) obtém-se:

$$V_x(s) = - \frac{Z_4}{Z_5} V_o(s) \quad (4)$$

Substituindo (4) em (1) resulta:

$$\frac{V_s(s)}{Z_1} = - \frac{V_o(s)}{Z_5} \left(\frac{Z_4}{Z_1} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) + \frac{1}{Z_3} \right)$$

$$V_o(s) = - \frac{\frac{1}{Z_1}}{\frac{V_s(s)}{Z_5} \left(\frac{Z_4}{Z_1} \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} + \frac{1}{Z_4} \right) + \frac{1}{Z_3} \right)}$$

10.i

Multiplicando o denominador e o numerador por $z_1 z_5$

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = - \frac{z_5}{z_1 z_4 (1 + \frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} + \frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4}) + z_1 z_5}$$

Multiplicando numerador e denominador por $z_2 z_3$

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = - \frac{z_2 z_3 z_5}{z_1 z_2 z_3 + z_1 z_2 z_4 + z_1 z_3 z_4 + z_2 z_3 z_4 + z_1 z_2 z_5}$$

Outra solução em termos das admittâncias

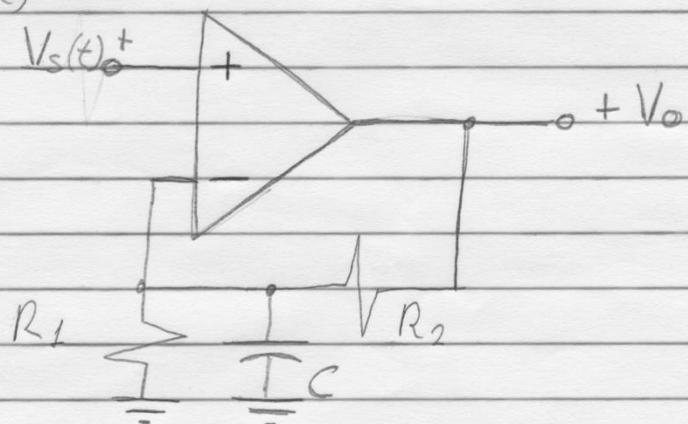
$$Y_1 = \frac{1}{z_1}; Y_2 = \frac{1}{z_2}; Y_3 = \frac{1}{z_3}; Y_4 = \frac{1}{z_4} \text{ e } Y_5 = \frac{1}{z_5}$$

$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = - \frac{Y_1}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

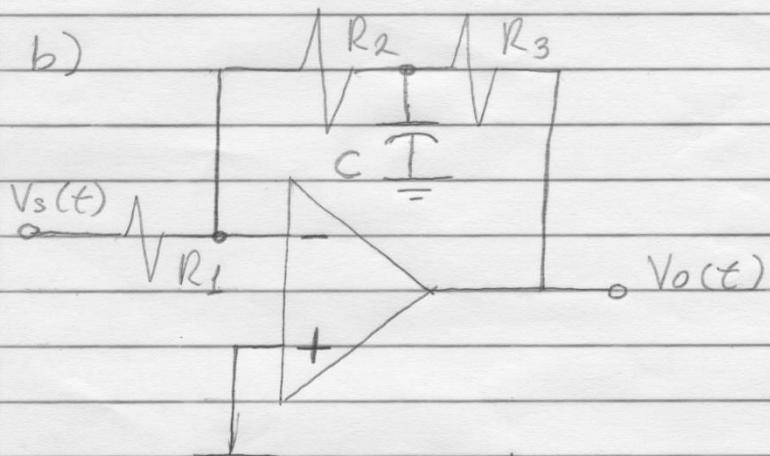
$$\frac{V_o(s)}{V_s(s)} = - \frac{Y_1 Y_5}{Y_5 (Y_1 + Y_2 + Y_3 + Y_4) + Y_3 Y_4}$$

Exercício - Encontre a função de transferência para os circuitos a seguir

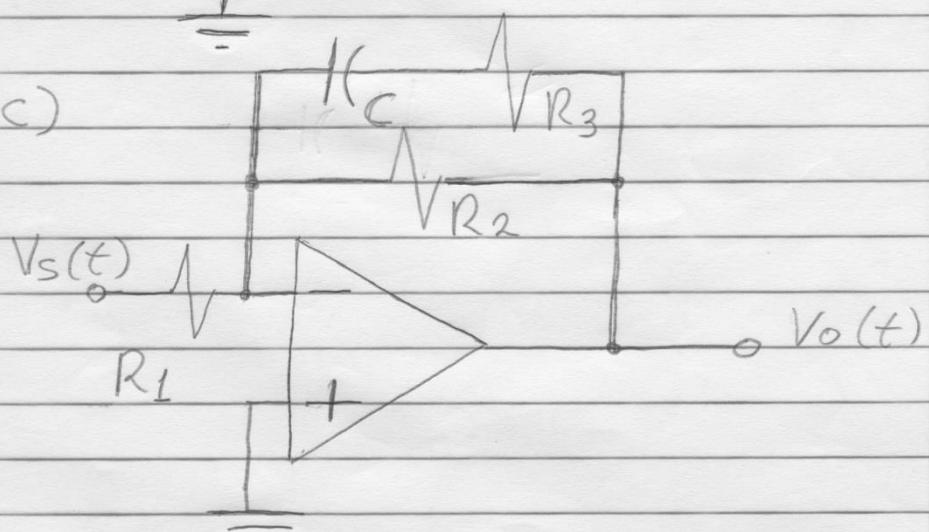
a)



b)

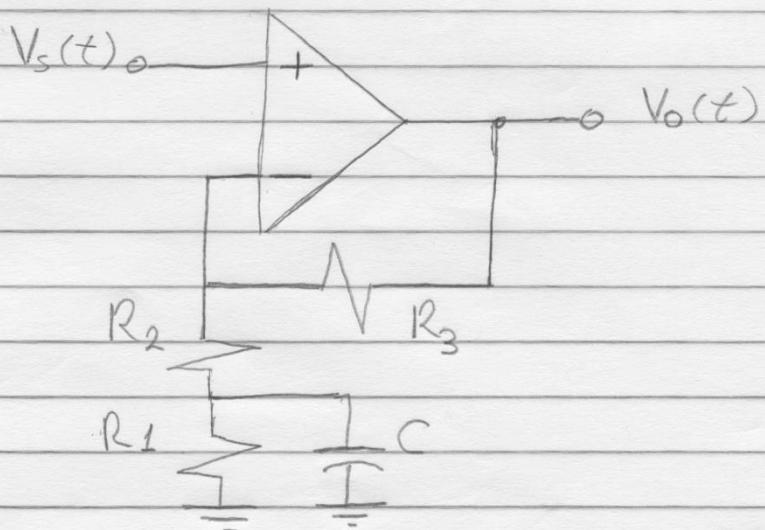


c)

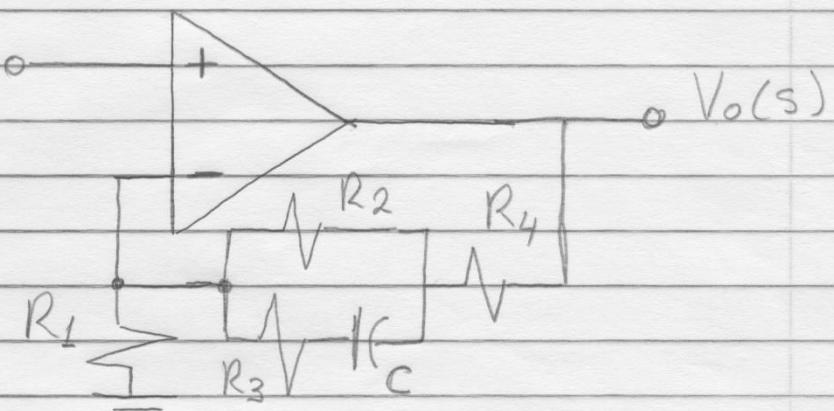


10. K

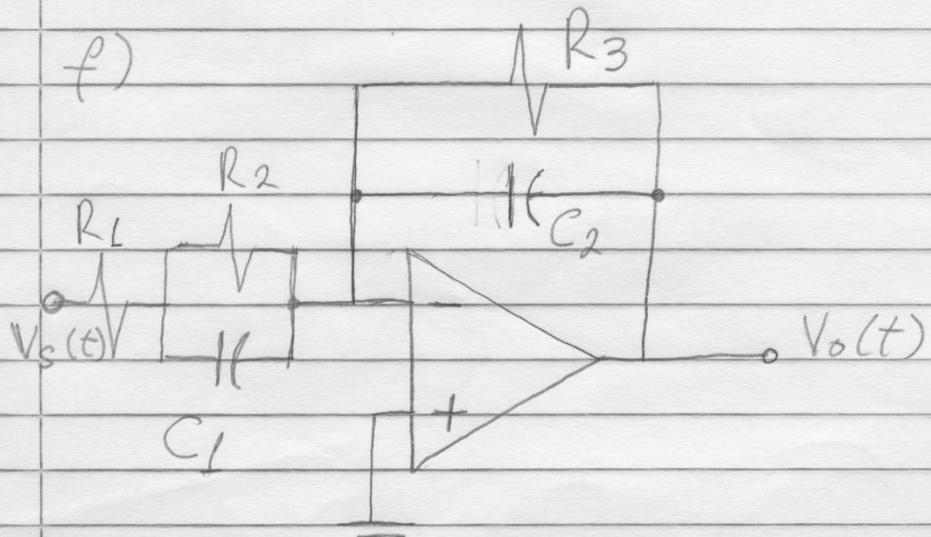
d)



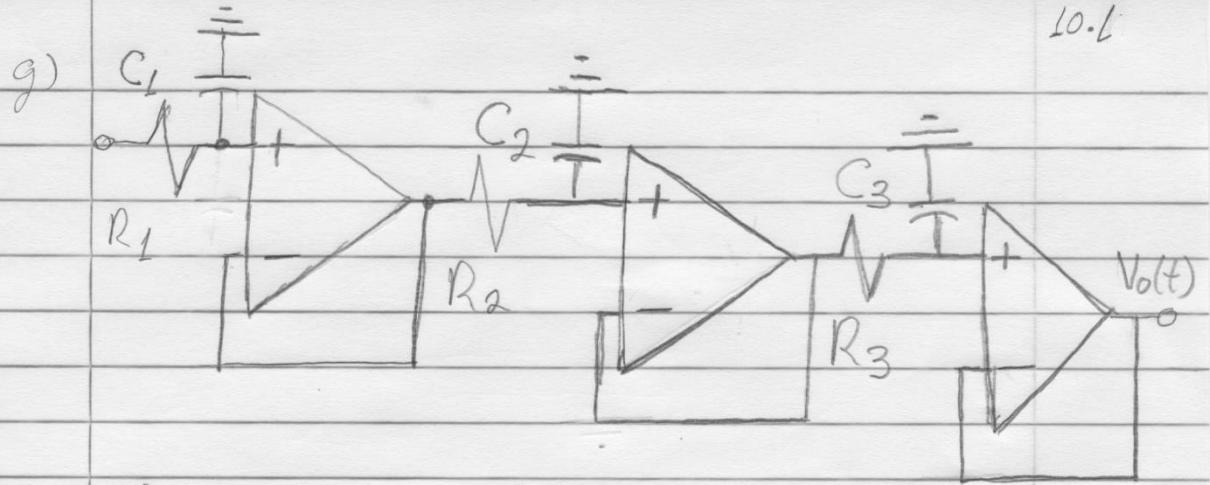
e)



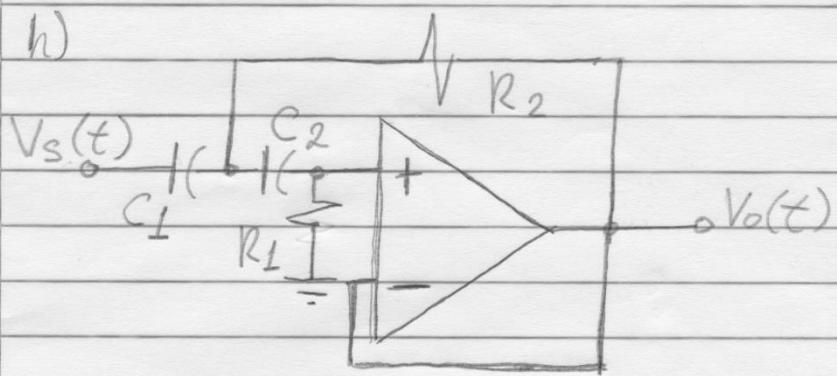
f)



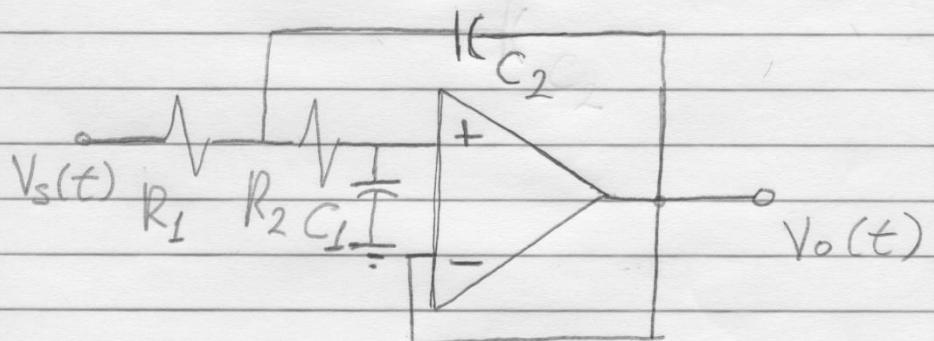
10.1



h)

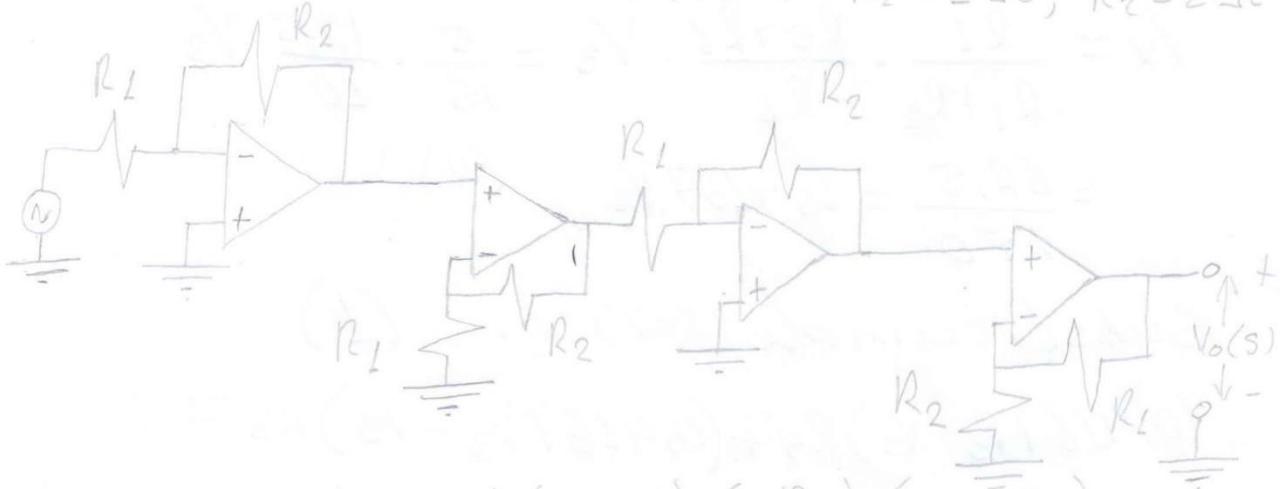


i)



Exercícios propostos

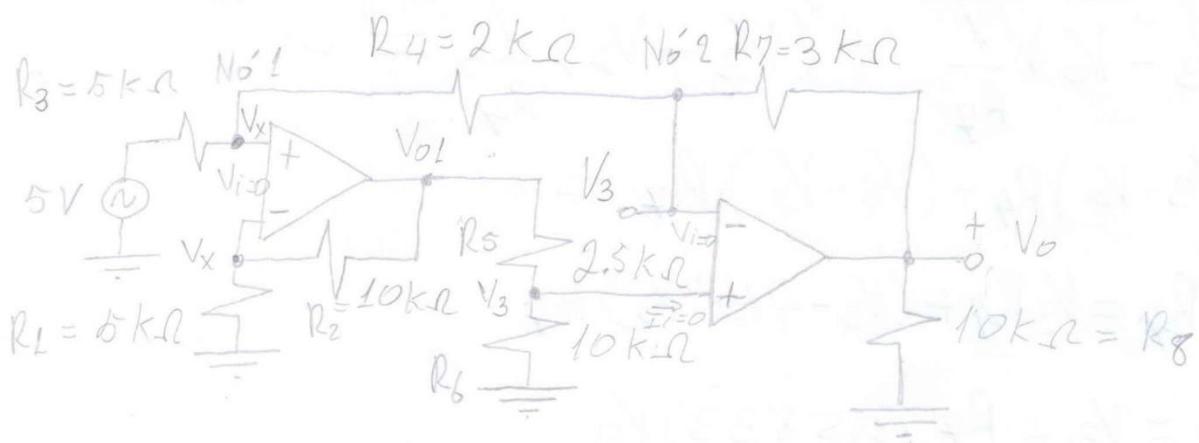
1 - Determine $V_o(s)/V_i(s)$ $R_1 = 1\ \Omega$; $R_2 = 2\ \Omega$



$$A_v = \frac{V_o}{V_s} = \left(-\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(-\frac{R_2}{R_1}\right)\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$$

$$= (-2)(3)(-2)\left(\frac{3}{2}\right) = 18$$

2 - Determine V_o e V_3 (exemplo 4.6 do Livro)



Escrevendo as equações nodais para o nó 1

$$(V_x - V_s) \frac{1}{R_3} + (V_x - V_3) \frac{1}{R_4} = (V_x - V_s) R_4 + (V_x - V_3) R_3 = 0 \quad (1)$$

também sabe-se que:

$$V_x = \frac{R_1}{R_L + R_2} V_{o1} \quad (2); \quad V_3 = \frac{R_6}{R_5 + R_6} V_{o1} \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2):

$$V_x = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \cdot \frac{R_5 + R_6}{R_6} \cdot V_3 = \frac{5}{15} \cdot \frac{12,5}{10} V_3 \\ = \frac{62,5}{150} = 0,4167 V_3 \quad (4)$$

Substituindo (4) em (1)

$$(0,4167 V_3 - V_5) R_4 + (0,4167 V_3 - V_3) R_3 = 0$$

$$V_5 \frac{R_4}{R_3} = +0,4167 V_3 \frac{R_4}{R_3} - 0,5833 V_3$$

$$\underline{2} V_3 = +0,1667 V_3 - 0,5833 V_3 = -0,4167 V_3$$

$$\underline{\underline{5}} \quad \underline{\underline{V_3 = -\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{0,4167} \cdot (5) = -4,7996 \approx -4,8 V}} \quad \underline{\underline{}} \quad \underline{\underline{}}$$

Aplicando eq. nodais no nó 2

$$(V_3 - V_6) \frac{1}{R_7} + (V_3 - V_x) \frac{1}{R_4} = 0$$

$$(V_3 - V_6) R_4 + (V_3 - V_x) R_7 = 0$$

$$V_6 R_4 = V_3 R_4 + (V_3 - 4,167 V_3) R_7$$

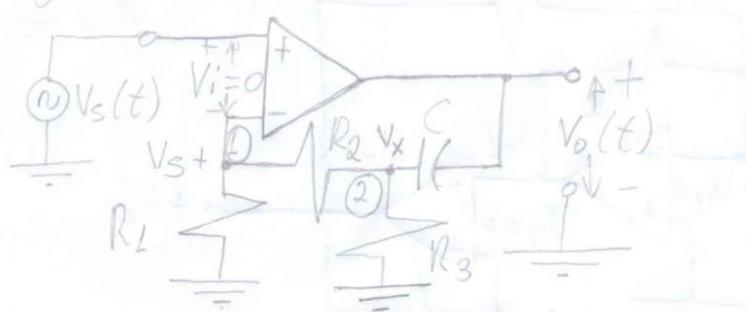
$$V_6 = V_3 + \frac{R_7}{R_4} (0,5833) V_3$$

$$= -4,8 + \frac{3}{2} (0,5833) (-4,8) = -6,1 V$$

$$-4,8 - 4,1998$$

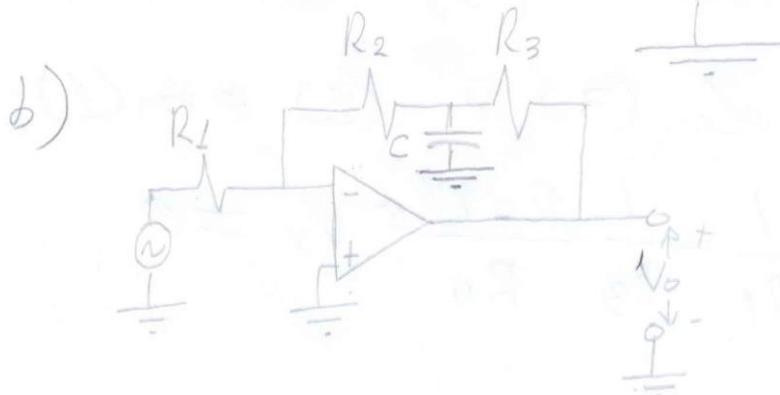
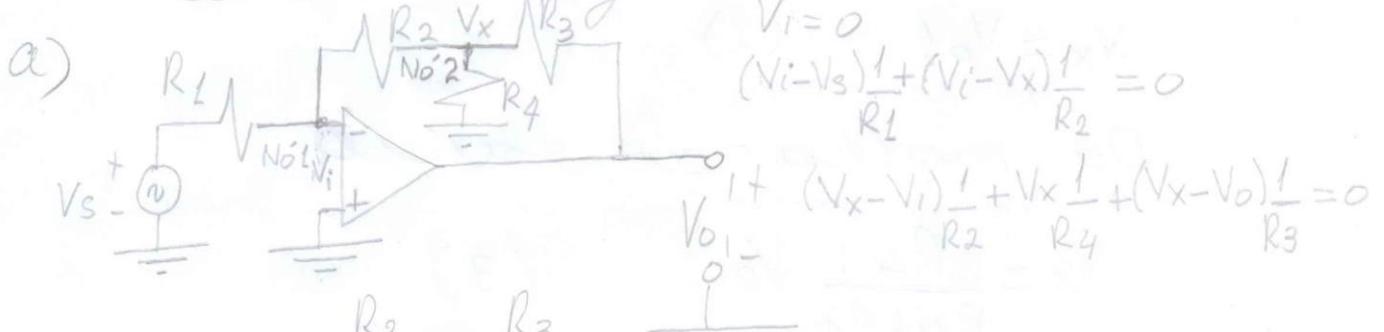
$$\boxed{V_6 \approx -9 V}$$

3 - Determine a função de Transferência para o circuito a seguir.



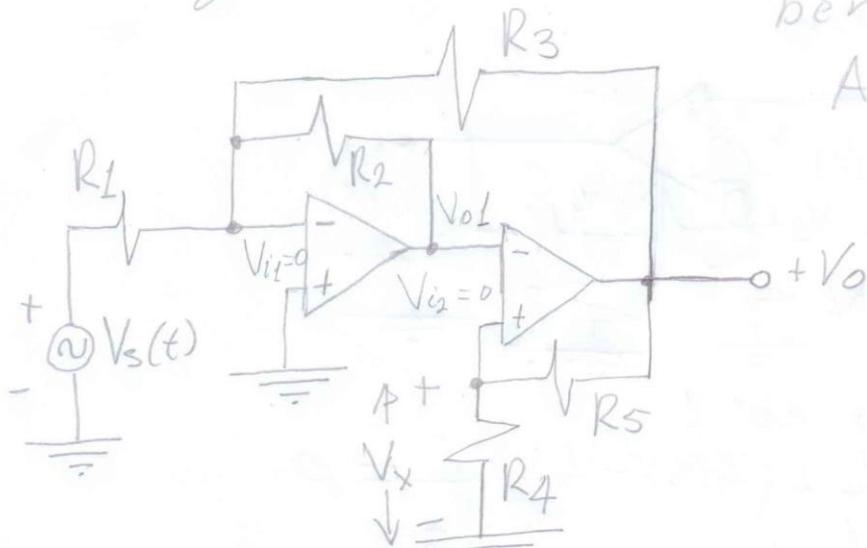
$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Para o nó 1} \\ V_s(s) \frac{1}{R_1} + (V_s(s) - V_x(s)) \frac{1}{R_2} = 0 \\ \text{Para o nó 2} \\ (V_x(s) - V_s(s)) \frac{1}{R_3} + V_x(s) \frac{1}{R_2} + (V_x(s) - V_o(s)) sC = 0 \end{array} \right.$$

4 - Determine $V_o(s)/V_s(s)$ para os circuitos a seguir (4.42)



5- Determine a tensão V_x no circuito a seguir (Ex 4.39). Determine também o ganho:

$$A_V = \frac{V_o}{V_s}$$



Para o nó 1

$$(V_i - V_s) \frac{1}{R_1} + (V_i - V_{o1}) \frac{1}{R_2} + (V_i - V_o) \frac{1}{R_3} = 0$$

$$\text{Como } V_i = 0 \Rightarrow -V_s \frac{1}{R_1} - V_{o1} \frac{1}{R_2} - V_o \frac{1}{R_3} = 0 \quad (1)$$

$$V_x = V_{o1} \quad (2)$$

Da malha de saída

$$V_x = \frac{R_4}{R_4 + R_5} V_o \quad (3)$$

Substituindo (3) e (2) em (1)

$$-V_s \frac{1}{R_1} - V_x \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_3} \frac{R_4 + R_5}{R_4} V_x = 0$$

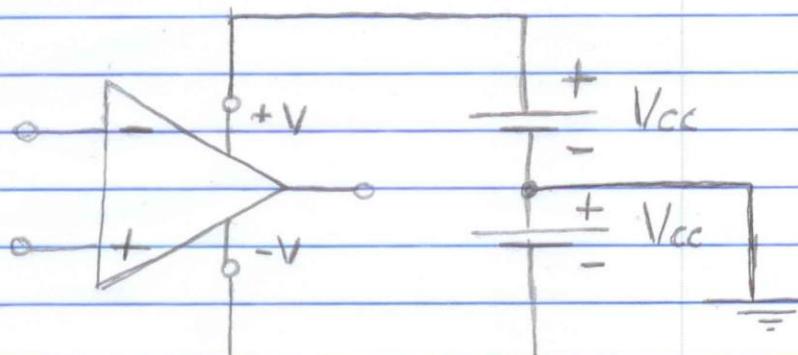
Amplificador Operacional Real

Características:

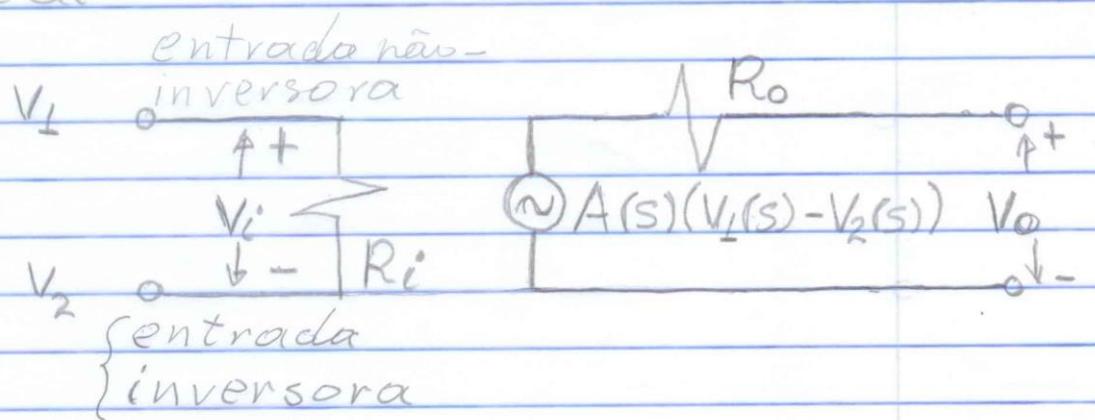
- $Z_i \approx \infty$ ($Z_i > 1M\Omega$).
- $Z_o > 0$ ($Z_o < 200\Omega$).
- $A \approx \infty$ ($A(s) \rightarrow 0$ "ganho em malha aberta é função da frequência").
- Desbalanceado (se $V_1 = 0$ e $V_2 = 0 \Rightarrow V_o \neq 0$).
- Largura de Banda finita
- Produto Ganho x Banda finita.

Alimentação do Amplificador Operacional

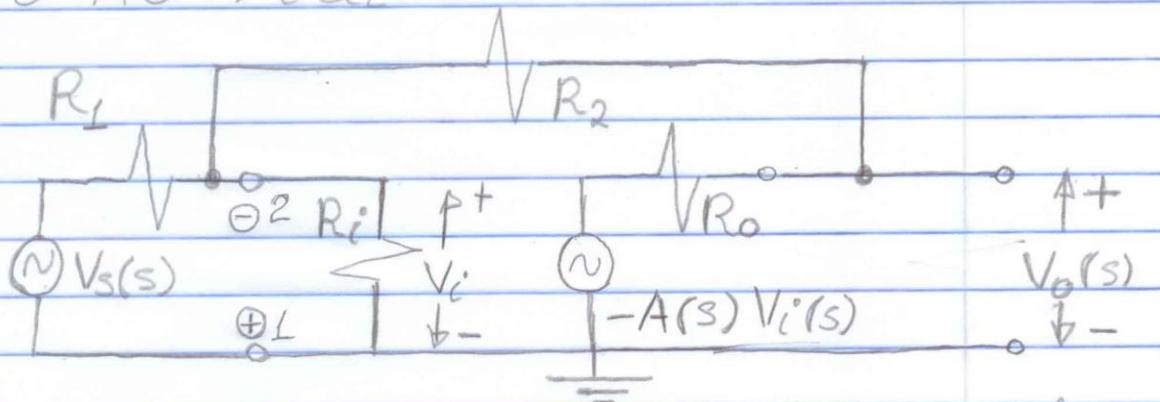
A forma mais comum para se alimentar um AO é por meio de fontes simétricas



Modelo elétrico para o AO real



Amplificador Inversor com o AO real



Aplicando a equação nodal sobre a entrada inversora, obtém-se

$$\{V_i(s) - V_s(s)\} \frac{1}{R_i} + V_i(s) \frac{1}{R_i} + \{V_i(s) - V_o(s)\} \frac{1}{R_2} = 0 \quad (1)$$

Analogamente, pode-se construir a equação nodal do nó de saída

13

$$[V_o(s) + A(s)V_i(s)] \frac{1}{R_o} +$$

$$[V_o(s) - V_i(s)] \frac{1}{R_2} = 0$$

$$\left\{ \frac{A(s)}{R_o} - \frac{1}{R_2} \right\} V_i(s) = -V_o(s) \left(\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_2} \right)$$

$$(A(s)R_2 - R_o)V_i(s) = -V_o(s)(R_2 + R_o)$$

$$\text{ou } V_i(s) = \frac{R_2 + R_o}{A(s)R_2 - R_o} V_o(s) \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1), resulta

$$-V_o(s) \left\{ \frac{1}{R_2} + \frac{R_2 + R_o}{A(s)R_2 - R_o} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right) \right\} = \\ = V_s(s) \frac{1}{R_1}$$

Portanto,

$$A_v(s) = \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{-\frac{1}{R_1}}{\frac{1}{R_2} + \frac{R_2 + R_o}{A(s)R_2 - R_o} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

$$(3)$$

A equação (3) representa o ganho de tensão em função de R_1 e R_2 e, também, em função

dos parâmetros do AO: ¹⁴
 R_i , R_o e $A(s)$. Podemos
rescrever $A_V(s)$ como:

$$A_V(s) = \frac{-(R_2/R_1)}{1 + \frac{R_2(R_2 + R_o)}{A(s)R_2 - R_o} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad (4)$$

Observe que:

$$\lim_{R_o \rightarrow 0} A_V(s) = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{A(s)} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_2} \right)} \quad (5)$$

Tomando o limite em (5)
quando $R_i \rightarrow \infty$

$$\lim_{R_i \rightarrow \infty} A_V(s) = \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{R_2}{A(s)} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)}$$

$$= \frac{\frac{R_2}{R_1}}{1 + \frac{1}{A(s)} \left(\frac{R_2 + 1}{R_1} \right)} \quad (6)$$

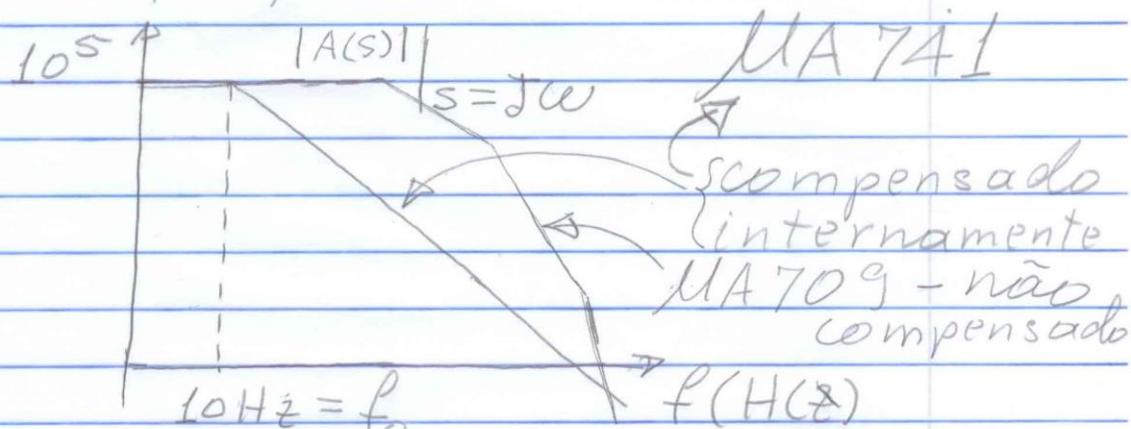
Finalmente, fazendo $A(s) \rightarrow \infty$

$$\lim_{A(s) \rightarrow \infty} A_V(s) = -\frac{R_2}{R_1}, \text{ como no caso ideal.}$$

15

Os parâmetros R_i e R_o não afetam de forma significativa o projeto de circuitos com o AO, se os componentes utilizados na realimentação forem escolhidos de forma conveniente, por exemplo, R_1 e R_2 no amplificador inverter. Contudo, as limitações de banda do AO, produz um desvio considerável quando comparado com o AO ideal.

Modelo representativo do comportamento do AO em frequência



\hookrightarrow frequência de corte

$$GB_r = 2\pi GB; GB_r \rightarrow \text{rad/s}; GB \rightarrow \text{Hz}$$

$A(s) = \frac{GB_r}{s + 0} \rightarrow$ é uma boa aproximação para o AO compensado

$$GB_r \approx 2\pi(10 \times 10^5) = 2\pi \times 10^6 \text{ rad/s}$$

$$\omega \approx 2\pi f_0 \approx 20\pi \text{ Hz}$$

Tomando a eq.(6) e multiplicando o numerador e denominador por $A(s)$ obtem-se:

$$\begin{aligned}
 A_V(s) &= \frac{V_o(s)}{V_s(s)} = \frac{\frac{R_2}{R_L}}{1 + \frac{1}{A(s)} \left(\frac{R_2 + 1}{R_L} \right)} \\
 &= \frac{A(s) R_2}{A(s) + \frac{R_2 + 1}{R_L}} \quad (7)
 \end{aligned}$$

Substituindo o modelo para $A(s)$

$$A(s) = \frac{G B_r}{s + \sigma} \quad (8)$$

em (7), resulta:

$$\begin{aligned}
 A_V(s) &= \frac{\frac{s + \sigma}{R_L}}{\frac{G B_r}{s + \sigma} + \frac{R_2 + 1}{R_L}} \\
 &= \frac{\frac{G B_r R_2}{R_L}}{\frac{G B_r (s + \sigma)}{R_L} + \frac{(R_2 + 1)}{R_L}} \\
 &= \frac{G B_r R_2}{R_1 (R_2 + 1) s + \sigma (R_2 + 1) + G B_r} \quad (9)
 \end{aligned}$$

Cálculo da frequência de corte do circuito

Fazendo $s = j\omega = 0$

$$A_V(0) = -\frac{G_B r R_2}{R_1 \left(\frac{R_2 + 1}{R_L} + G_B r \right)}$$

Como $G_B r \gg \frac{R_2 + 1}{R_L}$ então:

$$A_V(0) \approx -\frac{R_2}{R_L}$$

Como o circuito possui um polo real simples, a frequência de corte é a própria frequência do polo, ou seja

$$\left(\frac{R_2 + 1}{R_L} \right) s = -\left\{ \left(\frac{R_2 + 1}{R_L} \right) + G_B r \right\}$$

$$s = \left\{ \Omega + \frac{G_B r}{R_2 + 1} \right\} = \left\{ \Omega + \frac{G_B r}{|A_V(0)| + 1} \right\}$$

assim

$$A_V(s) \approx -\frac{R_2}{R_L} \frac{\omega_c}{s + \omega_c}$$

onde

$$\omega_c = \frac{\Gamma + GB_r}{|A_{V(0)}| + 1}$$

↳ é a frequência de corte do amplificador inveror, considerando o efeito da Largura de banda finita do AO.

Como $\frac{GB_r}{|A_{V(0)}| + 1} \gg \Gamma$ resulta

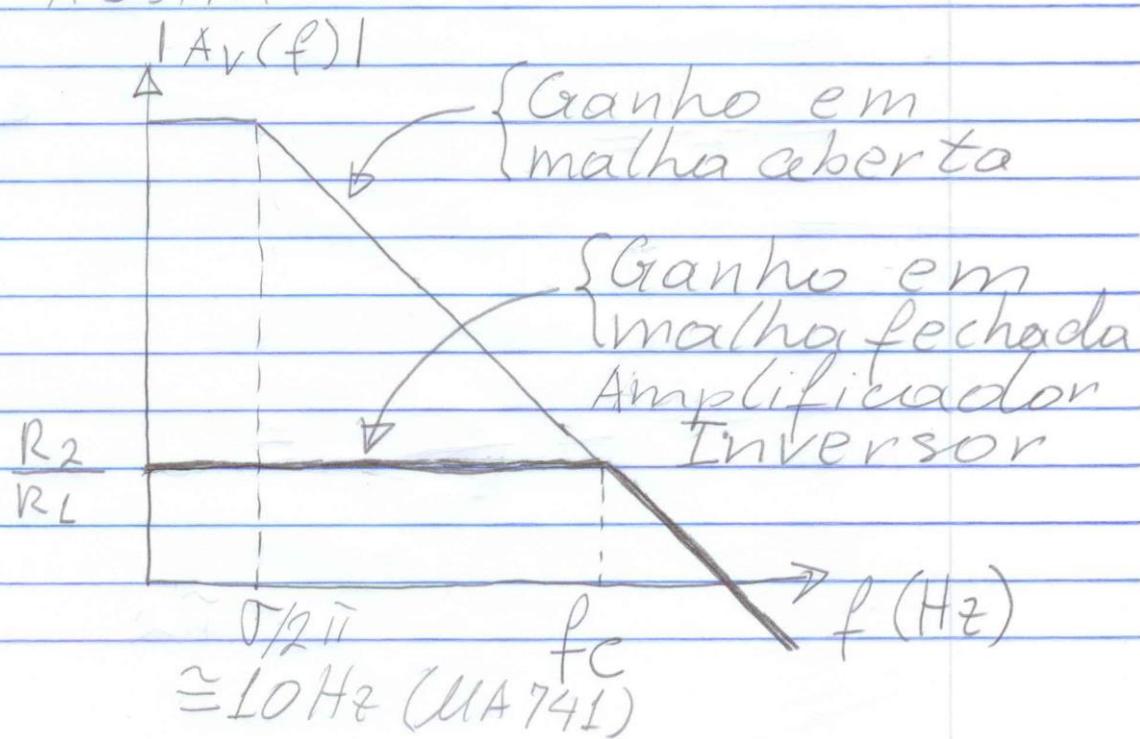
$$\omega_c \approx -\frac{GB_r}{|A_{V(0)}| + 1} \text{ rad/s}$$

em Hertz

$$f_c = \frac{\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \frac{GB_r}{|A_{V(0)}| + 1}$$

$$GB_r = 2\pi f_c G_B$$

Assim



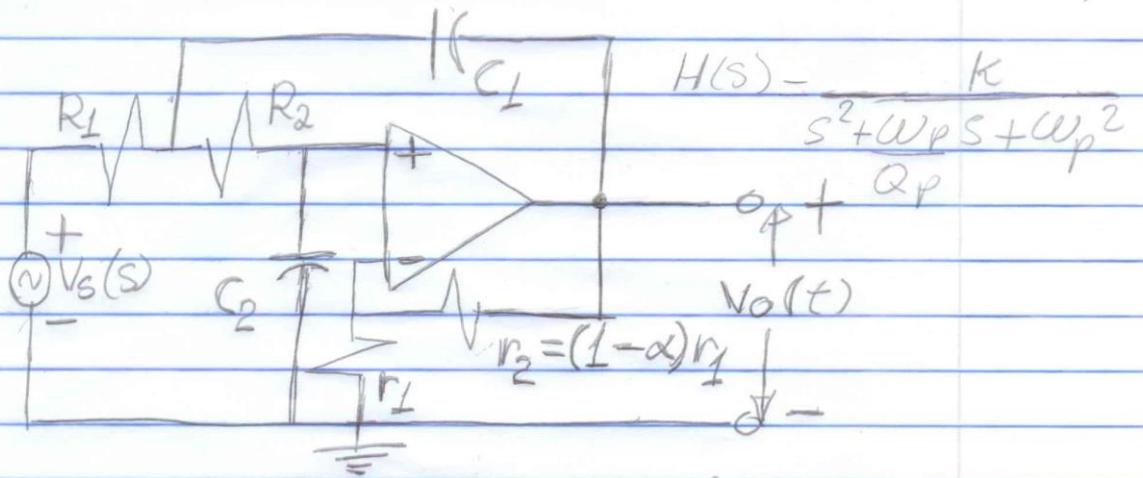
Filtros Ativos com o AD

É muito comum no projeto de filtros ativos, utilizar funções biquadráticas para representar a função de transferência do filtro:

$$H(s) = \frac{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}{s^2 + \omega_z s + \omega_z^2}$$

$$H(s) = k \frac{Q_p}{\frac{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}{Q_p}}$$

I - Passa baixas Sallen and Key



Função de transferência

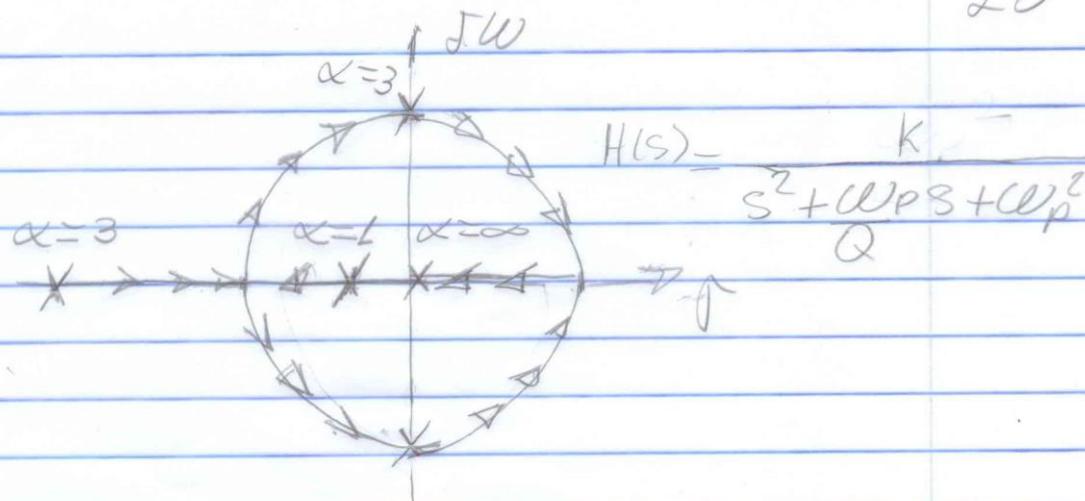
$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q_p = \frac{\omega_p}{(bw)_p} = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$(bw)_p = \frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_1} + \frac{1 - \alpha}{R_2 C_2}$$

$$k = \frac{\alpha}{R_1 R_2 C_1 C_2}$$

20

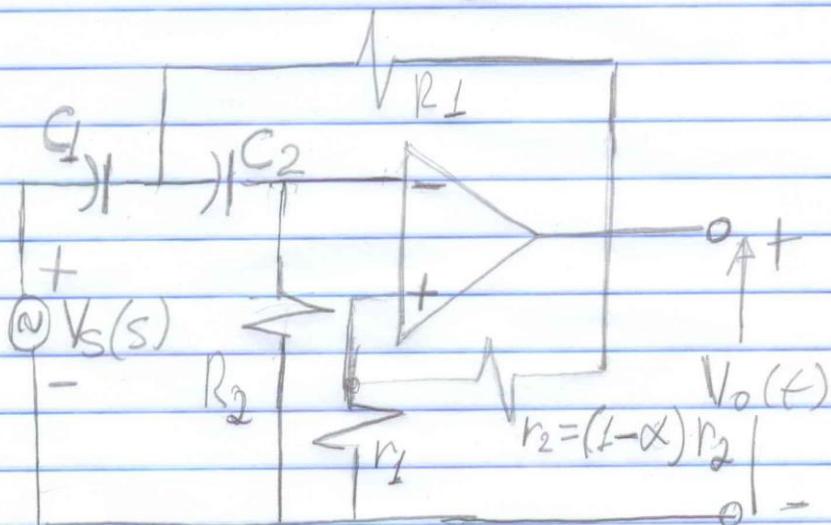


O circuito Sallen and Key possui realimentação positiva e negativa.

Sallen and key passa altas.
(transformação $CR \rightarrow RC$)

$H(s)$ é da forma

$$H(s) = \frac{s^2}{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}$$

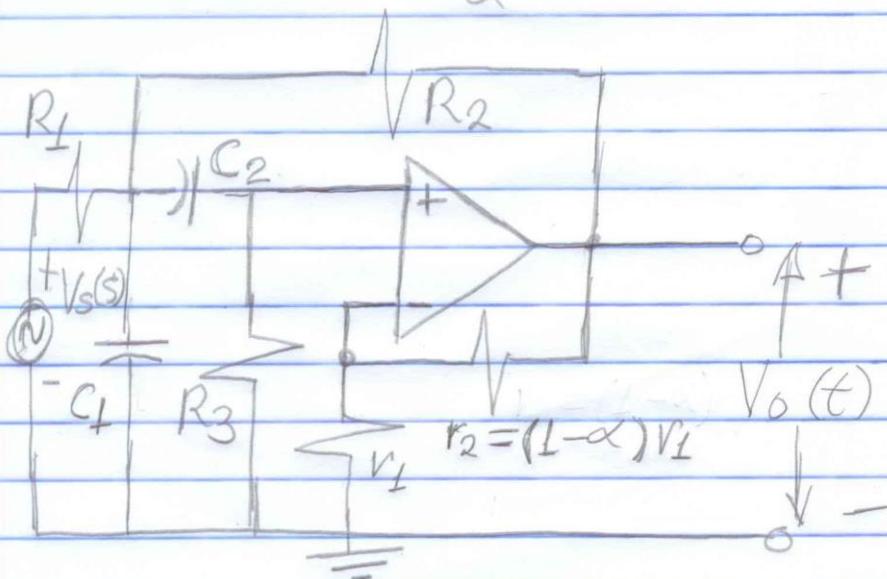


$$\omega_p = \sqrt{\frac{1}{R_1 R_2 C_1 C_2}}$$

$$Q_p = \frac{\omega_p}{\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_2 C_2} + \frac{1-\alpha}{R_2 C_2}}$$

Sallen and Key passa-band

$$H(s) = k \frac{s}{s^2 + \omega_p s + Q \omega_p^2}$$

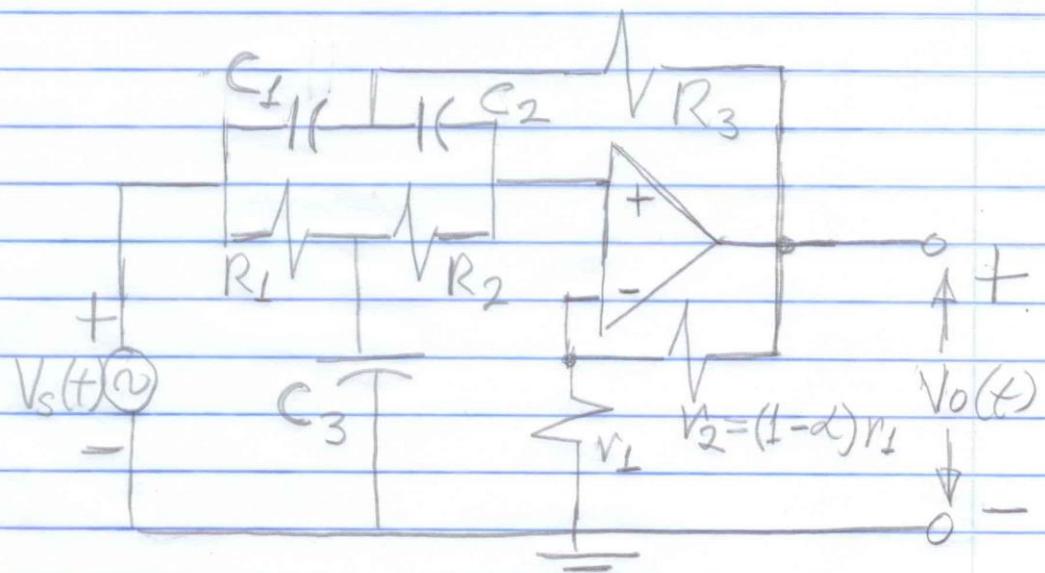


$$H(s) = \frac{s}{R_1 C_1 s^2 + s \left(\frac{1}{R_1 C_1} + \frac{1}{R_3 C_2} + \frac{1}{R_3 C_1} + \frac{1-\alpha}{R_2 C_2} \right) + \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}}$$

$$+ \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2 R_3 C_1 C_2}$$

Filtro Notch

22



$H(s)$ é da forma:

$$H(s) = k \frac{s^2 + \omega_n^2}{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}$$

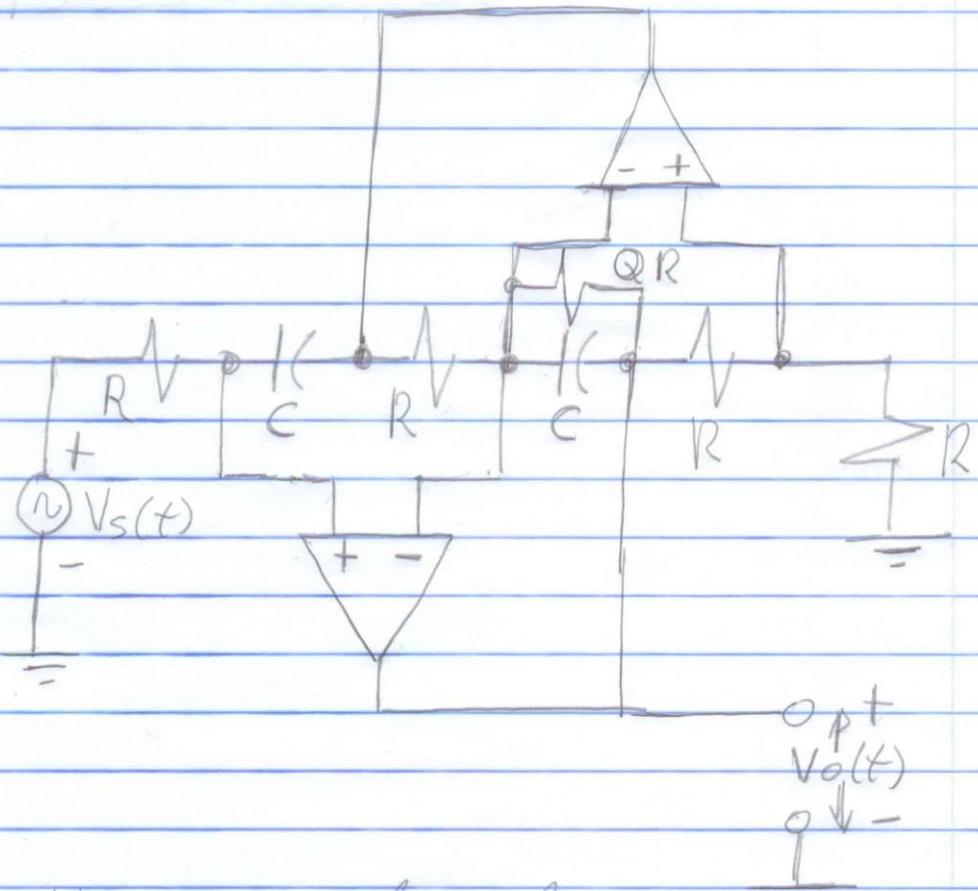
$$= \frac{\alpha(C_1 C_2 s^2 + G_1 G_2)}{C_1 C_2 s^2 + [(C_1 + C_2)G_2 + C_2(G_1 + G_2)(1-\alpha)]s + G_1 G_2}$$

$$\alpha = 1 + \frac{R_2}{R_1}$$

$H(s)$ pode ser rescrita como:

$$H(s) = \frac{\alpha(R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + 1)}{R_1 R_2 C_1 C_2 s^2 + [(C_1 + C_2)R_1 + C_2(R_2 + R_1)(1-\alpha)]s + 1}$$

Filtro construído com GIC
(conversor generalizado de
impedância)
GIC Passa-Baixas

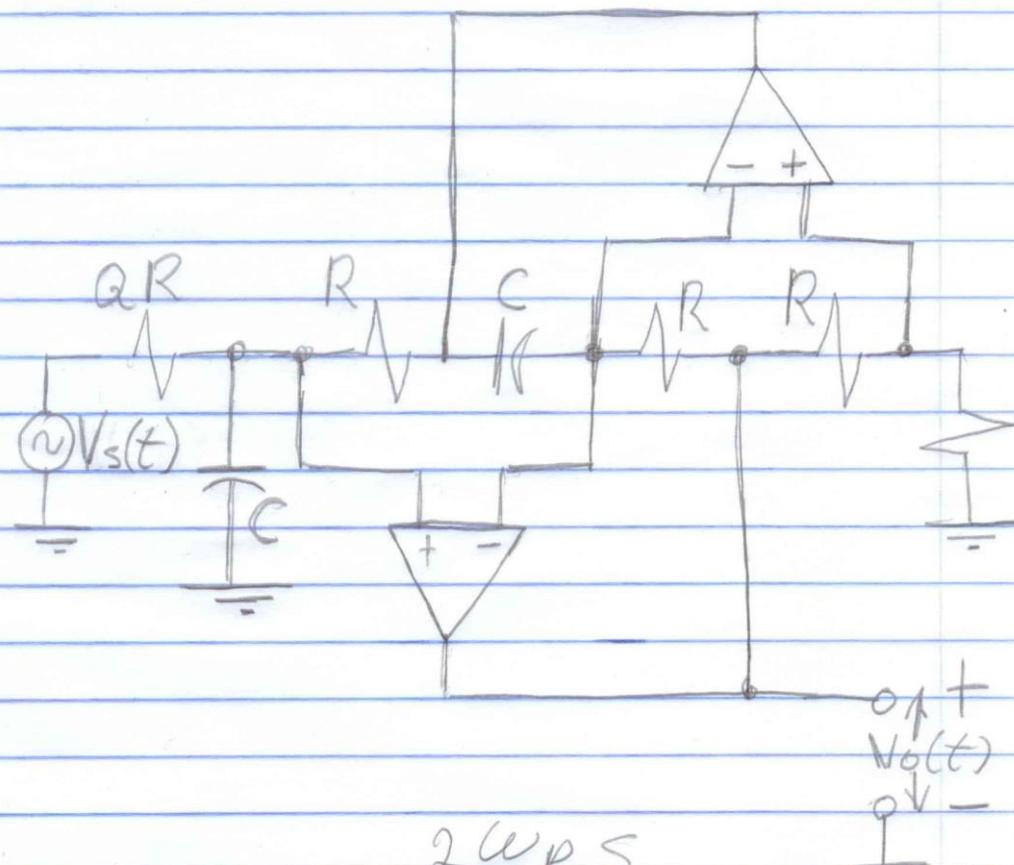


$H(s)$ é da forma

$$H(s) = \frac{2\omega_p}{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}$$

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

GIC Passa-Banda

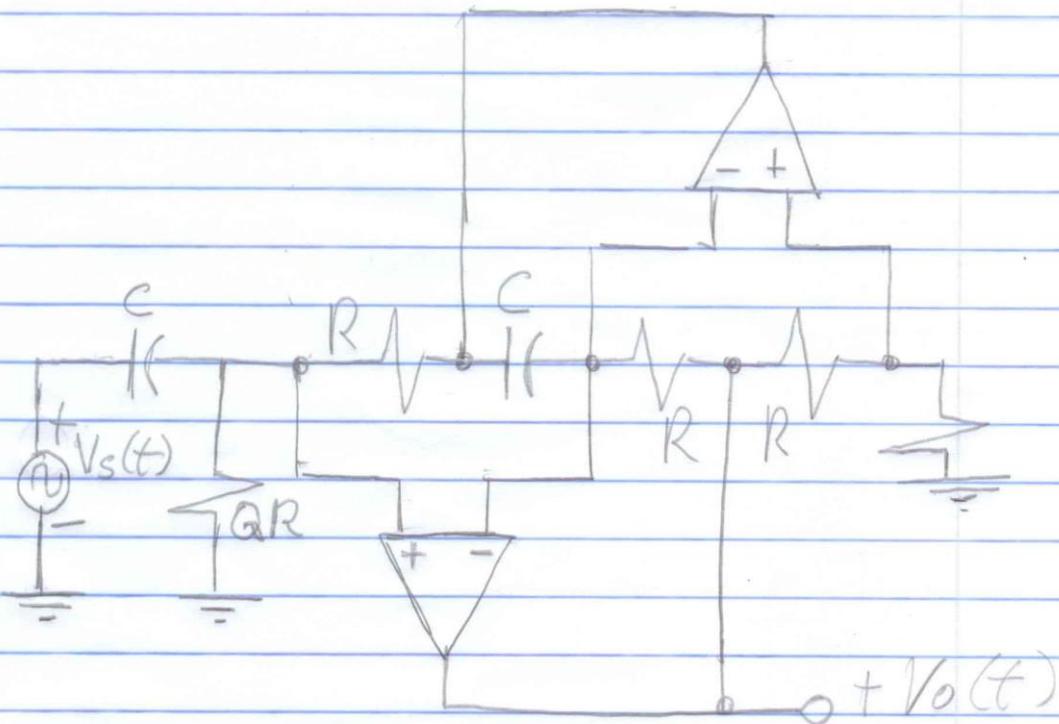


$$H(s) = \frac{\frac{2\omega_p s}{Q}}{s^2 + \frac{\omega_p^2 s}{Q} + \frac{\omega_p^2}{Q}}$$

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$

GIC Passa-Altas

25

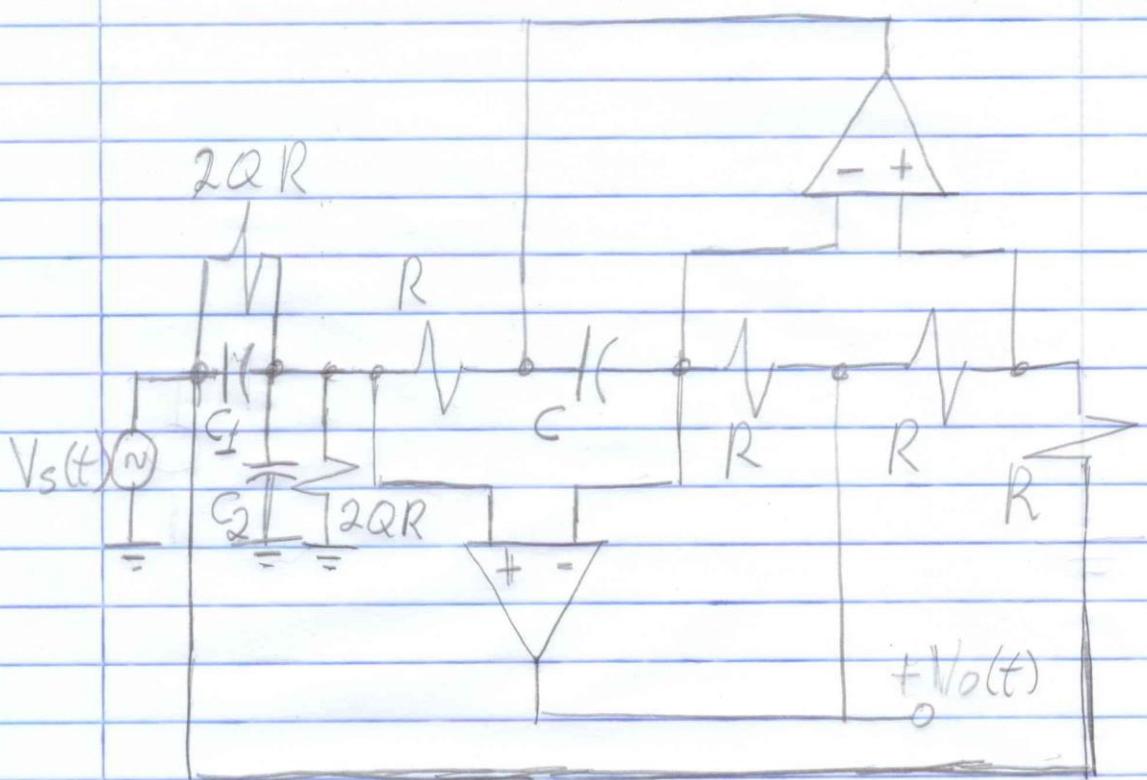


$$H(s) = \frac{2s^2}{s^2 + \omega_R s + \omega_p^2}$$

$$\omega_p = \frac{1}{RC}$$



GIC Notch Passa-Baixas 26

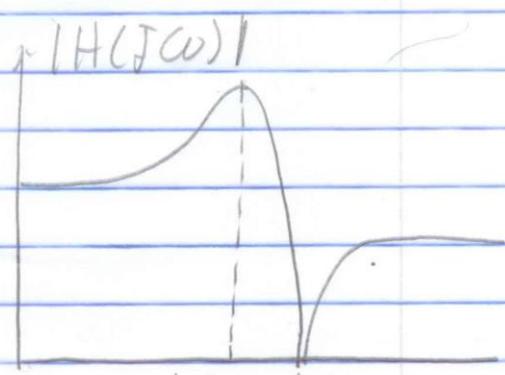


$$H(s) = \frac{2(\omega_p)^2(s + \omega_z^2)}{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}$$

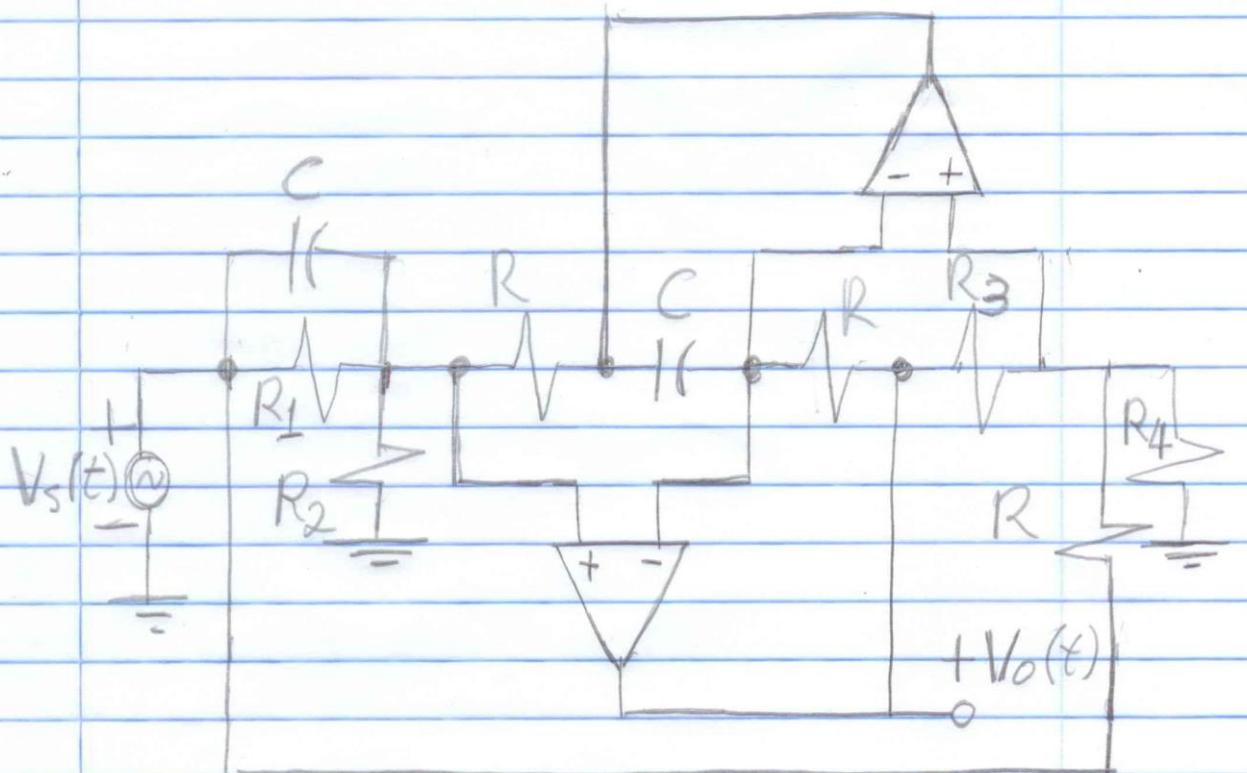
$$C_1 = \frac{\alpha^2 + 1}{2\alpha^2} C$$

$$C_2 = \frac{\alpha^2 - 1}{2\alpha^2} C$$

$$\alpha = \frac{\omega_z}{\omega_p} > 1$$



GIC Notch Passa-Altas



$H(s)$ é da forma

$$H(s) = \frac{2(2-\alpha^2)(s+\omega_p^2)}{s^2 + \omega_p s + \omega_p^2}; \quad \omega_p = \frac{1}{RC}$$

$$R_1 = \frac{1+\alpha^2}{\alpha^2} QR \quad \alpha = \frac{\omega_z}{\omega_p} \leq 1$$

$$R_2 = (1+\alpha^2) QR$$

$$R_3 = \frac{2\alpha^2}{1+\alpha^2} R$$

$$R_4 = \frac{2\alpha^2}{1-\alpha^2} R$$

