## Дебильник по предмету: «Математическая логика» Четвертый семестр.

Специальность 02.03.03.
Математическое обеспечение и администрирование информационных систем.
Преподаватель - Григорьева Татьяна Матвеевна.
Группа 244.
Санкт-Петербург 2020.

Фомина В.В. Набрано в **№Т<sub>Е</sub>Х** 

Дата изменения: 20 июня 2020 г. 14:59

## Содержание

1	Пропозициональные формулы. Таблицы истинности. Равносильные формулы. Основные равносильности. Тавтологии и противоречия.	4
2	Теоремы о представимости пропозициональной формулы с помощью формул, содержащих только три, две или одну логическую связку.	4
3	Теоремы о ДНФ и КНФ. Полином Жегалкина.	4
4	Понятия исчисления и формальной теории. Вывод, выводимая формула, полнота и непротиворечивость. Допустимое правило.	4
5	Секвенциальное исчисление высказываний. Допустимые правила секвенциального исчисления высказываний.	4
6	Теоремы о семантическом обосновании секвенциального исчисления высказываний.	4
7	Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления высказываний.	4
8	Метод резолюций для исчисления высказываний. Обоснование доказательства следования $A1,,An\Rightarrow B1,,Bk.$	4
9	Предикатные формулы: терм, атомарная формула, предикатная формула. Область действия квантора, свободные и связанные вхождения предметной переменной в формулу. Терм, свободный для подстановки в формулу вместо свободных вхождений предметной переменной.	. 5
10	Интерпретации. Общезначимые и выполнимые формулы, противоречия.	8
11	Смысл формулы с n свободными переменными в заданной интерпретации.	8
12	Секвенциальное исчисление предикатов. Необходимость соблюдения ограничений на кванторные правила (примеры).	8
13	Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления предикатов.	8
14	Метод резолюций для исчисления предикатов. Обоснование доказательства следствия $A1,,An\Rightarrow B1,,Bk.$	8

15	Понятие формальной теории. Формальные теории с равенством (примеры). Аксиомы для равенства и аксиомы согласования с равенством.	8
16	Формальная арифметика (аксиоматическая теория чисел).	8
17	Первая теорема Геделя.	8
18	Вторая теорема Геделя.	8
19	Консервативность расширения формальной арифметики бесконечно большими числами.	8
20	Парадокс Рассела в наивной теории множеств. Его отсутствие в аксиоматических теориях множеств.	8
21	Теория типов Рассела.	8
22	Аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля.	8
23	Ординальные числа.	8
24	Конструктивные объекты. Формулы Бэкуса.	8
25	Примеры математических понятий алгоритма.	8

- 1 Пропозициональные формулы. Таблицы истинности. Равносильные формулы. Основные равносильности. Тавтологии и противоречия.
- 2 Теоремы о представимости пропозициональной формулы с помощью формул, содержащих только три, две или одну логическую связку.
- 3 Теоремы о ДНФ и КНФ. Полином Жегалкина.
- 4 Понятия исчисления и формальной теории. Вывод, выводимая формула, полнота и непротиворечивость. Допустимое правило.
- 5 Секвенциальное исчисление высказываний. Допустимые правила секвенциального исчисления высказываний.
- 6 Теоремы о семантическом обосновании секвенциального исчисления высказываний.
- 7 Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления высказываний.
- 8 Метод резолюций для исчисления высказываний. Обоснование доказательства следования  $A1, \dots, An \Rightarrow B1, \dots, Bk.$

9 Предикатные формулы: терм, атомарная формула, предикатная формула. Область действия квантора, свободные и связанные вхождения предметной переменной в формулу. Терм, свободный для подстановки в формулу вместо свободных вхождений предметной переменной.

Определение 9.1. Предметная константа - имя предмета.

Определение 9.2. Предметная переменная - переменная, которая в качестве своих значений может принимать предметные константы.

**Определение 9.3.** Символ F в формальном языке является функциональным символом, если для любого символа, представляющий объект в языке,  $F\left(X\right)$  снова является символом, представляющим объект на этом языке

Определение 9.4 (Терм). 1. Предметная константа является термом.

- 2. Предметная переменная является термом.
- 3. Если  $t_1, \ldots, t_n$  термы, f n-местный функциональный символ, то выражение  $f(t_1, \ldots, t_n)$  является термом.
- 4. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п.п. 1-3 этого определения, не являются термом.
- Определение 9.5 (Атомарная формула). 1. Если  $t_1, \ldots, t_n$  термы, P-n-местный предикатный символ, то  $P(t_1, \ldots, t_n)$  является атомарной формулой.
  - 2. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п. 1 этого определения не являются атомарной формулой.

**Определение 9.6** (**Предикатная формула**). 1. Атомарная формула является предикатной формулой.

- 2. Если A предикатная формула, то  $\neg A$  является предикатной формулой.
- 3. Если A, B предикатные формулы, \* бинарная логическая связка, то (A\*B) является предикатной формулой.
- 4. Если A предикатная формула, x предметная переменная, то  $\forall x A$  и  $\exists x A$  являются предикатными формулами.
- 5. Никакие выражения, кроме полученных в результате применения п.п. 1-4 этого определения, не являются предикатными формулами.

**Определение 9.7. Кванторным комплексом** называется выражение вида  $\forall x$  или  $\exists x$ , где x – имя предметной переменной.

**Определение 9.8. Областью действия квантора** называется формула, стоящая непосредственно вслед за кванторным комплексом, содержащим это вхождение квантора.

**Определение 9.9. Вхождение** предметной переменной в формулу называется **связанным**, если оно находится в кванторном комплексе или в области действия квантора по этой переменной.

**Определение 9.10.** Вхождения предметных переменных, не являющиеся связанными, называются **свободными**.

Определение 9.11. Формула без свободных переменных называется замкнутой.

- 10 Интерпретации. Общезначимые и выполнимые формулы, противоречия.
- 11 Смысл формулы с n свободными переменными в заданной интерпретации.
- 12 Секвенциальное исчисление предикатов. Необходимость соблюдения ограничений на кванторные правила (примеры).
- 13 Полнота и непротиворечивость секвенциального исчисления предикатов.
- 14 Метод резолюций для исчисления предикатов. Обоснование доказательства следствия  $A1, \dots, An \Rightarrow B1, \dots, Bk$ .
- 15 Понятие формальной теории. Формальные теории с равенством (примеры). Аксиомы для равенства и аксиомы согласования с равенством.
- 16 Формальная арифметика (аксиоматическая теория чисел).
- 17 Первая теорема Геделя.
- 18 Вторая теорема Геделя.
- 19 Консервативность расширения формальной арифметики бесконечно большими числами.
- 20 Парадокс Рассела в наивной теории множеств. Его отсутствие в аксиоматических теориях множеств.
- 21 Теория типов Рассела.
- 22 Аксиоматическая теория множеств Цермело-Френкеля
- 23 Ординальные числа.
- 24 Конструктивные объекты. Формулы Бэкуса.