

Problema 1: Reconstrução exata de sinal analógico

Bruno C. Matias, Felipe Damascena, Samuel V. Lima, Victória O. Gomes, Vitor Vaz Andrade
Universidade Estadual de Feira de Santana - UEFS
Feira de Santana - Bahia - Brasil

Resumo—Com a finalidade de obter a recuperação exata de um sinal analógico com banda limitada, foi solicitado ao grupo TEC513-TP01 a reestruturação e revisão de um instrumento eletrônico de medição que faz a conversão contínua/discreta e discreta/contínua. O projeto consiste em uma análise detalhada do funcionamento do sistema que está em um hardware embarcado, sendo ele descrito a partir de simulações computacionais. Para o processo de recuperação do sinal analógico no sistema, é recebido como entrada um sinal de tempo contínuo juntamente com um ruído de natureza aditiva.

Keywords- Conversão analógico-digital; Superamostragem; Subamostragem; Aliasing.

I. INTRODUÇÃO

Existem diversas empresas que atuam no ramo de instrumentação eletrônica de medição, e dentre elas podemos citar a **Analog Instruments Inc.**, a qual é considerada uma das pioneiras nesse mercado. Afim de continuar se destacando nessa área, atualmente a empresa está engajada em um projeto voltado para a reestruturação e revisão dos seus instrumentos empregados no processamento de conversão *contínua/discreta* e *discreta/contínua*, cujo objetivo é obter a recuperação exata de um sinal analógico com banda limitada.

Levando em conta que o sistema descrito está em hardware embarcado, e que este pode ser reprogramado, o presidente da empresa supracitada solicitou a equipe de engenheiros do grupo TEC513 - TP01 o desenvolvimento do sistema presente na figura 1, bem como a descrição matematicamente fundamentada e devidamente simulada de todas as etapas do que foi requisitado.

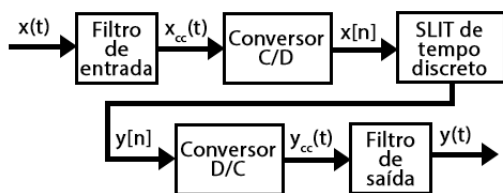


Figura 1. Diagrama em blocos do processo de recuperação exata de sinal analógico.

A fim de obter o sistema adequado as necessidades da empresa, as seguintes características foram fornecidas ao time de desenvolvimento:

- O sinal de entrada ($x(t)$) em tempo contínuo consiste na adição de um sinal de informação ($x_f(t)$) com um ruído de natureza aditiva ($x_r(t)$);
- O espectro do sinal de informação ($x_f(t)$) está limitado em banda em $\omega_c < 2000\pi(\text{rad/s})$;
- O sinal de entrada ($x(t)$) não possui transformada de Fourier de banda limitada;
- A taxa de amostragem utilizada no conversor D/C (T_2) não deve ser menor que $200\mu\text{s}$, devido a uma limitação no hardware de saída;
- A escolha da taxa de amostragem do conversor C/D (T_1) e do D/C (T_2) não podem ser iguais;
- Todas as soluções desenvolvidas e decisões tomadas devem ser descritas analiticamente, e demonstradas com simulações computacionais, ilustrando também o funcionamento do sistema total.

Assim, o presente relatório detalha toda a linha de raciocínio seguida para a construção da solução que foi solicitada pela Analog Instruments Inc, além de explicitar os conceitos teóricos envolvidos.

II. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nesta seção é apresentada uma análise detalhada dos conceitos, fenômenos e relações matemáticas que servem para embasar a solução proposta para o problema apresentado.

A. Representações de Fourier

As representações de Fourier constituem maneiras que podem ser utilizadas a fim de obter a representação de um sinal no domínio da frequência. Essas representações se dividem de acordo com a periodicidade e a continuidade do sinal, como pode ser observado na tabela abaixo.

Sinal	Periodicidade	Representação
Contínuo	Periódico	Série de Fourier
	Aperiódico	Transformada de Fourier
Discreto	Periódico	Série de Fourier de Tempo Discreto
	Aperiódico	Transformada de Fourier de Tempo Discreto

B. Amostragem periódica (ou conversor (C/D) ideal)

Segundo Haykin e Veen [1], o termo **amostragem** pode ser definido como o processo pelo qual é possível obter a representação de um sinal de tempo contínuo ($x(t)$, onde $t \in \mathbb{R}$), em tempo discreto ($x[n]$, onde $n \in \mathbb{Z}$). Para realizar tal conversão, um conjunto de amostras discretas obtidas

em instantes específicos de tempo é utilizado. Nesse caso, o valor numérico do n -ésimo termo da sequência é igual ao valor do sinal $x(t)$ no instante nT , onde T representa o período utilizado para a obtenção das amostras. A relação descrita pode ser observada na equação 1.

$$x[n] = x_c(nT) \quad (1)$$

Esse processo de amostragem pode ser subdividido em dois estágios. Fazendo uma análise no domínio do tempo, a primeira etapa consiste em multiplicar o sinal de entrada por um trem de impulsos, o qual é representado pela equação 2. Por conta da propriedade do peneiramento, essa multiplicação resulta que a dimensão do impulso de uma amostra localizada em nT é igual ao valor que o sinal contínuo possui nesse mesmo instante [2]. Por fim, esse trem de impulsos ponderados que foi obtido é convertido em uma sequência de tempo discreto, e a amostragem é concluída.

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) \quad (2)$$

C. Segurador de ordem zero

Um segurador de ordem zero, também conhecido como Zero Order Holder (ZoH), é um sistema responsável por segurar o valor de uma dada amostra até que uma nova seja recebida, de modo a interconectar as amostras fornecidas do sinal de entrada [3]. Para realizar esse procedimento, o ZoH aplica um trem de impulsos quadráticos periódicos no tempo, sendo o período o clock para a obtenção dos valores do sinal da entrada [2].

D. Aliasing

Ao analisar o primeiro estágio do processo de amostragem no domínio da frequência, é necessário se atentar ao fato de que a convolução do espectro do trem de impulso com o espectro do sinal contínuo pode gerar um resultado onde os espectros produzidos se sobrepõem, o que acarreta em um fenômeno denominado **aliasing** [2]. Caso isso ocorra, o sinal de tempo contínuo que foi fornecido ao sistema originalmente não poderá mais ser recuperado, visto que a informação foi distorcida.

E. Teorema da amostragem de Nyquist-Shannon

Para evitar que o fenômeno de **aliasing** ocorra, a escolha da frequência de amostragem a ser utilizada deve ser feita levando em consideração o critério definido pelo teorema de Nyquist-Shannon, o qual enuncia que, dado um sinal $x_c(t)$ de banda limitada, a frequência de amostragem (Ω_s) a ser utilizada deve ser no mínimo duas vezes maior que a maior frequência presente nesse sinal (Ω_N), como representado pela equação 3.

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T} \geq 2\Omega_N \quad (3)$$

F. Filtros anti-aliasing

Ao processar sinais analógicos utilizando sistemas de tempo discreto, caso a entrada não seja limitada em banda ou caso a frequência de Nyquist seja muito grande, é necessário realizar uma pré-filtragem. Essa pré-filtragem geralmente é feita antes do sinal alimentar o conversor C/D e, portanto, o trata-se de um filtro analógico.

Existem alguns métodos que podem ser utilizados para auxiliar no projeto de filtros analógicos, os quais utilizam abordagens matemáticas para aproximar uma função de transferência que atenda aos requisitos propostos. Dentre estes, temos os **filtros de Butterworth**, os quais são conhecidos por possuírem uma faixa de passagem com resposta em frequência tão plana quanto possível, indo de 0Hz até a frequência de corte sem ondulações.

G. Método de design de filtros de Butterworth

O modelo de design de filtros de Butterworth consiste em utilizar uma abordagem matemática aplicada a construção de filtros analógicos lineares para obter uma função de transferência do filtro que se aproxime do valor desejado tanto quanto for possível.

No gráfico apresentado na figura 2, temos a resposta em frequência típica de um filtro de Butterworth, onde o eixo x apresenta as frequências (em rad/s), e o eixo y apresenta a magnitude. Ademais, é possível visualizar no gráfico alguns parâmetros que são definidos no design de um filtro de Butterworth, sendo que:

- A_{max} : máxima amplificação dos componentes do sinal (em dB)
- A_{min} : mínima amplificação dos componentes do sinal (em dB)
- ω_p : frequência de passagem (em rad/s)
- ω_s : frequência de rejeição (em rad/s)

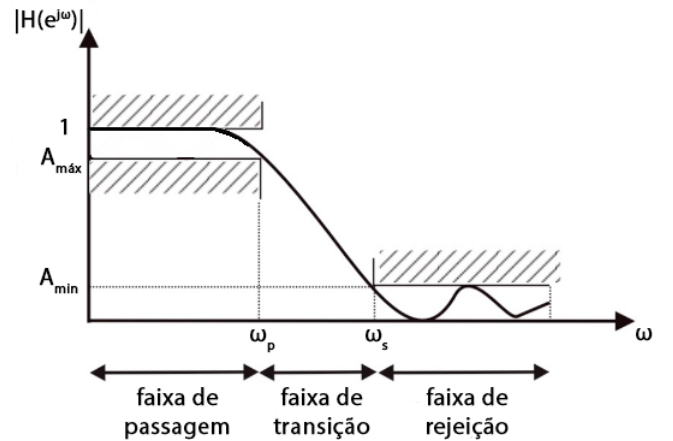


Figura 2. Resposta em frequência de um filtro de Butterworth.

Como uma das consequências do fato de possuir uma banda de passagem quase que plana, ao utilizar o filtro de

Butterworth obtemos uma região entre a faixa de passagem e a faixa de rejeição bem grande, além de características de fase ruins.

O tamanho da faixa de transição, a qual compreende a distância entre a frequência que desejamos que passe pelo filtro e a que desejamos rejeitar, está estritamente relacionada a ordem do filtro desenvolvido (N): quanto maior a ordem do filtro, menor o tamanho dessa faixa, e mais a resposta do filtro tende a resposta ideal de "brick wall", onde a partir de um valor de frequência determinado o filtro passaria instantaneamente para a faixa de rejeição [4]. Na prática, essa resposta ideal é inalcançável por um filtro de Butterworth, visto que ela introduziria uma oscilação excessiva na banda de passagem.

Para fazer uma correlação entre os parâmetros supramencionados, o modelo matemático de Butterworth utiliza a equação 4 para representar filtros de enésima ordem.

$$H(j\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \varepsilon^2 \left(\frac{\omega}{\omega_p}\right)^{2N}}} \quad (4)$$

Na equação 4, N é a ordem do filtro, ω é igual a $2\pi f$ e ε é o ganho máximo na banda de passagem que define o fator máximo de amplificação para os componentes do sinal na faixa de passagem.

Considerando $\omega = \omega_p$, a partir da equação 4 obtemos a equação 5, onde ε determina a máxima variação da banda passante (A_{\max}):

$$A_{\max} = 20 \log \sqrt{1 + \varepsilon^2} \quad (5)$$

Isolando ε , temos:

$$\varepsilon = \sqrt{10^{\frac{A_{\max}}{10}} - 1} \quad (6)$$

Considerando que a resposta em frequência de um filtro pode ser definida pela sua função de transferência, como mostrado na equação 7, onde V_{out} é a voltagem do sinal de saída, V_{in} a voltagem do sinal de entrada e ω a frequência do sinal em $2\pi f$, podemos aplicar a transformada de Laplace para reescrevê-la no domínio da variável S .

$$H(j\omega) = \frac{V_{out}(j\omega)}{V_{in}(j\omega)} \quad (7)$$

Na equação 8, por exemplo, é possível observar o formato da equação obtida no desenvolvimento de filtros de primeira ordem. É válido salientar, no entanto, que esse formato é obtido utilizando a frequência de passagem normalizada ($\omega_p = 1$), possibilitando assim fazer uso da tabela fornecida por Butterworth, a qual relaciona a ordem de um filtro ao seu polinômio denominador.

$$H(s) = \frac{1}{s + 1} \quad (8)$$

Caso aumentemos a ordem do filtro, a ordem do polinômio do denominador irá aumentar, deixando a equação cada vez mais complexa.

H. Sobreamostragem

A sobreamostragem constitui uma técnica utilizada para simplificar o projeto de circuitos que trabalham com a manipulação de sinais analógicos e contínuos. Considerando que, dada a necessidade de implementação de um filtro anti-aliasing, conseguir desenvolver um filtro analógico ideal não é possível, e que a tentativa de criar um que se aproxime da resposta brick-wall irá demandar um esforço excessivo, a técnica de sobreamostragem é utilizada.

Essa técnica consiste em simplificar o design do filtro utilizado na pré-filtragem, aceitar o fato de que teremos frequências indesejadas no nosso sinal, e, por conta disso, utilizar uma taxa de amostragem no conversor C/D muito maior do que o que seria realmente necessário [2]. Após a conversão C/D, essa taxa de amostragem poderia ser reduzida, e uma filtragem mais precisa poderia ser realizada com menos esforço.

1. Mudança da taxa de amostragem usando o processamento no tempo discreto

1) *Compressor de taxa de amostragem (ou subamostragem)*: A taxa de amostragem de um sinal contínuo pode ser reduzida por um fator inteiro, como demonstrado na equação 9, e tal redução implica que algumas amostras serão descartadas.

$$x_d[n] = X[nM] = x_c(nMT) \quad (9)$$

Ainda a partir da equação 9, é possível observar que $x_d[n]$ é idêntica a sequência $x_c(t)$ amostrada com período $T_d = MT$.

Para que essa alteração na taxa de amostragem seja conduzida sem aliasing, dois requisitos devem ser atendidos: I) é necessário cumprir a condição representada pela equação 10, e II) a taxa de amostragem deve ser menor que pelo menos M vezes a taxa de Nyquist.

$$\pi/T_d \geq \omega_n \quad (10)$$

2) *Expansor da taxa de amostragem (ou superamostragem)*: O aumento da taxa de amostragem por um fator qualquer tem por objetivo ampliar artificialmente a quantidade de amostras de um dado sinal, inserindo zeros entre as amostras originais dele e passando o resultado obtido por um filtro de interpolação, a fim de obter um valor para as amostras adicionadas. Essa técnica pode ser representada pela equação 11.

$$x_i[n] = X[n/L] = x_c(nT/L) \quad (11)$$

J. Conversor D/C ideal

A conversão de um sinal do tempo discreto para o contínuo consiste na interconexão de dois sistemas: primeiro é realizada a multiplicação do sinal de entrada por um trem de impulsos, e tal resultado passa por um segurador de ordem zero (ZoH); em seguida, o sinal passa por um filtro interpolador anti-imagem, e assim a conversão é finalizada.

K. Filtro de reconstrução ideal

O filtro interpolador anti-imagem tem como objetivo retirar as réplicas do espectro da frequência do sinal original que foram introduzidas após o processo de amostragem. A retirada dessas réplicas é feita utilizando um filtro passa-baixa, que idealmente tem como característica a seguinte resposta em frequência:

$$dx = \begin{cases} 1, & / \omega / < \frac{\pi}{T} \\ 0, & / \omega / \geq \frac{\pi}{T} \end{cases} \quad (12)$$

Uma frequência de corte apropriada a ser utilizada no desenvolvimento desse filtro seria o valor resultante da equação 13. Essa escolha se deve ao fato da relação entre a frequência de amostragem e a frequência de Nyquist, a qual deve ser observada a fim de evitar *aliasing* [2].

$$\omega_c = \frac{\pi}{T} = \frac{\omega_s}{2} \quad (13)$$

III. METODOLOGIA

Nesta seção é apresentada toda a justificativa referente aos componentes utilizados na simulação do sistema proposto, que pode ser observado na figura 3, bem como todos os cálculos que foram necessários para sua concepção.

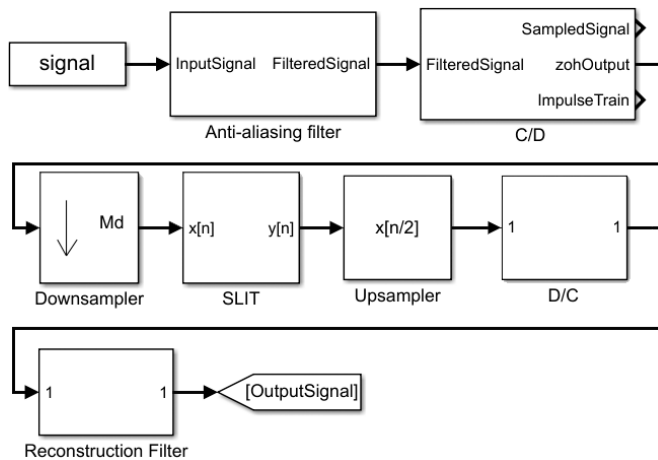


Figura 3. Simulação do sistema proposto montada no software Simulink.

A. Filtro Anti-aliasing

Para garantir que o sinal tenha sua banda limitada e para limitar ruídos no sinal, antes de iniciar a conversão C/D, se faz necessário passar o sinal por um filtro passa-baixa. De forma ideal, esse filtro passa-baixa teria uma resposta em frequência equivalente a um pulso quadrado com magnitude 1 até ω_c (que é a nossa frequência de corte desejada), e após essa faixa teria valor 0, o que cortaria qualquer valor superior à aquela frequência que não seria desejada. Esse resultado de filtro, no entanto, é inalcançável, como visto anteriormente na fundamentação teórica.

Para a modelagem do filtro anti-aliasing usamos o modelo de aproximação matemático de Butterworth. Usando o modelo de Butterworth podemos obter a função de transferência (a resposta em frequência do sistema) do filtro de ordem n desejado, com uma faixa de passagem o mais matematicamente plana o possível. A ordem do filtro escolhido foi de 1, já que a complexidade é menor, e qualquer problema com sobreposição de espectros devido a faixa de estabilização pode ser corrigida posteriormente com a escolha de uma alta taxa de amostragem.

Como já dito, existe uma faixa de estabilização na qual o filtro transiciona entre a banda de aceitação e banda de rejeição. No modelo de Butterworth, frequências mais altas que a frequência de passagem só chegam na faixa de rejeição a 20db/decade, devido ao fator de qualidade ser 0,707. Se a frequência de passagem for colocada exatamente em cima da banda máxima de passagem desejável (1KHz), frequências muito mais altas do que as desejadas ainda passarão sem atenuação. Assim, para reverter esse problema, calculou-se a frequência de passagem a fim de posicionar a frequência de corte de $1K\ Hz$ no ponto correspondente a 0,707 da magnitude do filtro, para que menos frequências indesejadas passem. Após esse cálculo, a frequência de passagem obtida para o nosso filtro de primeira ordem foi de 509Hz.

Com a frequência de corte calculada, usamos o matlab para obter o numerador e denominador da função de transferência. Com esses valores armazenados, podemos passar para o bloco *Transfer fcn* do simulink, o qual permitirá emular o comportamento do filtro desenvolvido. Esse bloco do simulink trabalha descrevendo a relação entre a entrada e saída do sistema em forma de equações de numerador e denominador no domínio S da variável de Laplace. A simulação do filtro montada no simulink pode ser observada na figura 4.

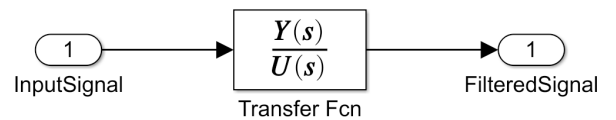


Figura 4. Filtro anti-aliasing no software simulink.

B. Conversor C/D

Para realizar a amostragem do sinal limitado em banda por 1000Hz, é necessário realizar o produto entre ele e um trem de impulsos de período T_1 e amplitude 1 no domínio do tempo. Abaixo estão os cálculos baseados no teorema de Nyquist para encontrar possíveis valores de T_1 , em que f_s representa a frequência de amostragem.

$$f_s > 2f_n \rightarrow f_s > 2000Hz$$

$$\frac{1}{T_1} > 2000 \rightarrow T_1 < 500\mu s$$

Após obter o valor da frequência mínima a ser utilizada na amostragem, e considerando que o filtro anti-aliasing usado para limitar o sinal em banda não é ideal, optou-se por utilizar sobreamostragem para definir o valor da frequência usada no conversor C/D. Para tanto, utilizou-se uma taxa 10 vezes maior que a maior frequência do sinal (ou 5 vezes a taxa de Nyquist calculada):

$$f_s = 10 \times 1000 = 5 \times 2000 = 10000Hz \quad (14)$$

$$T_1 = \frac{1}{f_s} = 100\mu s \quad (15)$$

Após realizar o produto no domínio do tempo entre o trem de impulsos com período T_1 e o sinal de saída do filtro anti-aliasing, obtemos um sinal que consiste em amostras separadas pelo período T_1 , com a amplitude idêntica ao do sinal contínuo naquele instante de tempo. Já no domínio da frequência, o que ocorre é uma convolução entre o espectro do sinal a ser amostrado e os espectros periódicos do trem de impulsos. O resultado dessa convolução é o surgimento de réplicas do espectro do sinal original, que se repetem periodicamente, separadas por um intervalo equivalente à frequência de amostragem usada.

Além disso, no domínio da frequência observamos também uma perda de amplitude do sinal, na proporção de $\frac{1}{T}$. Para gerar o trem de impulsos periódicos no Simulink foi utilizado o bloco *Pulse Generator*, configurado com um período igual a T_1 e amplitude igual a 1.

Após a etapa de amostragem ter sido concluída, o sinal passa por um segurador de ordem zero, criado no simulink com o bloco *Zero-Order Hold*, configurado com um período igual a T_1 , o que irá promover um ganho no espectro do sinal, contrabalanceando assim com a perda verificada após o produto com o trem de impulsos. A interconexão utilizada no simulink para a simulação do conversor C/D pode ser vista na figura 5.

C. Superamostrador e Subamostrador

Devido a impossibilidade de desenvolver um filtro anti-aliasing ideal, a taxa de amostragem utilizada no conversor C/D foi aumentada. Na prática, isso faz com que tenhamos uma quantidade muito grande de amostras, o que implica

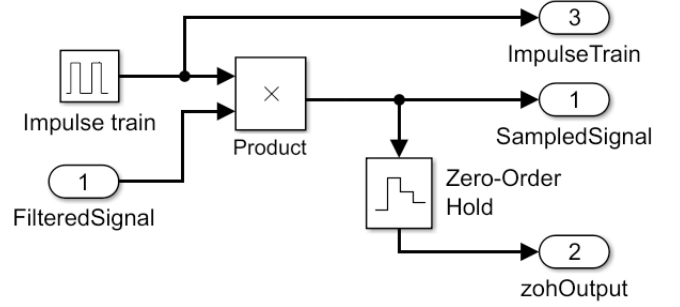


Figura 5. Conversor C/D no software simulink.

em um gasto computacional excessivo na manipulação do sinal discretizado.

A fim de diminuir esse montante, é possível manipular a frequência de amostragem utilizada no sinal. Para tanto, diminuímos sua taxa de amostragem antes do sinal entrar no Sistema Linear Invariante no Tempo (SLIT), e a aumentamos novamente antes de alimentar o conversor D/C, visto que, quanto mais amostras, melhor este conversor consegue reconstruir o sinal original.

Para definir por qual fator a taxa de amostragem do sinal seria aumentada (M_u) e diminuída (M_d), um script do MATLAB foi utilizado. Para realizar esse cálculo, as equações 16 e 17 foram utilizadas, e os seguintes tópicos foram levados em consideração:

$$M_d = \frac{f_s}{3 \times 1000} \quad (16)$$

$$M_u = \frac{5000 \times M_d}{f_s} \quad (17)$$

M_d : o fator utilizado no subamostrador deve resultar em uma frequência de amostragem que atenda ao teorema de Nyquist.

M_u : o fator utilizado no superamostrador deve resultar em uma frequência de amostragem o mais próximo possível de 5kHz, pois essa é a maior taxa permitida por limitações do hardware de saída, dado que T_2 precisa ser menor que 200μs.

No processo de subamostragem utilizou-se o bloco **Down-Sample** do Simulink, e para a superamostragem utilizou-se o **FIR Interpolation**. Vale enfatizar que, diferente do que foi explicado na fundamentação teórica, esse bloco que realiza a superamostragem trabalha com base na implementação polifásica de sistemas de interpolação, o que consiste em minimizar a complexidade computacional.

Essa diminuição de complexidade é obtida ao “inverter” o processo padrão de superamostragem, e realizar primeiro a filtragem com ganho M_u para, em sequência, interpolar as amostras. Essa inversão é realizada com embasamento nas identidades nobres, as quais descrevem quando é possível inverter a ordem de super/subamostragem e filtragem.

D. Conversor D/C e filtro de reconstrução

O conversor discreto para contínuo (D/C) consiste na obtenção do sinal contínuo que foi discretizado anteriormente. O sistema de conversão digital para contínuo é aplicado no sinal obtido após a operação de superamostragem. Neste sistema, é feita uma multiplicação entre o sinal de entrada com um trem de impulsos de período obtido pela equação 18 e amplitude de 1.

$$T = \frac{1}{\frac{f_s}{M_d} \times M_u} \quad (18)$$

Um sistema de Zero Order Hold é aplicado após o processo de multiplicação, necessário para efetivar a conversão do sinal para o domínio do tempo, visto que ele interpola as amostras obtidas. O ZoH usado foi configurado com período igual ao utilizado no trem de impulsos aplicado previamente. A montagem do conversor D/C para simulação pode ser observada na figura 6.

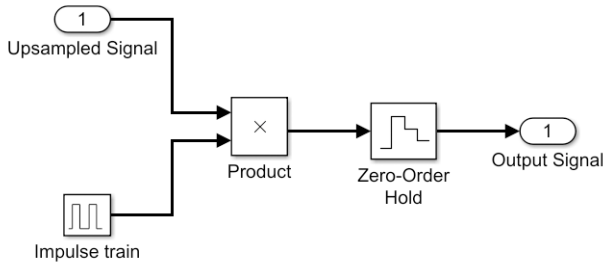


Figura 6. Conversor D/C no software simulink.

A última etapa para reconstrução do sinal consiste na aplicação de um filtro analógico passa-baixa, e o selecionado pela equipe utiliza o design Butterworth. A frequência de corte selecionada deve ser no mínimo igual a metade da frequência de amostragem utilizada. Para garantir que a frequência de corte se aproxime da de passagem, optou-se por utilizar um filtro de oitava ordem. A montagem do filtro proposto pode ser observada na figura 7.

IV. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A. Filtro Anti-Aliasing

Para conseguirmos analisar com maior exatidão o que está acontecendo com o nosso filtro anti-aliasing, precisamos fazer a análise do sistema no domínio da frequência, pois, no domínio do tempo existe diversas sobreposições de sinais e é extremamente difícil conseguir analisar a

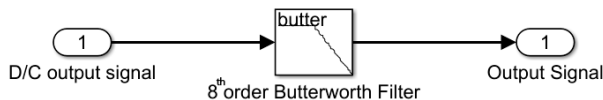


Figura 7. Filtro de reconstrução no software simulink.

frequência de cada um dos componentes destes sinais. Já no domínio da frequência, os componentes ficam separadas por sua frequência e resposta em magnitude, onde é possível identificar com exatidão cada uma delas.

Podemos iniciar a análise pelo nosso sinal de entrada do sistema. Analisando a figura 11, podemos ver que o sinal possui componentes com frequências que variam de 10 Hertz até quase 3000 Hertz, sendo que a frequência fundamental do sinal é de 100 Hertz, e o sinal de informação se encontra em frequências de até $2000\pi \text{ rads/s}$ ou 1Khz.

Analisando o nosso gráfico de bode do filtro anti-aliasing (figura 10), percebemos que com a nossa nova frequência de passagem para o filtro, os sinais deixam a banda de passagem quando atingem frequências maiores que 6314 rad/s , que quando convertido para Hertz corresponde a $1004,904310 \text{ Hz}$, $4,9 \text{ Hz}$ acima do valor ideal desejado que é de exatos 1 KHz . Isso significa que a margem de erro obtida é de $0,49\%$, valor que é considerado extremamente satisfatório, devido a dificuldade de atingir uma banda passante extremamente precisa.

Na figura 12, podemos ver a saída do sinal após o filtro, onde os componentes em geral perderam magnitude, comportamento que é considerado normal após a passagem por um filtro passivo. Além disso, os componentes do sinal que ultrapassam 1 KHz sofrem grande atenuação. Apesar disso, ainda é possível verificar que o filtro não eliminou perfeitamente as frequências maiores que 1 kHz , dessa forma os componentes de maior magnitude ainda afetam o sinal. Isso se deve ao fato de que filtros de primeira ordem tem uma grande faixa de transição da faixa de passagem para a de rejeição, fazendo com que essas maiores frequências sofram atenuações, mas ainda mantenham alguma influência sobre o sinal.

B. Conversor C/D

Após realizar a amostragem do sinal que sai do filtro anti-aliasing, o mesmo sofre uma mudança em seu espectro, com o surgimento de réplicas que se repetem periodicamente a cada intervalo de 10 kHz , como mostrado na figura 13. Além disso, podemos observar uma perda de amplitude no espectro do sinal amostrado, se compararmos com o espectro anterior do mesmo (Figura 12), e nota-se que a amplitude fica aproximadamente quatro vezes menor.

Após a amostragem, o sinal segue para o ZoH. A Figura 14 mostra o espectro do sinal após passar por ele, e a partir dela é possível notar mudanças no espectro central: ele sofre um ganho de amplitude de aproximadamente quatro vezes, se tornando quase idêntico ao espectro do sinal filtrado, enquanto os espectros das réplicas sofrem uma atenuação, perdendo amplitude.

C. Superamostrador e subamostrador

Na figura 15 é possível observar o espectro do sinal após a aplicação da subamostragem. Ao comparar este espectro

com o exibido na figura 14, observa-se que, além da diminuição de componentes do sinal, suas réplicas estão mais próximas. Isso se deve ao fato de que, como diminuimos a frequência de amostragem, a frequência na qual os espectros se repetem também diminui.

Após elevar a taxa de amostragem através do superamostrador, obtemos o resultado da figura 16. Como é possível observar, há uma maior separação entre as réplicas e o sinal se encontra melhor delimitado na frequência de corte selecionada, por contra do filtro utilizado no processo que é um filtro digital, possuindo assim uma maior precisão.

D. Conversor D/C

No conversor D/C, temos como entrada o sinal sobreamostrado na etapa anterior, o qual é então convertido em contínuo após ser multiplicado por um trem de impulsos e passar por um segurador de ordem zero.

O sinal de saída desse conversor no domínio da frequência pode ser visto na Figura 17. Se compararmos esse sinal de saída com o da entrada do bloco D/C, que está representada na Figura 16, podemos ver que a operação de converter o sinal funciona corretamente, já que não existe diferença no domínio da frequência entre a entrada e saída desse bloco.

Ainda analisando a figura 16, é possível visualizar que as réplicas do espectro do sinal que é obtido a partir do sinal de entrada do sistema foram removidas, mas ainda assim alguns ruídos se fazem presentes. Por conta disso, uma filtragem é realizada após esse processo, configurando como frequência de corte a metade da frequência de amostragem do sinal. A figura 18 representa o espectro do sinal após a aplicação deste filtro passa-baixa, mostrando que o espectro recuperado é semelhante ao sinal de entrada.

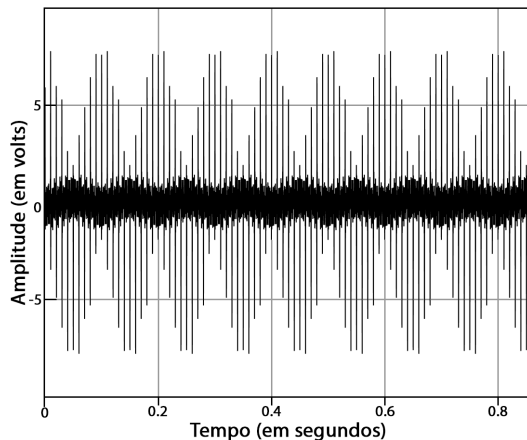


Figura 8. Sinal de entrada no domínio do tempo.

Em relação a análise no domínio do tempo, ao comparar o sinal de entrada presente na figura 8 com o sinal de saída presente na figura 9, é possível observar que houve uma perda de amplitude. Isso se deve ao fato de que algumas frequências mais altas foram cortadas, enquanto outras

foram atenuadas, causando assim uma perda de amplitude no sinal. Ademais, verifica-se também um deslocamento de fase no sinal, por consequência de todo o processamento e manipulação que foi realizado durante as conversões.

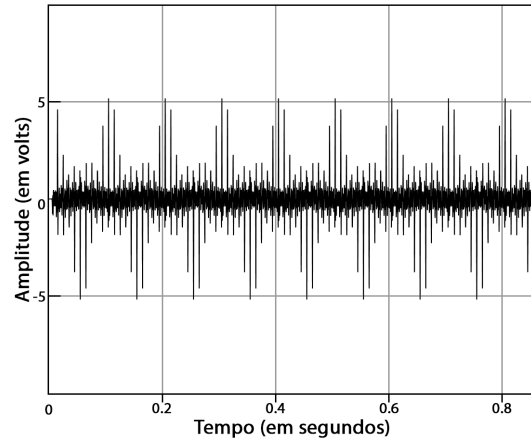


Figura 9. Sinal de saída no domínio do tempo.

V. CONCLUSÃO

A utilização da parte teórica do teorema da amostragem mostrou que, dado um sinal de entrada, é possível recuperá-lo corretamente ao final do processo. Estas características foram observadas durante a simulação que foi demonstrada nas seções de metodologia e nos resultados obtidos.

Em relação ao SLIT presente no meio do sistema, este é meramente ilustrativo e ainda não aplica modificações no sinal que o atravessa, visto que tais procedimentos serão realizados em consultorias posteriores.

Assim, a simulação e a análise solicitada pela empresa **Analog Instruments Inc.** foi concluída com sucesso, juntamente com todo o detalhamento das decisões e técnicas utilizadas para obtenção da solução proposta.

REFERÊNCIAS

- [1] S. S. Haykin and B. Van Veen, *Sinais e sistemas*. Bookman, 2001.
- [2] A. V. Oppenheim and R. W. Schaffer, "Processamento em tempo discreto de sinais," *Tradução Daniel Vieira*. 3ª ed.-São Paulo: Pearson Education do Brasil, 2012.
- [3] R. Llorente, *Practical Control of Electric Machines: Model-Based Design and Simulation*, ser. Advances in Industrial Control. Springer International Publishing, 2020. [Online]. Available: <https://books.google.com.br/books?id=3C3YDwAAQBAJ>
- [4] L. D. Paarmann, "Analog filter design and analysis concepts," *Design and Analysis of Analog Filters: A Signal Processing Perspective*, pp. 23–111, 2001.

VI. ANEXOS: SINAIS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

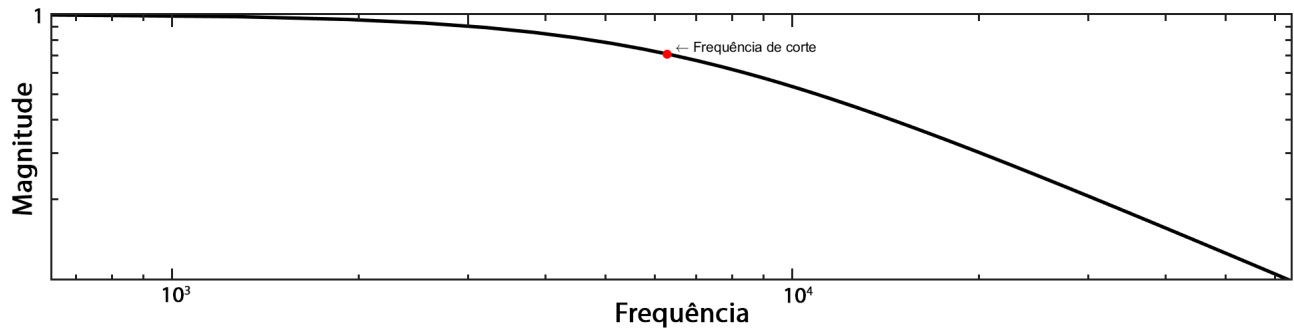


Figura 10. Resposta em frequência do filtro anti-aliasing.

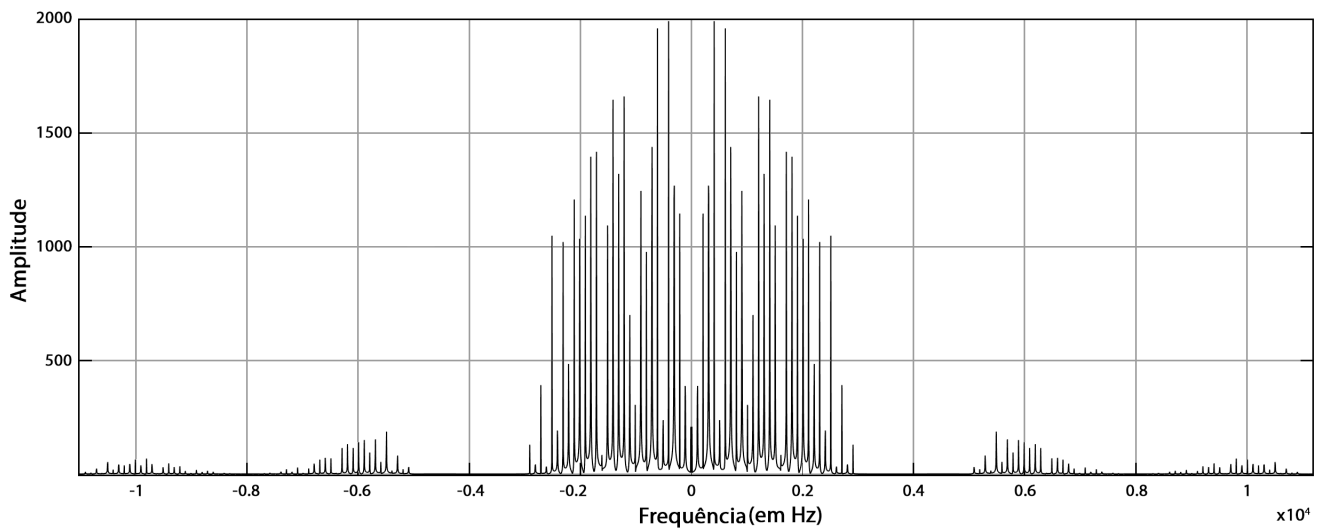


Figura 11. Espectro do sinal de entrada.

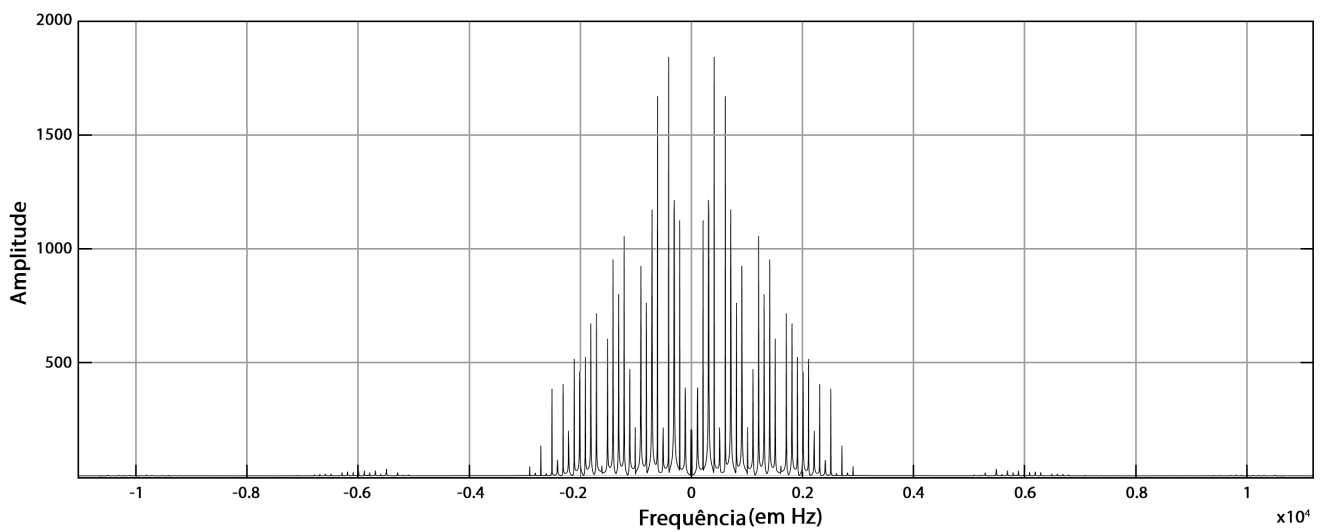


Figura 12. Espectro do sinal após o filtro anti-aliasing.

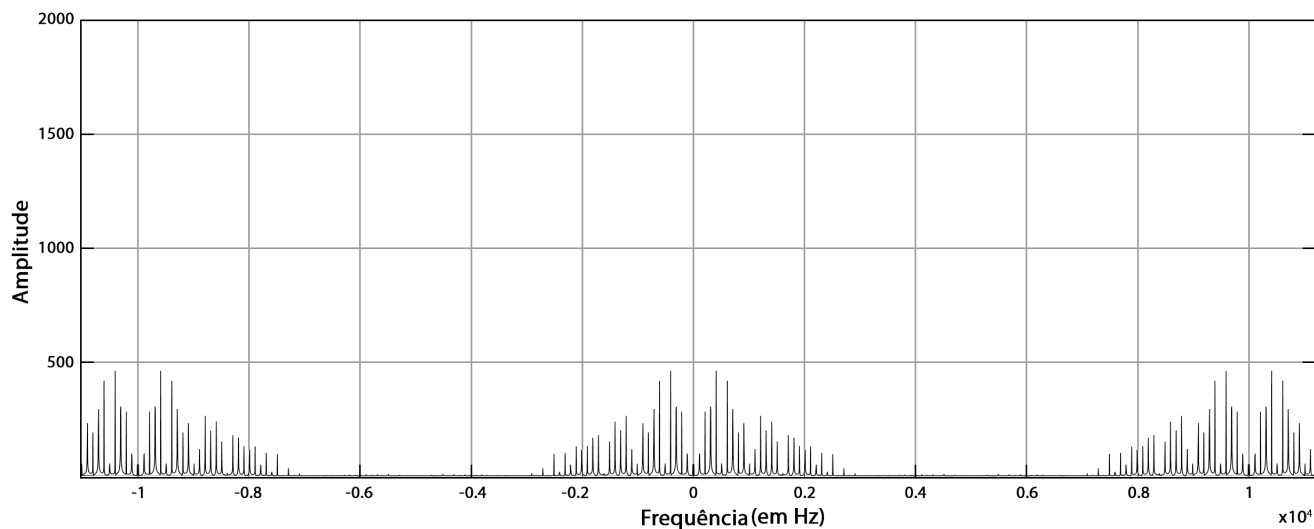


Figura 13. Espectro do sinal após o processo de amostragem.

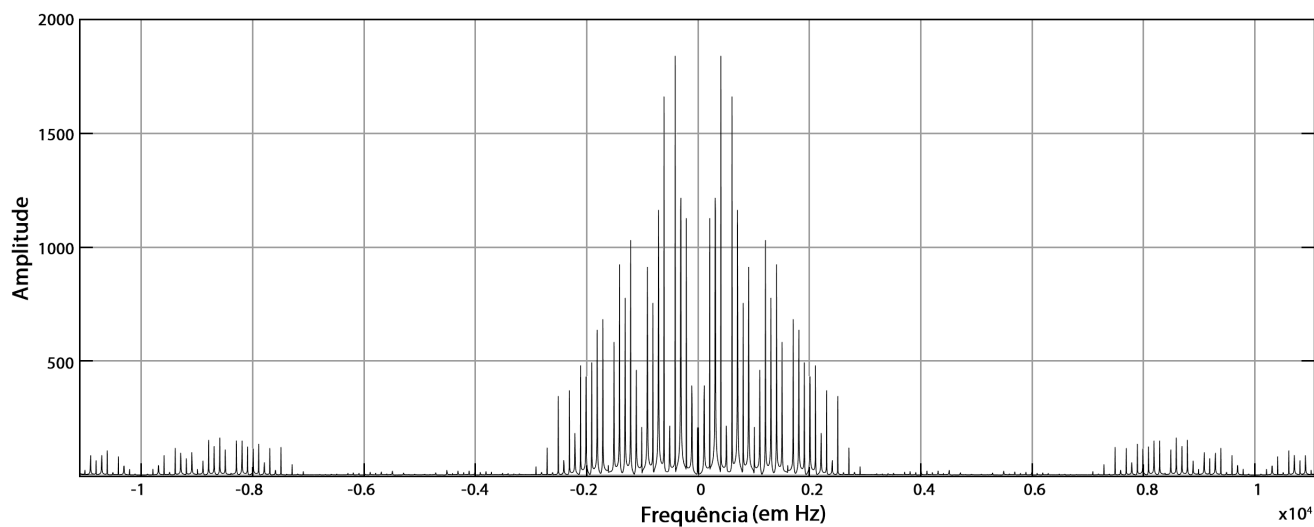


Figura 14. Espectro do sinal após o conversor C/D.

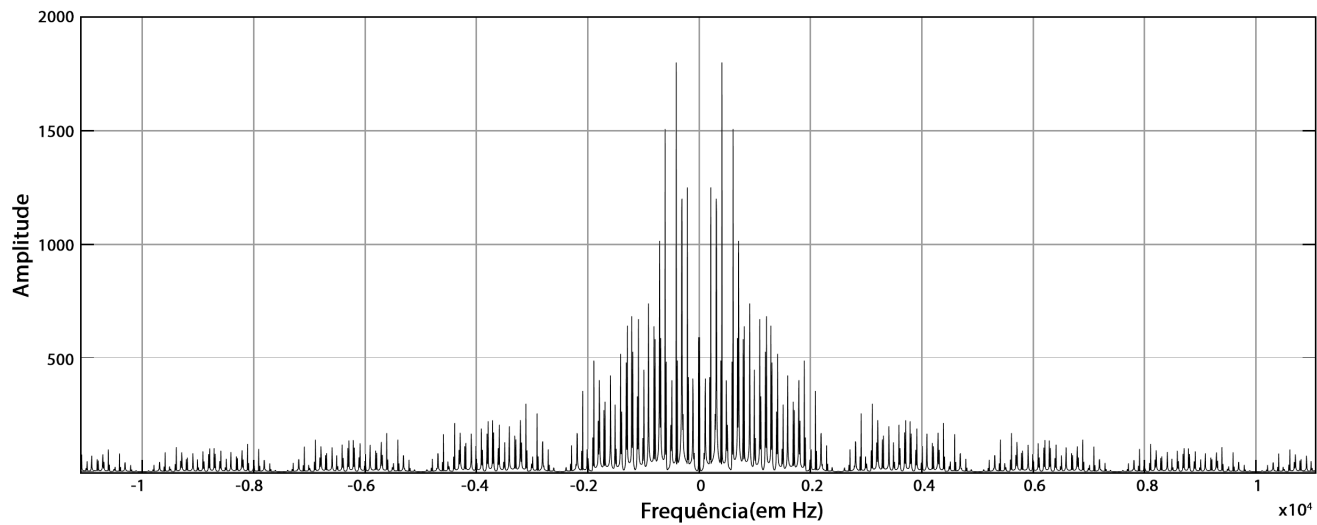


Figura 15. Espectro do sinal após a diminuição da taxa de amostragem.

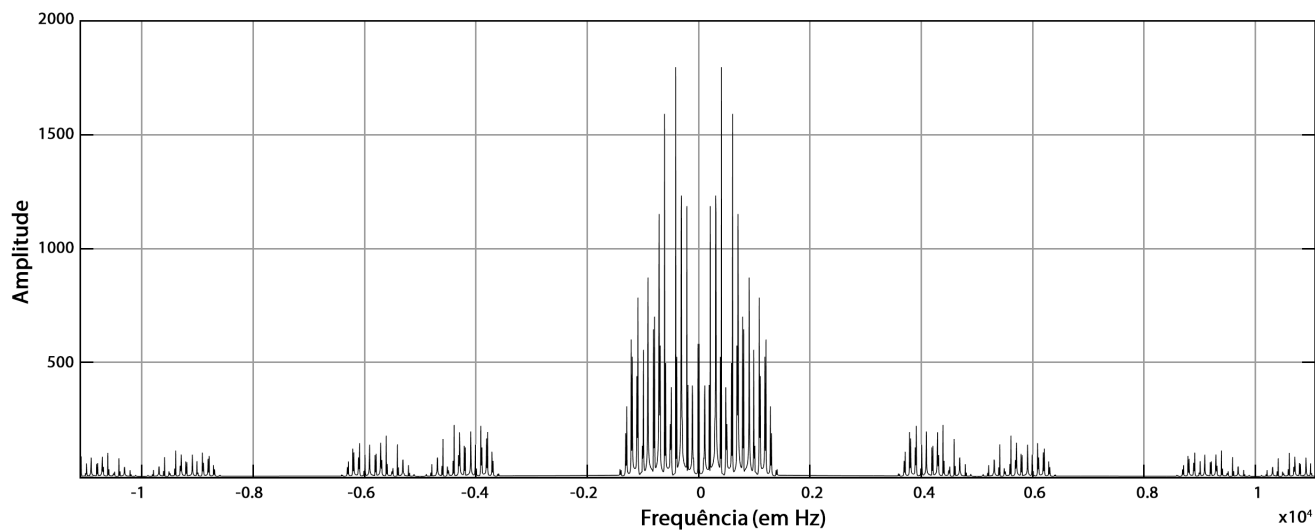


Figura 16. Espectro do sinal após o aumento da taxa de amostragem.

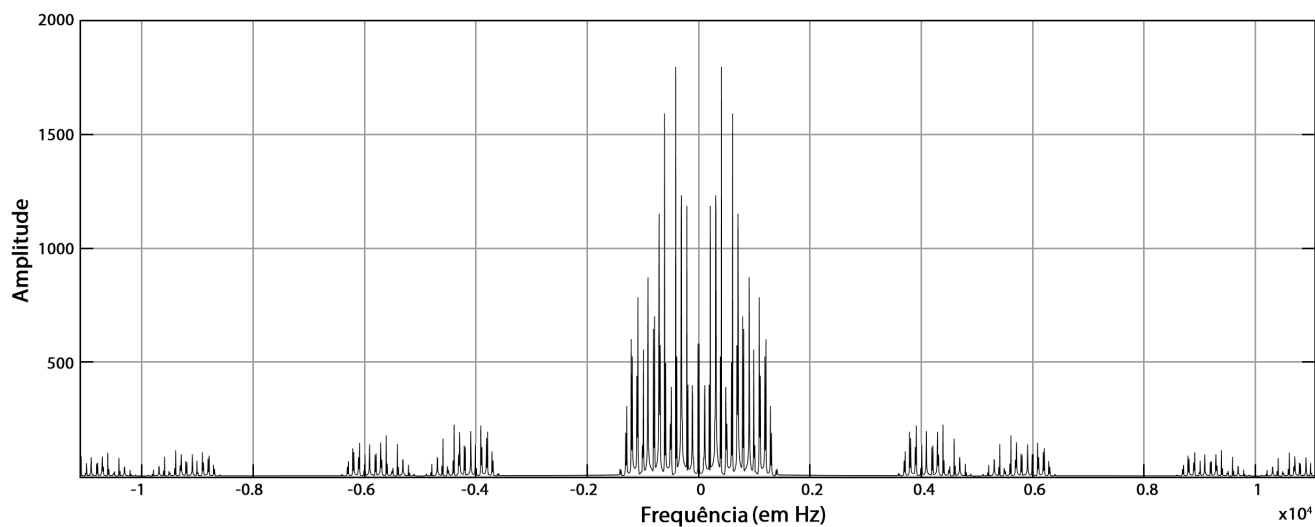


Figura 17. Espectro do sinal após o conversor D/C.

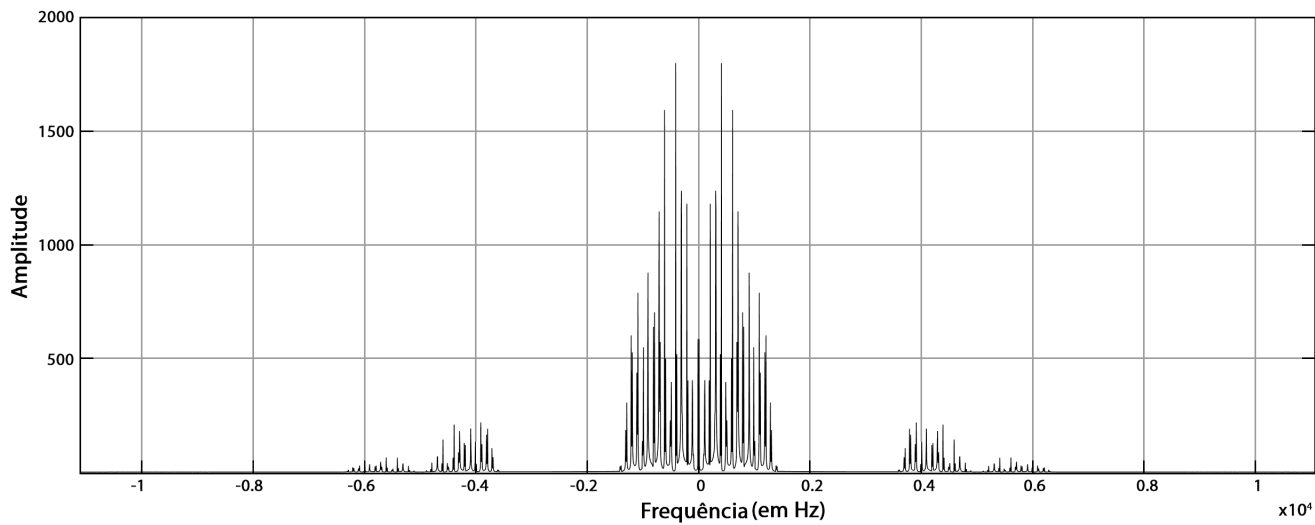


Figura 18. Espectro do sinal após o filtro de reconstrução.