

Дебильник по предмету:  
«Математическая логика»  
Четвертый семестр.

Специальность 02.03.03.

Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.

Преподаватель - Григорьева Татьяна Матвеевна.

Группа 244.

Санкт-Петербург 2020.

Фомина В.В.

Набрано в **Л<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X**

Дата изменения: 20 июня 2020 г. 14:36

## Содержание

1	Пропозициональные формулы. Таблицы истинности. Равносильные формулы. Основные равносильности. Тавтологии и противоречия.	4
2	Теоремы о представимости пропозициональной формулы с помощью формул, содержащих только три, две или одну логическую связку.	4
3	Теоремы о ДНФ и КНФ. Полином Жегалкина.	4
4	Понятия исчисления и формальной теории. Вывод, выводимая формула, полнота и непротиворечивость. Допустимое правило.	4
5	Секвенциальное исчисление высказываний. Допустимые правила секвенциального исчисления высказываний.	4
6	Теоремы о семантическом обосновании секвенциального исчисления высказываний.	4
7	Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления высказываний.	4
8	Метод резолюций для исчисления высказываний. Обоснование доказательства следования $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_k$ .	4
9	Предикатные формулы: терм, атомарная формула, предикатная формула. Область действия квантора, свободные и связанные вхождения предметной переменной в формулу. Терм, свободный для подстановки в формулу вместо свободных вхождений предметной переменной.	5
10	Интерпретации. Общезначимые и выполнимые формулы, противоречия.	8
11	Смысл формулы с $n$ свободными переменными в заданной интерпретации.	8
12	Секвенциальное исчисление предикатов. Необходимость соблюдения ограничений на кванторные правила (примеры).	8
13	Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления предикатов.	8
14	Метод резолюций для исчисления предикатов. Обоснование доказательства следствия $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_k$ .	8

15	Понятие формальной теории. Формальные теории с равенством (примеры). Аксиомы для равенства и аксиомы согласования с равенством.	8
16	Формальная арифметика (аксиоматическая теория чисел).	8
17	Первая теорема Геделя.	8
18	Вторая теорема Геделя.	8
19	Консервативность расширения формальной арифметики бесконечно большими числами.	8
20	Парадокс Рассела в наивной теории множеств. Его отсутствие в аксиоматических теориях множеств.	8
21	Теория типов Рассела.	8
22	Аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля.	8
23	Ординальные числа.	8
24	Конструктивные объекты. Формулы Бэкуса.	8
25	Примеры математических понятий алгоритма.	8

- 1 Пропозициональные формулы. Таблицы истинности. Равносильные формулы. Основные равносильности. Тавтологии и противоречия.
- 2 Теоремы о представимости пропозициональной формулы с помощью формул, содержащих только три, две или одну логическую связку.
- 3 Теоремы о ДНФ и КНФ. Полином Жегалкина.
- 4 Понятия исчисления и формальной теории. Вывод, выводимая формула, полнота и непротиворечивость. Допустимое правило.
- 5 Секвенциальное исчисление высказываний. Допустимые правила секвенциального исчисления высказываний.
- 6 Теоремы о семантическом обосновании секвенциального исчисления высказываний.
- 7 Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления высказываний.
- 8 Метод резолюций для исчисления высказываний. Обоснование доказательства следования  $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_k$ .

## 9 Предикатные формулы: терм, атомарная формула, предикатная формула. Область действия квантора, свободные и связанные вхождения предметной переменной в формулу. Терм, свободный для подстановки в формулу вместо свободных вхождений предметной переменной.

**Определение 9.1.** Предметная константа - имя предмета.

**Определение 9.2.** Предметная переменная - переменная, которая в качестве своих значений может принимать предметные константы.

**Определение 9.3.** Символ  $F$  в формальном языке является **функциональным символом**, если для любого символа  $x$ , представляющий объект в языке,  $F(x)$  снова является символом, представляющим объект на этом языке

**Определение 9.4 (Терм).** 1. Предметная константа является термом.

2. Предметная переменная является термом.
3. Если  $t_1, \dots, t_n$  - термы,  $f$  -  $n$ -местный функциональный символ, то выражение  $f(t_1, \dots, t_n)$  является термом.
4. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п.п. 1 - 3 этого определения, не являются термом.

**Определение 9.5 (Атомарная формула).** 1. Если  $t_1, \dots, t_n$  - термы,  $P$  -  $n$ -местный предикатный символ, то  $P(t_1, \dots, t_n)$  является атомарной формулой.

2. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п. 1 этого определения не являются атомарной формулой.

**Определение 9.6 (Предикатная формула).** 1. Атомарная формула является предикатной формулой.

2. Если  $A$  - предикатная формула, то  $\neg A$  является предикатной формулой.
3. Если  $A, B$  - предикатные формулы,  $*$  - бинарная логическая связка, то  $(A * B)$  является предикатной формулой.
4. Если  $A$  - предикатная формула,  $x$  - предметная переменная, то  $\forall x A$  и  $\exists x A$  являются предикатными формулами.
5. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п.п. 1 - 4 этого определения, не являются предикатными формулами.

**Определение 9.7.** Кванторным комплексом называется выражение вида  $\forall x$  или  $\exists x$ , где  $x$  - имя предметной переменной.

**Определение 9.8.** Областью действия квантора называется формула, стоящая непосредственно вслед за кванторным комплексом, содержащим это вхождение квантора.



- 10 Интерпретации. Общезначимые и выполнимые формулы, противоречия.
- 11 Смысл формулы с  $n$  свободными переменными в заданной интерпретации.
- 12 Секвенциальное исчисление предикатов. Необходимость соблюдения ограничений на кванторные правила (примеры).
- 13 Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления предикатов.
- 14 Метод резолюций для исчисления предикатов. Обоснование доказательства следствия  $A_1, \dots, A_n \Rightarrow B_1, \dots, B_k$ .
- 15 Понятие формальной теории. Формальные теории с равенством (примеры). Аксиомы для равенства и аксиомы согласования с равенством.
- 16 Формальная арифметика (аксиоматическая теория чисел).
- 17 Первая теорема Геделя.
- 18 Вторая теорема Геделя.
- 19 Консервативность расширения формальной арифметики бесконечно большими числами.
- 20 Парадокс Рассела в наивной теории множеств. Его отсутствие в аксиоматических теориях множеств.
- 21 Теория типов Рассела.
- 22 Аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля.
- 23 Ординальные числа.
- 24 Конструктивные объекты. Формулы Бэкуса.