Домашнее задание к Лекции 1: «Теория формальных языков и трансляций» Пятый семестр.

Специальность 02.03.03.

Математическое обеспечение и администрирование информационных систем. Кафедра системного программирования.

Преподаватель - Федорченко Людмила Николаевна.

Группа 344. Санкт-Петербург 2020.

Фомина В.В.

Набрано в ЕТЕХ

Дата изменения: 9 сентября 2020 г. 23:39

Задача 1.1.

```
Функция K(i,j)=\frac{(i+j-1)(i+j-2)}{2}+j отображает упорядоченные пары целых на целые. Найти обратные функции I(K) и J(K) с таким свойством, что: I(K(i,j))=i и J(K(i,j))=j. Составьте процедуру на Паскале, которая по целому k>0 выдаёт i и j — номер строчки и столбца треугольной сетки, где расположено значение k.
```

Решение:

```
var
     i, j, k, numberOfElementsInTriangle, numberOfLevels : integer;
3
4
  begin
     readln(k);
6
7
     numberOfLevels := 0;
     while numberOfLevels * (numberOfLevels + 1) div 2 < k do</pre>
10
       numberOfLevels += 1;
11
12
     numberOfLevels -= 1;
13
    numberOfElementsInTriangle := numberOfLevels * (numberOfLevels + 1) div 2;
14
15
16
     j := k - numberOfElementsInTriangle;
17
     i := numberOfLevels - j + 2;
18
    writeln('i = ', i);
20
    writeln('j = ', j);
21
22 end.
```

Рис. 1: Решение

Тесты:

Рис. 2: Тест 1

Окно вывода		
9		
i	=	2
j	=	3

Рис. 3: Тест 2

Рис. 4: Тест 3

Задача 1.2.

Пусть $\hat{J}(w, x, y) = J(w, J(x, y)).$

Какая тройка целых w,x,y приписывается числу 1000, если

$$J(x,y) = \frac{(x+y-1)(x+y-2)}{2} + y.$$

Решение:

$$\hat{J}(w, x, y) = J(w, J(x, y)) = 1000 := k$$

Применим процедуру из **Задачи 1** к k и найдем J(x,y) и w.

Получим
$$J(x,y) = 10 := t, w = 36.$$

Теперь применим процедуру из **Задачи 1** к t и найдем x и y. Получим $x=1,\ y=4.$

Ответ: (36, 1, 4).

Задача 1.3.

Опишите простую процедуру для перенумерации предложений рекурсивного языка.

Решение:

Определение 1.1.

Язык рекурсивен, если существует алгоритм его распознавания.

Определение 1.2.

Алгоритм распознавания – алгоритм, определяющий есть ли данное предложение в данном языке или нет.

V – алфавит, L – язык, V^* – множество всех предложений, состоящих из символов алфавита.

Пусть в алфавите V p символов. Пронумеруем их числами от 0 до p-1. Поставим предложениям из V^* , а также предложению ε в соответсвие числа из p-ичной системы счисления. Реализуем это следующим образом. Предложению ε поставим в соответсвие число 0. Пронумеруем предложения из V^* в порядке увеличения длины, причём все предложения одинаковой длины будем нумеровать в соответствии с лексикографическим порядком, определенным нумерацией символов алфавита.

В соответствии с нумерацией будем отправлять предложения (ε и предложения из V^*) на проверку принадлежности языку L через алгоритм распознавания. Если предложение принадлежит языку, то ставим ему в соответсвие число k (k=1 изначально) и увеличиваем k на 1.

Задача 1.4.

Докажите, что если существует процедура для перечисления множества целых в монотонном порядке, то это множество рекурсивно в том смысле, что существует алгоритм определения, находится ли данное целое в этом множестве.

Решение:

Хотим определить принадлежит ли число k множеству. Запускаем процедуру перечисления. Если текущее число, выдаваемое процедурой

- \bullet меньше k, смотрим дальше;
- \bullet равно k да, число k принадлежит множеству, останавливаем процедуру;
- \bullet больше k нет, число k множеству не принадлежит, останавливаем процедуру.

Рассмотрим последний случай. Процедура перечисления закончила свою работу и последнее число, которое она выдала меньше k. В таком случае число k множеству не принадлежит.

Таким образом мы построили алгоритм определения, находится ли произвольное целое в множестве.

Задача 1.5.

Покажите, что все конечные множества рекурсивны.

Решение:

Пусть k — элемент, принадлежность множеству которого мы хотим проверить. Множество конечно \Rightarrow можно построить биекцию между элементами множества и целыми числами из отрезка [1..n], где n — мощность множества. В соответсвии с полученной нумерацией реализуем процедуру перечисления. Запустим ее. Если текущий элемент, выдаваемый процедурой перечисления совпадает с k, то k принадлежит множеству, останавливаем процедуру. Если процедура завершила свое выполнение,а про принадлежность элемента k множеству не было получено никакой информации, значит k множеству не принадлежит.