



# Étude de structures légères déployables pour applications spatiales

Sébastien Morterolle

## ► To cite this version:

Sébastien Morterolle. Étude de structures légères déployables pour applications spatiales. Mécanique des structures [physics.class-ph]. Université Montpellier II - Sciences et Techniques du Languedoc, 2011. Français. tel-00761365

HAL Id: tel-00761365

<https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00761365>

Submitted on 5 Dec 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE MONTPELLIER 2 Sciences et Techniques



## THESE

pour obtenir le grade de

### DOCTEUR DE L'UNIVERSITE MONTPELLIER 2

Ecole doctorale : Information Structures Systèmes

Spécialité : Mécanique et génie civil

présentée et soutenue publiquement

par

**Sébastien MORTEROLLE**

le 18 octobre 2011

## ETUDE DE STRUCTURES LEGERES DEPLOYABLES POUR APPLICATIONS SPATIALES

Jean-François CARON	Directeur de recherches, Ecole des Ponts Paristech	Président
David DUREISSEIX	Professeur des Universités, INSA Lyon	Rapporteur
Fabrice GATUINGT	Professeur des Universités, UniverSud Paris	Rapporteur
Christian DUPUY	Ingénieur d'études, CNES	Examinateur
Bernard MAURIN	Professeur des Universités, Université Montpellier 2	Directeur de thèse
Jean-François DUBE	Professeur des Universités, Université Montpellier 2	Co-directeur de thèse
Jérôme QUIRANT	Maître de Conférences, Université Montpellier 2	Encadrant

## Remerciements

Ce travail a été réalisé au Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier en partenariat avec le Centre National d'Etudes Spatiales de Toulouse.

Je tiens à remercier Jean-François Caron qui m'a fait l'honneur de présider ce jury de thèse. Je remercie également David Dureisseix et Fabrice Gatuingt qui ont examiné et commenté avec attention ce travail. J'exprime aussi toute ma gratitude à Christian Dupuy qui a apporté un soutien scientifique important à ces recherches.

Je remercie très sincèrement Bernard Maurin qui a rendu ces trois années de recherche très enrichissantes sur le plan scientifique et humain. J'adresse aussi mes remerciements à Jean-François Dubé et Jérôme Quirant qui ont chacun apporté leur expérience à ce travail. Je souhaite également remercier Julien Averseng qui a participé à l'étude vibratoire.

J'exprime toute ma reconnaissance à Alain Clary et Gilles Camp qui m'ont conseillé et aidé dans la réalisation des montages expérimentaux. Je dis aussi un grand merci à Reine Bonnet qui m'a chaleureusement aidé dans mes démarches.

Je tiens aussi à exprimer toute mon amitié et ma sympathie aux doctorants et aux membres du LMGc avec lesquels j'ai pu passer d'agréables moments.

Plus personnellement, je souhaiterais témoigner à Anaëlle et à ma famille, qui m'ont sans cesse soutenu, tout l'amour que j'ai pour eux.

Merci à tous.

*Sébastien*

# Table des matières

<b>INTRODUCTION GENERALE .....</b>	<b>1</b>
<b>1     LES STRUCTURES SPATIALES DEPLOYABLES.....</b>	<b>7</b>
1.1    Les grands réflecteurs paraboliques .....	7
1.1.1   Le principe des antennes à réflecteur parabolique .....	7
1.1.2   Les architectures d'antennes déployables .....	8
1.1.3   Le réflecteur AstroMesh.....	11
1.1.4   Le grand réflecteur déployable JAXA .....	12
1.1.5   La grande antenne EGS/TAS .....	13
1.1.6   Le réflecteur TerreStar .....	14
1.2    Les exigences spécifiques aux structures spatiales.....	14
1.2.1   L'encombrement et la masse.....	14
1.2.2   L'environnement dynamique .....	15
1.2.3   L'environnement spatial et thermique.....	16
1.2.4   La surface réfléchissante .....	16
1.2.5   Le système de déploiement .....	17
1.3    Les structures déployables.....	17
1.3.1   Les systèmes naturels .....	17
1.3.2   Les structures pliables .....	18
1.3.3   Les structures de tenségrité .....	20
1.3.4   Les structures à articulations flexibles .....	21
1.3.5   La motorisation du déploiement.....	23
1.4    Conclusion .....	24
<b>2     UNE NOUVELLE ARCHITECTURE DE GRAND REFLECTEUR .....</b>	<b>25</b>
2.1    La conception du réflecteur .....	25
2.1.1   L'ossature déployable .....	25
2.1.2   Les articulations .....	27
2.1.2.1   Les articulations à plusieurs pivots .....	27

2.1.2.2	Les articulations flexibles .....	30
2.1.2.3	Les articulations en câble.....	31
2.1.2.4	Les articulations en ressorts .....	33
2.1.2.5	Les articulations à lames élastiques .....	37
2.1.3	Le réflecteur parabolique .....	40
2.2	La modélisation de l'ossature .....	42
2.2.1	Le modèle analytique .....	42
2.2.2	Le modèle numérique.....	46
2.2.2.1	L'introduction de la précontrainte de flexion .....	48
2.2.2.2	La simulation du déploiement.....	50
2.2.3	Le déploiement de grandes ossatures .....	53
2.2.4	Le premier mode propre de la structure .....	56
2.2.4.1	L'avatar de l'AstroMesh .....	56
2.2.4.2	L'ossature à ciseaux .....	57
2.3	Conclusion .....	59
<b>3</b>	<b>L'ETUDE DU COMPORTEMENT DE LA STRUCTURE.....</b>	<b>61</b>
3.1	Le montage expérimental .....	61
3.1.1	Le démonstrateur.....	61
3.1.2	Le dispositif de compensation gravitaire .....	65
3.2	Le comportement du démonstrateur .....	71
3.2.1	Les essais de déploiement .....	71
3.2.2	La circularité et la planéité .....	73
3.2.3	La déformée sous chargement tangentiel .....	75
3.2.4	La déformée sous chargement vertical.....	77
3.2.5	La déformée sous chargement radial.....	78
3.2.6	L'analyse modale du démonstrateur .....	79
3.2.7	Les essais dynamiques expérimentaux.....	81
3.3	L'étude modale d'un grand réflecteur .....	85
3.3.1	L'étude paramétrique de la première fréquence propre .....	85
3.3.2	L'analyse de configurations supplémentaires .....	89

3.3.2.1	L'influence des articulations flexibles .....	89
3.3.2.2	Les réflecteurs de très grand diamètre .....	90
3.3.2.3	Le réflecteur en configuration pliée .....	91
3.3.2.4	Une ossature elliptique.....	92
3.4	Conclusion .....	92
<b>4</b>	<b>LE REFLECTEUR PARABOLIQUE .....</b>	<b>93</b>
4.1	La recherche de forme d'un réseau « géotensoïd » .....	94
4.1.1	La surface parabolique d'un réflecteur.....	94
4.1.2	La méthode des densités de force.....	96
4.1.3	La nouvelle méthode de recherche de forme .....	100
4.2	L'application aux réseaux de câbles .....	103
4.2.1	Les configurations prime focus .....	103
4.2.2	Les configurations offset .....	106
4.3	L'erreur de facettisation.....	108
4.4	L'accrochage du réseau de câbles sur l'ossature .....	111
4.5	Conclusion .....	112
<b>CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES.....</b>	<b>113</b>	
<b>NOTATIONS .....</b>	<b>117</b>	
<b>ANNEXES.....</b>	<b>121</b>	
A.	Caractéristiques des antennes .....	121
B.	Caractérisation théorique d'une articulation en câble.....	122
<b>BIBLIOGRAPHIE .....</b>	<b>125</b>	

# *Introduction générale*

# Introduction générale

Les structures déployables ont depuis longtemps montré leur intérêt pour des constructions mécaniques d'usages divers. Elles sont aujourd'hui très utilisées, notamment dans le secteur spatial. Ces systèmes permettent en effet de réaliser des dispositifs de grandes dimensions tout en occupant un volume réduit dans la coiffe du lanceur (fusée Ariane, Soyouz, etc.). Ils sont aussi très légers afin de minimiser la masse embarquée. Leurs applications dans l'espace sont ainsi variées : mâts, panneaux solaires, antennes planes ou paraboliques (fig. 1).

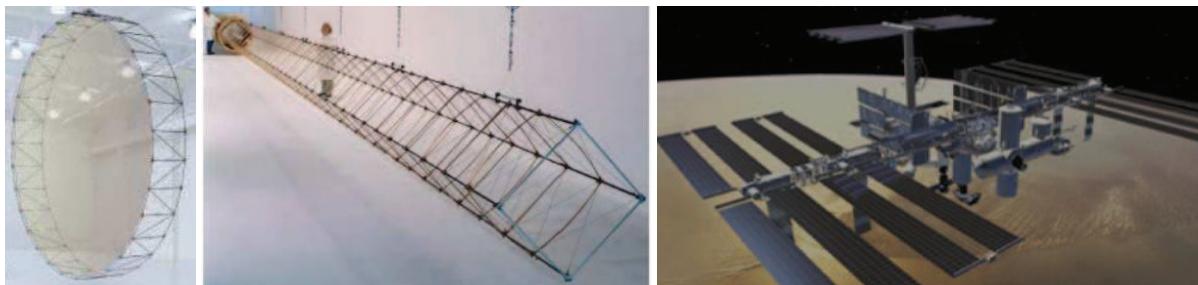
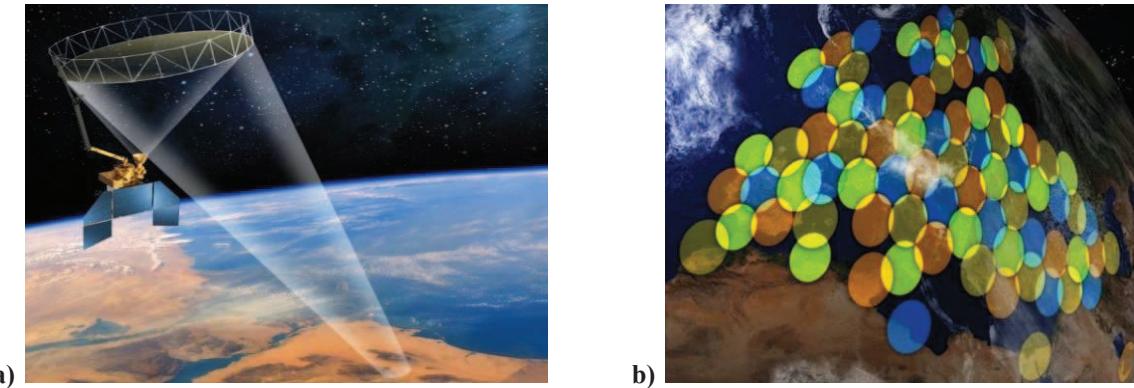


Figure 1 : structures spatiales déployables (antenne, mât, panneaux solaires)

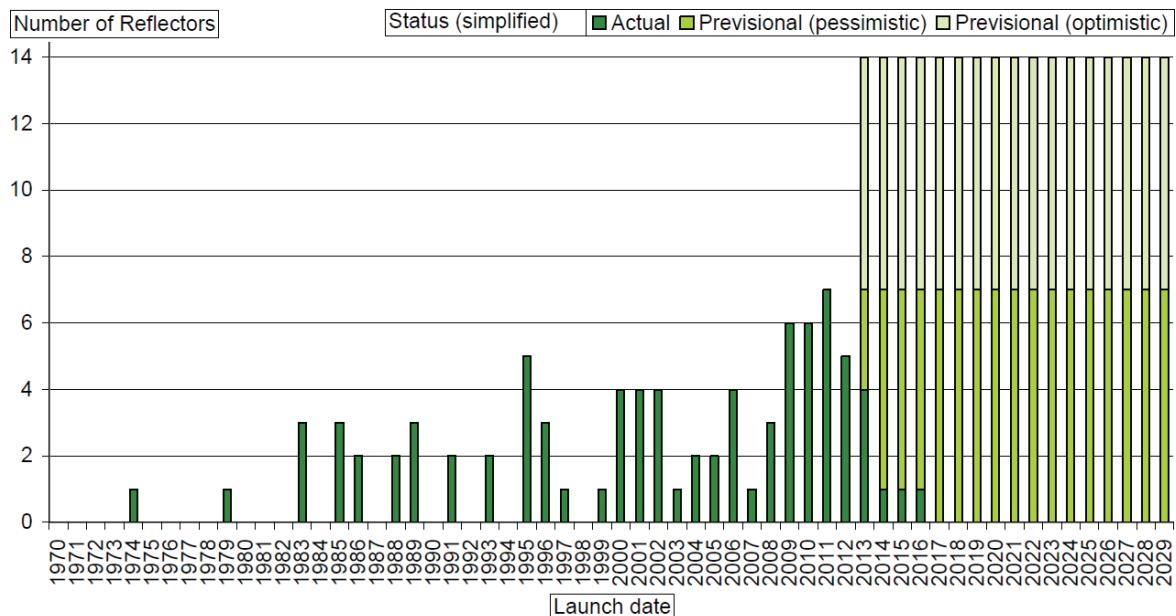
Par ailleurs, les besoins croissants en moyens de télécommunication par satellite nécessitent d'augmenter la capacité des systèmes en orbite. Une des pistes pour répondre à cette demande est le développement de grands réflecteurs paraboliques d'antennes (fig. 2a). Ceux-ci ont toutefois un diamètre supérieur à quatre mètres, les rendant incompatibles avec le volume disponible lors du lancement. Ils sont donc déployables ou assemblables dans l'espace.

De plus, les antennes à grand réflecteur peuvent couvrir des zones plus vastes et toucher un plus grand nombre d'utilisateurs grâce à leur capacité multifaisceaux (fig. 2b), permettant ainsi de réduire le nombre de satellites. Ces antennes ont aussi un gain plus élevé, ce qui est un atout pour les applications radar et de radioastronomie car leur résolution est ainsi plus grande. Dans le cas des applications multimédia et des communications mobiles, il est également avantageux que le réflecteur soit le plus grand possible, d'où l'utilisation préférentielle d'antennes ayant un diamètre supérieur à neuf mètres. D'autres applications, comme la gestion du trafic aérien ou la diffusion, peuvent aussi nécessiter l'amélioration des performances grâce à de grandes antennes dans une gamme de diamètre entre quatre et neuf mètres.



**Figure 2 : a) satellite de détection à grand réflecteur et b) couverture multifaisceaux**

L'utilisation des grands réflecteurs est en augmentation ces dernières années : sept devraient ainsi être lancés en 2011 et cinq lancements sont prévus pour 2012 [MAN10]. On estime entre sept et quatorze le nombre de grands réflecteurs mis en orbite par an pour les dix-sept prochaines années (fig. 3), dont deux à quatre auront un diamètre supérieur à neuf mètres. Ces satellites sont principalement destinés aux télécommunications, aux missions scientifiques ainsi qu'à la géolocalisation.



**Figure 3 : nombre de lancements de grands réflecteurs par année [MAN10]**

Le marché des réflecteurs est actuellement largement dominé par les constructeurs américains (fig. 4), qui disposent aujourd’hui d’une grande expérience de ce type de structure. Le besoin croissant et le manque de technologies compétitives au niveau européen légitiment donc la mise en place de nouvelles études sur les grands réflecteurs déployables.

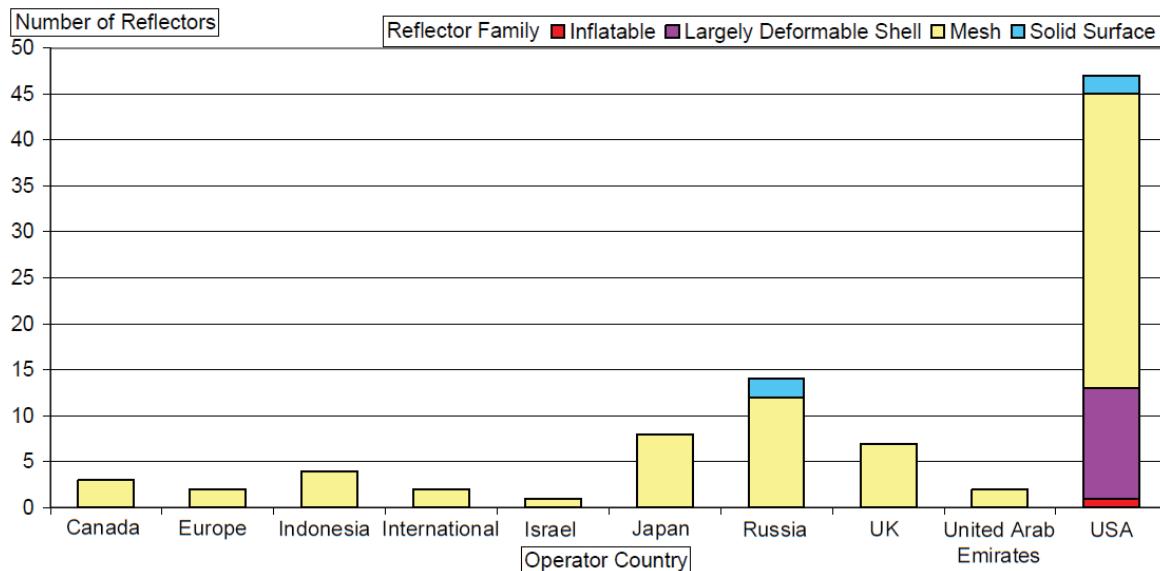


Figure 4 : nombre de grands réflecteurs développés par pays [MAN10]

Le service « Mécanismes et Equipement SCAO » du Centre National d’Etudes Spatiales (CNES) est ainsi entré en contact en 2008 avec le Laboratoire de Mécanique et Génie Civil (LMGC) pour mener une étude exploratoire sur de grandes structures spatiales déployables. L’équipe « Conception en Structures » (CS) du LMGC a en effet développé depuis de nombreuses années une expertise autour de l’étude et la réalisation de systèmes légers à géométrie variable et dynamiquement contrôlés. L’équipe CS a principalement étudié les structures de « tenségrité » (assemblages de barres et de câbles autocontraints), leur pliage, leur déploiement ainsi que les problématiques de membranes tendues. Bien que son activité principale soit orientée vers des besoins terrestres, surtout en génie civil, elle s’intéresse depuis plusieurs années à l’application potentielle de ces technologies dans le secteur spatial.

La collaboration entre le CNES et l’équipe CS a constitué le cadre de ce travail de thèse qui a eu pour objectif le développement de systèmes structurels déployables innovants, tout particulièrement concernant la réalisation d’une antenne parabolique de dix mètres de diamètre.

Une première action exploratoire de « Recherche et Technologie » (R&T) a ainsi été menée en 2009 afin d’examiner les possibilités offertes par les structures étudiées au LMGC pour concevoir ce type d’antenne. Les principaux objectifs étaient de proposer un nouveau concept de réflecteur déployable puis de vérifier sa capacité à respecter les exigences mécaniques et radio fréquentielles requises par les applications spatiales. Les grands réflecteurs déployables sont en effet soumis à des spécifications difficiles à respecter : ils doivent par exemple

concilier légèreté maximale et rigidité optimale afin de résister au lancement puis aux sollicitations fréquentielles imposées par le Système de Contrôle d'Altitude et d'Orbite. Ces réflecteurs sont par ailleurs exposés à des variations thermiques élevées. De plus, il est nécessaire que la surface réfléchissante déployée soit la plus proche possible de celle souhaitée afin de pouvoir assurer des transmissions à très haute fréquence. Enfin, leur déploiement doit être fiable à près de cent pour cent et parfaitement contrôlé, plusieurs déploiements ayant échoué lors de missions antérieures. Ces exigences ont ainsi orienté nos recherches vers l'étude et la conception d'un grand réflecteur déployable à surface maillée. Une deuxième action de R&T en 2010 a alors eu pour objectif d'approfondir l'étude du concept de réflecteur proposé, notamment grâce à la réalisation d'un démonstrateur expérimental avec un système de compensation gravitaire.

Ce mémoire de thèse est structuré en quatre parties qui synthétisent les travaux menés dans ce contexte. Il dresse dans sa première partie un état de l'art des technologies disponibles pour réaliser des structures spatiales déployables. Il s'agit ainsi de passer en revue les principaux grands réflecteurs existants afin d'identifier les solutions les plus pertinentes. Les caractéristiques nécessaires aux applications spatiales et les contraintes liées à l'environnement sont ensuite détaillées. Les possibilités offertes par des structures déployables issues d'autres applications sont aussi présentées.

La deuxième partie du mémoire aborde la conception d'un grand réflecteur déployable innovant dont la surface réfléchissante est réalisée par un « tricot » réflecteur tendu. L'architecture ainsi proposée est constituée d'un double réseau de câbles arrimé sur une ossature périphérique composée de tubes assemblés par des pivots et des articulations déformables. La réalisation de ces articulations fait l'objet d'une revue de solutions. Le comportement de cette structure lors de son déploiement est ensuite simulé par un modèle numérique en éléments finis.

La troisième partie traite du comportement statique et dynamique de ce réflecteur. La conception puis la réalisation d'un démonstrateur sol avec son système de compensation de gravité sont d'abord présentées. Les résultats des simulations numériques sont ensuite comparés à des mesures expérimentales de déplacements sous charge et à des essais dynamiques sous excitation par pot vibrant. L'influence des paramètres de conception sur la fréquence du premier mode propre est tout particulièrement étudiée afin d'identifier des stratégies d'optimisation.

La dernière partie s'intéresse au réseau de câbles tendu qui met en forme le tricot réalisant la surface réfléchissante. Une méthode innovante de recherche de forme d'un réseau uniformément tendu et formant une surface parabolique est présentée. Cette approche itérative repose sur la méthode des densités des forces. Les réseaux ainsi calculés sont ensuite analysés et comparés, notamment sur la facetisation et l'erreur de surface. Les questions relatives à la fixation du réseau sur l'ossature sont finalement examinées.

Une conclusion générale dresse le bilan des travaux réalisés et des résultats obtenus. Elle propose également des perspectives à des échelles de temps différentes.

# Partie 1

*Les structures spatiales  
déployables*

# 1 Les structures spatiales déployables

Il existe une grande variété d'antennes déployables pour les satellites. La première partie de ce mémoire présente ainsi plusieurs types de structures déployables associés à différentes applications. L'objectif est d'identifier les technologies les mieux adaptées à la réalisation de grands réflecteurs, permettant alors d'explorer des pistes pour la conception d'une nouvelle architecture.

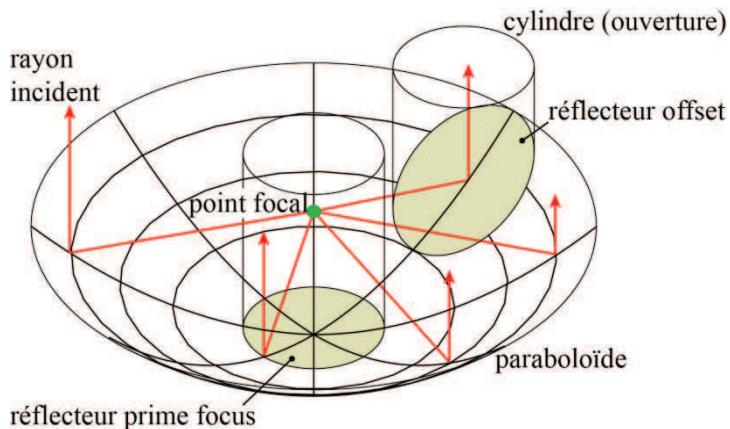
Après quelques considérations de base sur les antennes paraboliques, différentes technologies actuelles de grands réflecteurs déployables sont exposées. Le fonctionnement et les caractéristiques de quelques réflecteurs de diamètre supérieur à 10 m sont ensuite présentés. Les principales exigences à respecter lors de la conception de grands réflecteurs sont abordées dans la suite. Elles sont liées à l'environnement spatial, aux sollicitations lors du lancement et aux besoins propres à chaque application.

Différentes stratégies et mécanismes de pliage d'une structure sont aussi examinés de manière plus générale.

## 1.1 Les grands réflecteurs paraboliques

### 1.1.1 Le principe des antennes à réflecteur parabolique

Le fonctionnement d'une antenne à réflecteur parabolique utilise la propriété qu'ont les rayons incidents arrivant parallèles à l'axe du paraboloïde d'être réfléchis par sa surface vers un même endroit appelé « point focal ». La source émettrice-réceptrice est alors placée en cette position de manière à éclairer l'ensemble de la zone réfléchissante. Cette surface est définie par l'intersection du paraboloïde avec un cylindre d'axe parallèle dont le diamètre correspond à l'« ouverture » de l'antenne (fig. 1-1). Si le paraboloïde et le cylindre sont centrés sur le même axe, alors la surface réfléchissante est un paraboloïde de révolution : cette configuration est appelée « prime focus » (à foyer primaire). En revanche, si l'axe du cylindre est décalé par rapport à l'axe de révolution du paraboloïde, la configuration est alors dite « offset » (à décalage, permettant d'éviter que les signaux ne soient en partie occultés par la source).

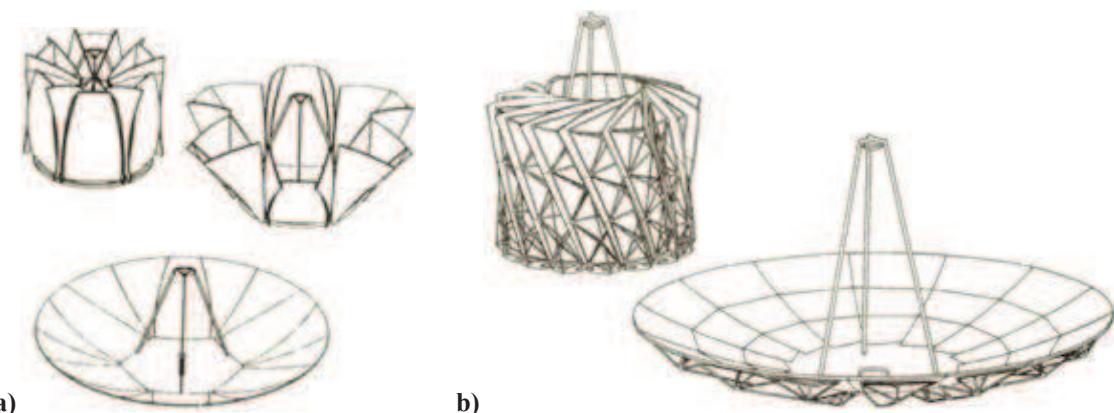


**Figure 1-1 : réflecteur parabolique prime focus ou offset**

### 1.1.2 Les architectures d'antennes déployables

Les antennes déployables peuvent être classées en quatre groupes selon le type de technologie employée pour réaliser la surface du réflecteur.

En premier lieu, les antennes « solides » sont formées de panneaux rigides courbes et dépliables, généralement fixés à un moyeu central (fig. 1-2). Plusieurs applications sont décrites dans [GUE96] ; elles diffèrent par la forme des panneaux et la manière dont elles se déplient. L'intérêt de ces structures réside dans leur précision de surface élevée, ce qui permet leur utilisation pour des transmissions à de très hautes fréquences (supérieures à 27 GHz). Toutefois, elles dépassent rarement 6 m de diamètre en raison de leur masse et de leur volume en configuration pliée.



**Figure 1-2 : antennes « solides » a) TRW Sunflower et b) DAISY**

Le second groupe est celui des antennes à réflecteurs déformables, essentiellement des coques en matériaux composites, dont la souplesse permet de les déformer élastiquement de manière à ce qu'elles puissent être logées dans la coiffe du lanceur.

Par exemple, le réflecteur Spring-Back est fabriqué en une seule pièce, à partir d'une mince paroi flexible formant sa surface parabolique, en association avec un réseau d'éléments de renfort moulés en fibre de carbone (fig. 1-3) ; il est par conséquent démunie d'articulations. Lorsqu'il est replié, les bords opposés du réflecteur sont tirés l'un vers l'autre et maintenus en place par des sangles. Celles-ci sont rompues en orbite par des dispositifs pyrotechniques et le réflecteur se déploie alors spontanément grâce à la libération de l'énergie élastique emmagasinée lors du pliage. Néanmoins ces réflecteurs mesurent rarement plus de 6 m de diamètre étant donné leur processus de pliage.

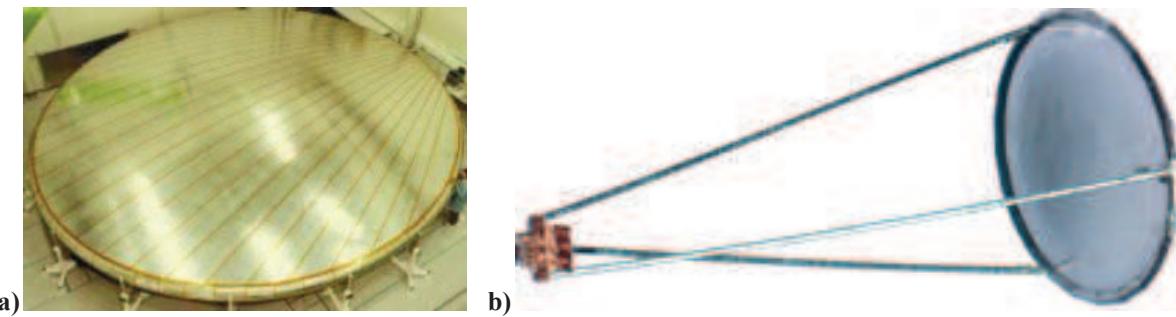


Figure 1-3 : réflecteur flexible Spring-Back [TAN04]

Autre famille, les antennes « gonflables » sont constituées d'une membrane mince et flexible (en Mylar ou Kevlar) déployée par gonflage. Le réflecteur correspond alors à un coussin circulaire parabolique avec une face avant transparente et une face arrière réfléchissante ; il est rigidifié par un tore périphérique également gonflable (fig. 1-4). La membrane peut aussi être rigidifiée en l'imprégnant d'une résine qui se solidifie à haute température ou grâce aux rayonnements ultraviolets du soleil.

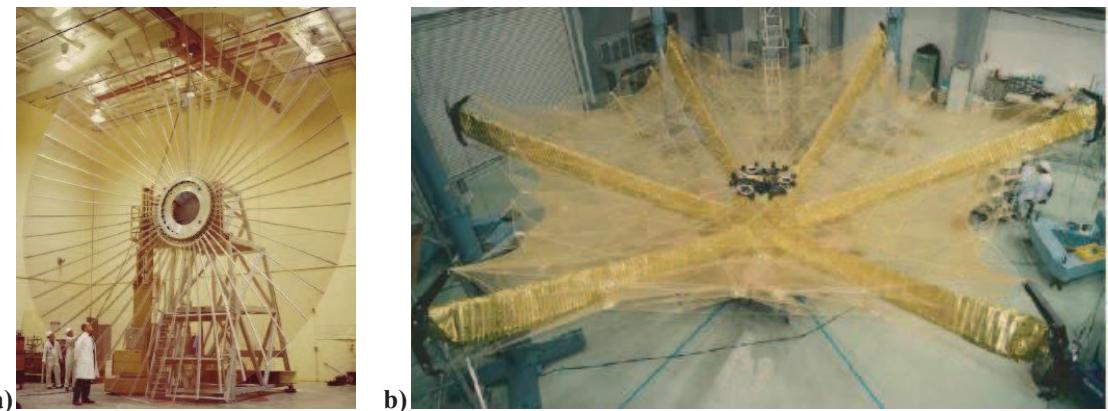
L'Agence Spatiale Européenne (ESA) et la société Contraves ont développé et construit sur ce principe un réflecteur offset de 12 m de diamètre [REI87] ; aucun test en vol n'a toutefois été effectué. Le Jet Propulsion Laboratory et la société L'Garde ont également réalisé le réflecteur Inflatable Antenna Experiment (IAE) de 14 m de diamètre pour 60 kg, lancé en 1996 [FRE93].

Les antennes gonflables sont très légères et de grande compacité mais peu utilisées à cause de la faible maîtrise de leur déploiement et des difficultés à obtenir une précision de forme élevée. Ainsi, un réflecteur gonflable russe a connu une déconvenue il y a quelques années (problème lors du déploiement), entraînant une forte suspicion de la communauté internationale vis-à-vis de cette technologie.



**Figure 1-4 : réflecteurs gonflables a) Inflatable Space Rigidized Reflector et b) IAE**

Le dernier groupe est celui des antennes « maillées » (« *mesh* »). Leur surface réfléchissante est composée d'un « tricot » métallique léger fixé à un réseau de câbles tendus sur une structure rigide déployable (fig. 1-5). La façon dont le tricot est supporté par cette ossature permet une grande variété de concepts. Plusieurs mettent en œuvre des arceaux, émanant d'un « *moyeu* », entre lesquels le tricot est tendu, ce qui génère une architecture rappelant celle d'un parapluie.



**Figure 1-5 : réflecteurs « maillés » de type parapluie a) Wrap-Rib et b) HALCA**

Cette architecture à surface maillée est majoritairement utilisée pour réaliser les réflecteurs de diamètre supérieur à 9 m du fait de sa légèreté et de sa grande compacité en configuration pliée. La figure 1-6, représentant la répartition actuelle entre ces différentes architectures de grands réflecteurs déployables, traduit cette nette prédominance.

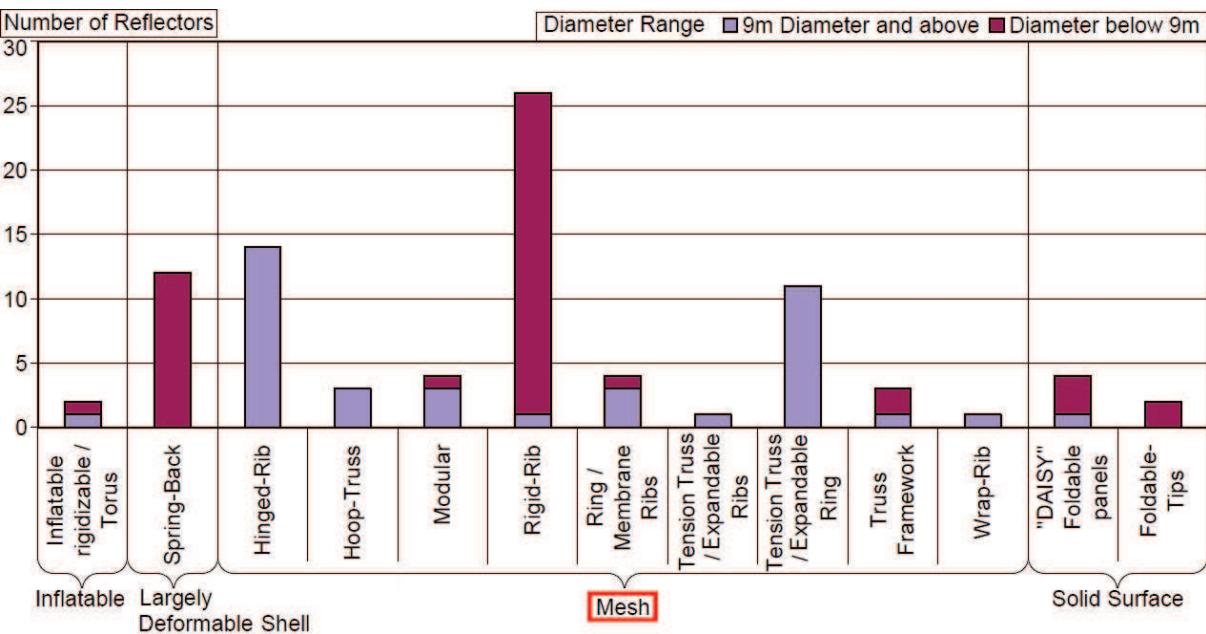


Figure 1-6 : nombre de grands réflecteurs développés selon le diamètre et l'architecture [MAN10]

Après concertation avec le CNES, il a été décidé d'orienter les recherches et notre collaboration sur l'étude et la conception d'un réflecteur à surface maillée de 10 m de diamètre ou plus. A cet effet, quatre réalisations emblématiques de ce type d'architecture sont présentées plus en détail.

### 1.1.3 Le réflecteur AstroMesh

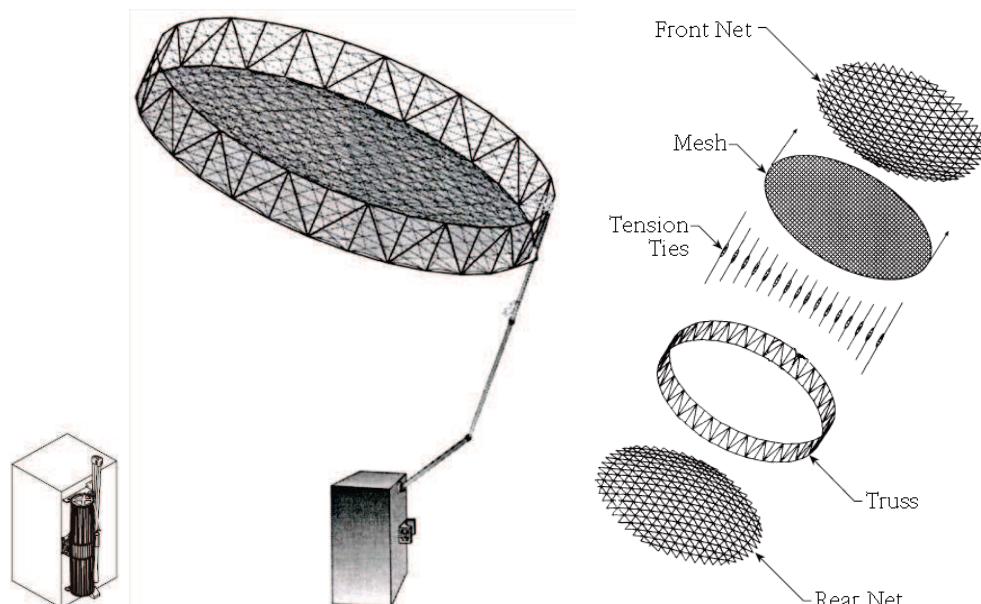
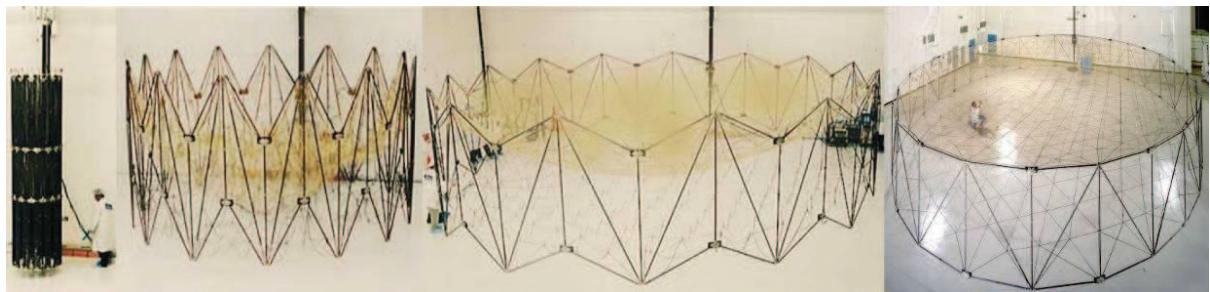


Figure 1-7 : réflecteur déployable AstroMesh

Ce réflecteur est développé par TRW Astro Aerospace [THO97]. Il est constitué de deux réseaux de câbles (en filaments composites) symétriques et tendus sur un anneau circonférentiel (fig. 1-7). Celui-ci est composé de tubes en carbone/époxy, disposés selon des parallélogrammes déformables, et d'articulations en aluminium. Le tricot réfléchissant est fixé en sous face du réseau supérieur. Le déploiement est activé par un câble passant à l'intérieur des diagonales télescopiques (fig. 1-8). Des liaisons à engrenage synchronisent par ailleurs l'ouverture des différents parallélogrammes [THO99].



**Figure 1-8 : déploiement du réflecteur AstroMesh**

Plusieurs satellites équipés de réflecteur AstroMesh ont été lancés. Ils sont opérationnels pour des fréquences de communications allant de la bande S (2 à 4 GHz) à Ka (26,5 à 40 GHz, voir annexe A) [THO02]. Dans sa version 12 m, ce réflecteur pèse 57 kg et la fréquence de son premier mode propre est de 0,8 Hz [AST04].

#### 1.1.4 Le grand réflecteur déployable JAXA

La Japan Aerospace eXploration Agency (JAXA) a également développé un concept de grand réflecteur déployable (fig. 1-9), qui a été lancé en 2004 sur l'Engineering Test Satellite VIII [MEG09]. Sa précision de surface de 2,4 mm lui permet de transmettre des données en bande S [MEG03].



**Figure 1-9 : JAXA LDR**

Cette antenne est en fait un assemblage de plusieurs modules hexagonaux (fig. 1-10), constitués d'une membrane maillée tendue par des câbles sur une ossature déployable inspirée de celle d'un parapluie [AND00]. Le déploiement est induit par des ressorts situés au centre de chaque module. La vitesse et la synchronisation du déploiement sont contrôlées par des câbles déroulés grâce à des moteurs pas à pas. La taille du réflecteur est fonction du nombre de modules ; ainsi une antenne de 13 m de diamètre est réalisée avec quatorze modules.

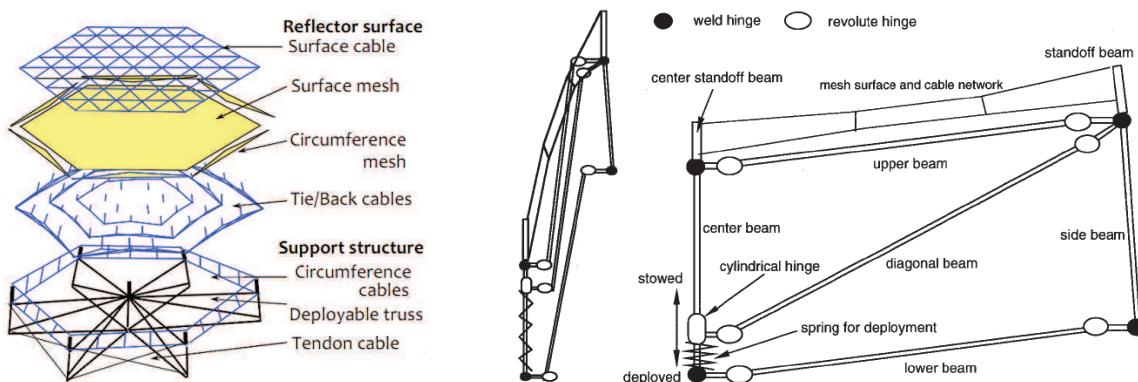


Figure 1-10 : module du JAXA LDR

### 1.1.5 La grande antenne EGS/TAS

Les sociétés NPO EGS et Thales Alenia Space (TAS) ont développé, à la demande de l'ESA, une grande antenne déployable de plus de 14 m (fig. 1-11). Elle est réalisée avec un pantographe circulaire et des membranes radiales tendues [MED03]. Des simulations par éléments finis [GUL03] ont permis d'évaluer à un peu plus de 1 Hz la fréquence du premier mode propre d'une structure de 14 m par 12 m, supportée par un pantographe de vingt-quatre côtés. Un modèle de 13,5 m a été construit puis testé au sol. Un prototype elliptique de 5,6 m par 6,4 m a également été déployé sur la station orbitale MIR en 1999.

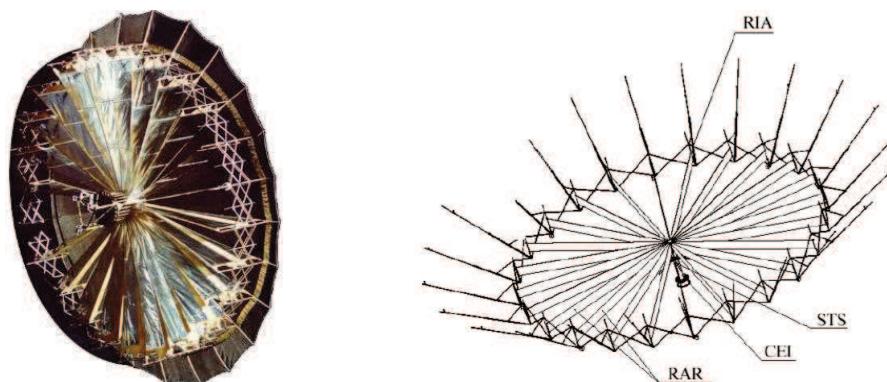


Figure 1-11 : antenne EGS/TAS

### 1.1.6 Le réflecteur TerreStar

La société Harris Corporation a développé un grand nombre de réflecteurs à ossature rayonnante. Elle a notamment construit un réflecteur de 18 m (fig. 1-12), déployé en orbite avec succès en 2009 sur le satellite TerreStar. Son ossature est composée de six bras radiaux articulés et sa surface réfléchissante est supportée par une multitude de câbles formant un réseau tridimensionnel complexe. Cet enchevêtrement de câbles pourrait toutefois être l'une des sources des échecs du déploiement en orbite de plusieurs réflecteurs de ce type (le dernier cas remontant à décembre 2010).

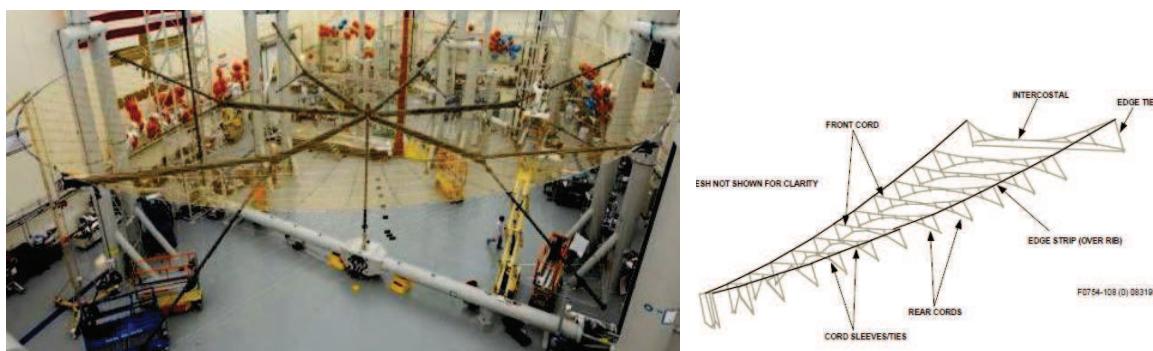


Figure 1-12 : réflecteur TerreStar

## 1.2 Les exigences spécifiques aux structures spatiales

### 1.2.1 L'encombrement et la masse

Les grands réflecteurs d'antennes sont soumis à de nombreuses exigences, principalement liées au lancement et aux conditions environnementales de fonctionnement dans l'espace.

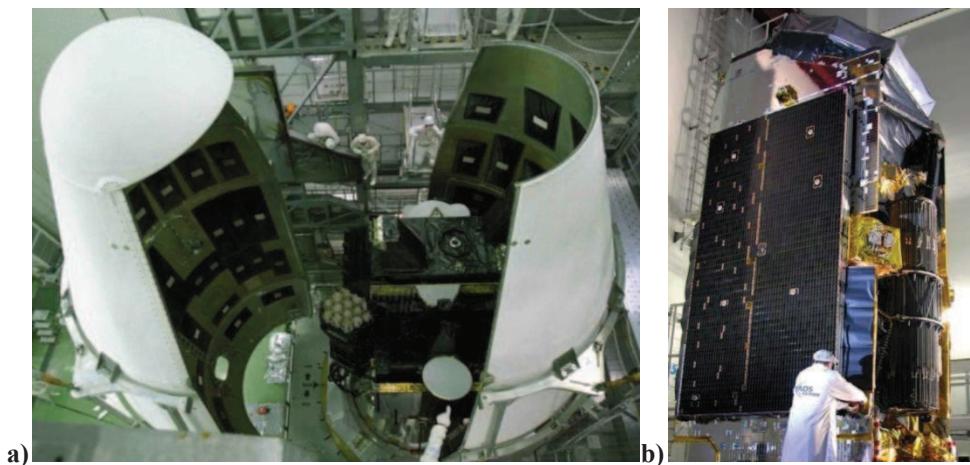
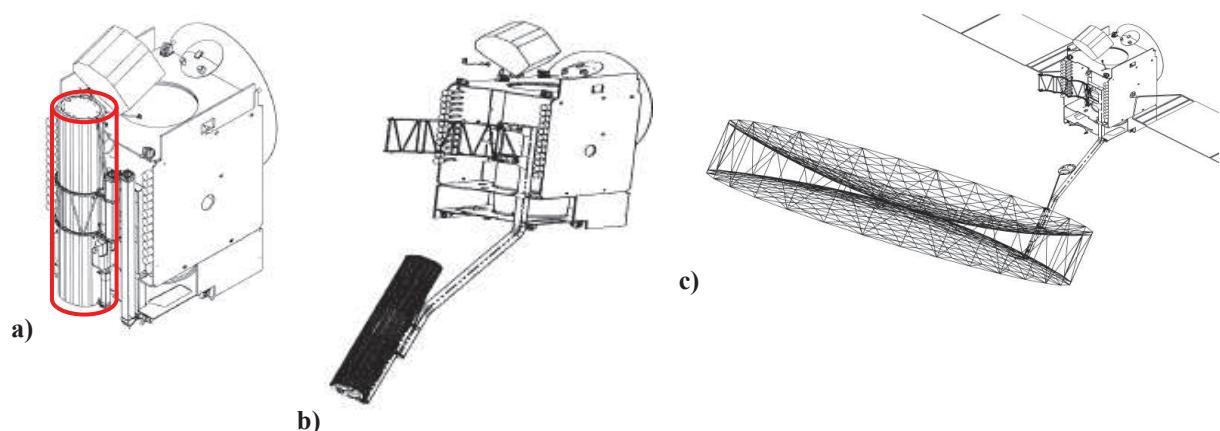


Figure 1-13 : a) réflecteur JAXA dans la coiffe du lanceur et b) satellite Inmarsat 4

Le satellite et ses appendices, dont le réflecteur, doivent occuper un volume inférieur à celui disponible dans la coiffe du lanceur (fig. 1-13). En configuration pliée (également dite « gerbée »), la structure du réflecteur, le tricot réfléchissant et le bras d'éloignement (fig. 1-14a) doivent être contenus dans un cylindre n'excédant pas 1 m de diamètre pour 3,5 m de haut dans le cas du lanceur Ariane 5.

Le réflecteur est d'abord éloigné de la plateforme satellite grâce à un bras articulé dépliable (fig. 1-14b), puis il est déployé (fig. 1-14c). Son architecture doit donc être compatible avec la mise en place d'un tel bras.



**Figure 1-14 : réflecteur a) plié contre le satellite b) éloigné par un bras articulé c) déployé**

La masse de l'antenne par unité de surface déployée doit de plus être inférieure à  $500 \text{ g/m}^2$ . Pour un réflecteur de 10 m de diamètre ( $78,5 \text{ m}^2$ ), cela représente donc une masse totale de 40 kg. La masse du tricot réflecteur étant évaluée à 10 kg, la masse de la structure porteuse ne doit donc pas excéder 30 kg.

### 1.2.2 L'environnement dynamique

L'antenne doit résister sans dommage à l'environnement mécanique vibratoire durant la phase de lancement. Les essais et vérifications à mener simulent cet environnement en le décomposant selon un niveau d'accélération quasi-statique égal à vingt fois l'accélération gravitationnelle, couvrant l'environnement aléatoire, et un niveau dynamique de déplacement ou d'accélération. Cette spécification dynamique est appliquée à l'antenne pliée suivant les trois directions, à l'aide d'un pot vibrant, par des niveaux « sinus » de  $\pm 10 \text{ mm}$  dans une plage de fréquences allant de 5 à 16 Hz et de  $\pm 10 \text{ G}$  (accélération gravitationnelle) pour des fréquences allant de 16 à 100 Hz. De plus, les fréquences des modes propres de l'antenne en configuration pliée doivent toutes être supérieures à 80 Hz.

Par ailleurs, le réflecteur déployé ne doit pas être sensible aux excitations fréquentielles des messages de commande du Système de Contrôle d'Altitude et d'Orbite (SCAO) dont la fréquence nominale se situe entre 0,8 Hz et 1 Hz. Cela signifie que la fréquence du premier mode propre du réflecteur doit être supérieure à cette plage. Cette spécification est déterminante pour sa conception car elle va orienter les choix en termes de rigidité et de masse.

### **1.2.3 L'environnement spatial et thermique**

Dans l'espace, l'antenne est non seulement en apesanteur et dans un environnement de vide mais aussi soumise à des rayonnements ultraviolets et corpusculaires. Ainsi, en configuration déployée, le réflecteur doit être capable de fonctionner sans subir de trop fortes distorsions dues aux dilatations thermiques différentielles dans une plage de températures entre -180°C et +150°C. Ces variations de température sont fonction de l'exposition au rayonnement solaire et peuvent être très rapides. De plus, un gradient thermique important, de l'ordre de 150°C, peut apparaître entre les zones du réflecteur éclairées par le soleil et celles à l'ombre.

### **1.2.4 La surface réfléchissante**

Les écarts maximaux entre la surface réelle déployée du réflecteur et la parabole théoriquement souhaitée dépendent de la fréquence du signal et sont de l'ordre du millimètre. Ces imperfections géométriques proviennent du cumul des erreurs de positionnement du réflecteur, des défauts de forme (planéité ou précision de forme) et des défauts résultants de la fabrication. Les contraintes thermiques et les sollicitations dynamiques induisent aussi des déformations qui constituent une source d'erreurs supplémentaires.

Les éléments de la structure porteuse doivent par ailleurs être transparents d'un point de vue radio-fréquentiel s'ils sont situés sur la zone recevant le signal (c'est par exemple le cas pour le verre ou Kevlar) ou alors être positionnés à l'arrière de la surface réflectrice. Il n'y a toutefois pas d'exigence particulière pour les éléments de structure situés en périphérie de cette surface.

### 1.2.5 Le système de déploiement

De manière générale, les forces motrices mises en jeu lors du déploiement doivent être trois fois supérieures à l'ensemble des forces résistantes (inertielles, frottements, rigidités des composants...) afin d'assurer une marge de sécurité suffisante. Des lubrifiants ou des surfaces de lubrification, certifiés pour les applications spatiales, peuvent être utilisés dans les mécanismes comportant des pièces en contact avec un mouvement relatif.

Le volume maximal dans lequel le système évolue pendant son déploiement doit aussi être parfaitement connu pour éviter toute collision entre la structure du réflecteur et le satellite. La cinématique de ce déploiement demande donc à être maîtrisée.

Le réflecteur doit également être maintenu de façon stable dans sa position déployée pendant toute la durée de la mission du satellite (environ vingt ans). Pour cela, les liaisons doivent disposer d'une fonction de verrouillage en position déployée, pouvant être assurée par des dispositifs spécifiques ou par un maintien en butée.

Par ailleurs, la structure déployée doit pouvoir subir l'environnement dynamique résultant d'une correction d'altitude. Ces mouvements peuvent être décomposés en une vitesse et une accélération angulaire au centre de gravité du satellite (respectivement de 0,035 rad/s et de 0,040 rad/s<sup>2</sup>). Le maintien et la stabilité du réflecteur doivent être garantis dans ces conditions.

## 1.3 Les structures déployables

### 1.3.1 Les systèmes naturels

L'homme s'est toujours inspiré de son environnement pour développer de nouvelles structures. La nature est ainsi riche de nombreuses structures déployables. Les fleurs (fig. 1-15), les feuilles et les ailes des insectes ou des oiseaux en sont des exemples marquants. Différents concepts inspirés de la nature sont présentés en détail dans [KIS06].



Figure 1-15 : déploiement de fleurs

### 1.3.2 Les structures pliables

La plupart des structures pliables utilisent des articulations de type pivot ou rotule. L'un des systèmes pliables parmi les plus connus et couramment utilisés est le pantographe. A l'origine, un pantographe est un instrument formé de tiges articulées permettant de faire des agrandissements ou des réductions en conservant les proportions entre un dessin original et sa copie grâce à ses propriétés d'homothétie. Ce terme est aujourd'hui utilisé pour désigner des systèmes pliables comportant plusieurs mécanismes de ciseau (fig. 1-16).

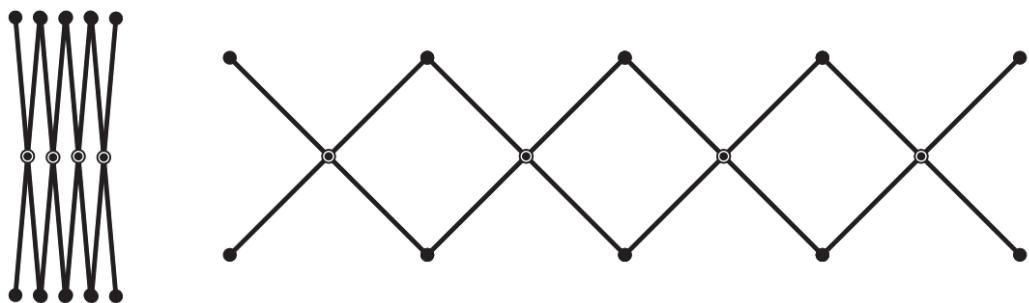


Figure 1-16 : principe du pantographe

En mettant en série plusieurs ciseaux, un déplacement transversal entre les extrémités des barres induit un déplacement dans la direction longitudinale d'autant plus grand que le nombre de ciseaux est élevé. Ce mécanisme a une cinématique simple et entièrement connue : il est compact lorsqu'il est plié et peut être activé en écartant ou rapprochant deux points des barres ou bien en imposant une rotation entre deux éléments (fig. 1-17).

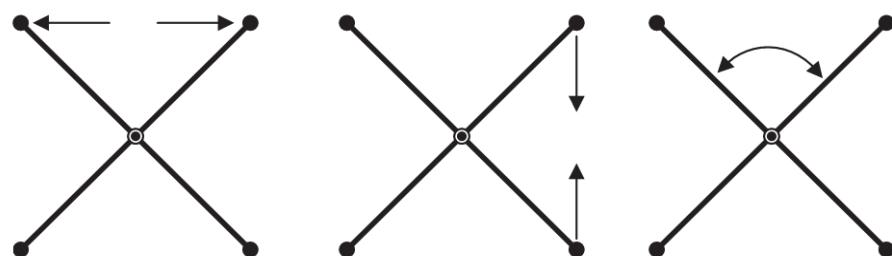


Figure 1-17 : activation du mécanisme de ciseau

Des longueurs de barres différentes de part et d'autre du ciseau permettent également d'amplifier ou de réduire le déplacement induit par rapport au déplacement imposé (fig. 1-18).

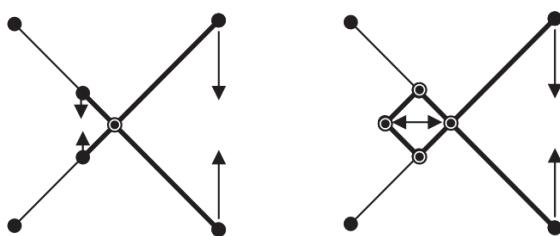


Figure 1-18 : transformation de mouvement par ciseau

Les structures à pantographes peuvent prendre des formes très variées. Ziegler [ZIE76] a par exemple réalisé un dôme déployable en utilisant uniquement des mécanismes de ciseau (fig. 1-19).

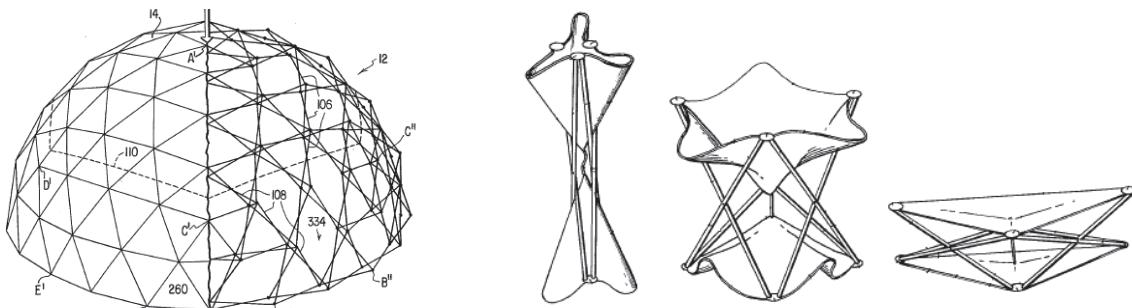


Figure 1-19 : structures à pantographes de Ziegler

Plus récemment, le Deployable Structure Laboratory [YOU97] a étudié et réalisé une structure d'antenne de 3,5 m de diamètre avec douze côtés, soit quarante-huit mécanismes de ciseau (fig. 1-20). Cet anneau pantographique se déploie à l'aide d'un fil actif. Un réseau de câbles situé à l'intérieur permet de mettre en forme une surface parabolique réfléchissante. La précision du positionnement et la qualité de fabrication des liaisons sont toutefois prépondérantes pour la réussite du dépliage.

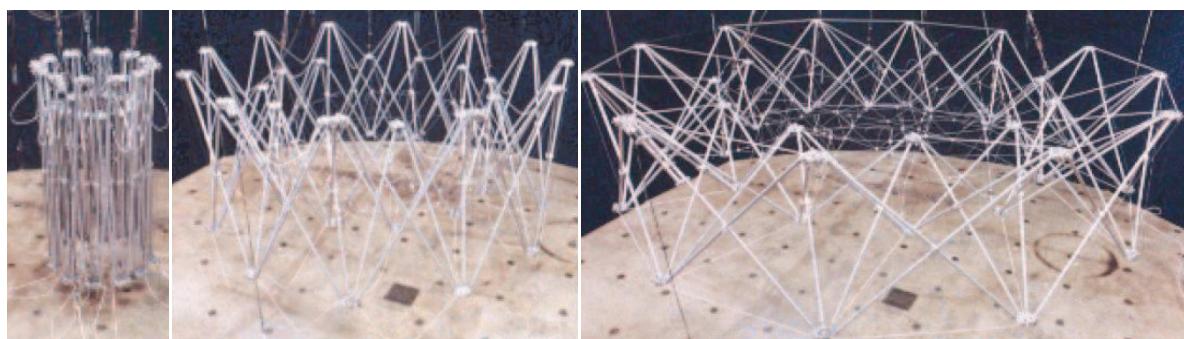
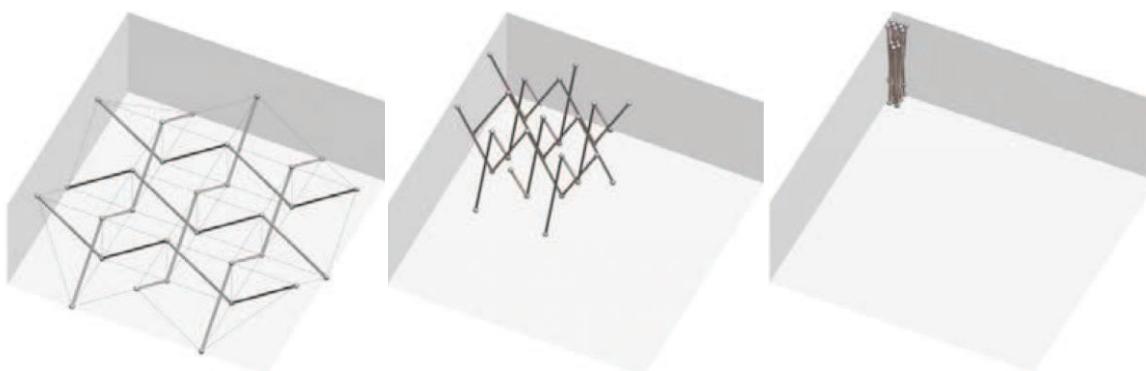


Figure 1-20 : antenne déployable pantographique rigidifiée par des câbles

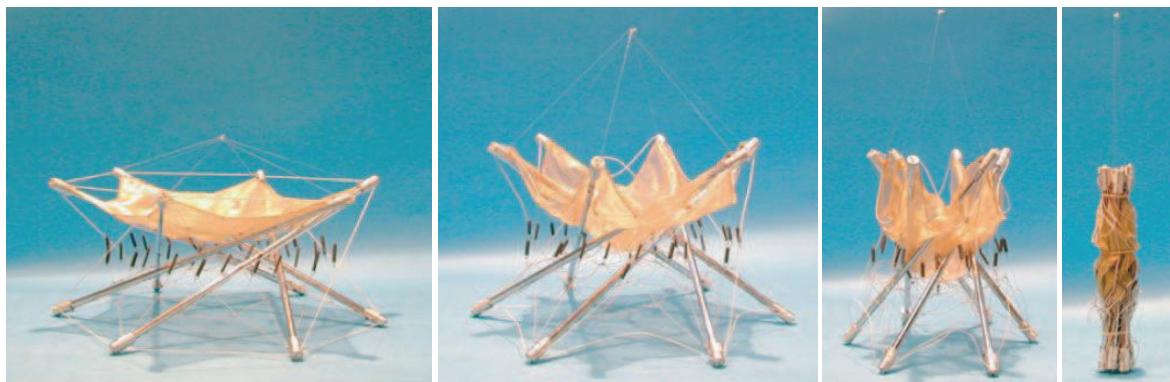
### 1.3.3 Les structures de tenségrité

Les structures de tenségrité sont conçues à partir d'assemblages de barres comprimées et de câbles tendus [MOT03]. Des solutions, dites hybrides, combinant ce principe à des membranes tendues sont également envisageables. Différents travaux ont été menés pour leur conférer des propriétés de pliabilité [SMA04] [NGU09] ou contrôler leur mise en œuvre et leur comportement dynamique [AVE04]. Les systèmes de tenségrité peuvent être pliés par allongements ou raccourcissements des éléments câbles ou barres (fig. 1-21).



**Figure 1-21 : grille plane de tenségrité pliable**

Par ailleurs, une antenne déployable basée sur un module hexagonal de tenségrité a été développé [KNI02] et breveté [STE02]. Cette structure (fig. 1-22) est composée de six barres en compression et de nombreux éléments en tension : câbles structuraux, membrane réfléchissante supportée par un réseau de câbles avec des ressorts de mise en tension [TIB02].



**Figure 1-22 : maquette d'antenne basée sur une structure de tenségrité**

### 1.3.4 Les structures à articulations flexibles

Les structures spatiales se déploient aussi parfois grâce à des articulations flexibles qui restituent une partie de l'énergie de déformation élastique qu'elles ont emmagasinée lors du pliage. Elles sont généralement constituées d'une ou plusieurs lames flexibles. La plus connue d'entre elles est sans doute le joint de « carpentier » (cette appellation est en fait un anglicisme provenant de la déformation de « carpenter tape » -mètre ruban en français-) [DUP98], servant notamment à l'élaboration des charnières « Maeva » (fig. 1-23). Ces systèmes à trois lames ont déjà été utilisés pour déployer des panneaux solaires [SIC05].

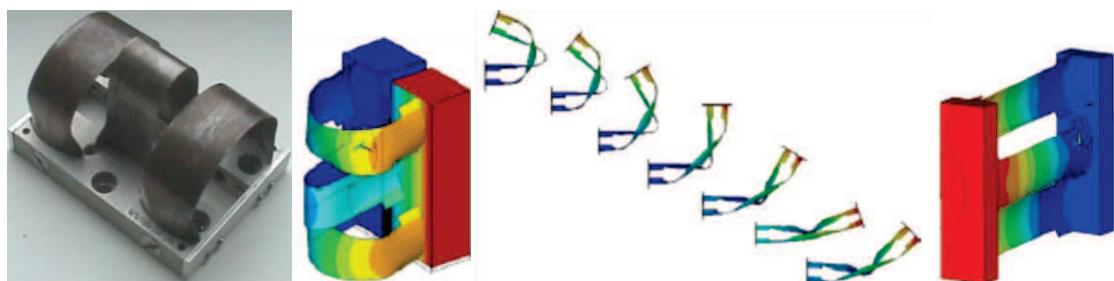


Figure 1-23 : châssis et schéma de la charnière « Maeva »

Une lame est réalisée par une mince bande métallique courbée transversalement et pouvant être pliée puis dépliée sans jamais dépasser sa limite d'élasticité. De plus, elle possède des propriétés de blocage en position déployée. L'un des principaux défauts de ce type d'articulation est l'impossibilité de contrôler le déploiement et la survenue de chocs lors du verrouillage. Des solutions consistant alors à superposer une couche de matériau viscoélastique ou à mémoire de forme permettent de réduire leur impact.

Par ailleurs, le comportement d'une telle lame est non-linéaire et différent suivant le sens de sollicitation, comme le montre la figure 1-24 représentant le diagramme du moment de flexion  $M_a$  en fonction de l'angle de pliage  $\alpha$ .

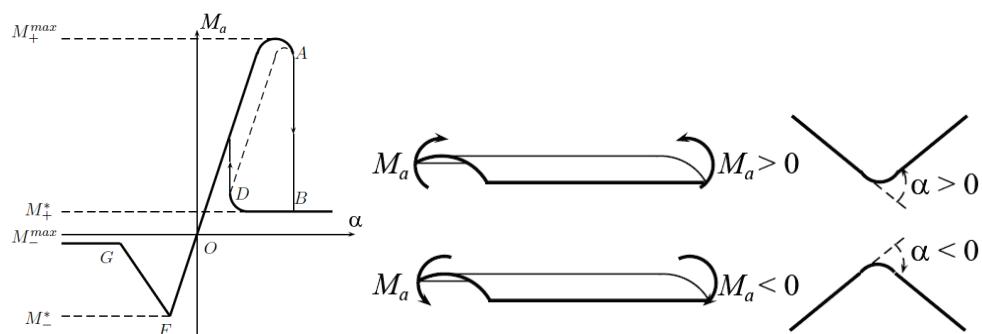
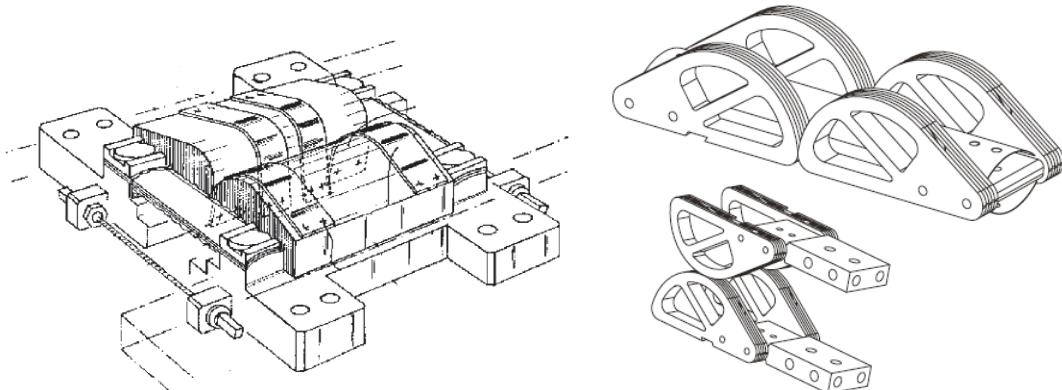


Figure 1-24 : courbe du moment de flexion en fonction de l'angle de pliage [SEF00]

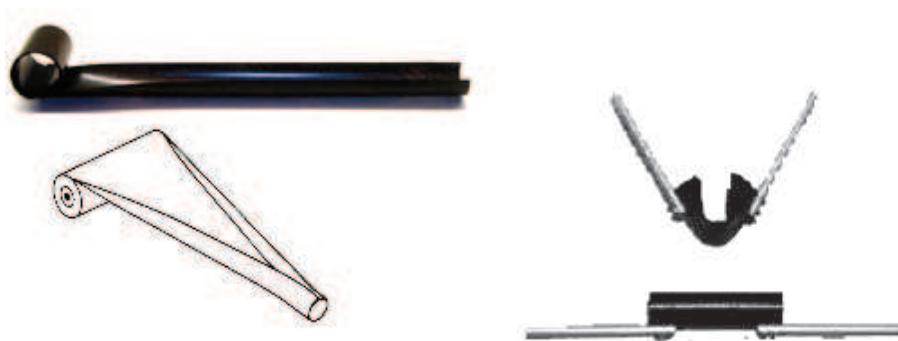
D'autres principes d'articulation utilisent aussi ce type de lame flexible [PEL02] (fig. 1-25). Les principaux avantages de ces liaisons sont un couple de déploiement élevé, l'absence de frottement et de lubrification ainsi que leur verrouillage en configuration dépliée. Cependant, elles sont généralement larges et relativement complexes.



**Figure 1-25 : articulations à lames flexibles (tape-spring rolling hinges)**

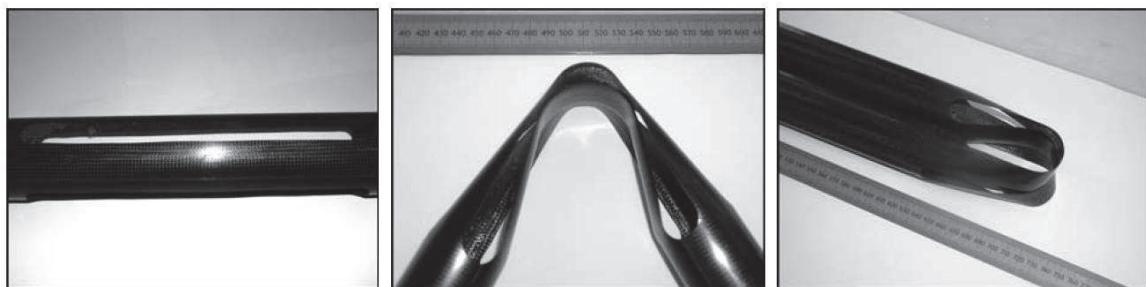
Avec le développement des matériaux composites, une nouvelle génération d'articulations a ensuite vu le jour et des rubans bistables ont ainsi été brevetés [DAT97]. Un ruban est bistable lorsque le stratifié qui le compose est antisymétrique, c'est à dire avec alternance de plis orientés dans des directions opposées. Ils sont généralement utilisés pour réaliser des mâts tubulaires.

Des bandes en composites monostables sont également employées pour des articulations flexibles motrices (fig. 1-26). Ces bandes sont stables dans leur direction longitudinale grâce à la disposition des fibres, mais peu résistantes lorsqu'elles sont soumises à des moments de torsion.



**Figure 1-26 : ruban et articulation en matériau composite**

Une charnière verrouillable (fig. 1-27) peut aussi être obtenue en découplant des fentes parallèles dans un tube à parois minces en plastique renforcé de fibres de carbone [YEE05].



**Figure 1-27 : articulation réalisée à partir d'un tube en matériau composite**

Dans des cas où les exigences sont moins restrictives que celles du domaine spatial, d'autres types d'articulations flexibles peuvent facilement remplacer les rotules (fig. 1-28). Ces liaisons, réalisées en câbles d'acier revêtu d'une gaine en polycarbonate [GAL03] ou bien en élastomère [LEG92], n'ont pas de direction de pliage privilégiée.



**Figure 1-28 : articulations flexibles**

### 1.3.5 La motorisation du déploiement

Outre les articulations flexibles, les structures spatiales peuvent aussi être déployées grâce à des éléments dont la longueur est variable, tels que des vérins pneumatiques ou électriques, des chambres à air, des systèmes vis-écrou, des ressorts de traction ou de compression et des dispositifs à câbles. Le déploiement d'une structure pliable peut en effet s'effectuer par un raccourcissement de câbles actifs. L'allongement de câbles peut quant à lui servir à maîtriser le déploiement par restitution d'énergie potentielle de type ressort. Ces solutions nécessitent toutefois un dérouleur ou enrouleur motorisé.

Il est aussi envisageable d'actionner une liaison pivot avec un moteur pas à pas. Il existe par ailleurs d'autres solutions, moins courantes, telles que l'utilisation de matériaux à mémoire de forme ou de mousses expansives. Pour les applications spatiales, l'utilisation de fluides n'est toutefois pas recommandée pour des raisons d'étanchéité.

## 1.4 Conclusion

Parmi les différentes architectures d'antennes déployables, celles à surface maillée se distinguent par leur légèreté et leur facilité de pliage. Elles offrent une grande richesse de formes et se présentent comme la solution la plus performante pour le développement de grands réflecteurs déployables (de 10 m de diamètre ou plus). La stratégie et les mécanismes de pliage utilisés doivent néanmoins permettre de maîtriser le déploiement du réflecteur de manière à minimiser le risque d'échec. Ainsi, une ossature constituée de barres assemblées entre elles par l'intermédiaire de pivots ou de glissières sera préférable à une structure de tenségrité dont l'enchevêtrement de câbles et de barres est difficilement gérable en apesanteur.

De plus, l'architecture retenue doit être légère et comporter un faible nombre de liaisons. Les articulations flexibles représentent en cela un moyen efficace pour remplacer des liaisons complexes et fournir en addition l'énergie nécessaire au déploiement du réflecteur.

Enfin, la réponse dynamique de la structure aux excitations fréquentielles qu'elle devra subir lors du lancement et en phase opérationnelle constitue un enjeu important de la conception et du dimensionnement.

## Partie 2

*Une nouvelle architecture  
de grand réflecteur*

## 2 Une nouvelle architecture de grand réflecteur

Les réflecteurs de type maillé apparaissent comme étant les plus prometteurs pour le développement d'antennes de diamètre supérieur à 10 m. La conception d'une nouvelle architecture de réflecteur déployable de ce type est ainsi abordée dans cette partie. Différentes solutions technologiques sont étudiées, notamment au niveau de la réalisation des articulations. Les choix retenus pour l'ossature et ses articulations ainsi que pour la mise en forme de la surface parabolique sont ensuite exposés.

Enfin, il s'agit d'analyser le comportement de l'ossature retenue lors de son déploiement. Une modélisation par éléments finis est développée à cet effet.

### 2.1 La conception du réflecteur

#### 2.1.1 L'ossature déployable

On s'intéresse dans un premier temps à la structure rigide déployable qui sert d'ossature au réflecteur. Celle-ci peut utiliser un assemblage de modules réguliers juxtaposés. Elle peut également se composer de plusieurs tubes déployables rayonnants, semblables aux baleines d'un parapluie, ou bien avoir une forme annulaire. Une ossature circonférentielle est cependant plus facilement raccordable à la plateforme du satellite par l'intermédiaire d'un bras d'éloignement (fig. 2-1). Dans ce cas, le bras est en effet plus léger car moins long.

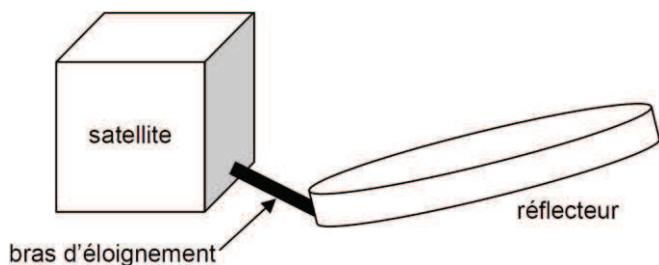
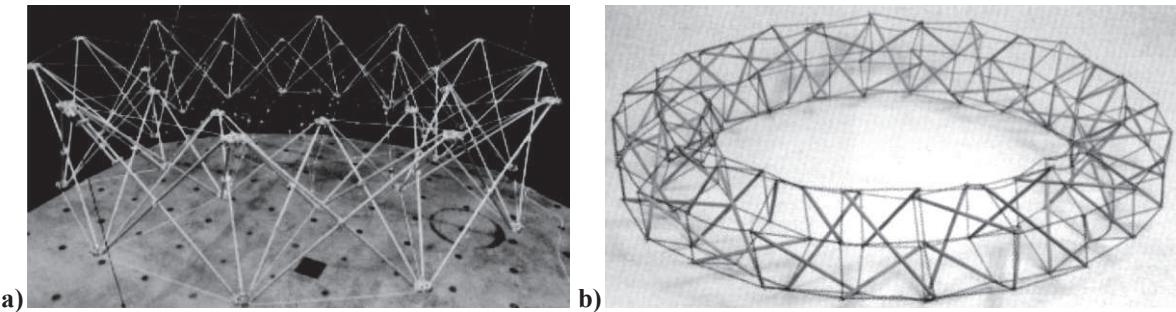


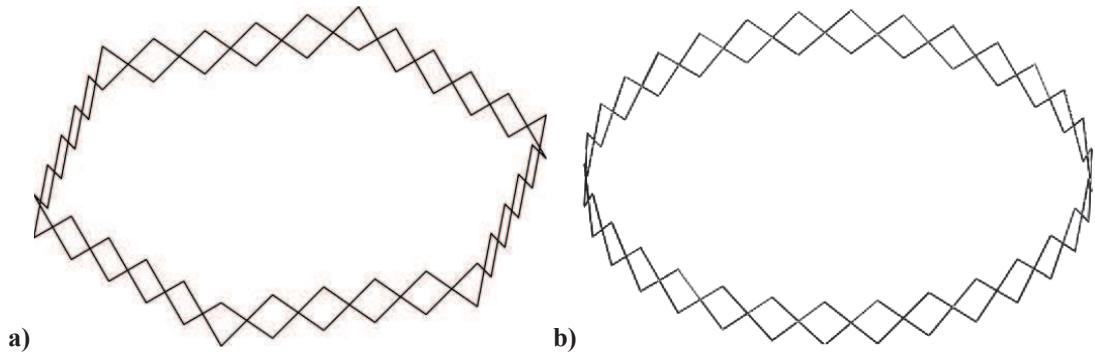
Figure 2-1 : rattachement de l'antenne à la plateforme du satellite

Cette ossature circonférentielle peut se présenter sous la forme d'un anneau volumique semblable à un tore (fig. 2-2). Cette architecture se caractérise par une grande rigidité mais se compose en contrepartie d'un nombre élevé d'éléments, induisant une plus grande complexité et une masse importante.

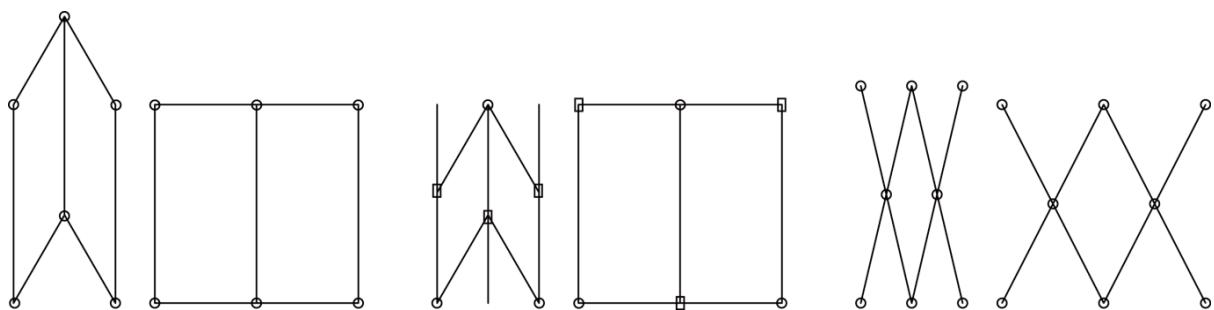


**Figure 2-2 : a) antenne pantographique déployable b) tore de tenségrité (Emmerich)**

Cette ossature peut aussi prendre la forme d'un polyèdre dont les faces latérales sont constituées d'un ensemble de barres articulées (fig. 2-3). Elles peuvent être organisées en rectangles pliables, en ciseaux ou selon toute autre combinaison plane (fig. 2-4).

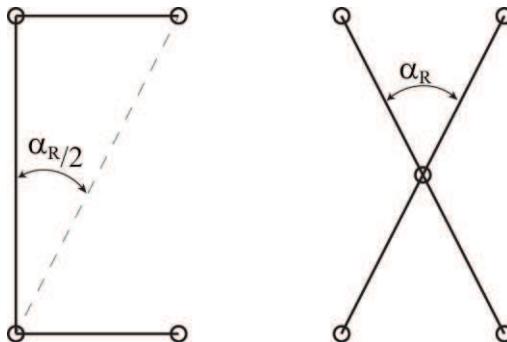


**Figure 2-3 : ossatures déployables formant un hexaèdre (a) et un polyèdre (b)**



**Figure 2-4 : mécanismes plans utilisés pour réaliser les côtés de l'ossature**

On montre toutefois que, pour une même hauteur, un ciseau est plus léger qu'un  $\frac{3}{4}$  de rectangle si l'angle  $\alpha_R$  est supérieur à  $74^\circ$  lorsque la structure est déployée (fig. 2-5).



**Figure 2-5 : comparaison de la longueur totale entre un côté rectangulaire et un ciseau**

Suite à ces considérations, nous avons donc retenu une ossature polyédrique dont chaque côté est formé par un ciseau, ceci autant pour des raisons de simplicité que de légèreté.

## 2.1.2 Les articulations

Le nombre et le type de mécanismes présents dans l'ossature sont des paramètres déterminants lors de la conception du réflecteur. Les barres peuvent être articulées entre elles par des liaisons mécaniques (pivot, glissière, rotules, etc.) ou par l'intermédiaire d'une pièce flexible (élastiquement déformable).

### 2.1.2.1 *Les articulations à plusieurs pivots*

Chaque ciseau se déploie dans un plan correspondant à une face latérale du polyèdre formé par l'ossature. Les axes de ses pivots sont donc nécessairement perpendiculaires à ce plan. De ce fait, la connexion en bout de barre entre deux côtés consécutifs doit être constituée par deux pivots d'axes différents, chacun étant perpendiculaire à un côté (fig. 2-6).

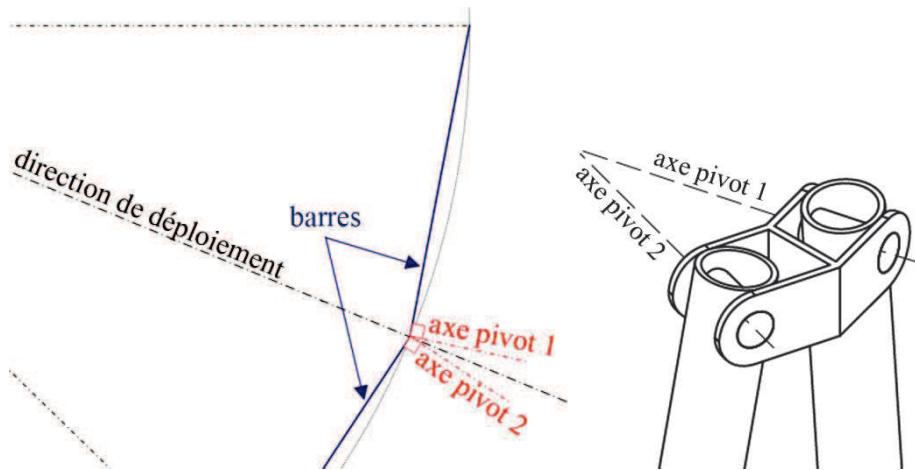


Figure 2-6 : orientation des liaisons pivots situées en bout de barres

Ces deux pivots pourraient être remplacés par une rotule. Néanmoins, ce type de liaison est peu employé dans les applications spatiales (peu de modèles certifiés) et l'on préfère généralement des liaisons à un seul degré de liberté. De plus, cette modification entraînerait une augmentation du nombre de degrés de liberté, rendant le déploiement de la structure difficilement contrôlable. Pour pallier cet inconvénient, la rotule pourrait être réalisée par trois pivots dont le débattement angulaire de deux d'entre eux serait limité à quelques degrés. Dans le cas d'une ossature constituée de ciseaux, les articulations aux extrémités seraient alors composées d'un pivot orienté perpendiculairement au plan formé par les barres liées aux sommets et de deux autres pivots suivant les axes des barres, mais avec des débattements limités (fig. 2-7).

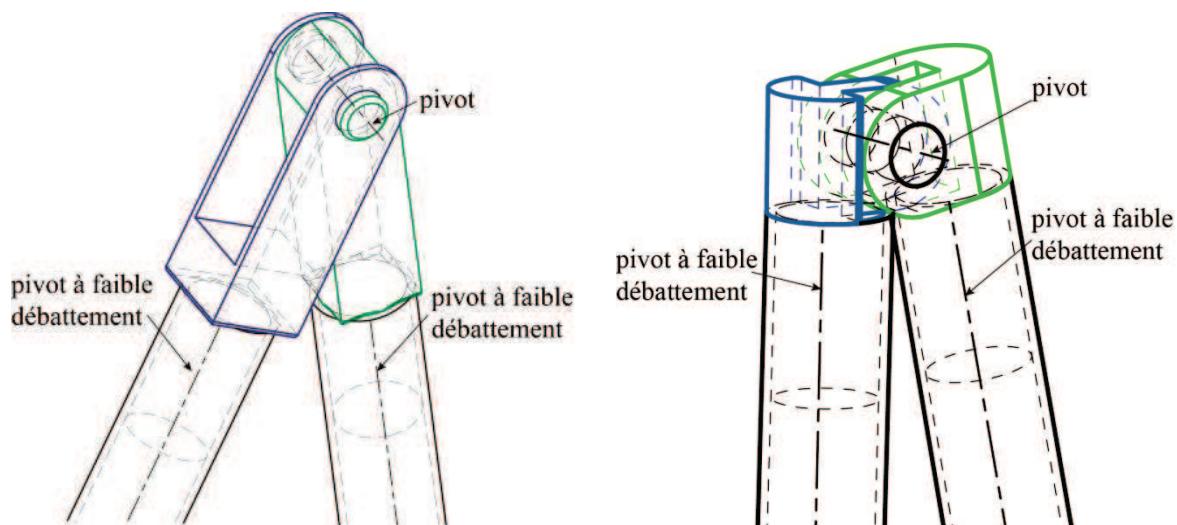


Figure 2-7 : liaisons à trois pivots dont deux avec débattements angulaires limités

Ces débattements angulaires seraient alors limités à la variation, lors du déploiement, de l'angle  $\theta$  entre le plan du ciseau ( $P_1P_A P_B$ , voir fig. 2-8) et le plan de l'articulation ( $P_1P_A P_2$ ). Cet angle peut être déterminé par la relation :

$$\cos \theta = \frac{\vec{N}_c \cdot \vec{N}_a}{\|\vec{N}_c\| \|\vec{N}_a\|} \quad (2.1)$$

où  $\vec{N}_c$  est la normale au plan du ciseau et  $\vec{N}_a$  celle au plan de l'articulation. Ces vecteurs se calculent en effectuant le produit vectoriel de deux vecteurs appartenant à ces deux plans.

Le débattement ainsi déterminé pour une ossature de diamètre 10 m à trente ciseaux dont les barres mesurent 2 m est proche de  $1^\circ$ .

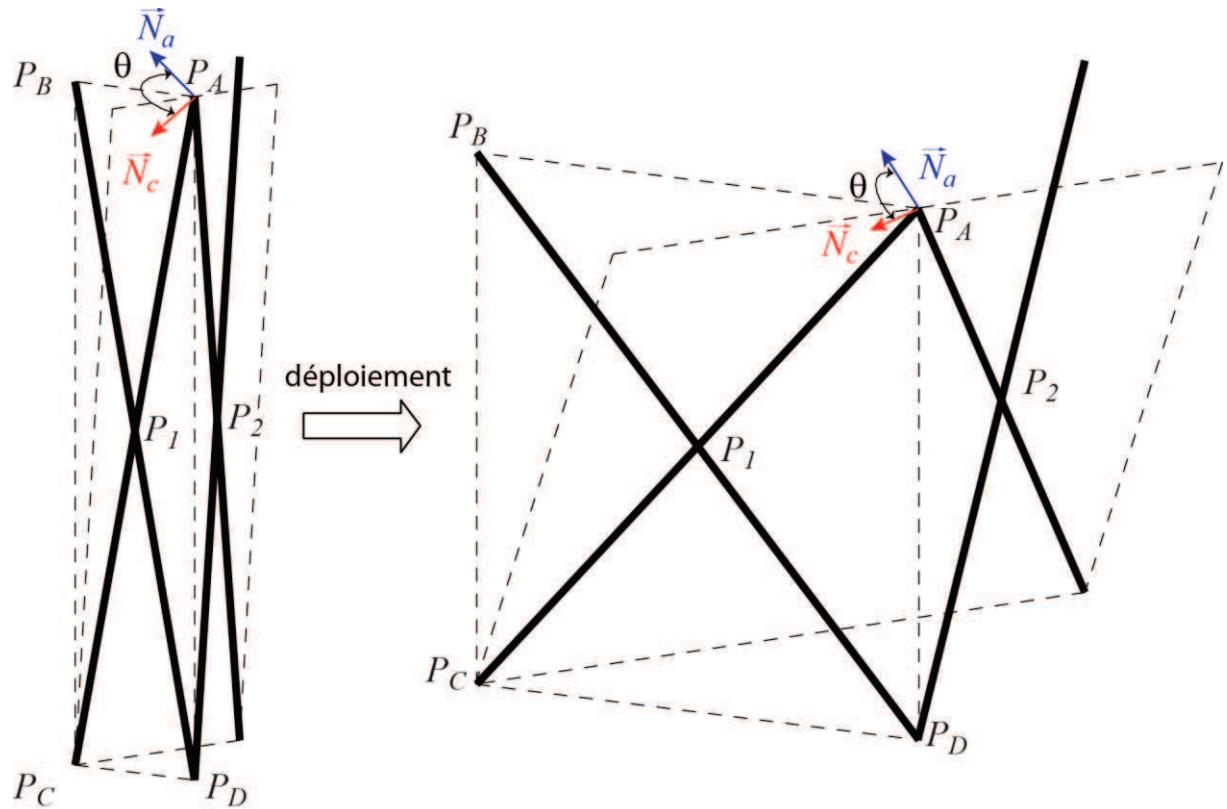


Figure 2-8 : repérage des plans et variations des angles lors du déploiement

Ces articulations, constituées de plusieurs pivots, sont toutefois complexes du fait des nombreuses pièces qui les composent.

### 2.1.2.2 Les articulations flexibles

La remarque précédente montre l'intérêt que peuvent apporter à cet égard les articulations élastiquement déformables. Elles sont en effet généralement simples car réalisées d'une seule pièce et ne présentent aucun jeu. Par ailleurs, elles peuvent jouer un rôle moteur pendant le déploiement, en restituant tout ou partie de l'énergie emmagasinée lors de leur pliage, et contribuer aussi à la rigidité de la structure. Ces solutions flexibles autorisent de grands déplacements et un retour élastique sans déformation plastique. Un système de verrouillage peut aussi leur être associé pour maintenir le système en configuration déployée.

Différentes solutions technologiques permettent de réaliser ce type d'articulation. Trois de ces solutions sont ainsi présentées et étudiées : des câbles composés de plusieurs fils torsadés, des ressorts hélicoïdaux et des lames en matériaux à haute limite élastique.

Des essais de flexion ont tout d'abord été menés au LMGC afin de caractériser le comportement de ces articulations déformables. La figure 2-9 montre un schéma du dispositif expérimental utilisé. Les éprouvettes d'essais sont constituées de deux tubes rigides reliés par une articulation flexible. Un des tubes (à gauche) est positionné par deux pions de centrage fixés sur une plaque. Celle-ci permet, en tournant autour d'un axe P, de régler l'angle  $\alpha$  entre le tube et la direction horizontale. Une masse est ensuite appliquée à l'autre tube (force  $F_p$ , à droite) de façon à ce qu'il se positionne exactement à l'horizontale.

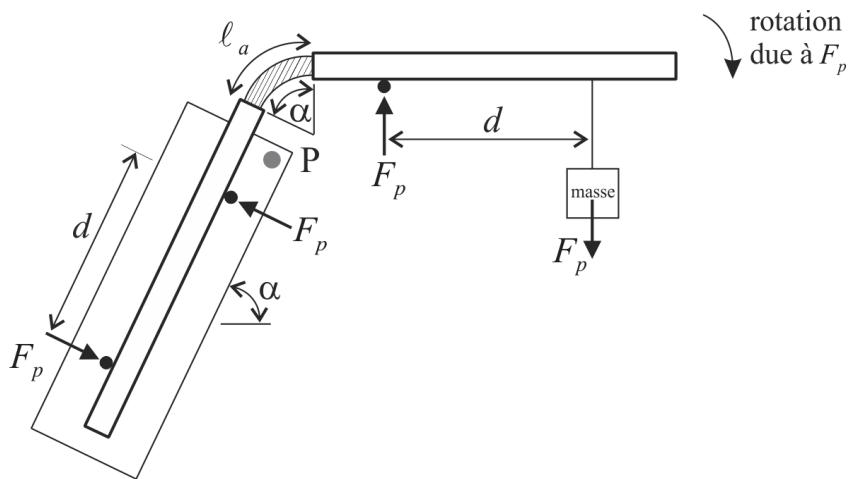


Figure 2-9 : dispositif expérimental de caractérisation du comportement en flexion

Si le frottement entre les tubes et les pions est négligé et si les distances  $d$  sont identiques, alors deux couples opposés sont appliqués au système. Il en résulte dans l'articulation un moment de flexion constant tel que  $M_a = F_p d$ .

De plus, celle-ci peut être modélisée par une poutre en flexion pure en faisant les hypothèses suivantes :

- son matériau est isotrope, homogène et linéairement élastique ;
- la poutre est initialement droite et sa section constante ;
- les sections restent planes et perpendiculaires à l'axe principal durant la flexion.

L'expression du moment de flexion dans l'articulation, en fonction de l'angle  $\alpha$  et de sa longueur  $\ell_a$ , est alors :

$$M_a = E_a I_a \alpha / \ell_a \quad (2.2)$$

Ainsi, suivant ce modèle, le moment évolue linéairement en fonction de l'angle de pliage. En définissant la raideur angulaire de la liaison comme étant  $k_a = E_a I_a / \ell_a$ , la relation (2.2) s'écrit  $M_a = k_a \alpha$ .

### 2.1.2.3 Les articulations en câble

Dans un premier temps, des articulations constituées d'un câble ont été testées en flexion. Les éprouvettes d'essais (fig. 2-10) sont réalisées par deux tubes en aluminium de 200 mm de long (diamètre 6 mm, épaisseur 1 mm et module d'élasticité 70 GPa) liés par un segment de câble d'acier (sept torons de sept fils) de diamètre 3 mm et dans une gaine en polymère (épaisseur 0,5 mm). Le câble est inséré puis fixé dans les tubes sur une longueur suffisante pour assurer un bon encastrement. Les essais ont été pratiqués sur dix éprouvettes ayant des longueurs différentes. Chacune a fait l'objet de deux essais afin de vérifier la répétabilité de l'expérience.

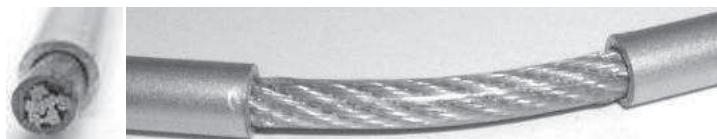


Figure 2-10 : éprouvette d'essai en câble

Le câble est un élément structurel couramment utilisé. Généralement, son diamètre faible par rapport à sa longueur ainsi que sa constitution propre permettent de formuler l'hypothèse selon laquelle il est seulement soumis à de la traction. Néanmoins le diamètre des articulations testées (3 mm) ne peut pas être ici considéré comme petit comparé à leur longueur (de 10,8 mm à 39,5 mm). L'hypothèse précédente n'étant pas vérifiée, le câble est alors considéré comme une poutre admettant de grandes courbures. Le module d'élasticité dit « apparent » du câble testé est de 125 GPa (valeur donnée par le fabricant et pouvant toutefois

croître de 20% en cours de vie). Le comportement de l'acier et les effets de l'enroulement hélicoïdal sont pris en compte dans ce module qui varie en fonction des pas de toronage et de câblage.

La forme des courbes (fig. 2-11), tracées à partir des essais sur des éprouvettes de longueurs différentes, permet de considérer que le moment de flexion varie presque linéairement en fonction de l'angle de pliage  $\alpha$ . Ces résultats sont en accord avec une représentation de type  $M_a = k_a \alpha$ .

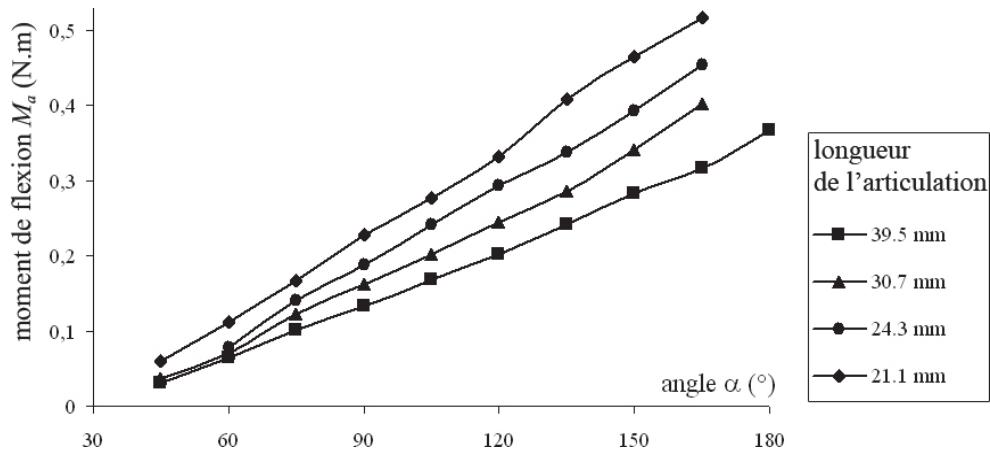


Figure 2-11 : courbes expérimentales  $M_a(\alpha)$  pour différentes longueurs d'articulations en câble

La figure 2-12 montre également que la raideur angulaire  $k_a$  est inversement proportionnelle à la longueur de l'articulation  $\ell_a$ . Ces données expérimentales permettent de déterminer la rigidité de flexion  $(EI)_{a\ exp} \approx 5,3 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^2$ , d'où un moment d'inertie expérimental de l'articulation  $I_{a\ exp} \approx 0,042 \text{ mm}^4$  (avec  $E_a = 125 \text{ GPa}$ ).

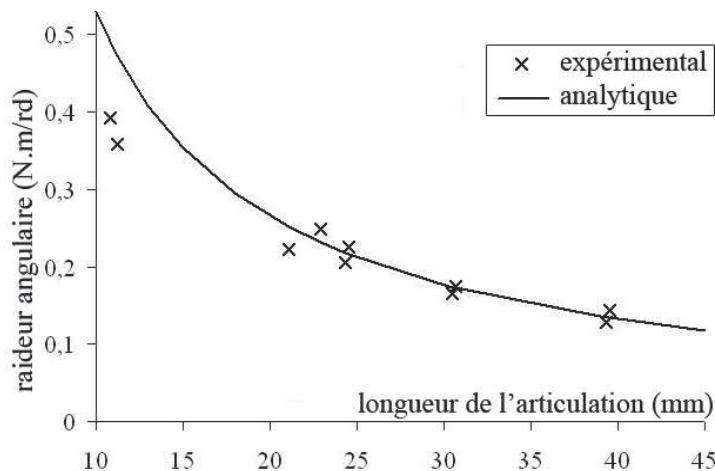
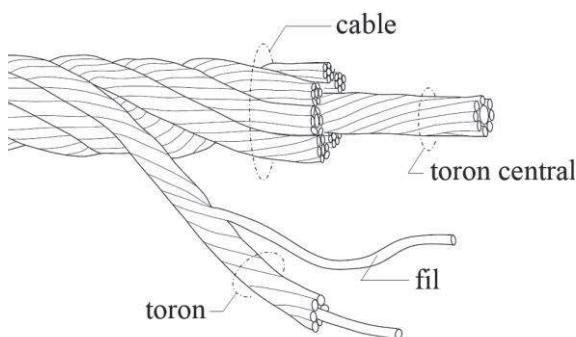


Figure 2-12 : comparaison  $k_a(\ell_a)$  expérimental et analytique

Nous avons également essayé de retrouver les caractéristiques de ce câble avec un modèle « théorique ». Costello [COS90] considère en effet les fils et les torons comme des poutres courbes de section constante (fig. 2-13). La friction entre les fils et l'influence de la gaine sont aussi négligées. Les résultats obtenus par cette approche (voir dans l'annexe B) sont  $k_R = 6,03 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^2$ , d'où  $I_{ath} = 0,0426 \text{ mm}^4$  avec  $E_{ath} = 141 \text{ GPa}$ . Les écarts par rapport aux résultats expérimentaux sont environ de 13% pour la rigidité de flexion, 1,5% pour le moment d'inertie et 12% pour le module apparent. Ce modèle théorique semble donc adapté au calcul des paramètres mécaniques des câbles qui ont été testés.



**Figure 2-13 : constitution et schéma d'un câble**

Cependant, les articulations du réflecteur doivent être assez souples pour se déformer sans plastifier ou rompre, mais aussi suffisamment rigides pour déployer la structure et lui donner une rigidité la rendant insensible aux excitations fréquentielles du SCAO. Les câbles que nous avons expérimentés sont ainsi trop flexibles en raison de leur constitution et de leur faible diamètre. Une rigidité plus importante pourrait s'obtenir avec un plus grand diamètre mais, pour flétrir le câble sans plastification, il serait alors indispensable d'augmenter sa longueur (et son rayon de courbure). La taille de l'articulation pliée deviendrait alors trop grande par rapport au reste de la structure. Il a donc été décidé de s'orienter vers d'autres solutions technologiques pour réaliser une structure de grandes dimensions.

#### 2.1.2.4 *Les articulations en ressorts*

Les ressorts hélicoïdaux constituent aussi un moyen de réaliser des articulations flexibles. Ils permettent des rotations et des déplacements importants sans grandes déformations. Ces ressorts sont généralement en acier ; il en existe cependant en matériaux composites mais dont le prix reste élevé et qui ne sont fabriqués que sur demande pour des applications spécifiques.

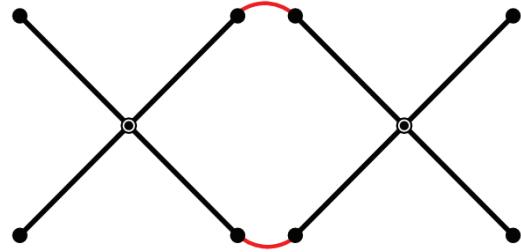


Figure 2-14 : ressort hélicoïdal fléchi

Nous avons ainsi réalisé une série d'essais sur ce type d'articulation. Les ressorts utilisés sont en acier et à spires jointives (fig. 2-14) ; leurs caractéristiques sont présentées dans le tableau 2-1 (valeurs données par le fabricant Vit Ressort).

Diamètre extérieur	16,5 mm	Module d'élasticité	206000 MPa
Diamètre du fil	3 mm	Module de cisaillement	81500 MPa
		Coefficient de Poisson	0,3

Tableau 2-1 : caractéristiques des ressorts testés

Le comportement mécanique des ressorts hélicoïdaux a principalement été étudié en traction et compression, mais peu en flexion (mis à part pour leur flambage en compression).

Considérons un ressort de diamètre  $D_r$ , comportant  $n_s$  spires d'un fil de diamètre  $d_r$  avec des caractéristiques du matériau  $E_r$  (module d'élasticité),  $G_r$  (module de cisaillement) et  $\nu_r$  (coefficient de Poisson).

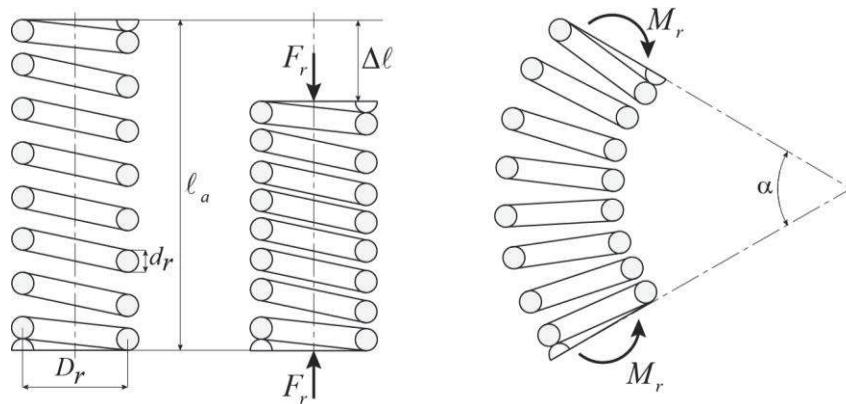


Figure 2-15 : modélisation d'un ressort hélicoïdal

La réponse de ce ressort à la compression et à la flexion peut être évaluée en utilisant la théorie des poutres courbes [DEN87]. La force de compression nécessaire pour créer un déplacement  $\Delta\ell$  est ainsi :

$$F_r = \frac{G_r d_r^4}{8 n_s D_r^3} \Delta\ell \quad (2.3)$$

Le moment de flexion pour courber le ressort d'un angle  $\alpha$  est quant à lui :

$$M_r = \frac{E_r d_r^4}{32 n_s D_r (2 + v_r)} \alpha \quad (2.4)$$

En comparant ces relations à celles d'un modèle de poutre ( $F_a = k_a \Delta\ell$  et  $M_a = E_a I_a \alpha / \ell_a$ ), nous pouvons en déduire la raideur axiale et la raideur en flexion du ressort :

$$k_{Tr} = \frac{G_r d_r^4}{8 n_s D_r^3} \quad \text{et} \quad (EI)_r = \frac{E_r d_r^4 \ell}{32 n_s D_r (2 + v_r)} \quad (2.5)$$

La raideur  $k_{Tr}$  en traction du ressort, calculée à partir de ce modèle pour une longueur libre de 11 cm, est ainsi de 9321 N/m.

Afin de vérifier ce résultat, nous avons réalisé un essai de traction. Le ressort est fixé sur sa partie supérieure (avec une longueur à vide de 11 cm) et est ensuite chargé verticalement à l'autre extrémité, par ajout de masses de 2 ou 4 kg, jusqu'à une masse totale de 42 kg. Le déplacement résultant est mesuré à l'aide d'un comparateur au niveau du chargement. Le ressort est ensuite progressivement déchargé et le déplacement mesuré en phase de retour.

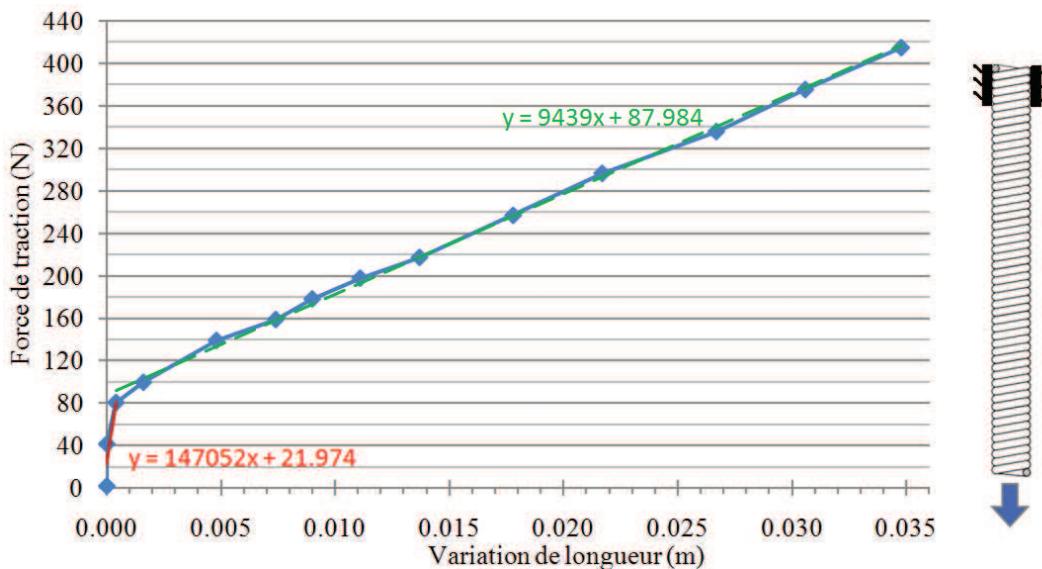


Figure 2-16 : essai de traction d'un ressort hélicoïdal

La courbe de la force de traction, égale au poids de la masse suspendue, est tracée sur la figure 2-16 en fonction du déplacement. Nous pouvons remarquer que le ressort a un comportement quasi linéaire à partir d'une charge de 100 N. Cette valeur correspond à la précontrainte due au processus de fabrication (les spires sont serrées car le fil est enroulé lors

de la fabrication avec un pas d'hélice inférieur au pas réel). La raideur expérimentale du ressort en traction, qui correspond à la pente de la courbe, est de 9439 N/m. Cette valeur est ainsi très proche de celle du modèle théorique (1,3% d'écart).

Le comportement en flexion d'un ressort hélicoïdal est, par contre, plus difficile à caractériser de façon précise. La formule (2.5) sert généralement à évaluer le flambage des ressorts de compression mais ne prend pas en compte le contact entre les spires. De plus, la flexion imposée lors des essais est élevée et incompatible avec l'hypothèse de petits déplacements faite dans ce modèle. La raideur de flexion du ressort obtenue par cette formule est toutefois de 0,05 N.m<sup>2</sup>.

Des essais de flexion ont été réalisés avec le même montage que celui utilisé pour les câbles (fig. 2-9). Les ressorts sont emmanchés dans des tubes en carbone avec une longueur libre entre les tubes de 8 cm.

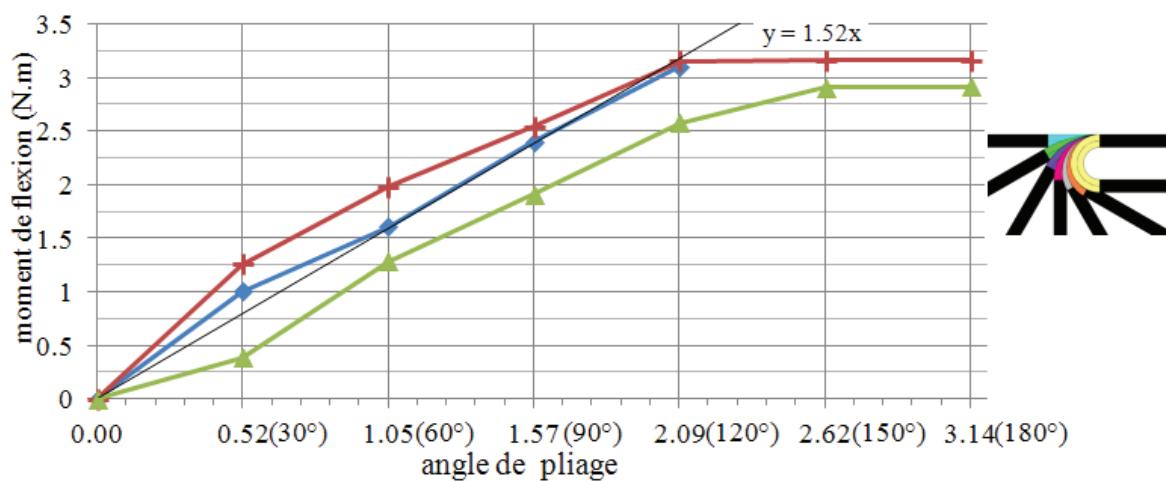


Figure 2-17 : essais de flexion de ressorts hélicoïdaux

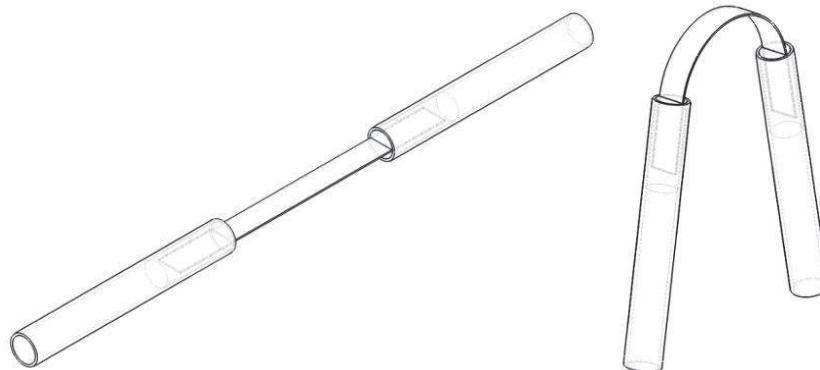
Les courbes de la figure 2-17 montrent l'évolution du moment de flexion en fonction de l'angle de pliage à partir de mesures expérimentales sur trois ressorts. D'après leur allure, le comportement en flexion peut être considéré en première approximation comme linéaire dans une plage entre 30 et 120°. La raideur de flexion  $EI$  est ainsi proche de 0,095 N.m<sup>2</sup>, soit près du double de celle estimée par la relation (2.5) ; ce qui confirme que celle-ci est inadaptée au cas étudié.

Les ressorts constituent cependant toujours une solution efficace pour réaliser des articulations flexibles. Néanmoins, leur masse importante par rapport au reste de la structure

représente un inconvénient majeur pour leur utilisation dans des structures légères.

### 2.1.2.5 *Les articulations à lames élastiques*

Les articulations flexibles sont aussi réalisables à partir de minces lames élastiques (fig. 2-18).



**Figure 2-18 : articulation à lame élastique**

Dans le cas de l'ossature à ciseaux proposée, une section rectangulaire est plus intéressante qu'une section circulaire car elle possède des raideurs de flexion différentes suivant les directions. Une lame large de faible épaisseur pourra ainsi être fortement fléchie selon son axe de faible inertie sans que cela n'indue de contraintes inadmissibles, même pour une articulation de faible longueur. Dans la deuxième direction, la raideur de flexion élevée permettra à l'ossature d'être moins sensible à des sollicitations radiales.

De plus, ces lames doivent être fabriquées dans un matériau ayant un faible module d'élasticité et une haute limite élastique. Des diagrammes tels que ceux d'Ashby mettent en évidence les solutions possibles (fig. 2-19). Différents matériaux ainsi envisageables sont présentés dans le tableau 2-2. Parmi ceux-ci, le composite carbone/époxy offre le meilleur compromis entre résistance, rigidité et masse volumique, le tout renforcé par un prix compétitif.

Matériau	Module d'élasticité (GPa)	Limite d'élasticité (MPa)	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Rapport de prix (base acier = 1)
Acier faiblement alliés	205	800-1250	7800	1
Cuprobéryllium (avec traitement thermique)	131	1130-1420	8360	10
Titane A6V	105	1110	4400	50
Fibre de carbone avec résine époxy	125	1700	1550	5

**Tableau 2-2 : caractéristiques des matériaux**

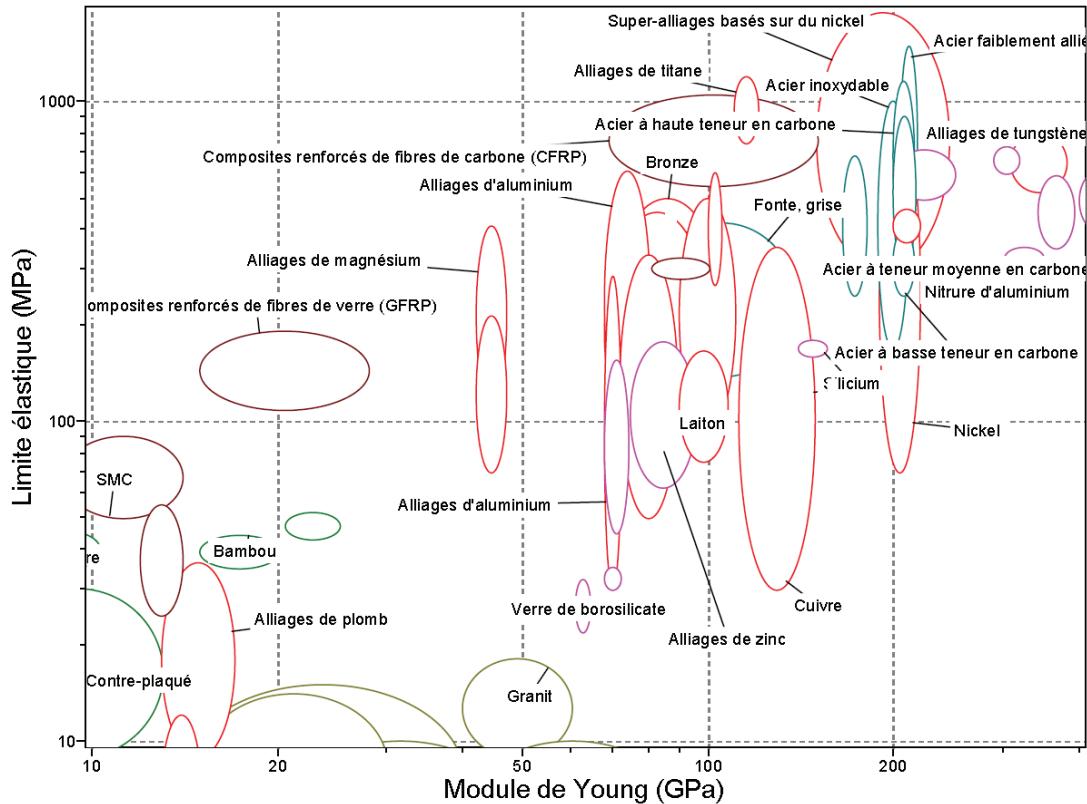
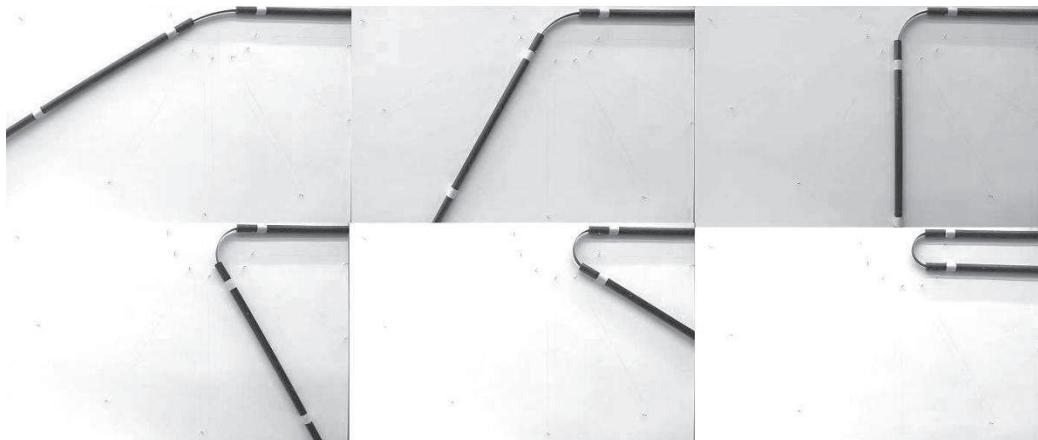


Figure 2-19: diagramme d'Ashby limite élastique/module élastique

Une raideur de flexion de l'ordre de grandeur de celle des ressorts hélicoïdaux ( $0,1 \text{ N.m}^2$ ) est recherchée afin de pouvoir comparer les deux solutions. La largeur de la lame est par ailleurs limitée à 17 mm de manière à pouvoir être introduite dans les mêmes tubes que ceux utilisés pour les essais de flexion des ressorts. Pour des raisons de coût et de disponibilité, nous avons choisi une lame d'épaisseur  $e_a = 1 \text{ mm}$  pour une largeur  $\ell_{ra} = 16 \text{ mm}$ . Sa raideur de flexion selon son axe de faible inertie est ainsi de  $0,167 \text{ N.m}^2$  (avec  $I_{fa} = \ell_{ra} e_a^3 / 12$  et  $E_a = 125 \text{ GPa}$ ).

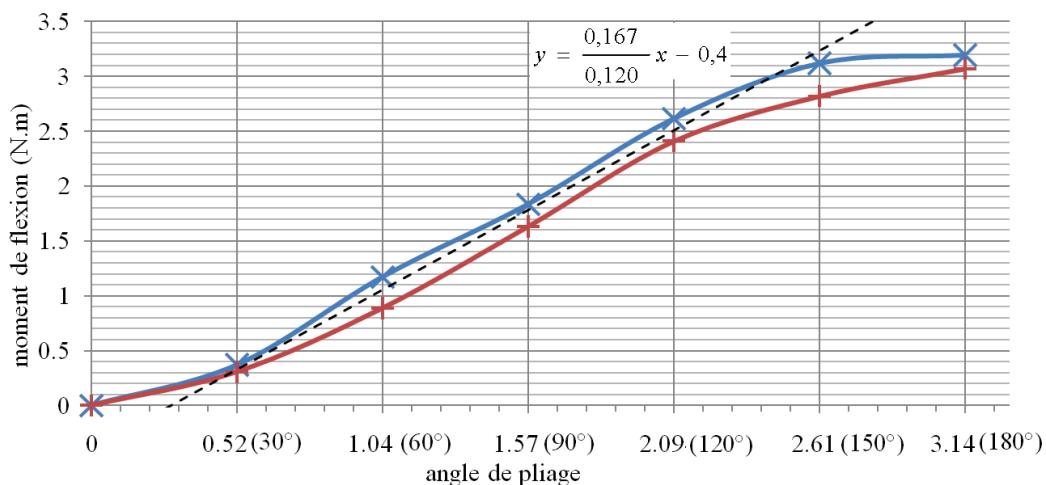
Cette lame devant pouvoir être pliée jusqu'à  $180^\circ$  sans rupture, la contrainte normale maximale  $\sigma_{max} = E_a \pi e_a / (2\ell_a)$  dans le matériau doit donc rester inférieure à 1700 MPa dans le cas du composite carbone/époxy. Ceci implique que la longueur  $\ell_a$  de la lame soit supérieure à 11,6 cm. Nous avons donc choisi une lame de longueur 12 cm afin que les contraintes soient admissibles tout en permettant que la structure pliée ne soit pas trop volumineuse.

Les essais de flexion sur ces lames ont été réalisés avec le même principe de montage : une barre (à gauche sur la figure 2-20) est placée avec un angle fixe tandis que l'autre barre est amenée à l'horizontale à l'aide d'une masse variable.



**Figure 2-20 : essais de flexion (pour différents angles) de lames en carbone/époxy**

Le moment de flexion résultant des mesures est tracé en fonction de l'angle de pliage sur la figure 2-21. L'analyse des résultats permet de faire l'hypothèse que la relation entre le moment et l'angle de pliage est linéaire dans une plage d'utilisation entre  $30^\circ$  et  $150^\circ$ . Les raideurs de flexion expérimentales sont très proches de la valeur calculée ( $0,167 \text{ N.m}^2$ ) dans cet intervalle. La différence de comportement au-delà de  $150^\circ$  peut s'expliquer par les imprécisions sur les mesures.



**Figure 2-21 : mesures des essais de flexion sur deux lames carbone/époxy**

Les lames élastiques nous paraissent constituer la solution technologique la plus intéressante pour réaliser les articulations de l'ossature. En effet, cette solution est plus légère que les autres et les matériaux choisis sont compatibles avec une application spatiale.

### 2.1.3 Le réflecteur parabolique

L'ossature et ses articulations étant déterminées, nous abordons à présent la conception de la surface réfléchissante. Cette surface parabolique est réalisée par un « tricot » (« mesh ») réfléchissant de fils très fins (typiquement de diamètre 0,03 mm), généralement en molybdène recouvert d'or (fig. 2-22) ; sa masse surfacique est de l'ordre de 25 g/m<sup>2</sup>.

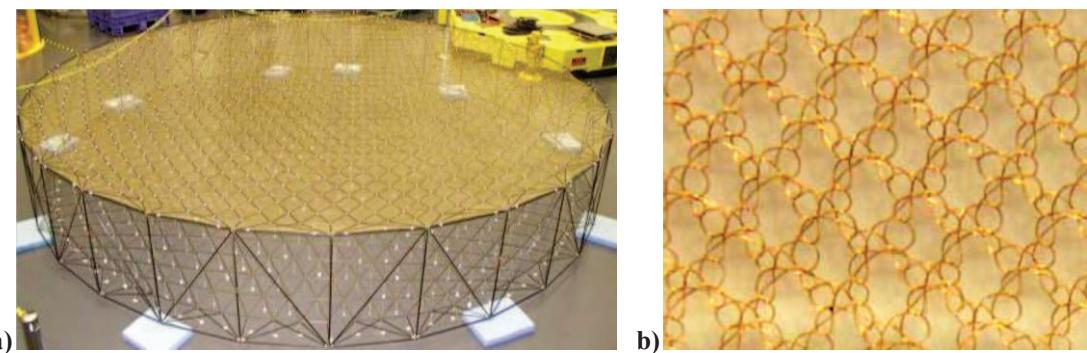


Figure 2-22 : a) tricot réfléchissant accroché sur l'AstroMesh b) zoom sur le tricot

La perméabilité de la maille limite la fréquence maximale d'utilisation car les pertes à travers le tricot deviennent trop importantes pour les ondes à haute fréquence (fig. 2-23). Ainsi une densité de dix mailles par pouce (25,4 mm) est suffisante pour avoir une bonne réflectivité jusqu'à la bande X (8 à 12 GHz). Des densités plus élevées, de trente à quarante mailles par pouce, sont nécessaires pour les applications en bande Ka (26,5 à 40 GHz).

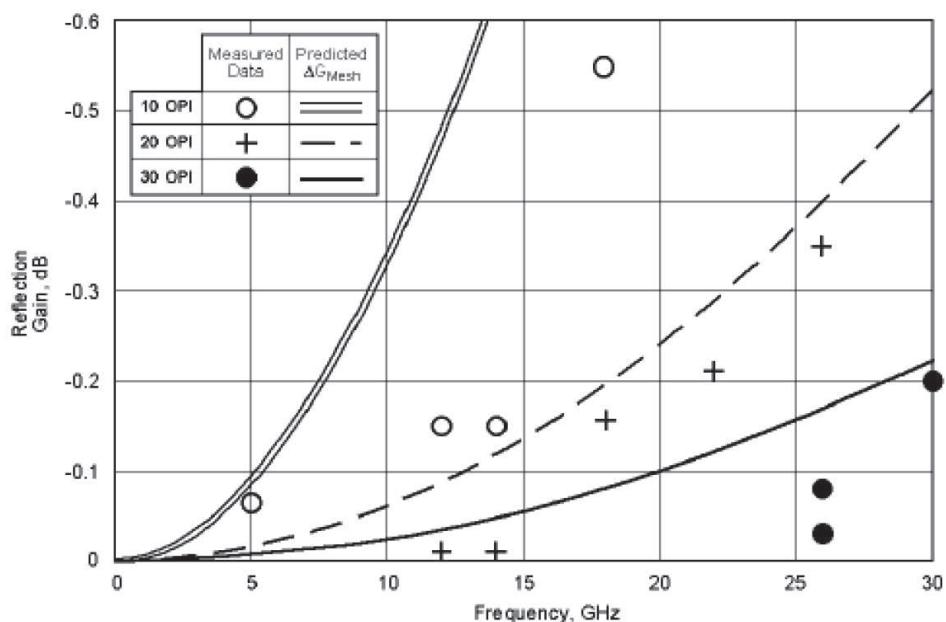


Figure 2-23 : effet de la densité du tricot sur les performances RF [THO02]

Afin de donner une forme parabolique au tricot, il est mis en forme par accrochage sur un réseau de câbles tendus, ordinairement constitués de fils très résistants en fibres composites (par exemple en Kevlar). Ce réseau peut être composé de câbles radiaux attachés à un anneau extérieur déployable, la surface étant alors découpée en fuseaux tel un parapluie (fig. 2-24a). Un nombre important d'éléments radiaux est cependant nécessaire pour obtenir une précision de surface élevée. Une autre stratégie [MIU90] consiste ainsi à diviser la surface parabolique en facettes planes triangulaires quasi identiques (fig. 2-24b). Le principal avantage de cette solution réside dans le fait que la précision de la surface augmente lorsque la taille des facettes diminue [MIT90].

Le réseau de câbles est mis en tension par des forces appliquées à chaque nœud situé sur un sommet des facettes. Ces actions, dues à des « tendeurs » (« *tension ties* »), sont généralement parallèles entre elles ou bien normales à la surface.

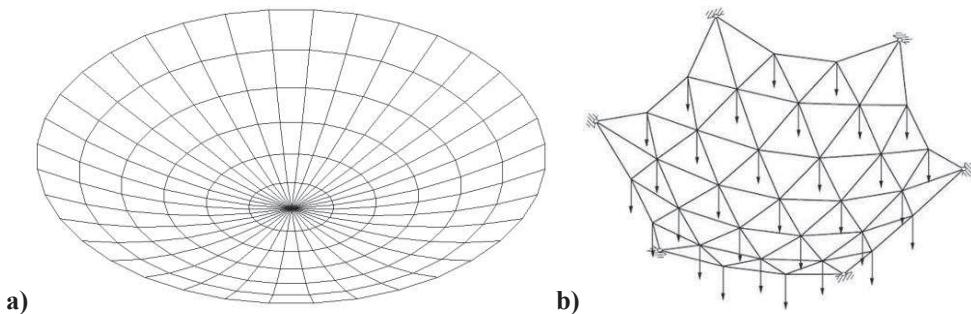


Figure 2-24 : surface à facettes a) radiales ou b) triangulaires

Cette stratégie, dite de « facettisation », est utilisée dans des réalisations telles que le radiotélescope spatial Halca ou le réflecteur AstroMesh (fig. 2-25). Tibert [TIB03] a aussi mis en œuvre ce principe pour la conception d'une antenne basée sur un module de tenségrité.

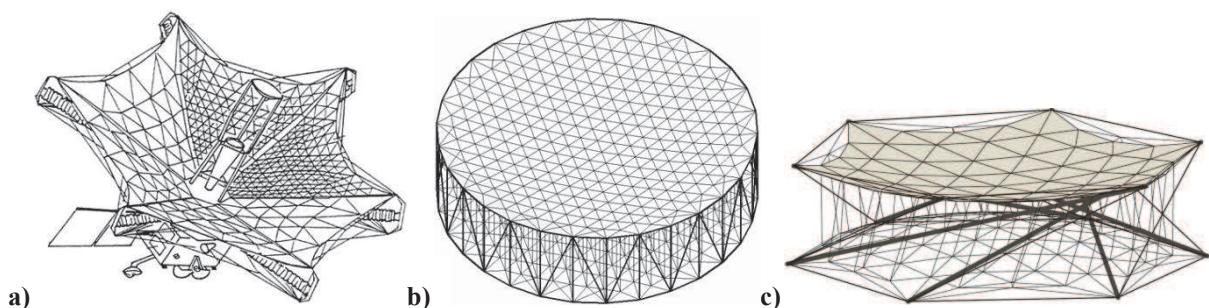
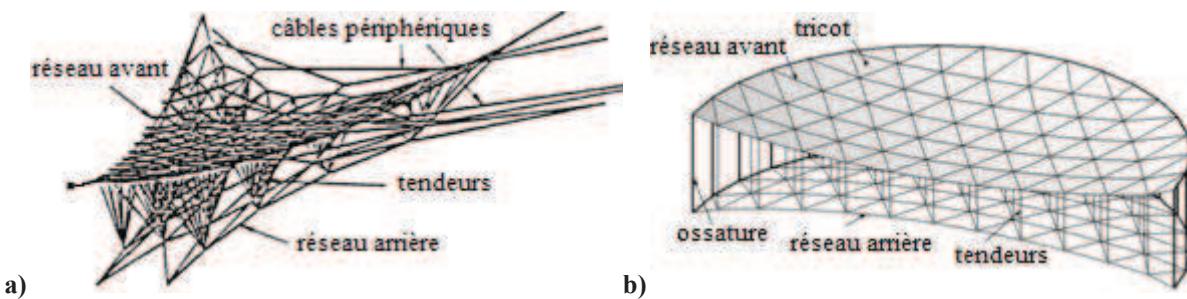


Figure 2-25 : réflecteurs maillés a) Halca, b) AstroMesh et c) basé sur un module de tenségrité

Si le réseau de câbles supportant le tricot réfléchissant forme toujours des facettes triangulaires, les méthodes de mise en tension diffèrent. Ainsi, sur le réflecteur Halca [NAT94], plusieurs nœuds du réseau de « face » (associé au tricot réfléchissant) sont reliés à un nœud du réseau « arrière » par des câbles d'ajustement (fig. 2-26a). Sur l'AstroMesh, le réseau de face est raccordé nœud à nœud à un réseau arrière symétrique par des tendeurs (fig. 2-26b). Cette dernière solution paraît plus simple et plus fiable car elle nécessite moins de tendeurs. La recherche de forme du réseau de câbles tendus fera l'objet d'une étude plus approfondie dans la Partie 4, où une nouvelle méthode de calcul sera présentée.



## 2.2 La modélisation de l'ossature

### 2.2.1 Le modèle analytique

Le choix d'une ossature composée de ciseaux liés entre eux par des articulations flexibles étant fait, le comportement de celle-ci doit néanmoins être précisé, principalement par des simulations numériques. Une structure simple ne comportant que trois ciseaux est ainsi étudiée dans un premier temps.

L'objectif est de mettre en place un modèle analytique permettant de déterminer les efforts présents dans ce type de système autocontraint [QUI11]. Ce modèle est ensuite appliqué au cas d'une maquette réalisée à partir de tubes en aluminium et d'articulations en câble, comme celles étudiées dans le chapitre 2.1.2.3 (fig. 2-27). Des câbles de cerclage relient les pivots des trois ciseaux entre eux, limitant ainsi l'ouverture de la structure. Ils forment un triangle dans le plan horizontal des pivots.

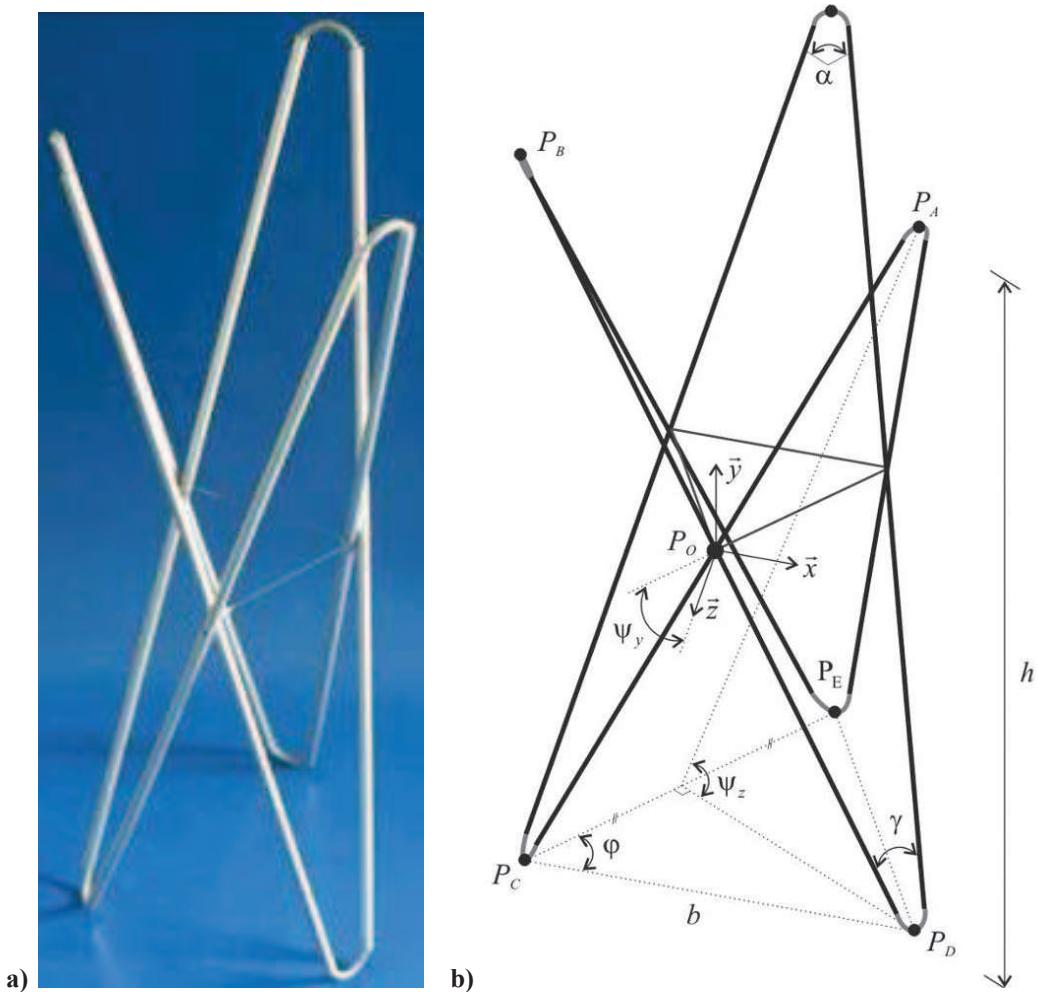


Figure 2-27 : structure à trois ciseaux a) maquette et b) modèle

Ce système présentant une répétition circulaire, un côté peut être isolé afin d'en écrire l'équilibre. De plus, il possède deux plans de symétrie :

- le plan horizontal situé à mi-hauteur et passant par les pivots des ciseaux ;
- le plan vertical perpendiculaire au côté  $P_A P_B P_C$  et passant par le pivot  $P_o$ .

Ces propriétés géométriques permettent d'écrire les vecteurs forces  $\{\vec{F}\}$  et moments  $\{\vec{M}\}$  aux extrémités  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  et  $P_D$  en fonction de leurs composantes au niveau d'une seule extrémité, en l'occurrence  $P_A$  (fig. 2-28).

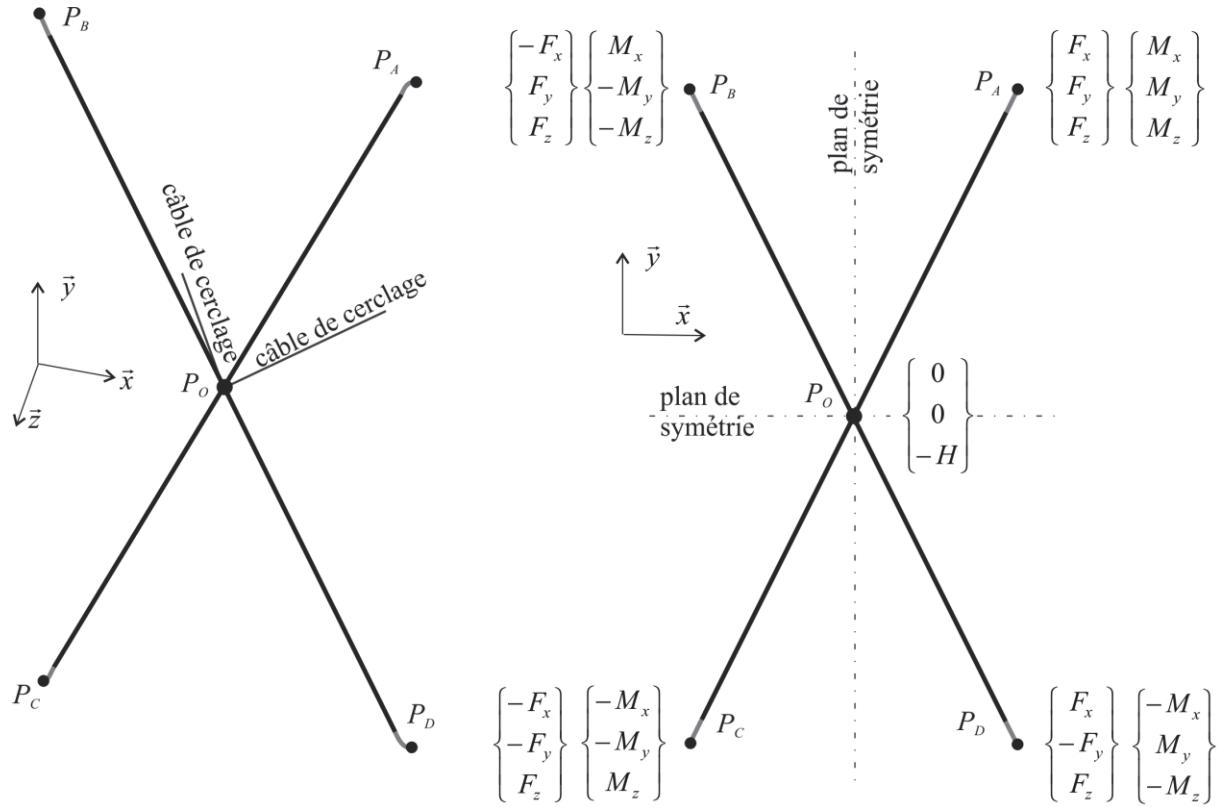


Figure 2-28 : un côté de la structure

Ainsi, l'équilibre des forces suivant l'axe \$\vec{z}\$ (normal au plan des barres) se traduit par la relation \$F\_z = H/4\$, où \$H\$ est la résultante des actions des câbles de cerclage sur le pivot \$P\_o\$.

La répétition circulaire, d'angle \$\theta\_R = 2\pi/n\$ (où \$n\$ est le nombre de côtés) autour de l'axe vertical \$\vec{y}\$ de la structure, peut se traduire par la matrice de rotation suivante :

$$[R] = \begin{bmatrix} \cos \theta_R & 0 & -\sin \theta_R \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta_R & 0 & \cos \theta_R \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

En utilisant les symétries et le principe d'action-réaction, les sollicitations au point \$P\_B\$ sont considérées comme opposées à celles au point \$P\_A\$ et « transportées » en \$P\_B\$ par l'opérateur rotationnel :

$$\{\vec{F}_{P_B}\} = \begin{Bmatrix} -F_x \\ F_y \\ F_z \end{Bmatrix} = -[R]\{\vec{F}_{P_A}\} = \begin{Bmatrix} -F_x \cos \theta_R + F_z \sin \theta_R \\ -F_y \\ -F_x \sin \theta_R - F_z \cos \theta_R \end{Bmatrix} \quad (2.7)$$

$$\{\vec{M}_{P_B}\} = \begin{Bmatrix} M_x \\ -M_y \\ -M_z \end{Bmatrix} = -[R]\{\vec{M}_{P_A}\} = \begin{Bmatrix} -M_x \cos \theta_R + M_z \sin \theta_R \\ -M_y \\ -M_x \sin \theta_R - M_z \cos \theta_R \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

De ces relations, il vient :

$$\begin{cases} F_x = F_z \sin \theta_R / (\cos \theta_R - 1) = -F_z / \sqrt{3} \\ F_y = 0 \\ M_x = M_z \sin \theta_R / (1 + \cos \theta_R) = \sqrt{3} M_z \end{cases} \quad (2.9)$$

L'équilibre des moments pour un tube autour de l'axe  $\vec{z}$  au pivot  $P_O$  donne ainsi :

$$M_z = F_x h/2 \quad (2.10)$$

De plus, le moment dans l'articulation en flexion au point  $P_A$  est  $M_a = E_a I_a \alpha / \ell_a$  et l'angle entre deux tubes de longueur  $\ell_t$  connectés par l'articulation flexible est  $\gamma = \pi - \alpha = 2 \arcsin(b/(2\ell_t))$ . Ce moment est autour de l'axe perpendiculaire au plan défini par les deux tubes connectés (plan  $P_A P_C P_E$  de la figure 2-27). La projection de ce moment sur les axes  $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  donne les relations :

$$\begin{cases} M_x = -M_a \cos \psi_y \sin \psi_z \\ M_y = M_a \cos \psi_z \\ M_z = -M_a \sin \psi_y \sin \psi_z \end{cases} \quad (2.11)$$

où  $\psi_y = \varphi/2 = \pi/6$  (autour de  $\vec{y}$ ) et  $\psi_z = \arctan(h/(b \cos(\pi/6)))$  (autour de  $\vec{z}$ ).

La relation entre la résultante  $H$  due aux câbles de cerclage et le moment  $M_a$  dans l'articulation est donc :

$$H = -8 M_a \sin \psi_y \sin \psi_z (\cos \theta_R - 1) / (h \sin \theta_R) \quad (2.12)$$

La tension  $T$  dans ces câbles est alors :

$$T = H / (2 \cos(\varphi/2)) = H / \sqrt{3} \quad (2.13)$$

L'application numérique de ces résultats pour la maquette (fig. 2-27), avec une hauteur  $h = 46,3 \text{ cm}$  et des côtés de largeur  $b = 23,2 \text{ cm}$ , donne  $M_a = 565 \text{ N.mm}$ ,  $F_x = -1,12 \text{ N}$ ,  $F_y = 0$ ,  $F_z = 1,94 \text{ N}$  avec  $M_x = -449 \text{ N.mm}$ ,  $M_y = 225 \text{ N.mm}$ ,  $M_z = -259 \text{ N.mm}$  et  $H = 7,75 \text{ N}$  (d'où  $T = 4,48 \text{ N}$ ).

## 2.2.2 Le modèle numérique

Un modèle par éléments finis a ensuite été testé pour simuler le déploiement de cette structure à trois ciseaux. L'objectif est de pouvoir l'étendre par la suite au cas de l'ossature du réflecteur. Les principales difficultés de modélisation sont liées à l'introduction d'une précontrainte de flexion dans les articulations et la maîtrise du déploiement (par exemple par l'allongement d'un câble de cerclage).

Les simulations ont été effectuées à l'aide du logiciel de calcul ANSYS. Le modèle est tridimensionnel et constitué d'éléments de type « *Beam* » et « *Link* » [ANS11]. De plus, la résolution numérique utilisée prend en compte les non-linéarités géométriques (grands déplacements et grandes rotations).

La structure est initialement considérée en position pliée non déformée. On bloque alors les degrés de libertés des extrémités des barres puis les articulations sont déformées, lors d'une première étape de calcul, de manière à introduire une précontrainte. Dans une seconde phase, les blocages sont retirés et la structure « libérée » se déploie sous l'effet de cette précontrainte (fig. 2-29).

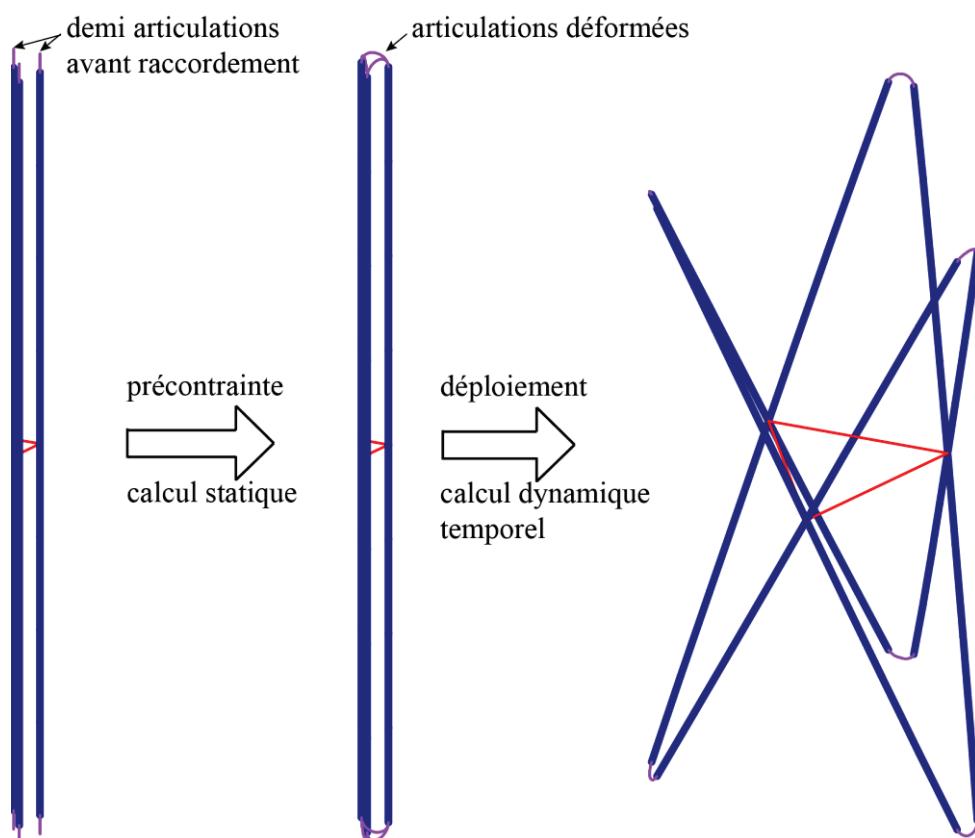


Figure 2-29 : étapes du calcul pour le déploiement d'une structure à trois ciseaux

Les barres, assemblées en ciseaux, ainsi que les articulations flexibles sont modélisées par des éléments « *Beam* », c'est-à-dire des entités à deux nœuds avec six degrés de liberté (trois translations et trois rotations). Ils transmettent ainsi les efforts de traction/compression et de flexion. Ils sont définis par leur section et leurs moments d'inertie. Le matériau choisi est élastique linéaire isotrope avec une masse volumique donnée.

Les barres sont initialement verticales et positionnées sur un cercle dont le diamètre est calculé de telle sorte que les articulations de longueur  $\ell_a$  soient déformées en demi-cercles après l'application de la précontrainte (soit  $D_{sp} = 2\ell_a / (\pi \sin \pi/n)$ ). Les deux barres d'un même ciseau sont alors coïncidentes (fig. 2-29). On ajoute à chaque extrémité une demi-longueur de l'articulation flexible qui sera ensuite déformée pour la relier à son autre moitié.

Les câbles de cerclage sont modélisés par des éléments de type « *Link* » ne travaillant qu'en tension ; ils possèdent deux nœuds à trois degrés de liberté (translations) et sont définis par leur section et une déformation initiale  $\varepsilon_0$ . Celle-ci sert à spécifier la longueur à partir de laquelle le câble de cerclage sera tendu et se détermine par la relation  $\varepsilon_0 = (d_{ij} - \ell_c) / d_{ij}$ , où  $d_{ij}$  est la distance initiale entre les deux nœuds de l'élément et  $\ell_c$  la longueur réelle (à vide) du câble de cerclage.

Les liaisons pivots sont définies en utilisant des relations cinématiques entre les deux nœuds coïncidents situés au milieu des barres des ciseaux (fig. 2-30). Elles sont exprimées dans un repère local dont l'axe  $\vec{z}_p$  est perpendiculaire au plan du ciseau ouvert. Ainsi, ces deux nœuds ne peuvent tourner l'un par rapport à l'autre que suivant cet axe, les autres degrés de liberté étant deux à deux égaux.

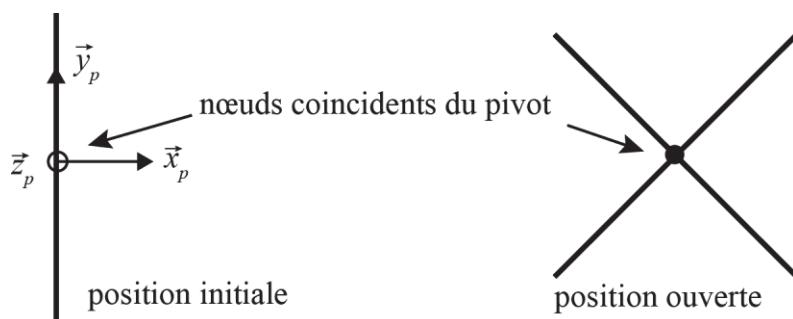
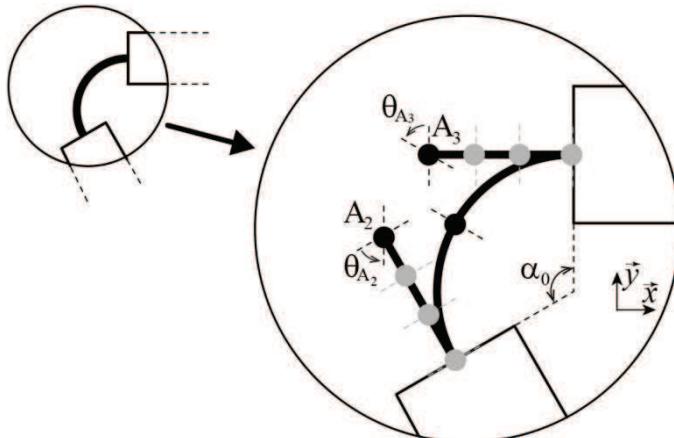


Figure 2-30 : définition des pivots

### 2.2.2.1 L'introduction de la précontrainte de flexion

La déformation des articulations flexibles est obtenue en imposant des déplacements relatifs entre les nœuds situés à leurs extrémités. Ces relations sont écrites pour chaque articulation dans un repère local, où le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$  contient l'ensemble des nœuds de l'articulation flexible (fig. 2-31). Les translations  $u_{A_3}$  et  $v_{A_3}$  du nœud  $A_3$  sont respectivement égales aux translations  $u_{A_2}$  et  $v_{A_2}$  de  $A_2$  additionnées de la distance séparant initialement ces deux nœuds suivant ces directions. De même, la rotation  $\theta_{A_3}$  du nœud  $A_3$  autour de l'axe  $\vec{z}$  (perpendiculaire au plan contenant l'articulation) est égale à celle de  $A_2$  additionnée de l'angle  $\alpha_0$  (issu de la position initiale). Les degrés de libertés restants sont égaux entre eux. Ces relations peuvent être écrites de la manière suivante :

$$\begin{cases} u_{A_3} = u_{A_2} + (x_{A_2} - x_{A_3}) \\ v_{A_3} = v_{A_2} + (y_{A_2} - y_{A_3}) \\ \theta_{A_3} = \theta_{A_2} + \alpha_0 \end{cases} \quad (2.14)$$



**Figure 2-31 : introduction de la précontrainte par des conditions cinématiques**

Cette méthode de mise en œuvre numérique d'une précontrainte de flexion a d'abord été testée sur un cas plan didactique afin de la comparer à un calcul analytique. Ce système est un assemblage de trois tubes de longueur  $\ell_t$  connectés par des articulations flexibles formant un triangle fermé. Initialement droites, les articulations sont déformées pour réaliser ce triangle. La figure 2-32 montre les étapes pour aller de l'état déconnecté au système précontraint. Au départ, les extrémités (numérotées de  $A_1$  à  $A_6$ ) ne sont pas connectées (a). Une précontrainte est ensuite introduite, de façon théorique afin de mener un calcul analytique, en appliquant un moment de flexion  $M_0$  identique à chaque articulation pour pouvoir fermer le triangle. Les

articulations (de longueur  $\ell_a$ ) sont ainsi transformées en arcs de cercle (b). Les extrémités sont ensuite connectées et les moments de flexion  $M_0$  sont retirés. Les sollicitations internes se redistribuent alors dans l'ensemble de la structure (c). Un nouvel état d'équilibre est ainsi obtenu, avec un moment de flexion  $M$  constant dans le triangle. Il a pour effet de faire légèrement flétrir les tubes (d).

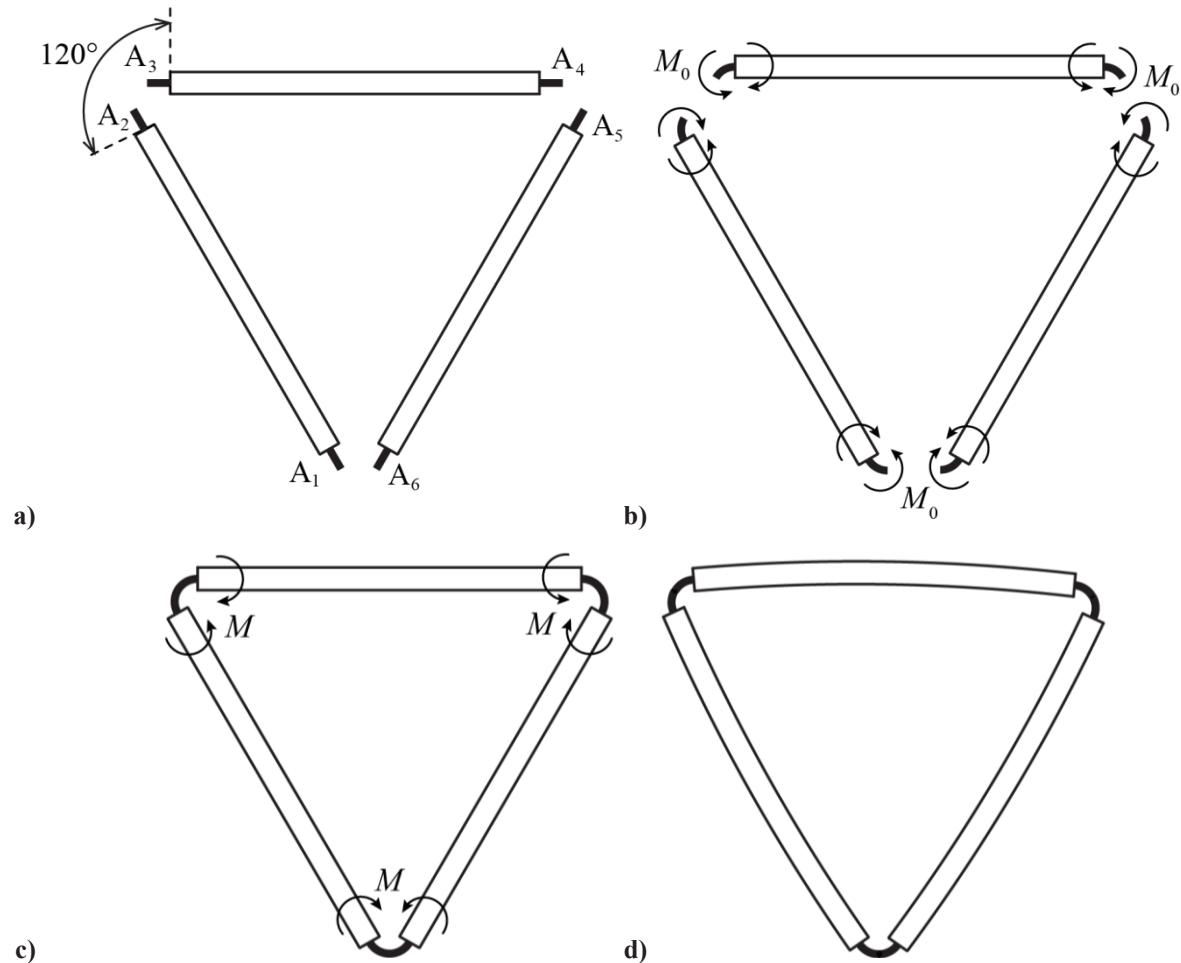


Figure 2-32 : assemblage plan de trois tubes par des articulations flexibles

Afin d'avoir une écriture simplifiée, l'articulation est considérée comme une poutre de section constante, plane et perpendiculaire à son axe principal, le matériau étant supposé isotrope, homogène et linéaire élastique. Le moment de flexion nécessaire pour déformer l'articulation est alors  $M_0 = E_a I_a \alpha_0 / \ell_a$ .

Quand les trois tubes sont assemblés, l'énergie de déformation se redistribue dans l'ensemble du système et on a la relation :

$$\frac{M_0^2}{E_a I_a} \ell_a = \frac{M^2}{E_a I_a} \ell_a + \frac{M^2}{E_t I_t} \ell_t \quad (2.15)$$

Le nouveau moment réparti dans la structure est donc :

$$M = M_0 \left(1 + \frac{E_a I_a}{E_t I_t} \frac{\ell_t}{\ell_a}\right)^{-1/2} \quad (2.16)$$

En prenant pour caractéristiques des articulations  $\ell_a = 25 \text{ mm}$ ,  $I_a = 0,042 \text{ mm}^4$ ,  $E_a = 125 \text{ GPa}$  et pour les tubes  $\ell_t = 500 \text{ mm}$ ,  $I_t = 51 \text{ mm}^4$  et  $E_t = 70 \text{ GPa}$ , le moment de précontrainte  $M_0$  est de  $440 \text{ N.mm}$  (pour un angle  $\alpha_0 = 120^\circ$ ).

Après assemblage, le moment  $M$  présent dans le triangle est de  $434 \text{ N.mm}$  et le nouvel angle d'équilibre est  $\alpha = M \ell_a / E_a I_a \approx 118^\circ$ . Les variations de moment et d'angle sont assez faibles.

Dans la simulation numérique, ce système est discrétisé en quatre éléments par tube et cinquante par articulations. La précontrainte est introduite en utilisant les équations cinématiques (2.14). A l'issue du calcul, le moment de flexion résultant dans le triangle est de  $427 \text{ N.mm}$ .

La différence entre le moment analytique et celui déterminé numériquement est de  $1,6\%$ . La méthode d'introduction de la précontrainte de flexion proposée dans cette approche numérique donne donc des résultats très proches de ceux calculés analytiquement. Nous considérerons que cette méthode peut être appropriée pour simuler le déploiement de l'ossature.

### 2.2.2.2 La simulation du déploiement

Nous allons à présent considérer le déploiement de la structure à trois ciseaux. La déformation des articulations constitue la première étape du processus et mène à une structure en configuration pliée avec un état de contrainte interne non nul. Les blocages (degrés de libertés nuls) qui la maintiennent dans cette configuration sont ensuite retirés pour qu'elle se déploie.

L'équation d'équilibre du système s'écrit alors :

$$[M]\{\ddot{\vec{u}}\} + [C]\{\vec{u}\} + [K]\{\vec{u}\} = \{\vec{F}^a\} \quad (2.17)$$

où  $[M]$ ,  $[C]$  et  $[K]$  sont respectivement les matrices de masse, d'amortissement et de raideur ;  $\{\ddot{\vec{u}}\}$ ,  $\{\vec{u}\}$ ,  $\{\vec{u}\}$  les vecteurs accélération, vitesse et déplacement des noeuds ;  $\{\vec{F}^a\}$  le vecteur des charges appliquées (nul dans le cas présent).

Cette équation d'équilibre est résolue numériquement sous ANSYS (*transient analysis*) avec une méthode d'intégration directe implicite de type Newmark (procédure expliquée dans [BAT96] et [NEW59]).

Les vitesses et accélérations initiales des nœuds sont nulles au départ. Par ailleurs, l'amortissement de la structure est un paramètre important vis-à-vis du temps de stabilisation en fin de déploiement. Etant difficile à identifier sur les systèmes tels que ceux étudiés ici (frictions et autres dissipations), nous avons choisi de le modéliser par un amortissement de type Rayleigh de la forme  $[C] = a[M] + b[K]$  avec  $a = 0$  et  $b = 1\%$ . La valeur du second coefficient permet la convergence du calcul ; elle a été estimée par une approche de type essais/erreurs pour être au final du même ordre de grandeur que les coefficients d'amortissement généralement utilisés pour les métaux.

La convergence du calcul est contrôlée en force et en moment ainsi qu'en déplacement et en rotation. Elle est assurée quand  $\|\vec{R}\| < R_{ref}$  (critère en force) et  $\|\Delta\vec{u}_i\| < u_{ref}$  (critère en déplacement), où  $\{\vec{R}\}$  est le vecteur résidu et  $\{\Delta\vec{u}\}$  le vecteur représentant l'incrément de déplacement.  $R_{ref}$  et  $u_{ref}$  correspondent aux tolérances admises (on a choisi après essais de prendre  $R_{ref} = 2,5 \cdot 10^{-3}$  N et  $u_{ref} = 10^{-6}$  m dans nos calculs).

Le déploiement est simulé à partir de l'instant où la structure est libérée jusqu'à un instant choisi de telle sorte que les vitesses finales des nœuds soient négligeables (inférieures à  $10^{-8}$  m/s). Pour que le temps de calcul ne soit pas trop long, nous avons laissé ANSYS gérer automatiquement le pas de temps entre deux bornes, tout en imposant un pas de temps initial faible. Il diminue ainsi lorsque cela est nécessaire, notamment juste après la libération des blocages et lors de la mise en tension des câbles de cerclage en fin de déploiement. Un pas de temps constant entraînerait un temps de calcul déraisonnable, une faible valeur devant être spécifiée pour assurer la convergence.

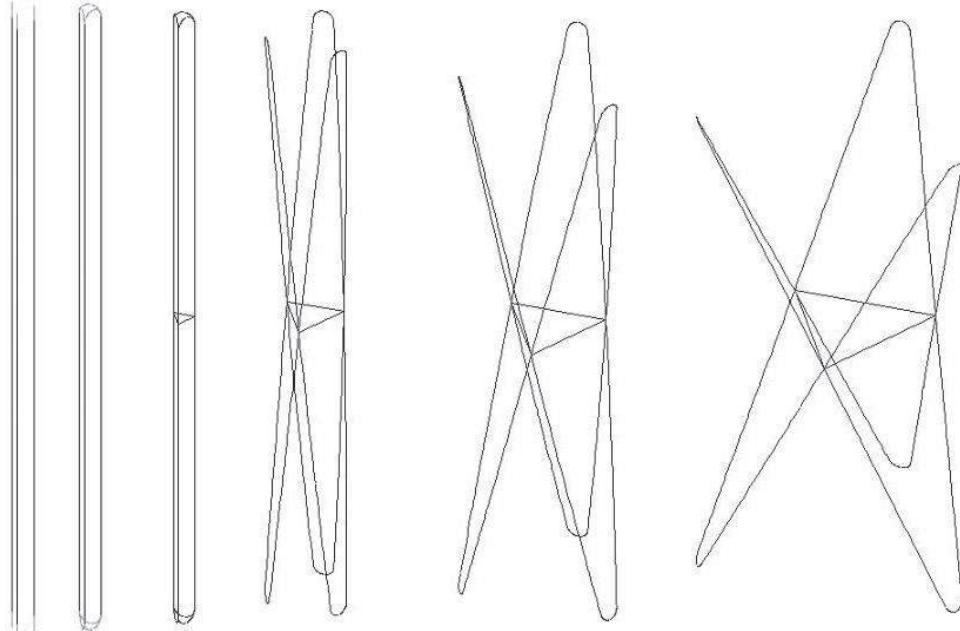
Dans le cas de cette structure à trois ciseaux (dont les caractéristiques sont données dans le tableau 2-3), les pas de temps sont gérés automatiquement entre  $10^{-6}$  s et  $10^{-5}$  s, avec une valeur initiale de  $10^{-6}$  s.

Tubes en aluminium		Articulations en câble		Câbles de cerclage	
Longueur	500 mm	Longueur	25 mm	Longueur	17,3 cm
Diamètre extérieur	6 mm	Diamètre	3 mm	Diamètre	1,13 mm
Epaisseur	1 mm	Section	7,1 mm <sup>2</sup>	Section	1 mm <sup>2</sup>
Section	15,7 mm <sup>2</sup>	Module d'élasticité	125 GPa	Module d'élasticité	210 GPa
Module d'élasticité	70 GPa	Coefficient de Poisson	0,3	Coefficient de Poisson	0,3
Coefficient de Poisson	0,3	Moment d'inertie	0,042 mm <sup>4</sup>	Masse volumique	7850 kg/m <sup>3</sup>
Moment d'inertie	51,051 mm <sup>4</sup>	Masse volumique	7850 kg/m <sup>3</sup>		
Masse volumique	2700 kg/m <sup>3</sup>				

**Tableau 2-3 : données du modèle de la structure à trois ciseaux**

Afin de respecter les symétries du système, les nœuds des pivots sont seulement autorisés à se translater selon leur axe. En outre, aucune force extérieure ou déplacement n'est appliqué, c'est-à-dire que la structure se déploie seulement grâce à l'énergie emmagasinée lors de la déformation des articulations.

Lors de la simulation (fig. 2-33), on observe après le retrait des blocages que le système s'ouvre rapidement jusqu'à la mise en tension des câbles de cerclage (environ 0,05 s). Il oscille ensuite autour de sa position d'équilibre finale et finit par se stabiliser (après 0,5 s).

**Figure 2-33 : déploiement de la structure à trois ciseaux**

Les résultats relatifs à la position d'équilibre finale montrent que l'effort tranchant est constant le long des tubes et que le moment de flexion croît alors linéairement d'une extrémité à l'autre (et il est nul au pivot). Le tableau 2-4 présente les valeurs de  $H$  et des sollicitations au point  $P_A$  obtenues numériquement et comparées à celles déterminées analytiquement au chapitre 2.2.1.

	$H$ (N)	$F_x$ (N)	$F_y$ (N)	$F_z$ (N)	$M_x$ (N.mm)	$M_y$ (N.mm)	$M_z$ (N.mm)	$M$ (N.mm)
MEF	7,81	-1,13	0,00	1,95	-452	218	-261	566
Analytique	7,75	-1,12	0,00	1,94	-449	225	-259	565
Ecart relatif (%)	0,4	0,9	0,0	0,5	0,7	3,1	0,8	0,2

Tableau 2-4 : comparaison entre les résultats numériques et analytiques

Les erreurs relatives sont de 3,1% pour  $M_y$  et inférieures à 1% pour les autres composantes.

Au regard de ces résultats, la modélisation numérique du déploiement peut être considérée comme satisfaisante.

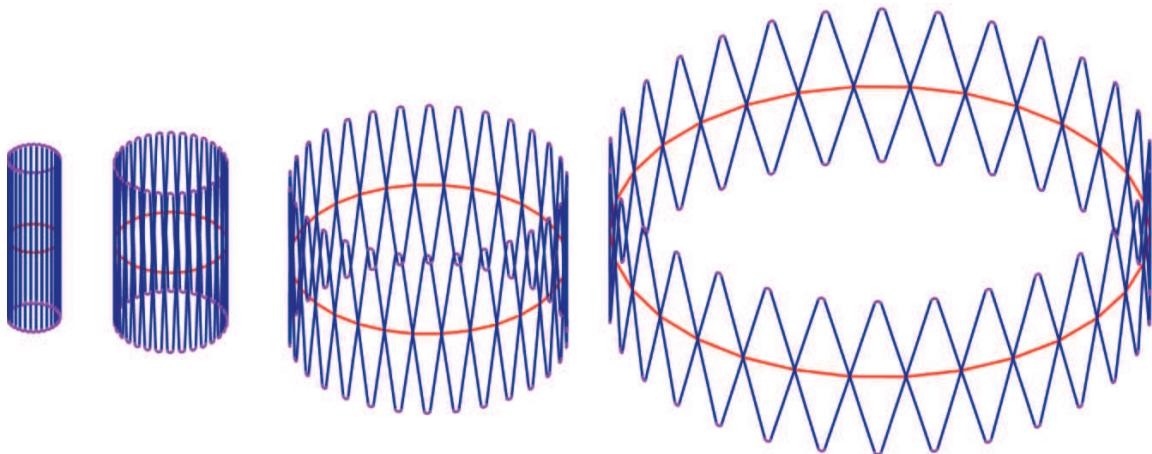
### 2.2.3 Le déploiement de grandes ossatures

Sur la base de ces premiers résultats, le déploiement d'une structure de plus grandes dimensions et comportant un nombre de côtés plus élevé a été étudié (fig. 2-34). Ainsi, pour s'approcher de la réalité, nous avons simulé le déploiement d'un système de 12 m de diamètre à 24 ciseaux dont les caractéristiques sont précisées dans le tableau 2-5. Les articulations sont réalisées par des lames flexibles en matériau composite (carbone/époxy), comme le reste des éléments.

Dimensions de la structure		Tubes		Articulations à lame flexible	
Diamètre	12 m	Longueur	2,5 m	Longueur	12 cm
Nombre de côtés	24	Diamètre extérieur	60 mm	Largeur	57 mm
		Epaisseur	1,5 mm	Epaisseur	1 mm
		Section	276 mm <sup>2</sup>	Section	57 mm <sup>2</sup>
<b>Matériau composite</b>		Moment d'inertie	6 mm <sup>4</sup>	Moment d'inertie $I_{fa}$	4,75 mm <sup>4</sup>
Module élastique	125 GPa	<b>Câbles de cerclage</b>		Moment d'inertie $I_{Fa}$	15433,75 mm <sup>4</sup>
Coefficient de Poisson	0.3	Longueur	1,566 m		
Masse volumique	1550 kg/m <sup>3</sup>	Section	3 mm <sup>2</sup>		

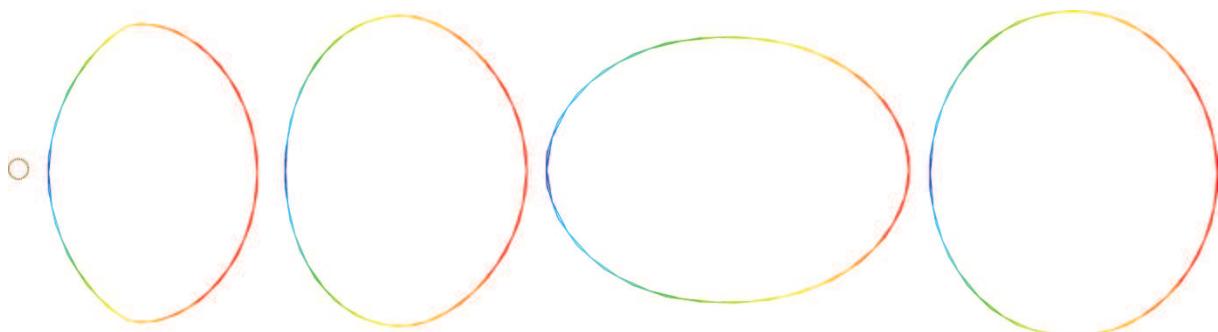
Tableau 2-5 : données du modèle de l'ossature de réflecteur

La structure est déployée dans une première simulation en tenant compte de ses symétries. Les nœuds des pivots se déplacent ainsi dans le plan horizontal médian et suivant des directions radiales. On observe alors que le système conserve sa forme circulaire durant tout le déploiement (fig. 2-34).



**Figure 2-34 : déploiement « circulaire »**

Dans une deuxième simulation, le pivot d'un ciseau est bloqué en déplacement. Cela représente l'arrimage de l'ossature au bras d'éloignement du satellite. On observe alors que le déploiement n'est plus circulaire : la structure tend à « s'ovaliser » au départ puis à osciller autour d'une position finalement circulaire (fig. 2-35).

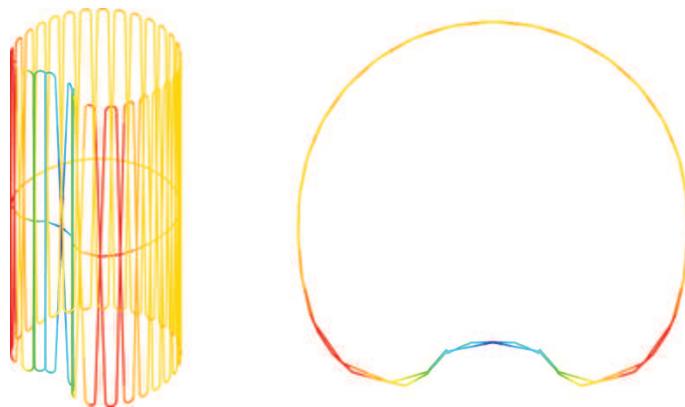


**Figure 2-35 : déploiement de l'ossature avec un pivot fixé (vue de dessus)**

L'origine de ce phénomène reste à ce jour non complètement élucidée (artefact numérique ou problème de modélisation, par exemple dû à un coefficient d'amortissement trop faible par rapport aux effets inertIELS et de « rebond »). On peut cependant supposer qu'un déploiement lent, assuré par le déroulement progressif des câbles de cerclage, devrait limiter sa survenue. La nécessité de confronter ce résultat avec des observations et des mesures expérimentales sur une structure à échelle réduite (environ 1/3) s'est ainsi imposée. Ce démonstrateur

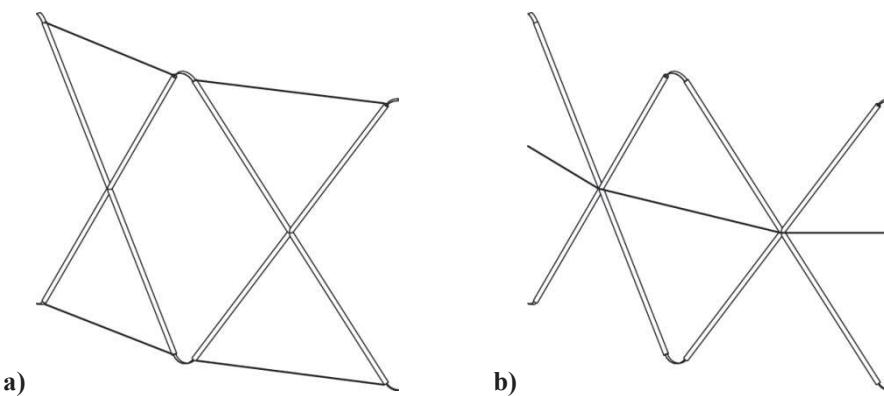
expérimental sera présenté dans la troisième partie du mémoire.

Nous avons ensuite souhaité montrer tout l'intérêt des articulations en lame mince, c'est-à-dire avec un moment d'inertie beaucoup plus élevé autour de son axe vertical ( $I_{Fa} \approx 15434 \text{ mm}^4$ ) que de son axe horizontal ( $I_{fa} \approx 5 \text{ mm}^4$ ). Pour cela, les lames sont remplacées par des articulations en câble ou en ressort avec le même moment d'inertie  $I_a = 5 \text{ mm}^4$  en vertical et horizontal. Dans ce cas, la structure prend alors une forme non convexe, ressemblant à un « haricot » (fig. 2-36, où des éléments passent en arrière de la zone de fixation).



**Figure 2-36 : forme non convexe observée avec des articulations en câble ou en ressort**

Malgré ce phénomène, le système converge tout de même vers une position finale circulaire. Cela nécessite toutefois que les câbles de cerclage soient placés entre les extrémités des tubes des ciseaux (fig. 2-37a) : s'ils sont mis entre les pivots des ciseaux (fig. 2-37b), on observe que la structure se bloque alors dans une position non convexe.



**Figure 2-37 : position des câbles de cerclage a) entre extrémités de tubes b) entre pivots**

Cet aspect pourra également faire l'objet d'une vérification expérimentale sur le démonstrateur.

## 2.2.4 Le premier mode propre de la structure

Le fonctionnement du réflecteur ne devant pas être perturbé par le Système de Contrôle d'Altitude et d'Orbite, il est impératif de vérifier si la fréquence de son premier mode propre en configuration déployée est supérieure à 0,8~1 Hz. L'analyse modale d'une structure proche de celle du réflecteur AstroMesh est d'abord réalisée pour avoir une base de comparaison. Le premier mode de l'ossature à ciseaux proposée est ensuite déterminé et les résultats obtenus pour ces deux structures sont confrontés.

### 2.2.4.1 *L'avatar de l'AstroMesh*

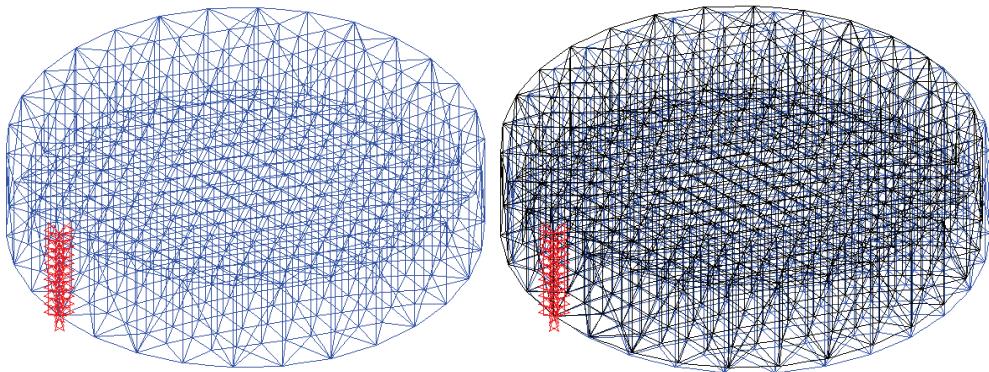
D'après les données fournies par Astro Aerospace [AST04], la première fréquence propre de l'AstroMesh est de 0,80 Hz dans sa version de 12 m de diamètre. En outre, la masse totale de ce réflecteur est de 57 kg et son ossature est constituée par trente parallélogrammes de 2,52 m de hauteur pour 1,26 m en base.

Afin de retrouver cette première fréquence, les tubes utilisés dans le modèle numérique « avatar » ont un diamètre de 62 mm pour une épaisseur de 1 mm. Ces valeurs ont été choisies après une série de simulations constituant une pseudo « analyse inverse », les caractéristiques réelles des tubes n'étant pas connues. Le diamètre des tubes diagonaux est par ailleurs égal à un tiers du diamètre des autres tubes et les câbles des réseaux, servant à mettre en forme le tricot réfléchissant, ont une section de 1 mm<sup>2</sup> (2500 kg/m<sup>3</sup>, module d'élasticité 125 GPa). De plus, les tubes et les câbles sont en matériau composite carbone/époxy (1550 kg/m<sup>3</sup>, module d'élasticité 125 GPa), donnant une masse totale de 57,1 kg (53 kg pour l'ossature et 4,1 kg pour les réseaux de câbles).

Cette ossature est toujours modélisée sous ANSYS par des éléments de type « *Beam* » et les câbles par des éléments de type « *Link* ». On la considère dans sa configuration déployée et verrouillée (blocage des engrenages). Cela signifie que les tubes sont liés par des liaisons rigides (les nœuds coïncidents sont fusionnés). Un tube vertical de l'ossature est également fixé pour représenter l'arrimage au bras d'éloignement du satellite.

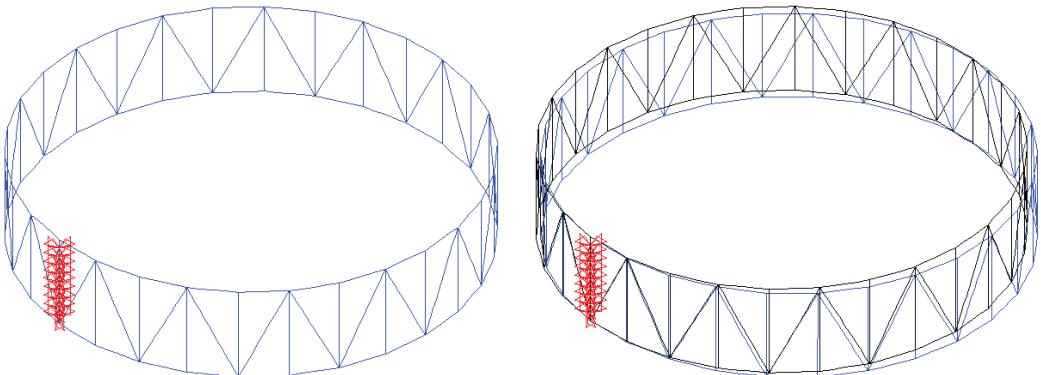
La fréquence du premier mode propre de cette structure, calculée par une analyse modale sous ANSYS, est de 0,81 Hz. Sa forme correspond à une oscillation dans le plan horizontal autour de l'axe du tube fixé (fig. 2-38).

La détermination des modes est menée à partir de la méthode des sous-espaces [WIL83]. Cette technique est en effet appropriée au calcul suffisamment précis et rapide des modes de basse fréquence d'une structure comportant beaucoup de degrés de liberté.



**Figure 2-38 : premier mode propre de l'« AstroMesh » (0,81 Hz)**

Par ailleurs, la première fréquence propre de l'ossature seule est de 0,30 Hz, avec une même forme de mode (fig. 2-39). Cette forte diminution de la fréquence montre que les réseaux de câbles jouent un rôle important sur la rigidité de la structure.

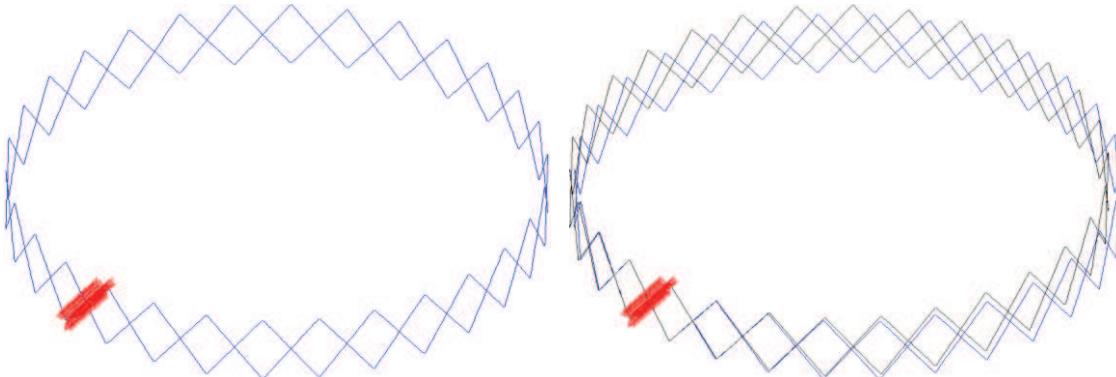


**Figure 2-39 : premier mode de l'ossature verrouillée de l'« AstroMesh » (0,30 Hz)**

#### 2.2.4.2 *L'ossature à ciseaux*

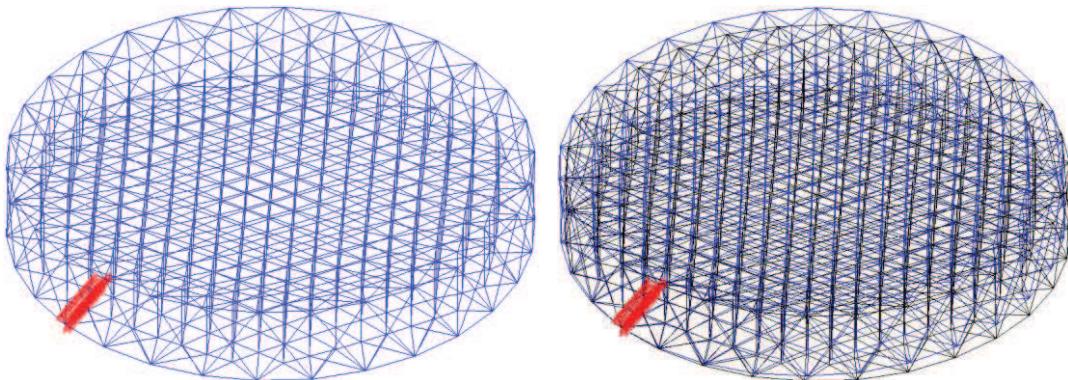
Le réseau de câble de face devant avoir une profondeur proche de 67 cm pour former la surface parabolique (détails explicités dans la quatrième partie du mémoire), la hauteur de l'ossature doit être de 1,6 m afin qu'elle soit suffisamment haute pour générer les deux réseaux symétriques liés par des tendeurs. Dans un premier temps, une ossature avec trente ciseaux uniquement composée de tubes est étudiée, les noeuds à leurs extrémités étant fusionnés (les articulations sont considérées verrouillées ou « infiniment rigides »). Ces tubes ont un diamètre de 75 mm pour 1,2 mm d'épaisseur de manière à avoir une masse de l'ossature égale à 52,7 kg, c'est-à-dire proche de celle du réflecteur AstroMesh. De plus, un tube d'un ciseau est fixé pour simuler l'arrimage au satellite.

La première fréquence propre de cette ossature est alors de 0,36 Hz. La forme de ce mode est analogue à celle de l'avatar de l'AstroMesh ; la structure oscille autour d'un tube fixé (fig. 2-40).



**Figure 2-40 : premier mode propre de l'ossature verrouillée à ciseaux (0,36 Hz)**

En ajoutant les deux réseaux de câbles, la première fréquence de la structure monte à 0,87 Hz, avec une même forme de mode que précédemment (fig. 2-41). On retrouve donc, comme dans le cas de l'avatar de l'AstroMesh, la forte influence des réseaux de câbles sur la fréquence de ce mode. Dans ce cas, la masse de la structure est de 56,8 kg (57,1 kg pour l'avatar de l'AstroMesh).

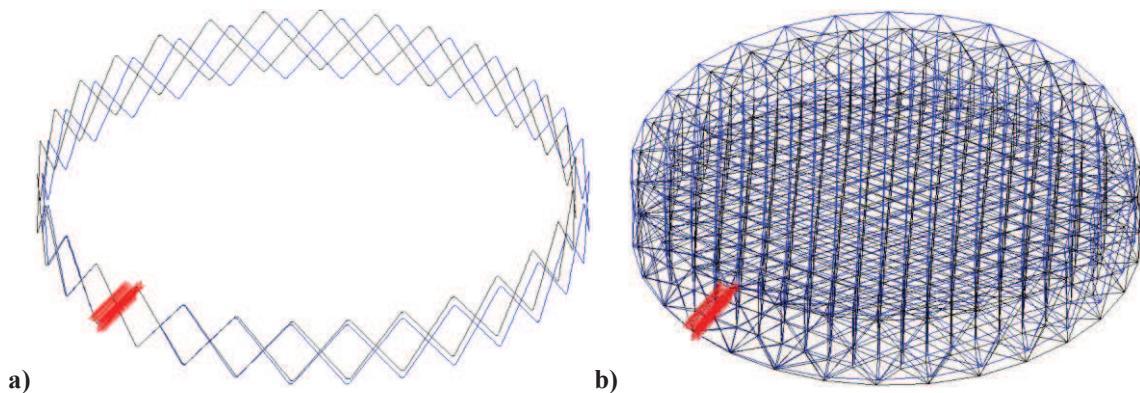


**Figure 2-41 : premier mode de l'ossature verrouillée à ciseaux avec ses réseaux de câbles (0,87 Hz)**

La dernière étape de cette étude consiste à introduire les articulations flexibles dans la modélisation. Elles sont ici réalisées par des lames en carbone de longueur 120 mm et de section rectangulaire ( $73 \times 1$  mm). L'ossature a alors une masse de 50,2 kg. Afin de réduire le temps de calcul, nous avons choisi de considérer ces lames sans précontrainte, c'est-à-dire directement selon leur géométrie courbée dans la forme finale du réflecteur. Cela permet d'éviter de simuler la mise en précontrainte de la structure dont la mise en tension du réseau de câbles. Plusieurs essais sous ANSYS ont effectivement montré que la précontrainte

résiduelle dans la structure influe seulement au deuxième ordre sur la fréquence de son premier mode. Cette fréquence pour l'ossature seule est en effet de 0,28 Hz et passe à 0,25 Hz si l'on prend en compte la précontrainte (toujours avec une même forme de mode autour du tube fixé, fig. 2-42).

On constate qu'elle diminue bien comparativement à la configuration « verrouillée » (0,36 Hz) en raison de la souplesse des lames. Lorsqu'on ajoute les réseaux de câbles en plus des lames, la fréquence monte alors à 0,72 Hz.



**Figure 2-42 : premier mode de l'ossature à ciseaux et lames flexibles a) seule b) avec les réseaux**

Ces résultats montrent que la première fréquence de l'ossature proposée est proche de celle de l'AstroMesh (pour une masse sensiblement équivalente). Elle peut ainsi potentiellement répondre aux exigences dynamiques des grands réflecteurs spatiaux.

Sur le plan de la modélisation, la prise en compte de la souplesse des lames a une incidence de l'ordre de 17% (0,72 contre 0,87 Hz avec les réseaux de câbles) à 22% (0,28 au lieu de 0,36 Hz pour l'ossature seule).

## 2.3 Conclusion

L'architecture de réflecteur proposée dans cette étude se compose d'une ossature circonférentielle sur laquelle est tendu un double réseau de câbles supportant le tricot réfléchissant. Cette structure rigide est constituée de mécanismes de ciseau (deux tubes en liaison pivot) et d'articulations flexibles, qui sont structurellement plus simples qu'une liaison composée de plusieurs pièces mobiles nécessitant d'être lubrifiées ou qui risquent de se bloquer. Les liaisons mettant en œuvre plusieurs pivots sont par ailleurs déjà utilisées sur d'autres réflecteurs tels que l'AstroMesh, ce qui limite le caractère novateur de cette solution. Par contre, les articulations flexibles peuvent participer au déploiement de la structure, en restituant l'énergie de déformation emmagasinée lors du pliage, et être efficacement réalisées

à partir de lames minces en matériau composite.

Les simulations du déploiement de cette ossature montrent un comportement satisfaisant. Cependant, le modèle numérique ne permet pas de maîtriser la vitesse du déploiement. Le fait de « libérer » subitement le système entraîne des effets dynamiques importants, pouvant se traduire par une perte momentanée de la circularité de l'ossature au cours du déploiement. Des essais sur une maquette à l'échelle un tiers devraient toutefois permettre de vérifier si un déploiement plus lent supprime ou réduit ce phénomène. Le déploiement d'un réflecteur en orbite ne peut de toute façon pas être trop brusque afin de ne pas « déstabiliser » son satellite.

L'analyse modale d'une ossature, pour des dimensions proches d'un réflecteur réel (AstroMesh), montre par ailleurs qu'elle peut être à la fois légère et suffisamment rigide pour rester insensible aux perturbations du Système de Contrôle d'Altitude et d'Orbite. Une optimisation des caractéristiques de la structure devrait toutefois permettre d'améliorer ces premiers résultats, ce qui fera l'objet d'une étude paramétrique dans la partie suivante.

L'étude de solutions conceptuelles et la réalisation de modèles numériques ont ainsi permis d'identifier une architecture innovante de grand réflecteur, potentiellement capable de répondre aux exigences imposées à ce type de structure.

## Partie 3

*L'étude du comportement  
de la structure*

## 3 L'étude du comportement de la structure

Cette partie aborde dans un premier temps la conception et la fabrication d'un démonstrateur expérimental associé à un dispositif de compensation gravitaire. Ce système est par la suite soumis à une série de déploiements afin de s'assurer de la bonne correspondance entre sa cinématique et celle obtenue par simulation.

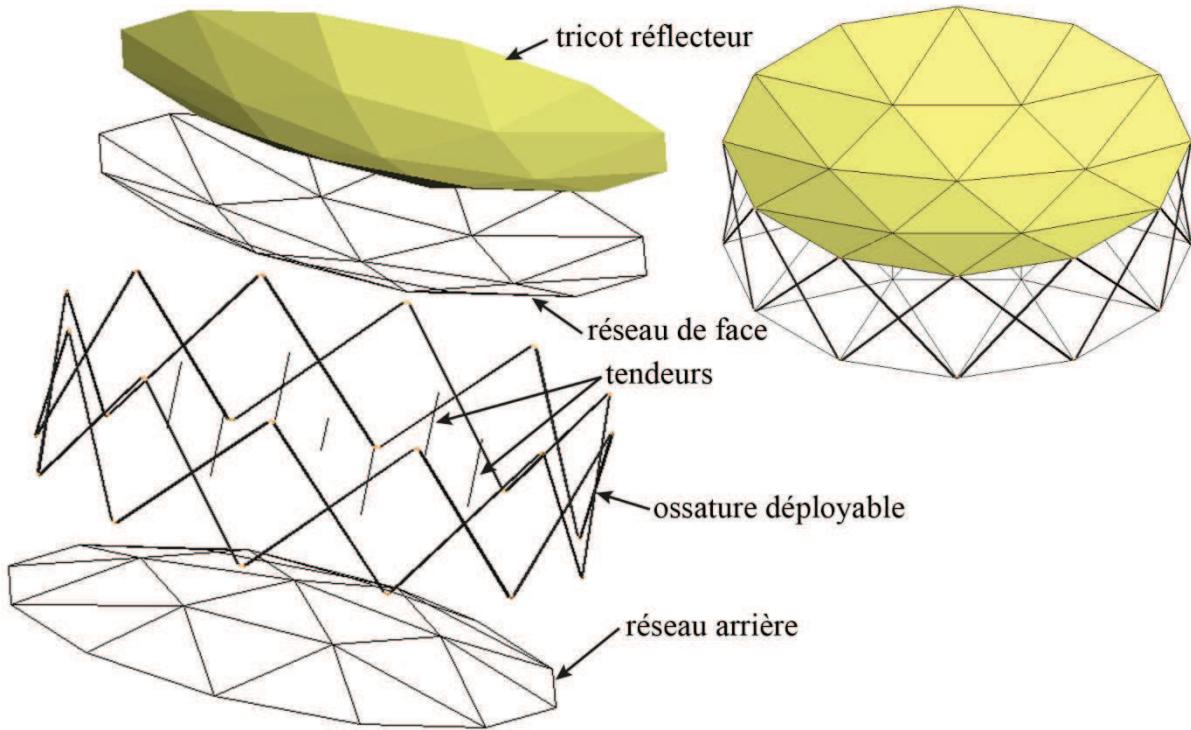
Les déplacements induits par l'application de charges statiques suivant différentes directions sont ensuite comparés aux valeurs calculées par éléments finis. Les formes et les fréquences des premiers modes propres du démonstrateur sont aussi déterminées puis confrontées à la réponse du système soumis à l'excitation dynamique d'un pot vibrant.

Le modèle numérique est ensuite utilisé pour des analyses modales sur différents grands réflecteurs. L'influence de plusieurs paramètres (géométrie, masse, rigidité, etc.) est évaluée afin de mettre en évidence des pistes pour l'optimisation de la structure. L'incidence de la présence des réseaux de câbles sur la première fréquence propre du système est également examinée. Enfin, des analyses modales portant sur la structure en configuration pliée sont effectuées.

### 3.1 Le montage expérimental

#### 3.1.1 Le démonstrateur

Le démonstrateur expérimental, réalisé à la halle d'essais du LMGC, est constitué d'une ossature déployable avec douze ciseaux (fig. 3-1). Cette structure dépliée mesure 1,2 m de hauteur pour un diamètre de 3,6 m.



**Figure 3-1: architecture du démonstrateur expérimental**

Chaque ciseau est formé avec deux tubes percés en leur milieu à l'intérieur desquels sont insérés et collés des paliers lisses (fig. 3-2). Un axe de diamètre 8 mm en acier calibré est introduit dans les deux paliers puis bloqué en translation par des goupilles. Les tubes sont des profilés pultrudés (de masse 202 g) en fibres de carbone (60% en volume) et résine époxy. Ils mesurent 1,5 m de long pour un diamètre extérieur de 20 mm et une épaisseur de 1,5 mm.



**Figure 3-2 : liaison pivot**

Les tubes d'un ciseau étant côté à côté, il y a deux possibilités pour assembler le système (fig. 3-3) : soit on relie tous les tubes « intérieurs » d'une part et les « extérieurs » d'autre part (a), soit on alterne intérieur et extérieur (b). Nous avons choisi la première solution car l'architecture qui en résulte est symétrique, et donc les articulations le sont aussi.

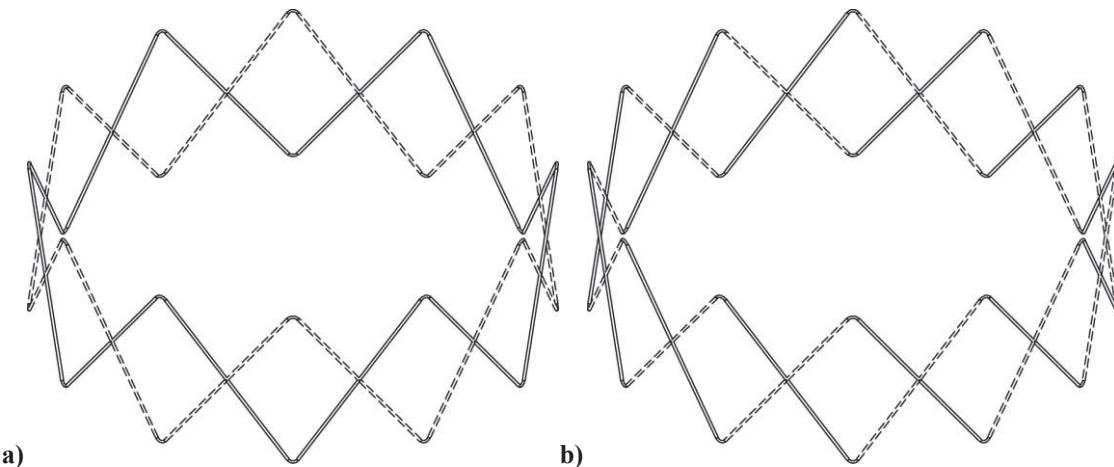


Figure 3-3 : circuits de tubes a) extérieur/extérieur et b) intérieur/extérieur

Les articulations flexibles sont emmanchées aux extrémités des tubes. Elles restent cependant démontables de manière à pouvoir en tester différents types. Les articulations choisies sont des lames minces d'épaisseur 1 mm, en matériau composite carbone/époxy. Elles mesurent 20 cm de long pour 16 mm de large et sont pincées sur 4 cm dans des manchons serrés à l'intérieur des tubes fendus, laissant une longueur libre entre les extrémités de 12 cm (fig. 3-4).

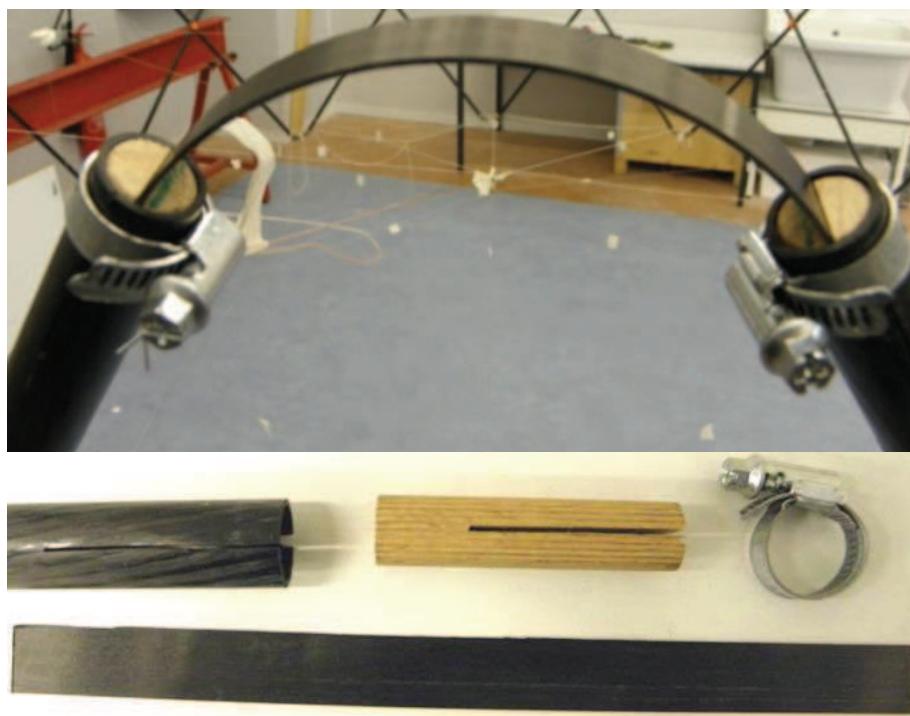


Figure 3-4 : articulations flexibles en carbone/époxy

Des lames d'épaisseur 0,5 mm ont également été essayées mais elles ont subi une sorte de « délamination » puis se sont fendues (fig. 3-5). Cela s'est également produit avec les lames de 1 mm lors des manipulations quand elles étaient soumises à une torsion trop importante en plus de leur flexion.

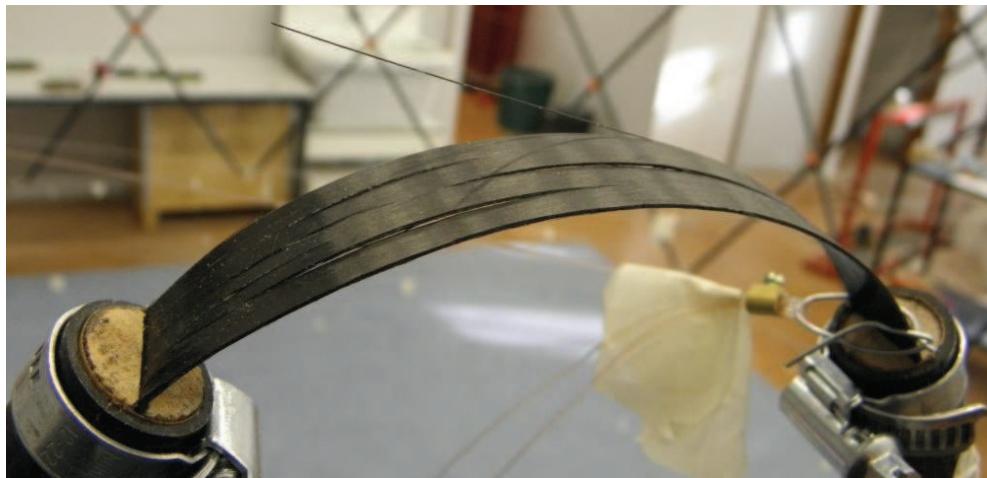


Figure 3-5 : « délamination » d'une lame

Le réseau de câbles du démonstrateur est un réseau de type « géotensoïd » (éléments de câble en tension uniforme et disposés selon les lignes géodésiques, voir Partie 4) ; il est réalisé en fils de nylon (fig. 3-6).

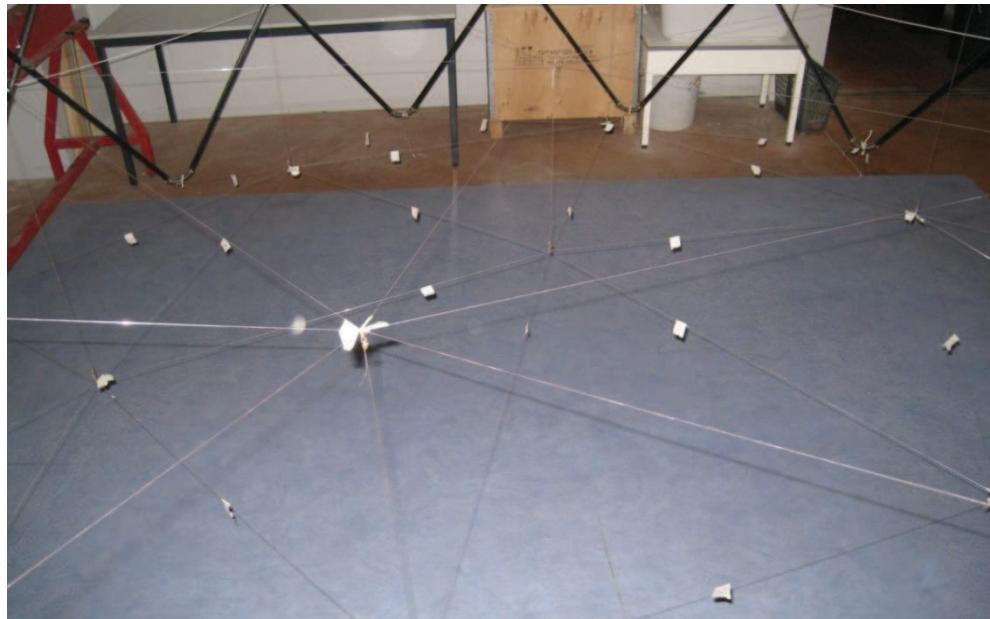


Figure 3-6 : réseau de câbles du démonstrateur

Pour le montage de ce démonstrateur, nous avons d'abord assemblé tous les ciseaux séparément puis fixé une articulation flexible à un bout de chaque tube. Nous avons ensuite joint les ciseaux entre eux en courbant les lames puis en les emmanchant tout en maintenant une ouverture proche de  $90^\circ$  pour les ciseaux. Pour terminer, nous avons accroché le réseau de câbles (réalisé au préalable) aux extrémités des tubes. La masse totale de ce démonstrateur est de 6,6 kg (fig. 3-7).



Figure 3-7 : démonstrateur expérimental (diamètre 3,6 m)

### 3.1.2 Le dispositif de compensation gravitaire

Toute structure spatiale doit subir un programme de tests de validation « au sol » pour s'assurer de sa fiabilité en orbite. Cependant, lors de la mise à l'épreuve terrestre, le comportement structurel du système est altéré par l'action de la gravité. Pour obtenir des prédictions fiables sur le comportement d'une structure dans l'espace, il est impératif de réduire au maximum cette influence pendant les tests. On utilise pour cela un dispositif de compensation approprié. Les systèmes pliables étant souvent très flexibles et leurs propriétés structurelles pouvant évoluer considérablement au cours de leur changement de forme, il est difficile d'avoir un moyen de compensation ne modifiant pas leur comportement. Néanmoins, un dispositif faisant appel à un contrôle actif peut réduire ces influences, avec toutefois un coût trop onéreux et au-delà du cadre de cette étude.

Nous avons ainsi envisagé différentes solutions technologiques afin de minimiser les effets de la gravité pendant les essais.

Une première stratégie consiste à compenser le poids de la structure à l'aide de ballons gonflés d'hélium (fig. 3-8). Cette technique est bien adaptée aux structures très légères.

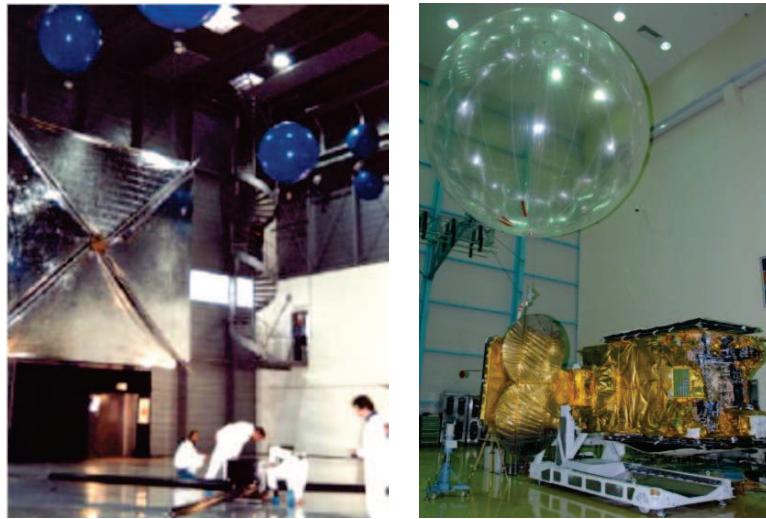


Figure 3-8 : suspension par ballons d'hélium

Le volume d'hélium nécessaire peut être déterminé en appliquant le principe d'Archimède : tout corps plongé dans un fluide subit une poussée verticale, dirigée de bas en haut, égale au poids du volume de fluide déplacé. Ainsi le poids du volume d'air déplacé par les ballons doit être égal au poids de la structure additionné de celui du volume d'hélium ; ceci se traduit par la relation :

$$V_{He} \mu_{air} G = (m_s + V_{He} \mu_{He}) G \quad (3.1)$$

où  $V_{He}$  est le volume d'hélium,  $\mu_{He}$  la masse volumique de l'hélium ( $0,179 \text{ kg/m}^3$ ),  $\mu_{air}$  celle de l'air ( $1,204 \text{ kg/m}^3$ ),  $m_s$  la masse de la structure et  $G$  l'accélération gravitationnelle ( $9,81 \text{ m.s}^{-2}$ ).

Le volume d'hélium est par conséquent :

$$V_{He} = m_s / (\mu_{air} - \mu_{He}) \quad (3.2)$$

Il faut donc  $6,4 \text{ m}^3$  d'hélium pour soulever le démonstrateur de  $6,6 \text{ kg}$  en négligeant le poids propre des ballons. Cette hypothèse peut être faite si les ballons utilisés sont de type « baudruche » mais ceux-ci se dégonfleraient trop vite (une journée) en raison de leur porosité, rendant leur utilisation inappropriée. Des ballons plus étanches doivent donc être employés pour augmenter leur durée de « flottabilité ». Des sphères en polyuréthane de  $1,8 \text{ m}^3$  sont, par exemple, disponibles dans le commerce. Elles ont une masse de  $1 \text{ kg}$  et

peuvent soulever une masse de 0,84 kg. Huit ballons de ce type sont donc nécessaires, ce qui représente un volume d'hélium de 14,4 m<sup>3</sup>. Cette solution ne peut cependant pas être utilisée, ce volume étant trop important pour la capacité d'accueil de la halle d'expérimentation du LMGC. De plus, un tel volume d'hélium (à renouveler régulièrement) nécessite l'installation d'une centrale de distribution, sans compter le prix de ce gaz qui est actuellement en forte augmentation. Par ailleurs, le démonstrateur ne pourrait pas être complètement plié en conservant les suspentes verticales étant donné le diamètre de ces sphères (1,52 m).

Selon un principe similaire, la structure pourrait aussi être totalement immergée dans l'eau ou placée sur des flotteurs. Toutefois ces solutions sont peu adaptées et réalistes vis-à-vis du contexte de cette étude.

Des solutions pneumatiques telles que les tables à air ou les patins à coussin d'air sont couramment employées en robotique (fig. 3-9). Ces techniques permettent d'éliminer la quasi totalité des frottements mais restent difficiles à mettre en œuvre et onéreuses. En effet, elles nécessitent un important système de distribution d'air qui serait complexe à réaliser vis-à-vis de l'amplitude des déplacements et du nombre de patins nécessaire (douze).

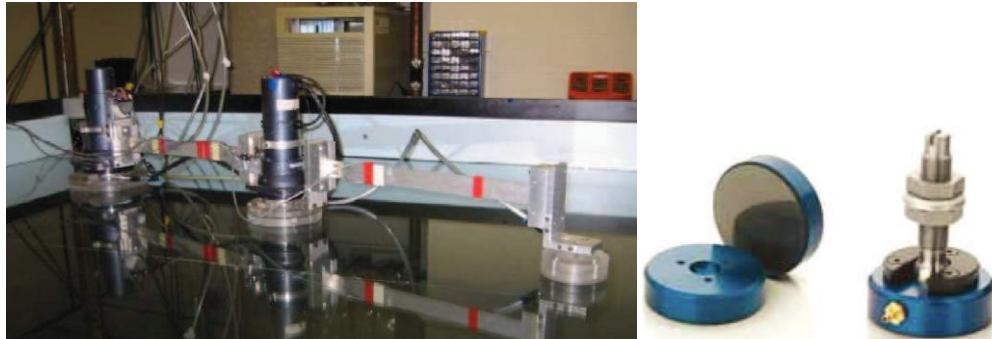


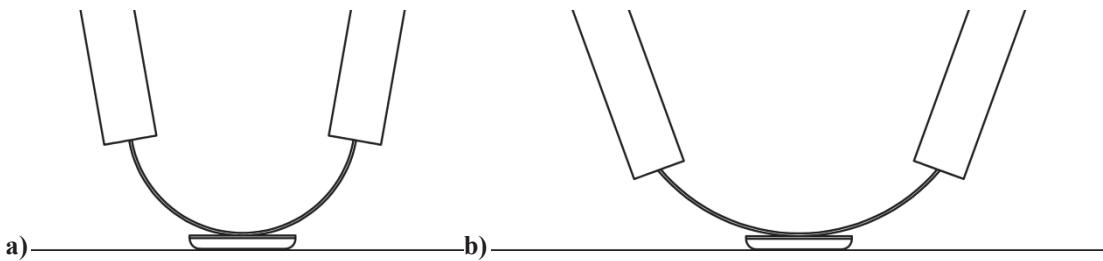
Figure 3-9 : dispositif à coussins d'air

Des patins glisseurs en Téflon constituent une solution plus simple et moins coûteuse mais on montre que les frottements restent alors trop élevés. Nous avons ainsi envisagé de poser la structure sur un revêtement lisse (de type tableau à feutre) par l'intermédiaire de douze patins. En considérant un coefficient de frottement de 0,2 (valeur mesurée expérimentalement entre ces deux matériaux), la force tangentielle de frottement de Coulomb d'un patin est  $F_{fc} = 0,2 m_s G / 12 \approx 1,1 \text{ N}$ . Comme la force radiale générée par les articulations flexibles en position déployée est proche de 4 N, le frottement au niveau des patins influe donc fortement sur le comportement de la structure (plus de 27%). De plus, les dimensions de la surface de

glissement (4 m par 4 m) rendent difficile le maintien de sa propreté et de sa lubrification au quotidien.

L'utilisation de roulettes (bille porteuse lubrifiée) a également été envisagée. Toutefois, le coefficient de frottement, déterminé expérimentalement, pour un patin à trois roulettes est de 0,15 (soit  $F_{fc} \approx 0,8 \text{ N}$ ).

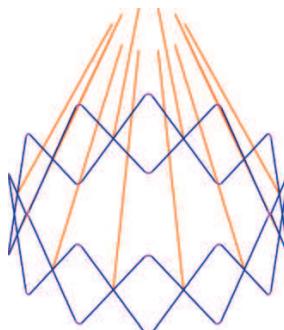
Par ailleurs, le fait de poser la structure sur des patins crée une déformation des articulations sous l'action du poids (fig. 3-10), ce qui peut entraîner une modification du comportement global de l'ossature. Nous nous sommes donc orientés vers d'autres solutions.



**Figure 3-10 : a) articulation posée sur un patin et b) déformée sous le poids du démonstrateur**

Les méthodes dites « mécaniques » (contrepoids, poulies, câbles, chariots, rails, etc.) sont généralement les plus appropriées pour soutenir un mouvement de grande amplitude. Une structure peut ainsi être suspendue en plusieurs points. Il est toutefois essentiel que les suspentes restent verticales afin de ne pas créer d'efforts latéraux favorisant ou limitant le déploiement du système.

L'utilisation de suspentes « fixes » peut néanmoins être envisagée si l'angle par rapport à la verticale reste faible tout au long du déploiement, ce qui peut être le cas si leur longueur est grande par rapport aux déplacements. La hauteur sous plafond de la halle d'expérimentation étant d'environ 5 m, ce qui est trop peu vis-à-vis des dimensions du démonstrateur (fig. 3-11), cette solution est donc à écarter.



**Figure 3-11 : démonstrateur accroché par des suspentes fixes en partie supérieure**

La conception d'un système permettant aux suspentes de suivre le déploiement en restant verticales est par conséquent nécessaire. Les points les plus pertinents pour leur accroche se situent au niveau des douze axes des ciseaux car ils sont proches de leurs centres de gravité respectifs et suivent des mouvements de translation lors du déploiement. Les positions de ces points sont ainsi représentées sur la figure 3-12 à différents stades d'ouverture de la structure (le point fixe correspond à l'arrimage au bras du satellite). On remarque qu'ils suivent tous des trajectoires théoriques rectilignes, passant par le point fixe et espacées de  $15^\circ$ .

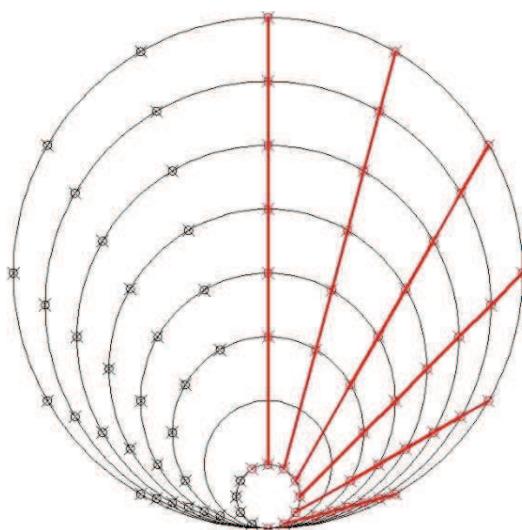


Figure 3-12 : trajectoires des points pendant le déploiement

Un dispositif de compensation gravitaire peut ainsi être conçu en plaçant des glissières le long de ces trajectoires théoriques. Nous avons donc opté pour cette solution en utilisant des patins à trois galets qui roulent dans onze rails linéaires (fig. 3-13).

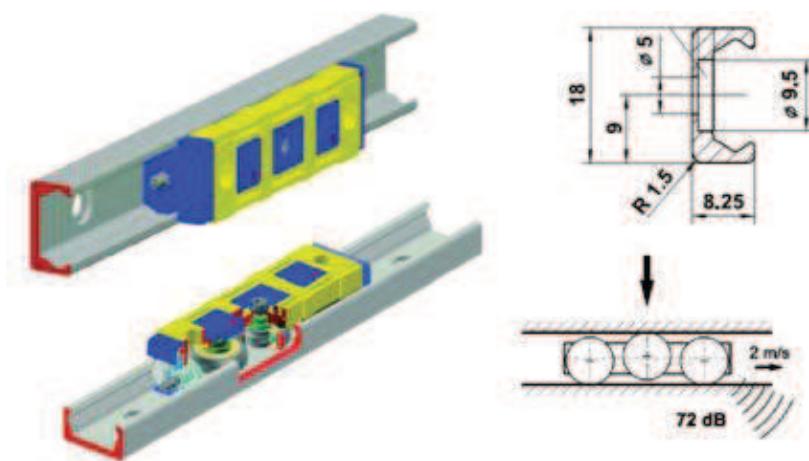


Figure 3-13 : patin suiveur à trois galets

Il est cependant important de s'assurer que le frottement des patins dans les rails reste suffisamment faible pour ne pas influer sur le comportement de la structure. L'effort minimum nécessaire pour déplacer un patin dépend de nombreux facteurs tels que la lubrification, la précharge et la présence de couple. Il peut toutefois être déterminé à partir de la formule :

$$F_{dp} = (\mu_g + \mu_r + \mu_s)C \quad (3.3)$$

où  $\mu_g$  désigne la friction des galets,  $\mu_r$  la friction des racleurs ( $\mu_r = \ln(100C)/98C$ ),  $\mu_s$  la friction des joints latéraux (0,0015) et  $C$  la charge supportée par le patin (en N). Pour des charges inférieures à 10% de la charge maximale ( $C_0 = 820$  N), la valeur de  $\mu_g$  est déterminée à partir de la courbe sur la figure 3-14. Pour une charge  $C$  de 10 N et en extrapolant  $\mu_g$  à environ 0,03 (la courbe n'étant pas tracée pour un ratio  $C/C_0$  inférieur à 0,15 et dans notre cas  $C/C_0 \approx 0,012$ ), un effort  $F_{dp}$  proche de 0,39 N est donc nécessaire pour déplacer un patin.

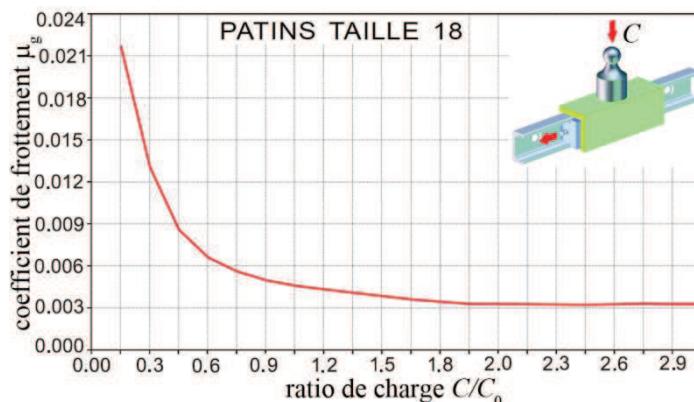


Figure 3-14 : coefficient de frottement des galets en fonction du ratio de charge (données Rollon)

Afin de vérifier ce résultat de manière expérimentale, nous avons suspendu une masse de 1 kg à un patin puis incliné progressivement son rail (fig. 3-15). Le patin se met en mouvement lorsque le rail fait un angle de  $2,5^\circ$  avec l'horizontale, ce qui correspond à un effort  $F_{dp}$  de 0,44 N, donc analogue à celui estimé.

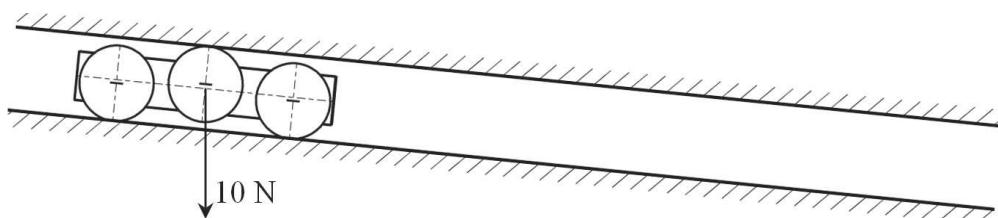


Figure 3-15 : patin dans son rail incliné

Les rails ont ensuite été assemblés sur une structure en bois fixée par des chevilles sur la dalle haute de la halle d'essais (fig. 3-16). Le démonstrateur est accroché aux patins par l'intermédiaire de suspentes en acier de longueur 3,5 m. Le poids supporté par chaque suspente étant faible (moins de 1 kg), leur allongement est négligeable.



Figure 3-16 : dispositif de compensation gravitaire

## 3.2 Le comportement du démonstrateur

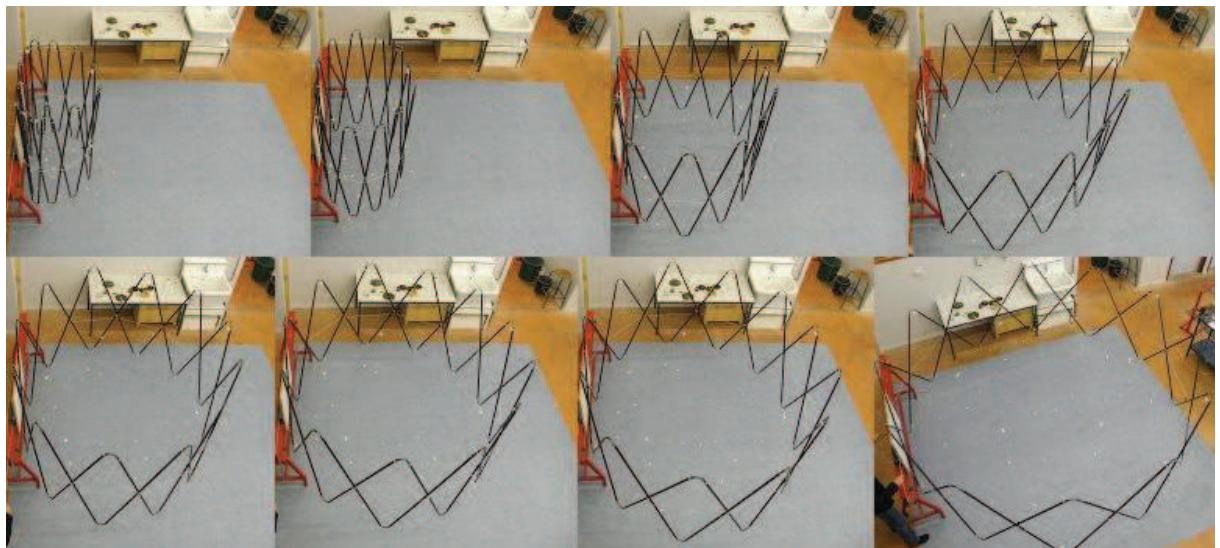
### 3.2.1 Les essais de déploiement

Après avoir assemblé puis suspendu le démonstrateur, nous l'avons attaché à un bâti massif et rigide par l'intermédiaire de l'axe d'un ciseau (fig. 3-17). Une cordelette de cerclage passant par les pivots des ciseaux permet de plier et déplier la structure tout en maîtrisant la vitesse. Elle joue le rôle des câbles de cerclage utilisés pour le modèle simplifié à trois ciseaux (chapitre 2.2). L'énergie de déploiement est uniquement fournie par celle de déformation emmagasinée dans les articulations flexibles.



**Figure 3-17 : démonstrateur déployé suspendu et fixé à un bâti (au fond)**

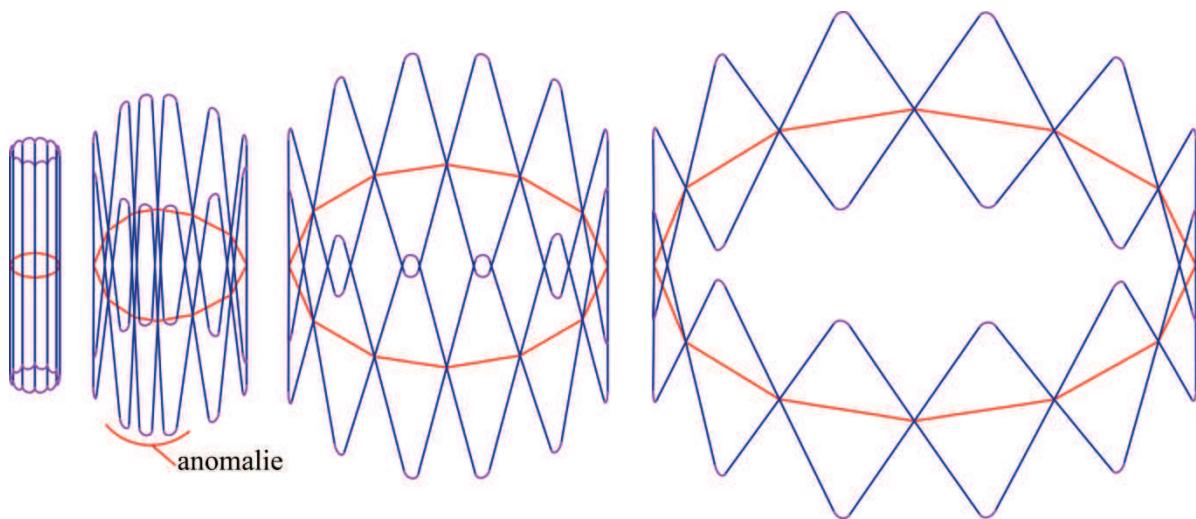
Lors des essais de déploiement, nous avons observé que le système reste quasi circulaire (fig. 3-18). Des ciseaux ont toutefois tendance à s'ouvrir plus que d'autres, mais ce phénomène semble provenir du frottement (non maîtrisé) entre les tubes et la corde de cerclage.



**Figure 3-18 : déploiement du démonstrateur expérimental**

On retrouve par ailleurs un phénomène d'ovalisation, également observé lors de la simulation (présentée au chapitre 2.2.3) du déploiement du démonstrateur avec le modèle numérique

(fig. 3-19). Cette expérience montre que cette anomalie provient certainement des effets dynamiques mis en jeu lors d'une libération brusque de la structure.



**Figure 3-19 : simulation du déploiement du démonstrateur**

Afin de vérifier si une configuration non convexe en « haricot » (telle qu'observée numériquement au chapitre 2.2.3) apparaît lorsque les lames minces sont remplacées par des ressorts, nous avons procédé à un changement d'articulations (fig. 3-20).



**Figure 3-20 : démonstrateur avec articulations en ressort**

On constate alors que, si la structure est libérée trop rapidement, il se forme des zones de non convexité, cependant moins prononcées que lors des simulations. L'action des suspentes doit certainement intervenir dans l'apparition de ce phénomène.

### 3.2.2 La circularité et la planéité

A l'occasion des essais de déploiement, nous avons effectué des mesures de positions à l'aide d'un tachéomètre et de cibles réfléchissantes ou de prismes réflecteurs (coins-cubes) placés sur le démonstrateur (fig. 3-21). La précision des mesures a été estimée au préalable par

calage à  $\pm 3,5$  mm avec une cible réfléchissante et à  $\pm 0,5$  mm avec un coin-cube (dont la masse est toutefois de 188 g).

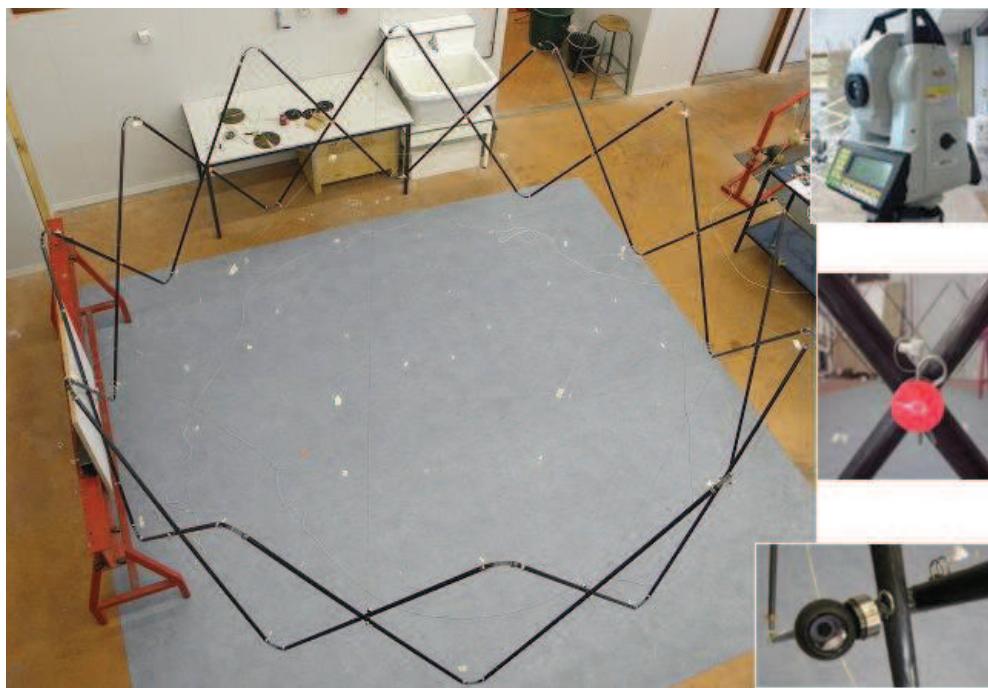


Figure 3-21 : démonstrateur, tachéomètre, cible et coin cube

Les cibles réfléchissantes sont placées sur chacun des douze axes des ciseaux à l'intérieur de l'ossature. Cependant, la géométrie du démonstrateur et la configuration de la halle d'expérimentation permettent de viser uniquement quatre de ces cibles à partir d'une même position du tachéomètre. Les mesures doivent donc être effectuées en trois fois et des points de repère fixes doivent être positionnés afin de pouvoir recalier les mesures dans un même référentiel.

Les positions des douze axes ont d'abord été repérées pour contrôler la circularité et la planéité de l'ossature. Le rayon et la position du centre du cercle passant au plus près de ces points ont ensuite été calculés de manière à minimiser l'écart type des distances entre les points mesurés et les douze points d'un cercle parfait (espacés de  $30^\circ$ ) dans le plan horizontal. La distance moyenne par rapport à ce cercle (de rayon 1,79 m) est de 14 mm, avec un écart type de 7 mm. Concernant la planéité, l'écart type entre les positions verticales mesurées est au plus de 7 mm (valeur maximale qui correspond à l'erreur de mesure). Ces dispersions proviennent de la précision du tachéomètre, du centrage des cibles, du réglage en longueur des suspentes et des dispersions d'assemblage. On peut toutefois considérer que ce contrôle de circularité et de planéité donne des résultats acceptables.

### 3.2.3 La déformée sous chargement tangentiel

Après ces premières mesures, le démonstrateur a été soumis à différents cas de charge. Nous avons d'abord appliqué une force dans le plan horizontal et tangentiellement au cercle défini par les douze axes des ciseaux (fig. 3-23). Ce chargement est introduit grâce à une masse de 250 g, attachée au bout d'un fil passant par une poulie, et appliquée au niveau de l'axe diamétralement opposé à celui fixé (nœud 6). L'ossature est par ailleurs toujours suspendue et un ciseau est fixé au bâti en cinq points (fig. 3-22).

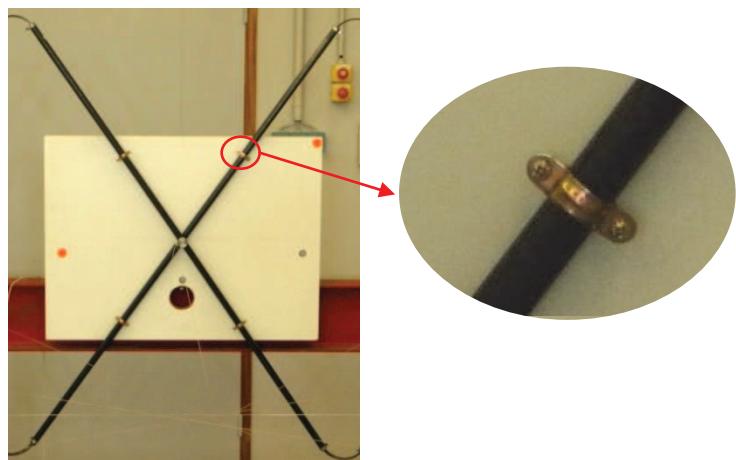


Figure 3-22 : fixation d'un ciseau au bâti

Le réseau de câbles a été remplacé par six câbles diamétraux en nylon afin de réduire son influence sur la rigidité de l'ossature, tout en empêchant l'ovalisation du système. Les déplacements mesurés dans le plan horizontal, à partir des positions des axes des ciseaux relevées avant et après chargement, sont reportés dans le tableau 3-1.

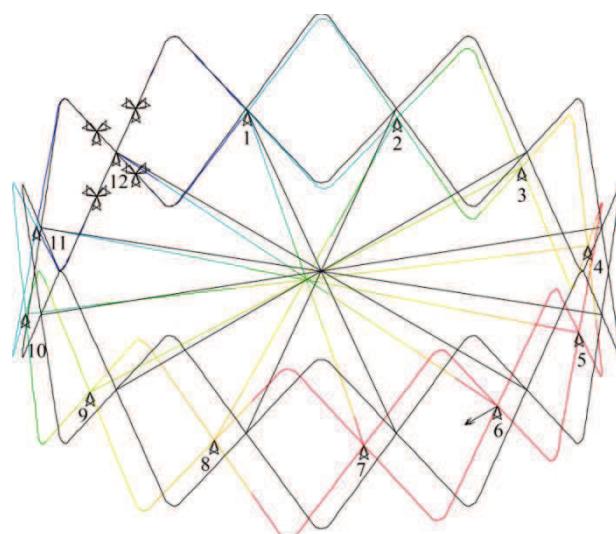


Figure 3-23 : déformée sous chargement tangentiel

Cet essai a également été simulé sous ANSYS. Le démonstrateur est modélisé en position déployée et préconstraint par l'action des articulations flexibles. Les câbles diamétraux et les pivots des ciseaux sont pris en considération ainsi que l'action des suspentes en bloquant le déplacement vertical des pivots. L'ancrage au bâti est réalisé en interdisant tous les déplacements d'un pivot et de quatre nœuds distants de 30 cm de celui-ci (numéroté 12 sur la figure 3-23). Enfin, une force égale au poids de la masse est appliquée suivant la direction théorique du chargement.

La confrontation entre les mesures et les simulations montre un écart de 10% au point d'application de la force (tableau 3-1). L'erreur augmente toutefois lorsqu'on s'éloigne de ce point en se rapprochant de la zone d'ancrage. Ceci est dû au fait que les déplacements deviennent faibles relativement à la précision de mesure (7 mm). Ces différences peuvent aussi s'expliquer par une raideur en flexion plus faible au niveau des articulations (des écarts ont été constatés lors des essais de caractérisation au chapitre 2.1.2.5, où cette raideur a été obtenue par lissage de points), sinon par le procédé d'application de la force (frottement dans la poulie ou direction désaxée).

nœud	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
déplacement mesuré (mm)	16	42	76	98	109	109	116	105	83	72	25	2
déplacement calculé (mm)	9	29	54	76	92	98	93	78	57	32	10	0
différence (mm)	8	13	23	22	17	11	24	27	26	40	15	2
erreur relative	47%	30%	30%	22%	16%	10%	21%	26%	31%	56%	61%	0%

Tableau 3-1 : déplacements dans le plan horizontal

Les caractéristiques générales du modèle numérique sont détaillées dans le tableau 3-2.

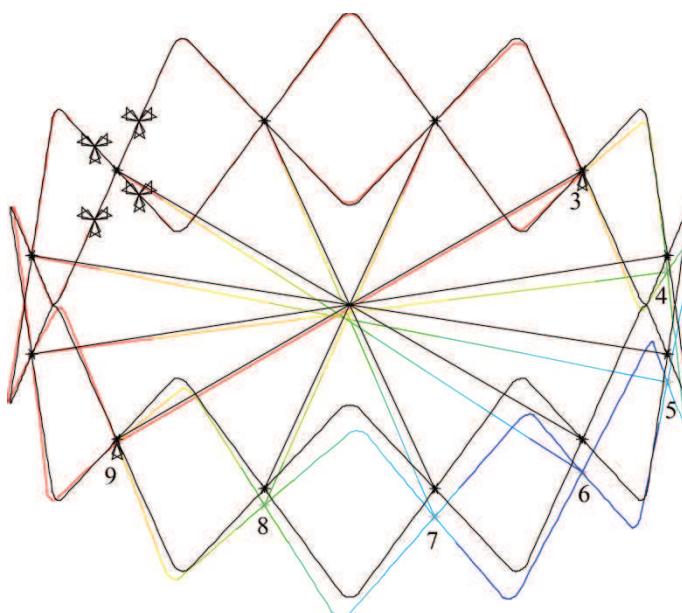
<b>Structure</b>		<b>Tube</b>
Diamètre déployé	3,6 m	Longueur 1,5 m
Nombre de ciseaux	12	Diamètre extérieur 20 mm
<b>Matériau</b>		Epaisseur 1,5 mm
Module élastique	125 GPa	Section 87,2 mm <sup>2</sup>
Module cisaillement	90 GPa	Moment d'inertie 3754 mm <sup>4</sup>
Coefficient de Poisson	0,3	
Masse volumique	1550 kg/m <sup>3</sup>	
<b>Câbles diamétraux</b>		<b>Articulations</b>
Module élastique	2 GPa	Longueur 120 mm
Section	0,38 mm <sup>2</sup>	Largeur 16 mm
		Epaisseur 1 mm
		Section 16 mm <sup>2</sup>
		Moment d'inertie 1,33 mm <sup>4</sup>
		Moment d'inertie 341 mm <sup>4</sup>

Tableau 3-2 : caractéristiques et dimensions du démonstrateur expérimental

### 3.2.4 La déformée sous chargement vertical

Plusieurs suspentes ont ensuite été retirées afin de solliciter l'ossature verticalement. Le démonstrateur, toujours ancré au bâti mais seulement suspendu au niveau de deux pivots opposés (numérotés 3 et 9 sur la figure 3-24) se déforme alors sous l'effet de la gravité.

L'effet du poids propre est modélisé par un champ d'accélération dans les simulations. Nous avons toutefois dû augmenter la masse volumique des articulations et ajouter des masses ponctuelles au niveau des pivots pour faire correspondre la masse du modèle à celle du démonstrateur. Le poids de certaines pièces, dont les axes en acier, n'était en effet pas pris en compte auparavant.



**Figure 3-24 : déformée sous chargement vertical**

La comparaison entre les mesures et les simulations met en évidence des différences moins importantes (de quelques % à 20% maxi, tableau 3-3) que pour le chargement horizontal.

nœud	8	7	6	5	4
déplacement mesuré (mm)	-37	-74	-82	-66	-32
déplacement calculé (mm)	-38	-66	-77	-66	-38
différence (mm)	0.2	-8.2	-4.6	-0.5	6.1
erreur relative	-1%	11%	6%	1%	-19%

**Tableau 3-3 : valeurs des déplacements verticaux**

Les déplacements correspondants sont représentés sur la figure 3-25.

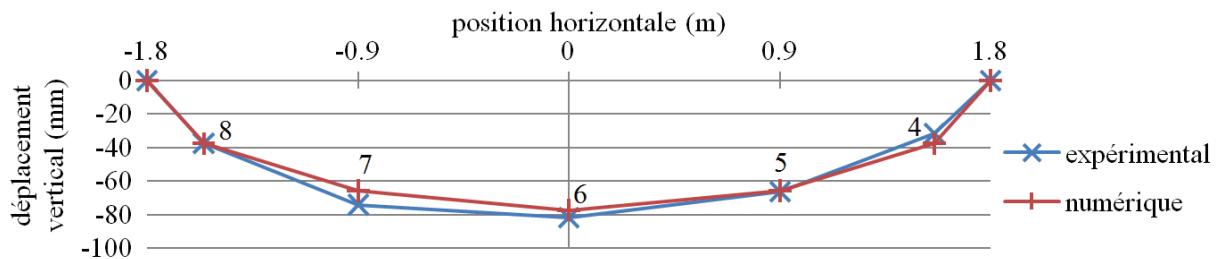


Figure 3-25 : déplacements verticaux des nœuds

### 3.2.5 La déformée sous chargement radial

Le démonstrateur a ensuite été sollicité radialement au niveau d'un pivot (nœud 6, fig. 3-26a). Cet effort est appliqué par une masse de 500 g suspendue à un fil passant dans une poulie.

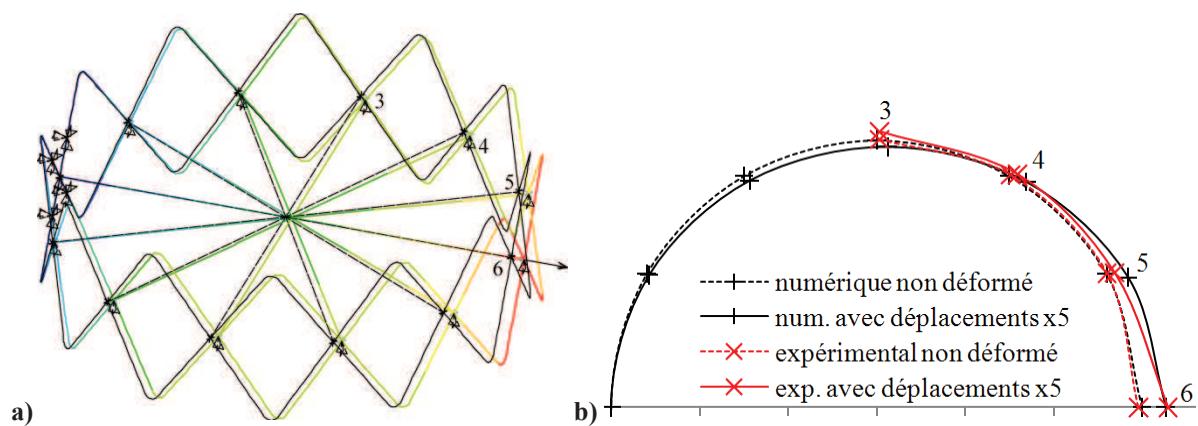


Figure 3-26 : a) chargement radial avec six câbles diamétraux b) déplacements

Les déplacements déterminés sont reportés dans le tableau 3-4 et représentés sur la figure 3-26b. On constate ainsi des différences significatives entre la simulation et les mesures, hormis au point d'application de la force. Elles peuvent tout d'abord s'expliquer par les imprécisions de mesure ( $\pm 3,5$  mm). Les câbles diamétraux ont également une influence importante pour un tel cas de charge et de possibles différences de longueurs à vide entre les câbles montés sur le démonstrateur doivent accentuer ces écarts.

nœud	6	5	4	3
déplacement mesuré (mm)	40	10	10	10
déplacement calculé (mm)	32	29	24	17
différence (mm)	8	-19	-14	-7

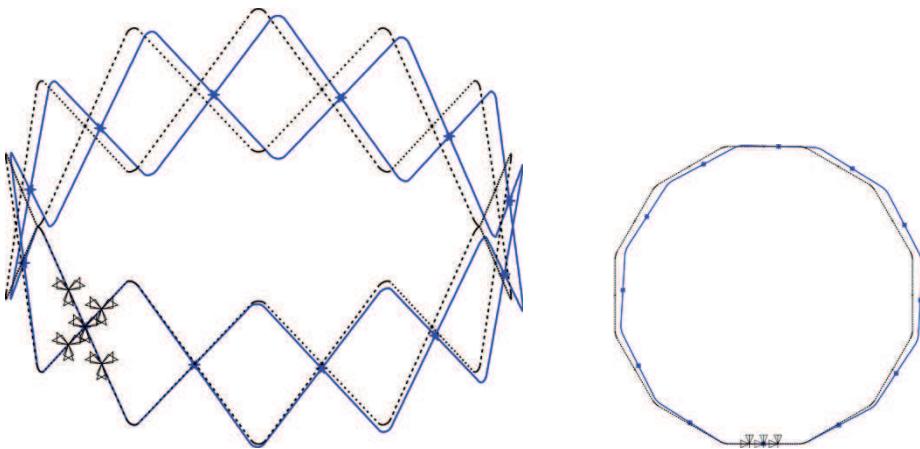
Tableau 3-4 : valeurs des déplacements horizontaux

### 3.2.6 L'analyse modale du démonstrateur

Pour cette analyse modale, le démonstrateur expérimental est modélisé en configuration déployée et ses articulations flexibles sont représentées courbées et sans contrainte initiale consécutive à leur déformation.

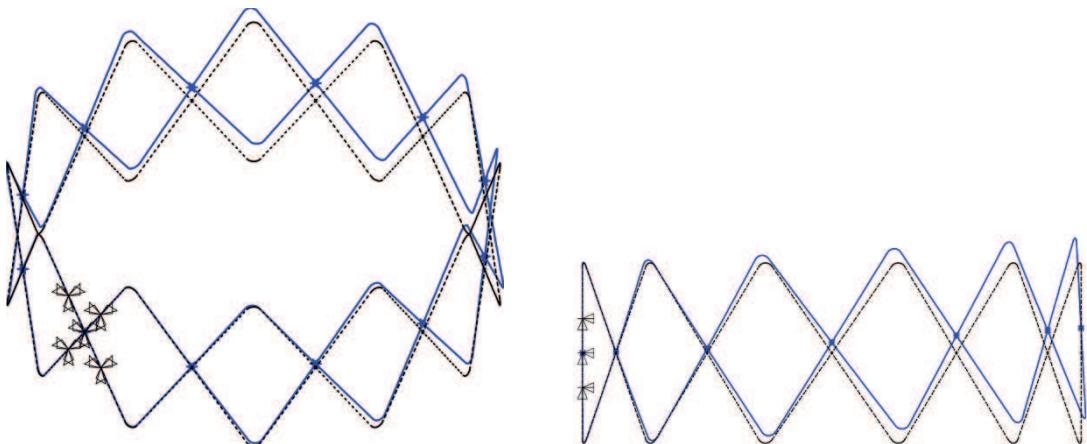
Dans une première étape, aucun câble n'est pris en considération (ossature seule de masse 6,6 kg). La zone d'arrimage est toujours simulée grâce au blocage des déplacements de cinq nœuds d'un ciseau.

Pour l'ossature seule et sans la prise en compte des pivots, le premier mode propre calculé se situe à 0,50 Hz. Il correspond à une oscillation autour de l'axe vertical de la zone d'arrimage (fig. 3-27).



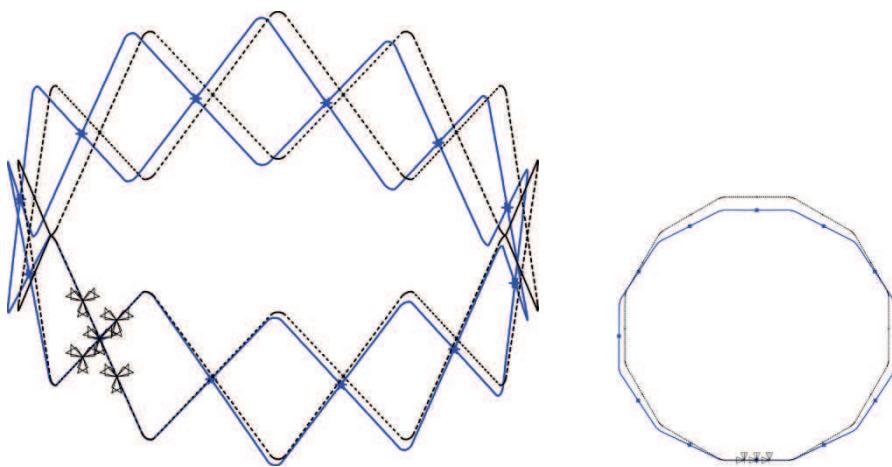
**Figure 3-27 : premier mode propre de l'ossature du démonstrateur**

Son deuxième mode propre (0,99 Hz) est une oscillation de flexion dans le plan vertical perpendiculaire à la zone d'arrimage (fig. 3-28).



**Figure 3-28 : deuxième mode propre de l'ossature du démonstrateur**

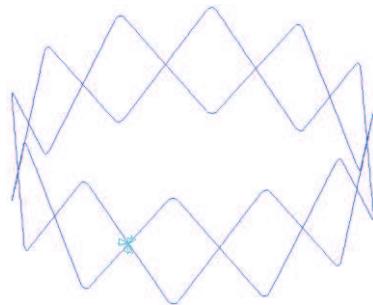
Le troisième mode se trouve à 1,35 Hz et correspond à une « ovalisation » de la structure dans le plan horizontal (fig. 3-29).



**Figure 3-29 : troisième mode propre de l'ossature du démonstrateur**

En prenant en compte les pivots des ciseaux (la rotation entre leurs deux noeuds est autorisée) nous constatons que la structure s'assouplie légèrement et que son premier mode diminue à 0,44 Hz (-12%). Si l'on remplace les pivots par des rotules, pour considérer un éventuel jeu des liaisons, le premier mode descend à 0,41 Hz (-18%). Ces modes gardent cependant toujours la même forme.

La zone d'arrimage est par la suite remplacée par un encastrement au niveau du pivot du ciseau (translations et rotations nulles) afin d'évaluer l'incidence des conditions aux appuis (fig. 3-30). La fréquence du premier mode passe alors à 0,48 Hz, soit une diminution de 4% relativement à la configuration initiale, tout en conservant la même forme.

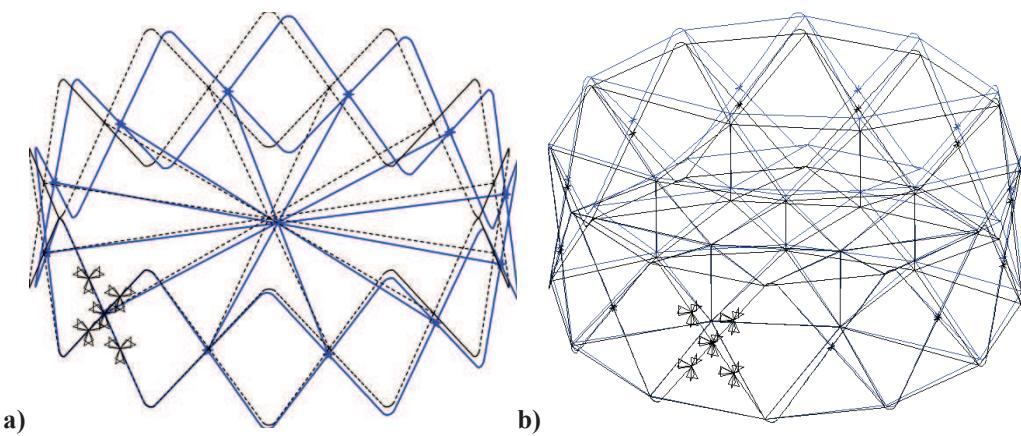


**Figure 3-30: changement des conditions aux appuis**

Dans une deuxième étape, six câbles diamétraux sont ajoutés au modèle afin d'évaluer l'influence de câbles internes sur le comportement (fig. 3-31a) ; ils sont modélisés par des éléments de type « *Link* » sous ANSYS (section 0,38 mm<sup>2</sup>, module d'élasticité 2 GPa). La

structure est arrimée en cinq points. On observe que la forme de son premier mode reste similaire à celle obtenue pour l'ossature seule mais se situe à une fréquence de 0,64 Hz (+28%). Son deuxième mode se trouve, quant à lui, à 1 Hz.

Si l'on introduit ensuite le réseau de câbles complet du démonstrateur (fig. 3-31b), alors le premier mode devient un mode de flexion à 0,66 Hz (+32%). En considérant que les câbles sont des tresses en Kevlar (module d'élasticité 90 GPa) et non plus en nylon, la fréquence monte à 1,63 Hz. Les câbles ont donc un impact important sur le premier mode propre de la structure, et ce d'autant plus que leur module d'élasticité est élevé. Le réseau apporte en effet un surcroît de rigidité tout en créant un faible surplus de masse.



**Figure 3-31: premier mode propre de l'ossature avec a) six câbles diamétraux ou b) un réseau géotensoïdal**

### 3.2.7 Les essais dynamiques expérimentaux

Le démonstrateur, équipé des six câbles diamétraux, a ensuite été soumis à des sollicitations dynamiques grâce à un pot vibrant fixé sur un de ses pivots (fig. 3-32). La réponse à un balayage sinusoïdal de 0,50 à 3 Hz a été mesurée avec un accéléromètre placé successivement sur chacun des pivots et selon les directions radiales et tangentialles. Les mesures effectuées avec cet accéléromètre n'ont toutefois pas pu être considérées comme significatives et exploitables pour qualifier le premier mode. La raison principale est liée à la trop faible sensibilité du capteur : comme les modes mesurés sont à de très basses fréquences et sur de faibles amplitudes, les signaux fournis par l'accéléromètre ne sont pas de qualité suffisante (bruit trop important).

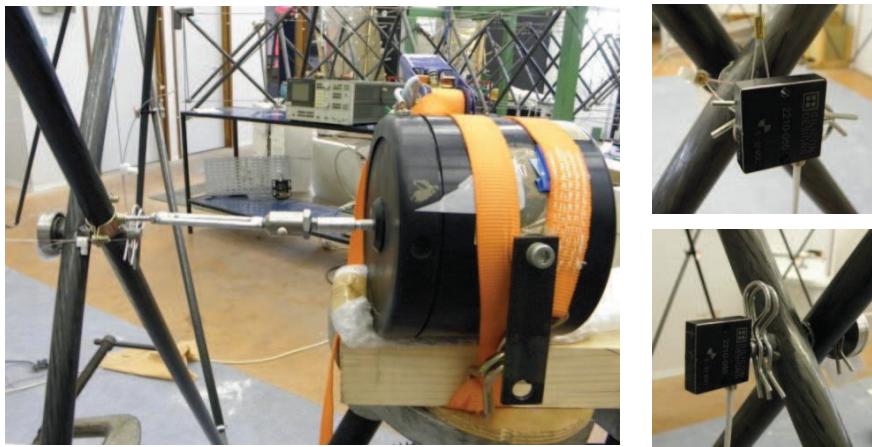


Figure 3-32 : montage expérimental avec l'accéléromètre

L'utilisation d'un accéléromètre capacitif opérant sur une gamme de 0 à 400 Hz n'a également pas permis d'obtenir des résultats exploitables. Les accélérations étant trop faibles pour être mesurées, nous avons décidé de recourir à une analyse de la réponse en déplacement.

Un pot vibrant fixe excite la structure à un pivot (numéroté 12 sur la figure 3-33) par un balayage sinusoïdal de 0,20 Hz à 2 Hz. Le déplacement de ce point est mesuré par un capteur laser fixe et les déplacements radiaux des autres pivots (par exemple numéroté 8) par un capteur mobile. La fonction de transfert correspond au rapport entre le signal délivré par le capteur mobile et celui du capteur fixe (excitation).

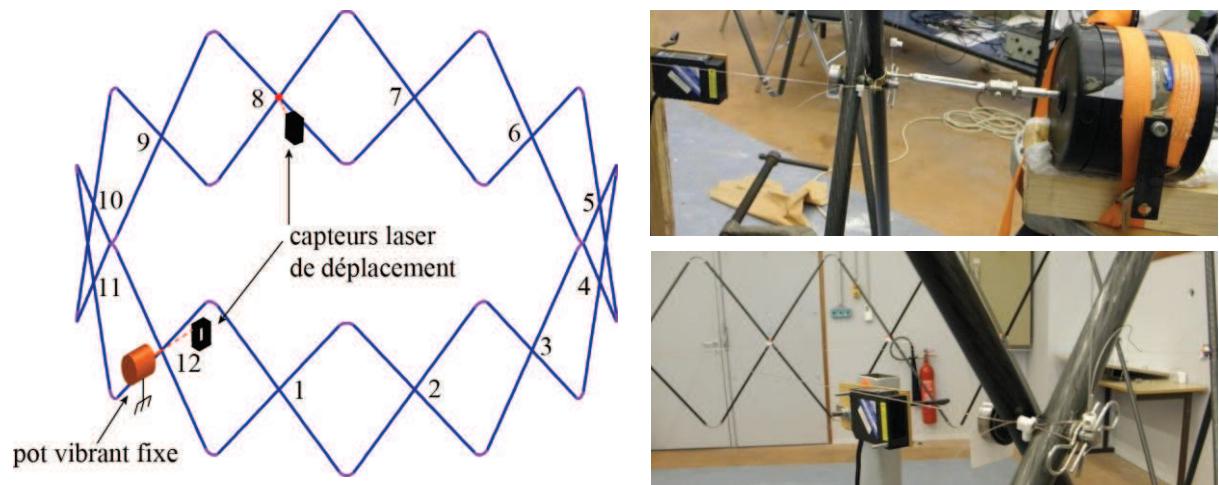


Figure 3-33 : montage expérimental avec capteurs laser

Les courbes des rapports des déplacements montrent des pics de résonnance à environ 0,48 Hz et 1,21 Hz (fig. 3-34). Un autre léger pic semble exister vers 0,30 Hz mais la

Résolution ne permet pas de l'analyser. Autour de 1,21 Hz, il semble qu'il y ait en fait deux modes très proches qui interagissent.

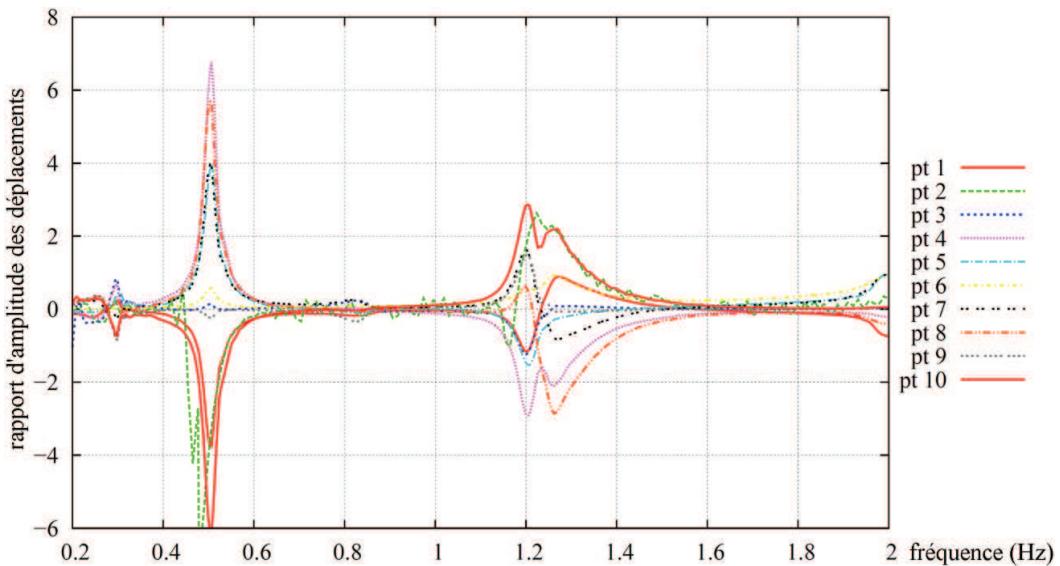


Figure 3-34 : rapport des déplacements des pivots en fonction de la fréquence d'excitation

On observe en premier lieu que les suspentes empêchent l'apparition du deuxième mode de flexion identifié numériquement (fig. 3-28). On constate également que les formes des modes obtenus expérimentalement (fig. 3-35) ne sont pas similaires à celles obtenues sous ANSYS.

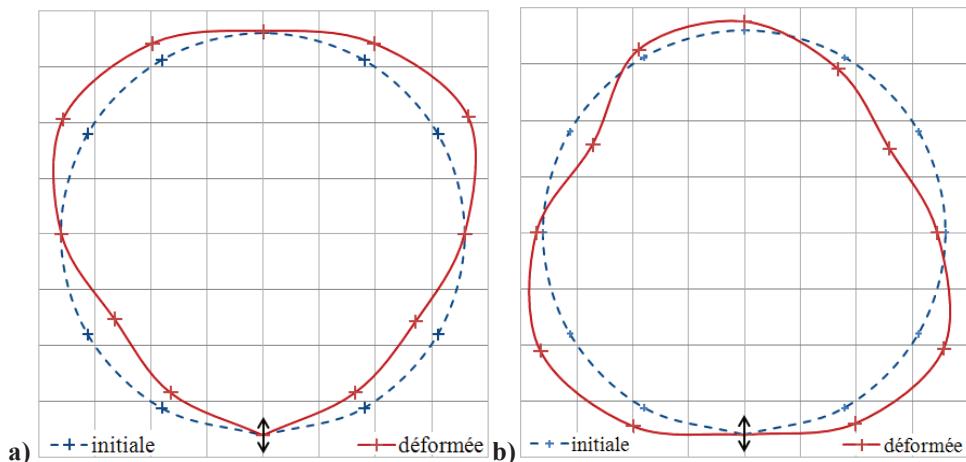
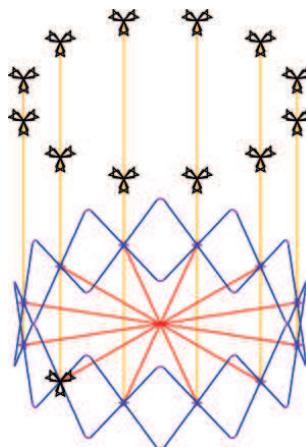


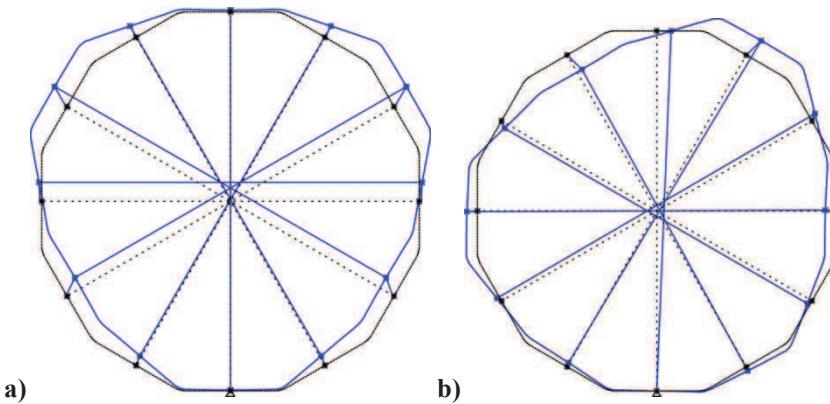
Figure 3-35 : formes de modes expérimentaux a) à 0,48 Hz et b) à 1,21 Hz

Afin de vérifier si ces différences pouvaient provenir de l'influence des suspentes et d'un mouvement pendulaire du démonstrateur, nous avons introduit ces suspentes dans les simulations et ajouté des « inerties » au niveau des pivots pour traduire l'effet pendulaire (fig. 3-36). Il s'agit en fait d'un moment d'inertie de rotation  $J = m_s \ell_s^2 / 12$  avec  $m_s = 6,6 \text{ kg}$  (masse du démonstrateur) et  $\ell_s = 3,5 \text{ m}$  (longueur des suspentes).



**Figure 3-36 : modèle avec les suspentes**

L'analyse modale donne alors un premier mode à 0,36 Hz avec la même forme que celui obtenu sans suspente (fig. 3-27). Ce mode est cependant difficilement observable expérimentalement avec les moyens disponibles (petit pic à environ 0,30 Hz sur la figure 3-34). Le deuxième mode numérique est à 1,16 Hz et sa forme est proche de celle obtenue lors des essais pour le pic à 0,48 Hz (fig. 3-37a). Enfin, le troisième mode déterminé par ANSYS n'a pas exactement la même forme que l'expérimental. Cette différence pourrait toutefois s'expliquer par le fait qu'il existe plusieurs autres modes calculés entre 1,28 et 1,49 Hz mais tous avec des formes différentes.



**Figure 3-37 : formes des modes numériques avec les suspentes a) à 1,16 Hz et b) à 1,28 Hz**

Tous ces résultats demandent manifestement à être affinés et complétés par d'autres simulations avec un meilleur calage des inerties, masses, raideurs et conditions aux limites. La qualité des mesures expérimentales doit également être améliorée en utilisant des capteurs permettant de mesurer de faibles accélérations aux basses fréquences. Des essais complémentaires avec des suspentes de longueurs différentes devraient aussi permettre d'étudier leur influence.

### 3.3 L'étude modale d'un grand réflecteur

#### 3.3.1 L'étude paramétrique de la première fréquence propre

Dans le but d'identifier les principaux facteurs influant sur le premier mode propre du réflecteur, il a semblé pertinent de réaliser une série de simulations sur différentes configurations d'ossatures seules. Cette étude a été définie conjointement avec le CNES lors de l'étude R&T 2010 et les paramètres retenus ainsi que leurs possibles valeurs sont les suivants :

- le nombre de ciseaux : 24, 30 et 36 ;
- le diamètre de l'ossature : 10, 11, 12, 13 et 14 m ;
- l'angle d'ouverture  $\alpha_R$  des ciseaux : 80, 85, 90, 95 et 100° (fig. 3-38) ;

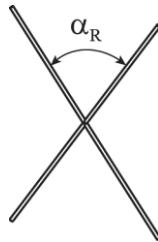


Figure 3-38: angle d'ouverture

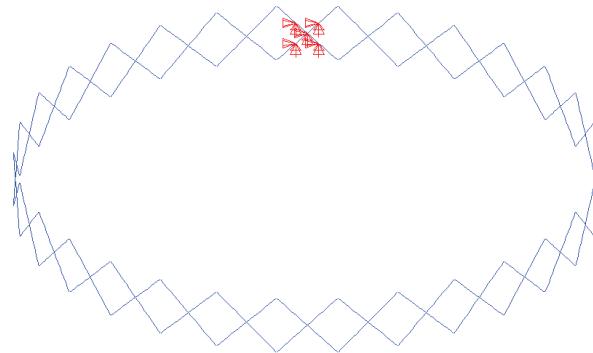
(remarque : on aurait aussi pu choisir la hauteur de la structure et la longueur des tubes comme paramètres)

- le diamètre extérieur des tubes : 42, 46, 50, 54 et 58 mm ;
  - le rendement géométrique de tubes  $r_g = \sqrt{\frac{4I_t}{S_tD_t^2}}$  : 0,477 ; 0,478 ; 0,479 ; 0,480 et 0,481 ;
  - le matériau utilisé (module élastique, masse volumique) :
- $$\left\{ \begin{array}{l} \text{carbone/époxy (1550 kg/m}^3, E = 125 \text{ GPa)} \\ \text{aluminium (2700 kg/m}^3, E = 70 \text{ GPa)} \\ \text{Kevlar (1400 kg/m}^3, E = 90 \text{ GPa).} \end{array} \right.$$

Ces données conduisent à 5625 cas de figure. Cependant, le domaine d'expérience a pu être limité par trois conditions : la masse totale par unité de surface déployée ne dépassant pas 500 g/m<sup>2</sup>, la hauteur de l'ossature déployée supérieure à 1,5 m (de manière à pouvoir former la surface parabolique), la longueur des tubes inférieure à 4 m. Il ne reste alors « que » 1304 cas après avoir éliminé ceux ne respectant pas ces critères. Ce nombre important de simulations a pu être effectué grâce au faible temps de calcul sous ANSYS (quelques minutes

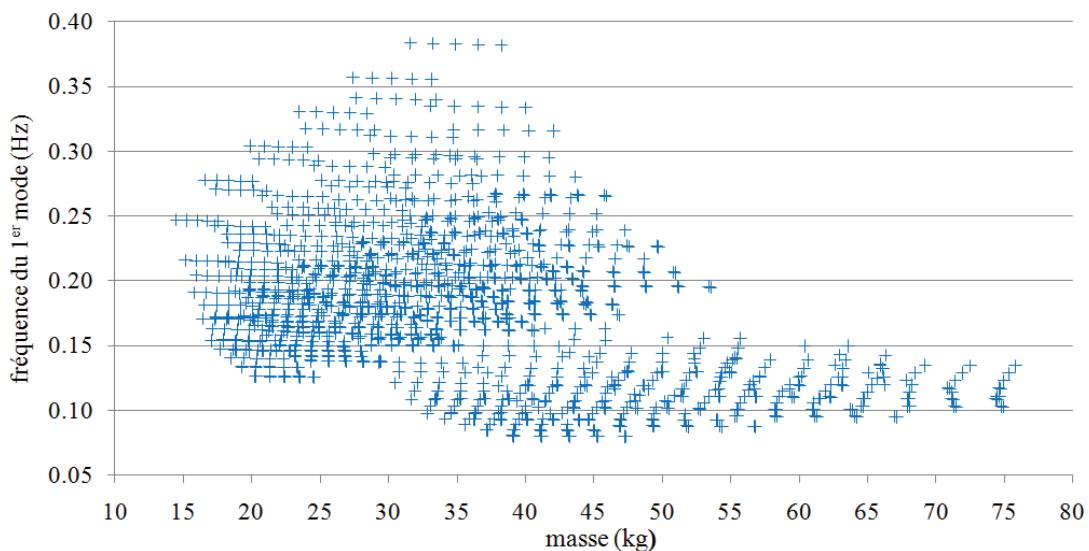
par calcul sur un ordinateur standard).

L'ossature est considérée verrouillée en configuration déployée. Elle est modélisée uniquement par des tubes et donc sans précontrainte (les nœuds aux extrémités et au niveau des pivots sont fusionnés). Les réseaux de câbles ne sont également pas pris en compte. Ceci a permis de conserver un temps de calcul raisonnable et repose sur les écarts constatés lors des simulations comparatives (22% sur l'ossature seule, chapitre 2.2.4.2). Nous soulignons au passage que cette étude paramétrique a plus une visée qualitative que quantitative. L'ancrage au bras d'éloignement est toujours représenté par la fixation d'un ciseau en cinq points (fig. 3-39).



**Figure 3-39 : modèle utilisé pour l'étude paramétrique**

La figure 3-40 montre tout d'abord la distribution de la fréquence du premier mode en fonction de la masse des différentes ossatures : les plus hautes valeurs se situent au dessus de 0,35 Hz pour des masses comprises entre 30 et 40 kg. La dispersion des points montre qu'il n'y a pas de relation directe entre la masse et la raideur.



**Figure 3-40 : fréquence du premier mode propre en fonction de la masse**

La figure 3-41 montre que la première fréquence diminue lorsque le diamètre du réflecteur augmente. L'ossature ayant la plus haute première fréquence (0,38 Hz) est constituée de 24 ciseaux ouverts à  $80^\circ$  dont les tubes en carbone (de diamètre 58 mm) ont un rendement géométrique de 0,481. Les courbes de tendance en couleur indiquent l'évolution de la fréquence du premier mode pour différentes configurations en fonction de leur diamètre. Nous pouvons ainsi remarquer que la première fréquence chute presque de moitié lorsque le diamètre passe de 10 m à 14 m. La fréquence propre d'un anneau cylindrique étant inversement proportionnelle au carré du rayon, ce résultat semble logique.

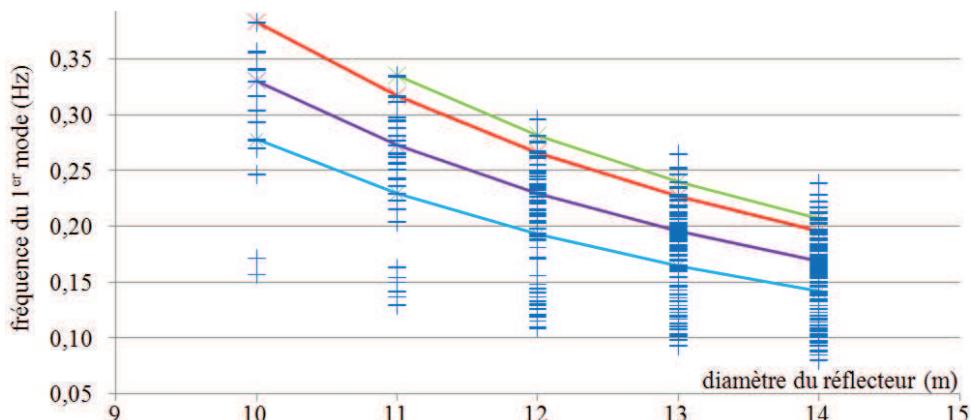


Figure 3-41 : fréquence du premier mode propre en fonction du diamètre de l'ossature

La figure 3-42a met aussi en évidence que le nombre de côtés a peu d'influence sur la fréquence. Il est cependant préférable d'en réduire le nombre pour simplifier et alléger la structure. Néanmoins, afin de conserver un même diamètre avec moins de ciseaux, ceux-ci doivent être plus ouverts. Nous constatons par ailleurs sur le graphe de la figure 3-42b que la première fréquence augmente en même temps que cet angle d'ouverture.

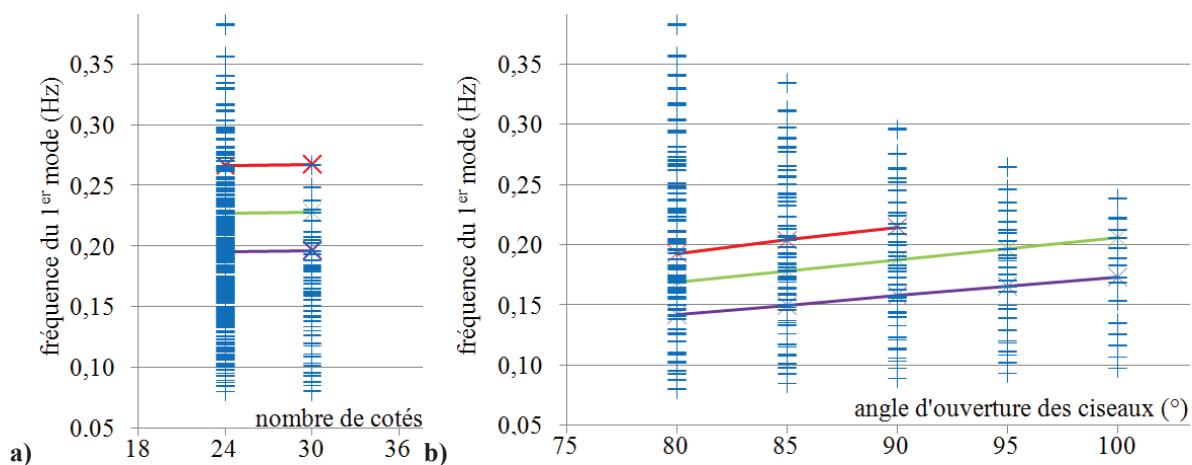
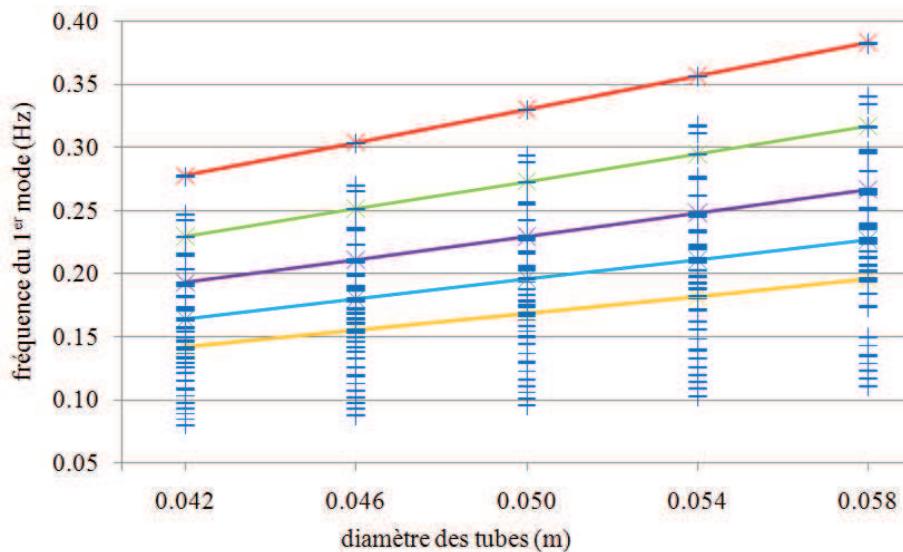


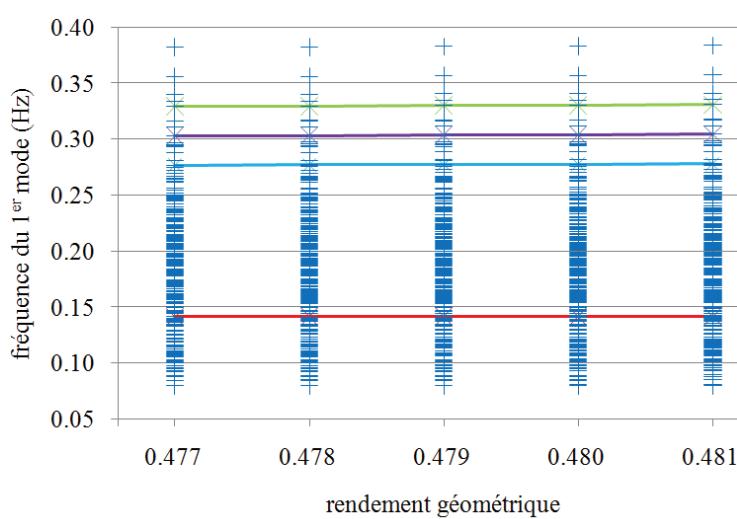
Figure 3-42 : première fréquence en fonction a) du nombre de côtés b) de l'angle d'ouverture

Nous pouvons également remarquer une hausse de la première fréquence avec le diamètre des tubes pour un même rendement géométrique (fig. 3-43). Ceci peut s'expliquer par le fait que, dans ce cas, la rigidité en flexion des tubes, et donc celle de la structure, croît plus rapidement que sa masse.



**Figure 3-43 : première fréquence en fonction du diamètre des tubes**

Les résultats sur la figure 3-44 mettent aussi en évidence que la valeur de la première fréquence varie peu en fonction du rendement géométrique. Comme cette fréquence augmente toutefois légèrement avec ce ratio, il sera donc préférable d'utiliser des tubes de grand diamètre mais de faible épaisseur.



**Figure 3-44 : première fréquence en fonction du rendement géométrique**

De plus, les matériaux composites (carbone ou Kevlar) sont à privilégier par rapport aux matériaux métalliques comme l'aluminium. En effet, la fréquence du premier mode peut être jusqu'à deux fois plus grande en employant ces matériaux. Ceci résulte de leur module d'élasticité plus élevé pour une masse volumique plus faible.

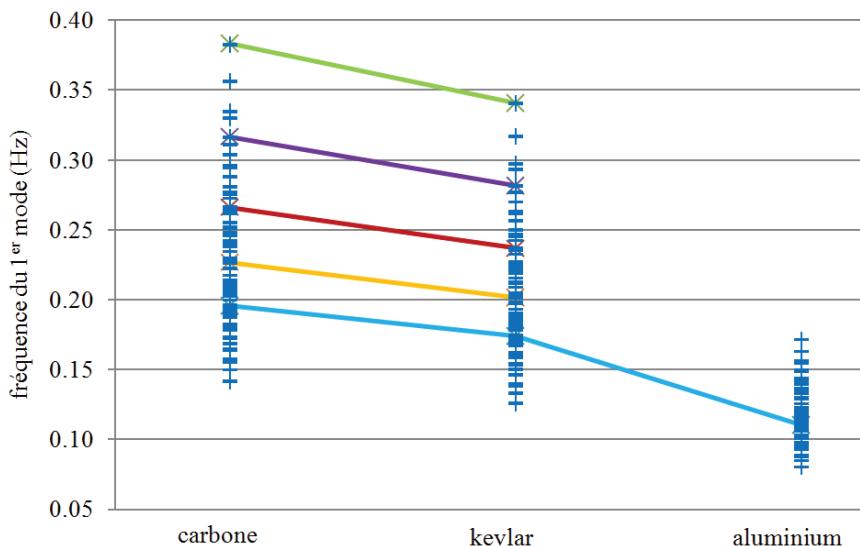


Figure 3-45 : première fréquence en fonction du matériau employé

### 3.3.2 L'analyse de configurations supplémentaires

#### 3.3.2.1 L'influence des articulations flexibles

D'autres analyses ont été réalisées avec des articulations en lames flexibles afin d'étudier l'influence de leur rigidité sur le premier mode. Les résultats sont donnés pour une ossature de 10 m de diamètre avec 24 ciseaux et 1,6 m de hauteur. Les tubes ont une longueur de 2 m pour un diamètre de 58 mm et une épaisseur de 1 mm. La lame dite « de référence » a une épaisseur de 1 mm pour une longueur de 12 cm et une largeur de 56 mm. Ces deux derniers paramètres vont évoluer séparément.

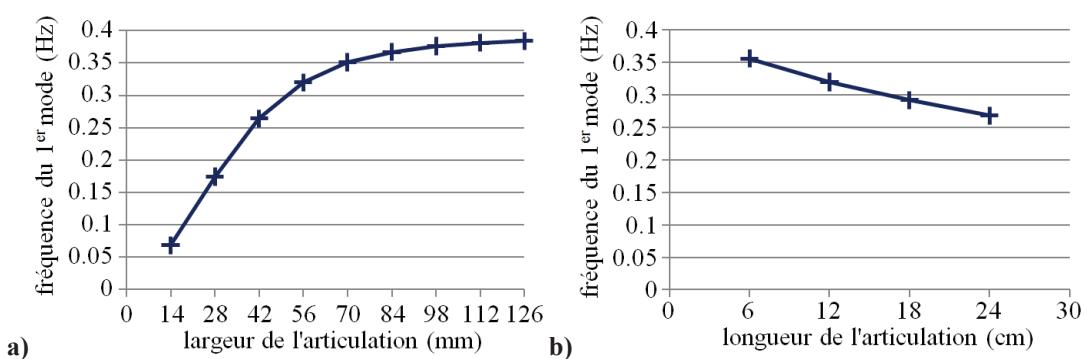


Figure 3-46 : première fréquence en fonction de a) la largeur et b) la longueur de l'articulation

La figure 3-46a montre que la fréquence du premier mode tend presque « asymptotiquement » vers une valeur maximale (0,38 Hz) à partir d'une certaine largeur de lame (84 mm). La figure 3-46b met en évidence la décroissance quasi linéaire de la fréquence du premier mode en fonction de la longueur de l'articulation. Par ailleurs, si on multiplie par deux l'épaisseur de la lame de référence, alors sa fréquence passe de 0,32 Hz à 0,35 Hz, soit une augmentation de 9%.

Ainsi, il n'apparaît pas forcément nécessaire de rigidifier les articulations après le déploiement vis-à-vis de la fréquence du premier mode. Cependant, une lame large et courte sera à privilégier. Elle peut également avoir une faible épaisseur, ce qui est un atout en terme de dimensionnement vis-à-vis des contraintes admissibles par le matériau (voir chapitre 2.1.2.5).

### 3.3.2.2 *Les réflecteurs de très grand diamètre*

La courbe sur la figure 3-47 montre l'évolution de la fréquence du premier mode en fonction du diamètre pour un réflecteur d'une hauteur de 2 m. On peut ainsi se rendre compte qu'il sera difficile de maintenir une fréquence élevée au-delà d'un diamètre de 12 m avec ce type d'ossature. Cette information est importante car elle signifie que cette classe de réflecteurs nécessite certainement de proposer et concevoir une autre architecture. Ce propos n'est cependant pas définitif car l'influence, importante comme nous l'avons montré, du réseau de câbles sur la rigidité de l'antenne est ici négligée.

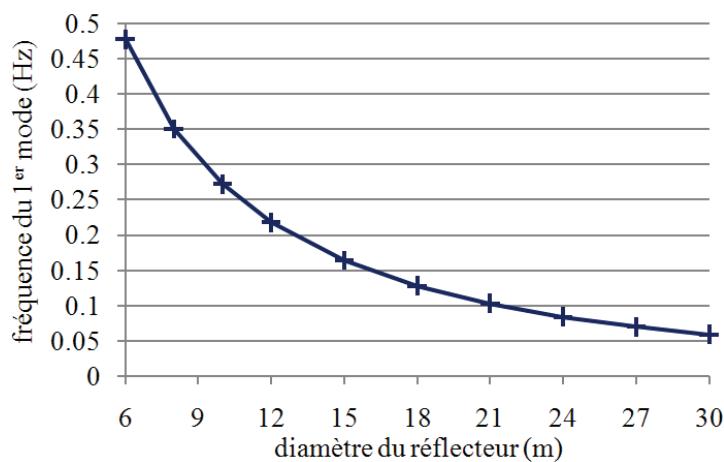
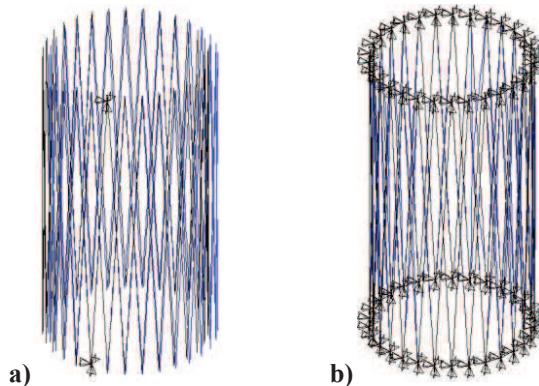


Figure 3-47 : fréquence du premier en fonction du diamètre du réflecteur

### 3.3.2.3 Le réflecteur en configuration pliée

Lors du lancement, le réflecteur est plié et sa première fréquence propre doit être supérieure à 80 Hz. Nous avons pour cela modélisé deux configurations (fig. 3-48) : l'une (a) où un seul tube est fixé en deux nœuds et l'autre (b) où deux nœuds de chaque tube sont bloqués. Les résultats sont très différents en fonction de ces conditions aux limites : la fréquence est de 2,4 Hz dans le premier cas (avec la même forme qu'en configuration déployée) alors qu'elle monte à 162,5 Hz dans le second. Le choix du dispositif de maintien du réflecteur lors du décollage est donc très important.



**Figure 3-48 : premier mode de l'ossature pliée a) deux nœuds fixes b) deux nœuds fixes par tubes**

Dans la plupart des cas, le réflecteur est maintenu par des « mors » rétractables et des sangles qui sont rompues par des dispositifs pyrotechniques (fig. 3-49).



**Figure 3-49 : réflecteur AstroMesh plié avec son dispositif de maintien**

### 3.3.2.4 *Une ossature elliptique*

Le contour de la surface parabolique d'un réflecteur offset étant une ellipse, une ossature de même forme est manifestement préférable. Une ossature de 2 m de hauteur avec un grand diamètre d'ellipse de 12,6 m pour un petit diamètre de 12 m a donc été simulée. La fréquence de son premier mode est de 0,215 Hz lorsqu'elle est arrimée par le pivot d'un ciseau perpendiculaire à son petit diamètre. Cette valeur est proche de celle obtenue pour une structure circulaire de 12 m et de même hauteur (0,218 Hz). La forme, elliptique ou circulaire, de l'ossature semble donc avoir peu d'influence sur la fréquence du premier mode.

## 3.4 Conclusion

Dans cette partie, la faisabilité de l'architecture proposée a pu être montrée par la réalisation d'un démonstrateur expérimental. Son comportement lors des essais de déploiement a permis de valider la plupart des résultats obtenus lors des simulations. Même si une légère ovalisation de la structure est observée lors des essais, la forme non convexe apparaissant dans les simulations n'a pas été retrouvée. Cela met toutefois en évidence la nécessité de maîtriser la vitesse de déploiement.

La confrontation entre les mesures expérimentales et le modèle numérique a également révélé des écarts de l'ordre de 20% sur les déplacements sous charge, vraisemblablement dus à une différence de rigidité entre ces deux approches. Cependant, les résultats obtenus lors des essais dynamiques sont peu éloignés de ceux du modèle en termes de fréquence et de forme des modes propres.

L'étude paramétrique réalisée par la suite laisse à penser que des fréquences propres proches de 1 Hz en configuration déployée pour des réflecteurs avec le type d'architecture proposée sont possibles, le facteur limitant étant le diamètre de l'antenne.

## Partie 4

*Le réflecteur parabolique*

## 4 Le réflecteur parabolique

La surface des réflecteurs maillés est confectionnée avec un tricot étiré sur un réseau de câbles. La surface ainsi obtenue est formée de multiples facettes planes. La tension dans le tricot doit être suffisante pour résister à des accélérations latérales plusieurs fois supérieures à celles subies en orbite sans distorsion de la surface [HED83]. Plus cette tension sera élevée, plus elle lissera les plis du tricot dus à son pliage lors du conditionnement du réflecteur avant le lancement, augmentant ainsi les performances de l'antenne.

La tension doit également être sensiblement isotrope et uniforme pour assurer une bonne conductivité électrique, et par conséquent une bonne réflectivité RF. De plus, une tension uniforme dans le réseau de câbles est également intéressante d'un point de vue mécanique et géométrique. Un câble uniformément tendu sur une surface courbe en suit les lignes géodésiques, autrement dit celles de plus court chemin. La structure sera ainsi plus légère si tous les câbles sont uniformément tendus sur la surface. Cette position est aussi la plus stable car elle correspond à un minimum d'énergie potentielle : le câble retrouvera aisément sa position en cas de perturbations. Un réseau de câbles uniformément tendu selon les lignes géodésiques est donc généralement recherché lors de la conception d'un réflecteur. Ce réseau est qualifié de « géotensoïd ».

Toutefois, la plupart des méthodes de recherche de forme, disponibles dans la littérature, génèrent un « pseudo » réseau géotensoïd en projetant un maillage plan sur la surface parabolique [TIB03]. La précision de la surface est ensuite améliorée en changeant la position de nœuds à l'aide d'algorithmes d'optimisation ou d'approches itératives. En outre, cette surface est souvent approximée par une portion de sphère lorsque le réflecteur est peu profond. Cette approche de nature géométrique ne garantit cependant pas l'uniformité de la tension dans le réseau. Nous avons donc souhaité développer une méthode de recherche de forme qui permet, à partir d'un « maillage » de réseau, d'obtenir une tension uniforme dans les câbles et le positionnement exact des nœuds de connexion sur une surface définie par une expression mathématique.

## 4.1 La recherche de forme d'un réseau « géotensoïd »

### 4.1.1 La surface parabolique d'un réflecteur

Un réflecteur est caractérisé par trois paramètres principaux : le diamètre  $D_a$  de son ouverture, sa longueur focale  $F$  et sa distance offset  $X_o$  (décalage). Plus le diamètre  $D_a$  est grand, plus le gain est plus élevé. Cela signifie, dans le cas des satellites de télécommunication, qu'une plus grande quantité d'informations peut être reçue ou émise et, pour les satellites de détection, une plus grande résolution au sol. La longueur focale  $F$  correspond à la distance entre le centre du paraboloïde et le point focal (où converge l'ensemble des rayons). Toutefois, on utilise aussi couramment le rapport  $F/D_p$  où  $D_p$  est le diamètre du paraboloïde « parent ». Ce diamètre correspond au diamètre d'ouverture pour un réflecteur prime focus ( $D_p = D_a$ ) ou au diamètre d'ouverture additionné de deux fois la distance offset ( $D_p = 2X_o + D_a$ ) pour un réflecteur offset (fig. 4-1).

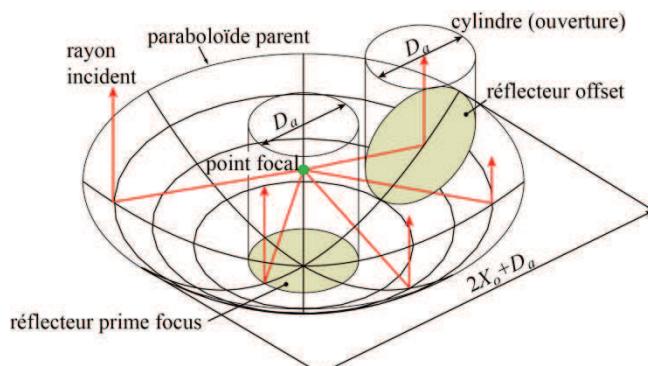


Figure 4-1 : réflecteur prime focus ou offset

Un rapport  $F/D_p$  élevé implique un long bras d'éloignement (donc de masse importante) ; il doit alors être limité en conséquence (fig. 4-2).

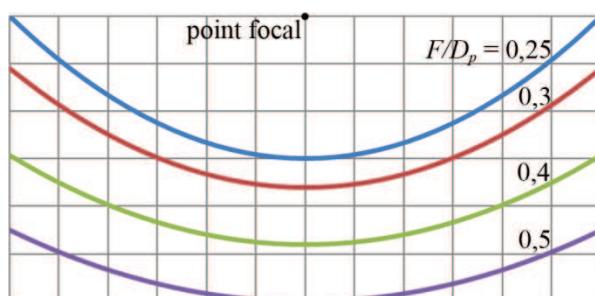


Figure 4-2 : paraboles pour différents  $F/D_p$

Le réflecteur d'une antenne prime focus est circulaire car il correspond à la partie centrale du paraboloïde parent de révolution. L'équation décrivant cette surface parabolique axisymétrique s'écrit, dans un repère cartésien global  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  où  $\vec{Z}$  est l'axe de révolution (fig. 4-3) :

$$Z = (X^2 + Y^2) / (4F) \quad (4.1)$$

La hauteur  $H_{rp}$  d'un réflecteur de diamètre  $D_a$  est :

$$H_{rp} = D_a^2 / (16F) \quad (4.2)$$

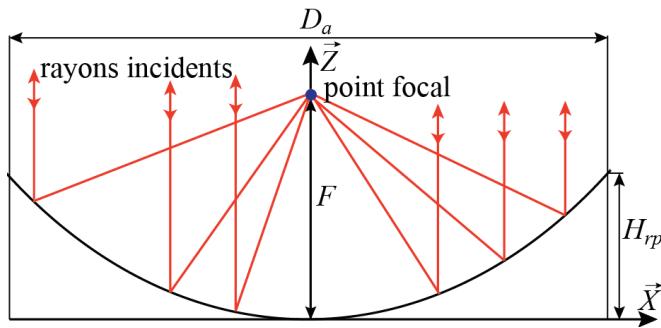


Figure 4-3 : réflecteur parabolique prime focus

Dans une configuration prime focus, la source et son support arrêtent cependant une partie des rayons incidents au centre du réflecteur, entraînant une dégradation de ses performances. Ce montage est donc uniquement utilisé lorsque la source ne bloque qu'une faible partie des rayons. Généralement, on préfère employer des antennes offset dont le réflecteur est une portion du paraboloïde décalée par rapport à son axe de révolution (fig. 4-4). La distance offset  $X_o$  doit être suffisante pour éliminer l'obstruction des rayons par la source. Toutefois, une distance offset élevée se traduit par un facteur d'ellipticité important du contour de la surface réfléchissante (trait fort en bleu sur la figure 4-4).

La surface d'un réflecteur offset est définie par l'intersection du paraboloïde de révolution parent avec un cylindre dont l'axe est parallèle et à une distance  $X_o$  de l'axe de révolution.

Le contour de la surface est une ellipse de petit diamètre  $D_a$  (suivant  $\vec{Y}$ ) et de grand diamètre  $D_a/\cos\phi$  (suivant  $\vec{X}$ ).

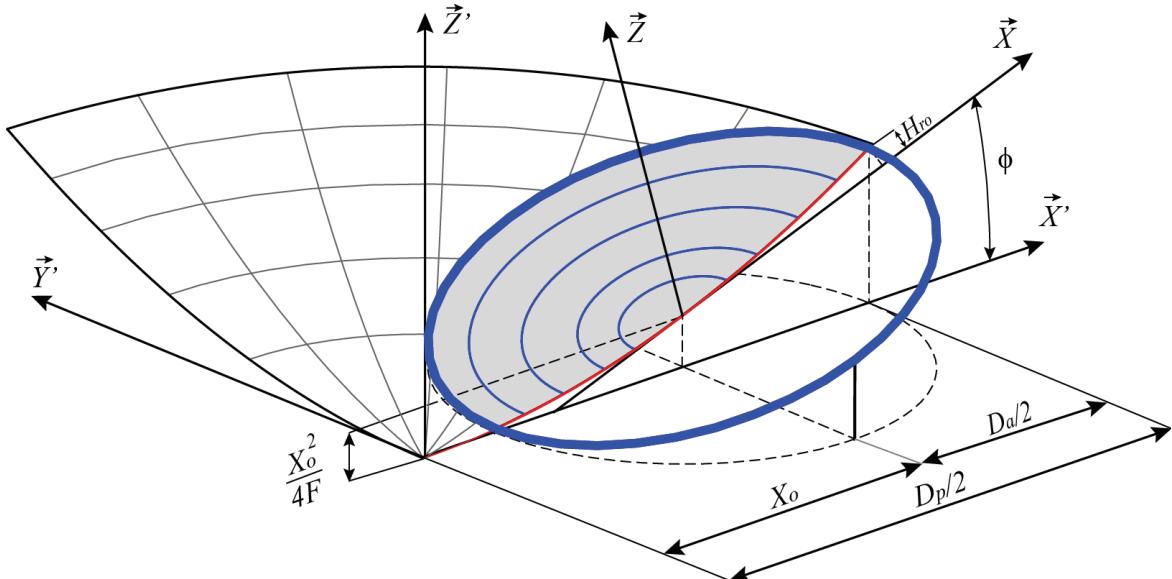


Figure 4-4 : perspective axonométrique de la surface parabolique offset

L'axe  $\vec{X}$  est dans ce cas parallèle au plan de l'ellipse et fait un angle  $\phi = \arctan(X_o/2F)$  avec l'axe  $\vec{X}'$  dans le plan de symétrie  $(\vec{X}, \vec{Z})$ . L'origine du repère local  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  est située au point de coordonnées  $(X_o, X_o^2/4F, 0)$  dans le repère  $(\vec{X}', \vec{Y}', \vec{Z}')$ . L'équation de la surface parabolique offset s'écrit dans le repère  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  :

$$Z = \frac{2F \cos \phi + \sin \phi (X_o + \cos \phi X) - \sqrt{4F \sin \phi X - \sin^2 \phi Y^2 + (2F \sin \phi + \cos \phi X_o)^2}}{\sin^2 \phi} \quad (4.3)$$

La hauteur  $H_{ro}$  du réflecteur offset est :

$$H_{ro} = H_{rp} \cos \phi \quad (4.4)$$

Les surfaces ainsi définies sont formées par un réseau de câbles tendus dont la recherche de forme est abordée par la suite.

#### 4.1.2 La méthode des densités de force

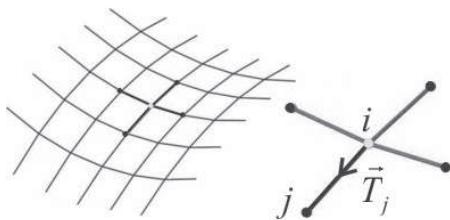
En 1972, Linkwitz et Schek [LIN71] ont développé la méthode des « densités de force » pour concevoir le réseau de câbles formant le toit du stade olympique de Munich (fig. 4-5). Auparavant, le calcul de la géométrie (positionnement des nœuds) et la distribution des tensions étaient basés sur des modèles physiques, ensuite mesurés par photogrammétrie puis extrapolés à l'échelle un. Les résultats peu fructueux de cette technique les ont conduits à proposer une nouvelle approche numérique.



**Figure 4-5 : toit du stade olympique de Munich**

Le principe de la méthode des densités de force est de linéariser les équations d'équilibre de chaque nœud du réseau de câbles. En isolant un nœud  $i$ , connecté à  $c_i$  câbles de longueur  $\ell_j$  avec une tension  $T_j$  et sans force extérieure (fig. 4-6), on peut écrire son équilibre dans le repère  $(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$  sous la forme des trois équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{j=1}^{c_i} T_j (X_j - X_i) / \ell_j = 0 \\ \sum_{j=1}^{c_i} T_j (Y_j - Y_i) / \ell_j = 0 \\ \sum_{j=1}^{c_i} T_j (Z_j - Z_i) / \ell_j = 0 \end{array} \right. \quad (4.5)$$



**Figure 4-6 : équilibre d'un nœud**

Ces relations sont toutefois non linéaires car la longueur, intervenant au dénominateur, dépend des coordonnées du nœud  $i$ . On peut cependant les linéariser en introduisant, pour chaque élément de câble  $j$ , un coefficient de « densité de force »  $q_j$  égal au rapport entre sa tension et sa longueur :

$$q_j = T_j / \ell_j \quad (4.6)$$

Les équations deviennent alors :

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{c_i} q_j (X_j - X_i) = 0 \\ \sum_{j=1}^{c_i} q_j (Y_j - Y_i) = 0 \\ \sum_{j=1}^{c_i} q_j (Z_j - Z_i) = 0 \end{cases}, \text{ d'où} \quad \begin{cases} X_i = (\sum_{j=1}^{c_i} q_j X_j) / (\sum_{j=1}^{c_i} q_j) \\ Y_i = (\sum_{j=1}^{c_i} q_j Y_j) / (\sum_{j=1}^{c_i} q_j) \\ Z_i = (\sum_{j=1}^{c_i} q_j Z_j) / (\sum_{j=1}^{c_i} q_j) \end{cases} \quad (4.7)$$

La position du nœud  $i$  assurant l'équilibre est ainsi déterminée. En écrivant l'équilibre de chaque nœud, on obtient un système d'équations permettant de calculer la position de l'ensemble des nœuds. Il peut être résolu de manière itérative (nœud après nœud) ou par inversion matricielle. Les tensions dans les éléments de câble sont ensuite évaluées avec  $T_j = q_j \ell_j$ . La forme d'équilibre ainsi obtenue est directement fonction des coefficients  $q_j$  choisis.

La méthode des densités de force est aujourd'hui implémentée dans de nombreux logiciels de recherche de forme, principalement utilisés en architecture textile. Le concepteur génère un maillage initial puis précise les conditions d'ancre et les valeurs des coefficients  $q_j$  avant de procéder au calcul (fig. 4-7).

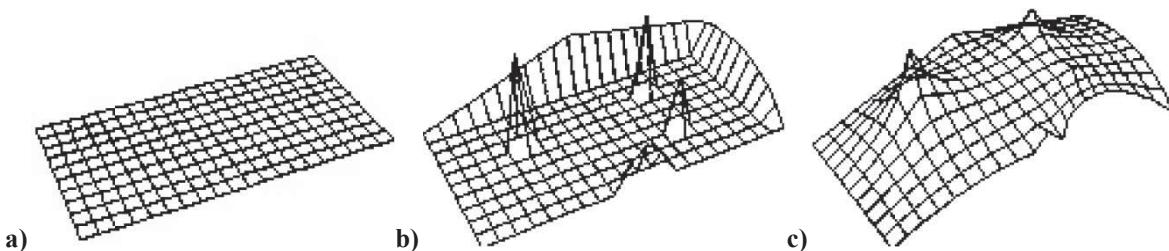


Figure 4-7 : a) maillage plan b) conditions d'ancre c) forme calculée

Schek [SCH74] a également montré qu'un réseau déterminé avec des coefficients de densité de force tous égaux minimise la somme des longueurs au carré  $\sum \ell_j^2$ .

En effet,  $\sum \ell_j^2$  est minimale si en tout nœud du maillage :

$$\frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial X_i} = \frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial Y_i} = \frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial Z_i} = 0 \quad (4.8)$$

Suivant la direction  $\vec{X}$ , cela donne :

$$\frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial X_i} = 2 \sum_{j=1}^{c_i} (X_i - X_j) \quad (4.9)$$

Si tous les coefficients de densités sont identiques, l'équation (4.7) devient :

$$c_i X_i = \sum_{j=1}^{c_i} X_j \quad , \text{d'où} \quad c_i X_i - \sum_{j=1}^{c_i} X_j = \frac{1}{2} \frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial X_i} = 0 \quad (4.10)$$

Une démarche équivalente suivant les directions  $\vec{Y}$  et  $\vec{Z}$  mène à  $\frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial Y_i} = \frac{\partial \sum \ell_j^2}{\partial Z_i} = 0$ .

On retrouve ainsi la remarque formulée par Schek. Nous insistons sur ce point car une erreur courante est de penser que des coefficients identiques minimisent la somme des longueurs  $\sum \ell_j$ .

Or  $\sum \ell$  est minimale si en tout nœud du maillage :

$$\frac{\partial \sum \ell_j}{\partial X_i} = \frac{\partial \sum \ell_j}{\partial Y_i} = \frac{\partial \sum \ell_j}{\partial Z_i} = 0 \quad (4.11)$$

Cela se traduit suivant  $\vec{X}$  par :

$$\frac{\partial \sum \ell_j}{\partial X_i} = \sum_{j=1}^{c_i} \frac{(X_i - X_j)}{\ell_j} \quad (4.12)$$

En combinant cette équation avec la relation (4.6), elle devient :

$$\frac{\partial \sum \ell_j}{\partial X_i} = \sum_{j=1}^{c_i} \frac{q_j (X_i - X_j)}{T_j} \quad (4.13)$$

Si le réseau de câbles est en tension uniforme  $T_u$  alors on peut écrire :

$$\frac{\partial \sum \ell}{\partial X_i} = \frac{1}{T_u} \sum_{j=1}^{c_i} q_j (X_i - X_j) = 0 \quad (4.14)$$

On retrouve donc la propriété suivante : lorsque les câbles du réseau sont uniformément tendus, la somme de leurs longueurs est minimale. Ils suivent ainsi les lignes géodésiques de la surface qu'ils décrivent.

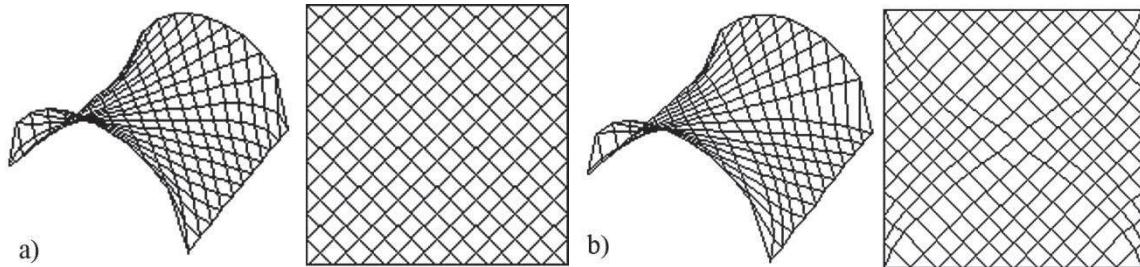
La méthode des densités de force a été ultérieurement adaptée afin de déterminer des réseaux de longueur minimale et de tension uniforme [MAU97][CAR09]. Le principe consiste à modifier les coefficients de densités de force de façon itérative jusqu'à obtenir une tension

uniforme  $T_u$  visée. Si à l'étape  $p$  la tension dans le câble  $j$  est  $T_j^p \neq T_u$ , alors un nouveau coefficient  $q_j^{p+1}$  est utilisé à l'étape  $p+1$  en le calculant par la relation :

$$q_j^{p+1} = q_j^p T_u / T_j^p \quad (4.15)$$

Si les conditions aux limites permettent de former un réseau uniformément tendu, cette méthode converge généralement. Cependant, les conditions de convergence ne peuvent pas être explicitement écrites car elles dépendent de nombreux facteurs tels que la topologie du réseau ou ses conditions aux limites.

La figure 4-8 présente une forme dite en « selle de cheval » calculée avec des coefficients de densités de force égaux (a) puis avec des coefficients permettant d'obtenir une tension uniforme dans le réseau de câbles (b). On peut observer des différences de géométrie notables entre les deux, notamment au niveau de la régularité des éléments.



**Figure 4-8 : forme de selle a) coefficients de densités de force identiques ; b) tension uniforme**

Cette méthode itérative permet toutefois d'obtenir uniquement des surfaces « anticlastiques » (à double courbure négative). Des forces supplémentaires doivent être appliquées à chaque nœud pour obtenir des surfaces « synclastiques » (double courbure positive) équilibrées.

### 4.1.3 La nouvelle méthode de recherche de forme

Nous proposons ainsi d'introduire dans la méthode précédente les forces des tendeurs, reliant les réseaux de câbles avant et arrière de l'antenne (fig. 4-9). Leurs valeurs seront calculées de manière à équilibrer les nœuds et à assurer leur positionnement sur la surface parabolique.

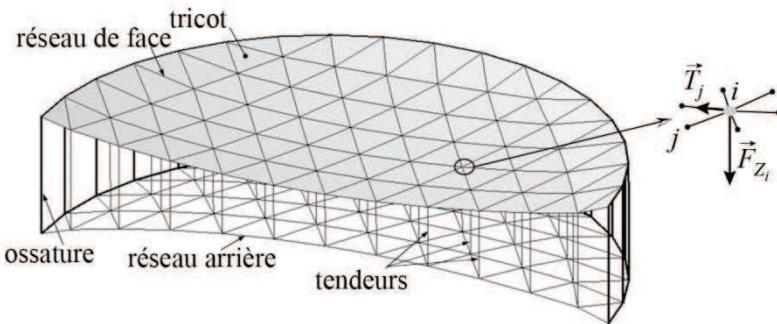


Figure 4-9 : réseaux de câbles et tendeurs mettant en forme le tricot réflecteur

L'approche est la suivante : à partir d'un réseau initial et d'un jeu de coefficients de densités (de même valeur à la première étape), la position d'un nœud  $i$  suivant les directions  $\vec{X}$  et  $\vec{Y}$  est déterminée par les relations (4.7). Sa position selon  $\vec{Z}$  est ensuite calculée avec ces deux coordonnées et l'équation (4.1) pour une surface prime focus ou (4.3) dans le cas offset. La force dans le tendeur nécessaire pour équilibrer le nœud suivant la direction  $\vec{Z}$  est alors :

$$F_{Z_i} = \sum_{j=1}^{c_i} q_j (Z_j - Z_i) \quad (4.16)$$

Les tensions dans les câbles sont ensuite calculées et la condition de tension uniforme est testée. Ce processus est repris en modifiant itérativement les coefficients de densité de force jusqu'à obtenir la même tension  $T_u$  dans tous les câbles connectés au nœud  $i$ . Cette méthode est successivement appliquée à tous les nœuds du réseau jusqu'à ce que la tension soit uniforme dans tous les câbles, que les nœuds soient en équilibre et que leur position ne varie plus. Si ce processus converge, on obtient alors un réseau de câbles uniformément tendus dont tous les nœuds se situent sur la surface parabolique. Cette méthode est présentée sous la forme d'un algorithme sur la figure 4-10.

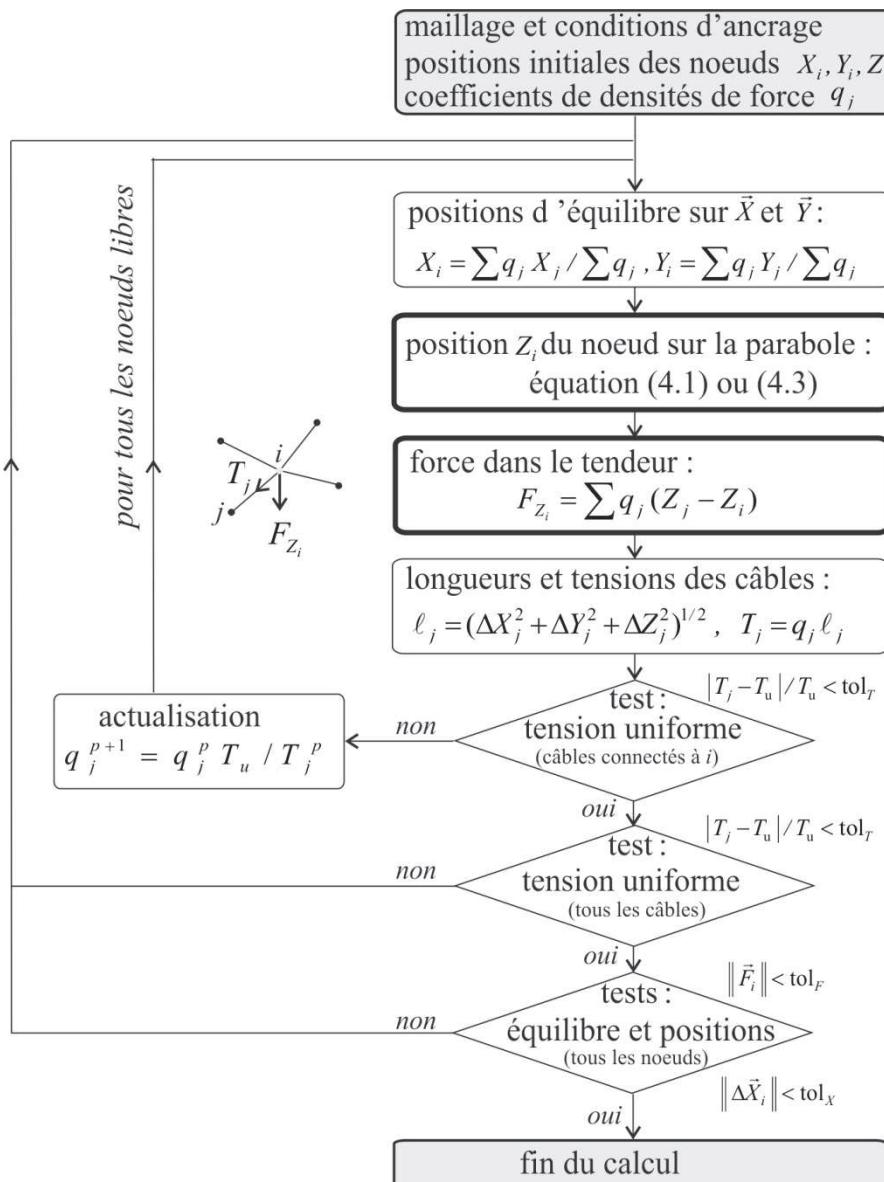


Figure 4-10 : algorithme de génération d'un réseau géotensoïd

Les critères utilisés pour la convergence sont les suivants. Pour considérer la tension comme étant uniforme, la différence par rapport à la tension visée  $T_u$  doit être inférieure à une tolérance  $tol_T$  (fixée à 0,1% dans les applications présentées par la suite). De plus, un nœud est considéré en équilibre si la norme de la résultante des forces  $\|\vec{F}_i\|$  qui lui sont appliquées est inférieure à la tolérance  $tol_F$  ( $10^{-5}$  N dans les applications) et en position stable si sa variation de coordonnées  $\|\Delta \vec{X}_i\|$  entre deux itérations consécutives est inférieure à la tolérance  $tol_X$  (fixée à  $10^{-6}$  m).

Comparée à la méthode proposée dans [ERI06], cette approche garantit une tension uniforme et un positionnement exact des nœuds sur la surface parabolique (ce qui signifie une véritable configuration géotensoïd). En effet, dans [ERI06], un réseau initial plan avec des coefficients de densités identiques est d'abord projeté verticalement sur la surface. On remarquera que ces deux configurations ne sont ni de tension uniforme ni de longueur minimale. Les forces dans les tendeurs sont ensuite calculées pour assurer l'équilibre vertical de chaque nœud en supposant une tension constante dans les câbles. Ces actions sont alors homogénéisées en les arrondissant à des valeurs entières (multiples de 1 N pour réduire la gamme des valeurs, fig. 4-11). Le réseau correspondant à cette distribution est à nouveau calculé en conservant les nœuds sur la surface parabolique. Néanmoins, dans l'application présentée par cet auteur pour une antenne offset de 12,25 m, les tensions dans les câbles varient de 41 à 120 N, ce qui signifie que ce réseau n'est pas géotensoïd.

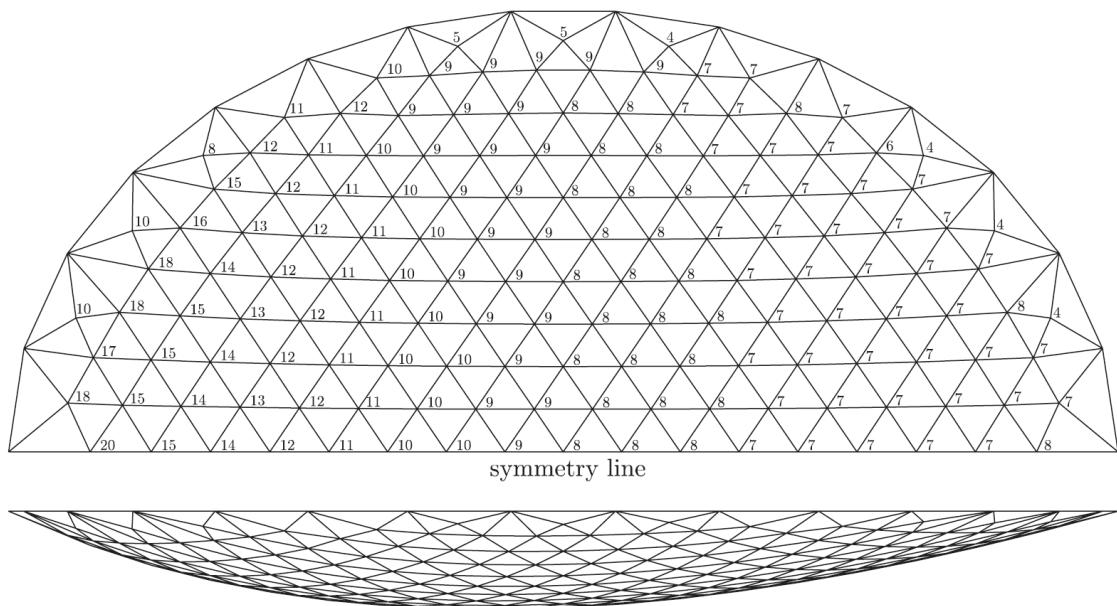


Figure 4-11 : réseau projeté pour une distribution des efforts homogénéisés dans les tendeurs [ERI06]

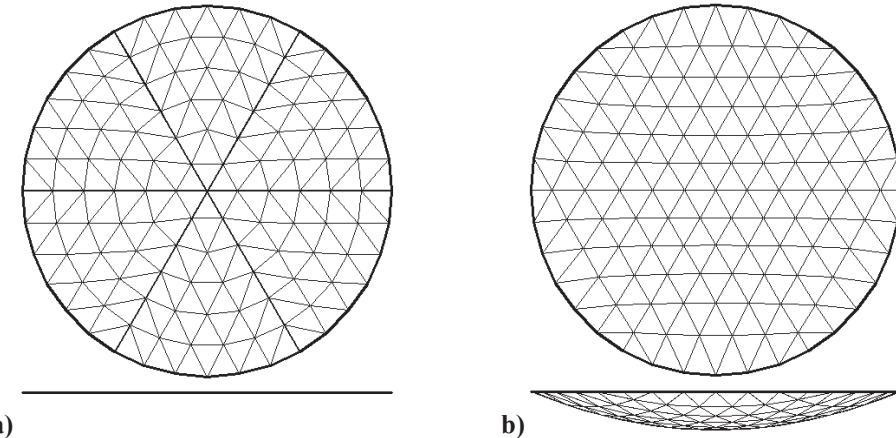
## 4.2 L'application aux réseaux de câbles

### 4.2.1 Les configurations prime focus

La méthode proposée a été appliquée sur plusieurs types de réseaux de câbles. Les maillages sont initialement plans et localisés à l'intérieur d'un cercle (centre  $X = Y = 0$ , diamètre  $D_a$ ) représentant l'ossature circonférentielle du réflecteur sur laquelle ils sont fixés.

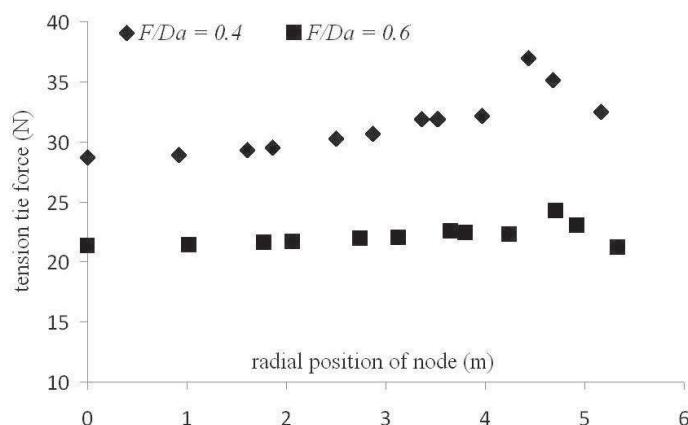
La figure 4-12a montre un maillage « diamatic » : le disque est décomposé en six secteurs

dont chaque côté est divisé en six éléments. Ce type de maillage est l'un des plus fréquemment utilisés en pratique. Le réseau résultant et de tension uniforme formant un paraboloïde de révolution est présenté sur la figure 4-12b.



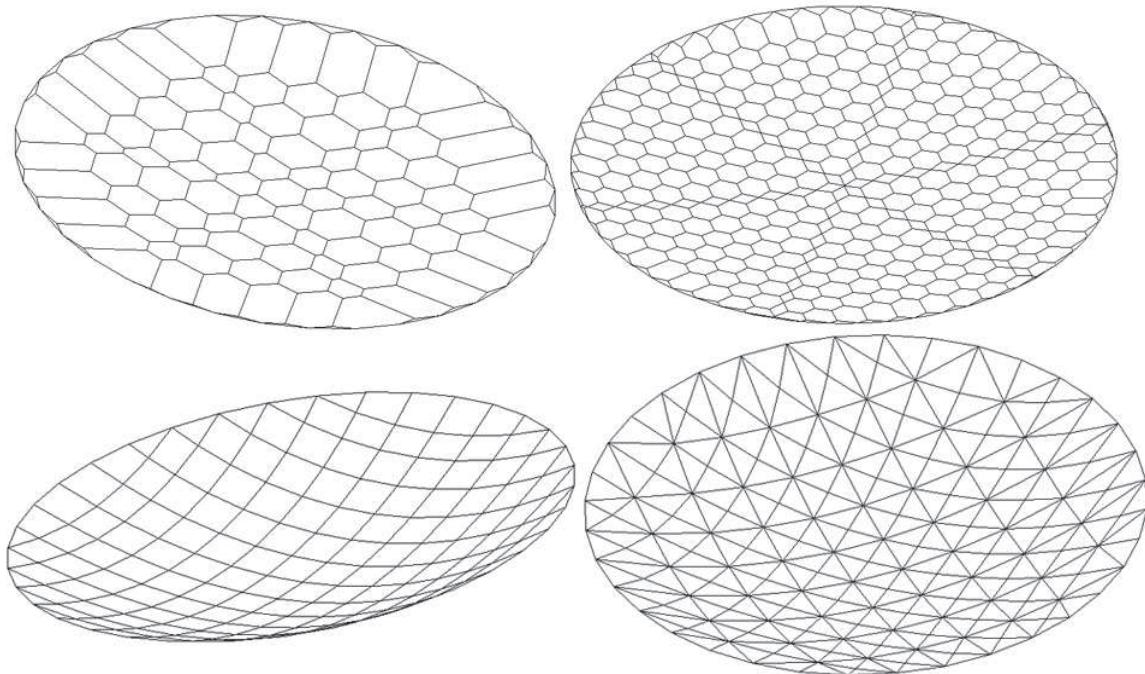
**Figure 4-12 : réseau diamatique sur paraboloïde axisymétrique : a) maillage initial ; b) après calcul**

La figure 4-13 montre la répartition des forces dans les tendeurs pour une tension de 100 N dans les câbles et un diamètre  $D_a$  de 12 m. Dans les cas où  $F / D_a$  est respectivement égal à 0,4 et 0,6, la moyenne des forces dans les tendeurs est de 32,17 N et 22,36 N (avec un écart type de 2,60 N et 0,89 N).



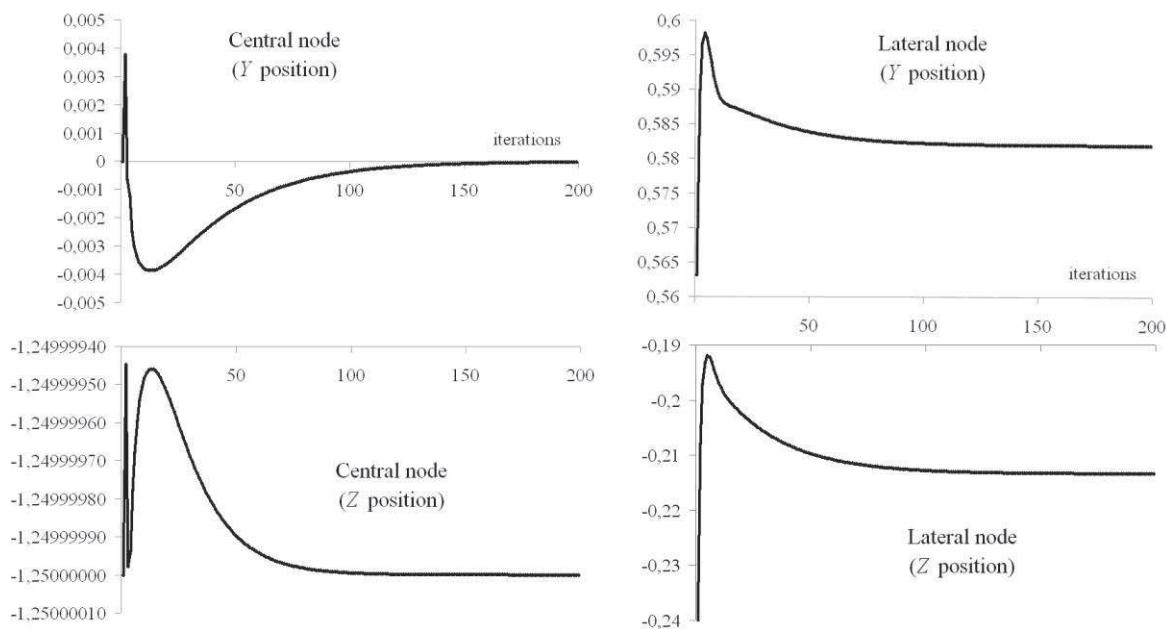
**Figure 4-13 : distribution des forces dans les tendeurs pour un cas axisymétrique**

Cette méthode de recherche de forme a été testée avec d'autres maillages, dont ceux présentés sur la figure 4-14. Le calcul converge dans la majorité des cas ; cependant les formes obtenues dépendent beaucoup du maillage choisi. Dans certains cas, on observe une forte dispersion de la taille des facettes qui n'est pas appropriée à la réalisation des réflecteurs, ceux-ci demandant des facettes sensiblement identiques.



**Figure 4-14 : différents maillages calculés**

Les conditions de convergence de l'algorithme étant difficiles à écrire analytiquement, nous présentons sur la figure 4-15 des courbes montrant la variation de position de deux nœuds au cours des itérations : l'un est situé au centre du paraboloïde de révolution ( $D_a = 12$  m,  $F/D_a = 0,6$ ) et l'autre localisé près de l'ossature circonférentielle. Dans ce cas, le calcul converge vers des positions d'équilibre stables après 200 itérations.

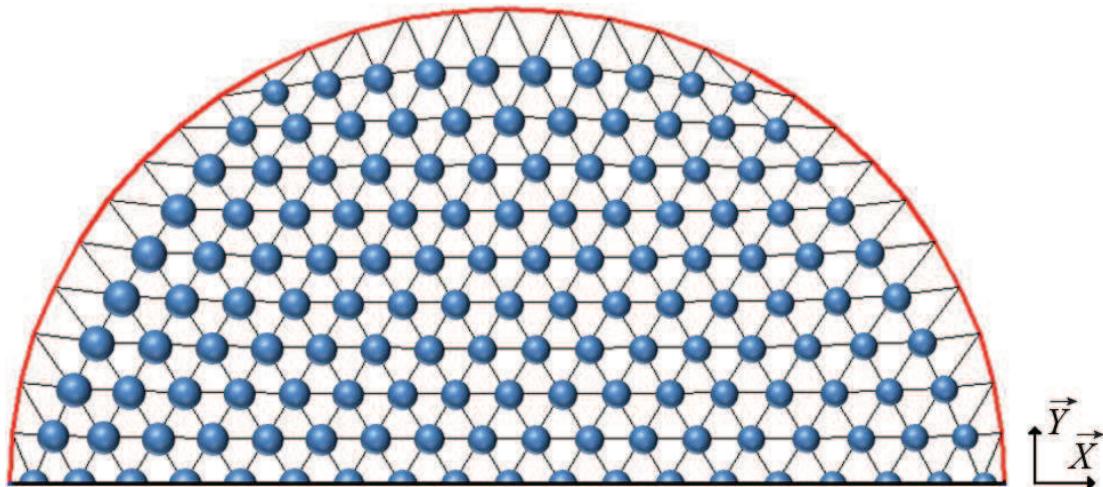


**Figure 4-15 : positions de deux nœuds au cours des itérations (valeurs des coordonnées Y et Z en m)**

### 4.2.2 Les configurations offset

La méthode a ensuite été utilisée pour un réflecteur offset. Les applications présentées dans ce chapitre concernent le cas où  $D_a = 12$  m,  $F/D_p = 0,45$  et  $X_o = 8,3$  m (valeurs proches de celles d'un réflecteur comme l'AstroMesh [AST04]). Un maillage diamatique de six secteurs à dix divisions est également utilisé, avec les nœuds en périphérie localisés sur une ellipse (de centre  $X = H_{rp} \sin\phi$  et  $Y = 0$ ) parallèle et distante de  $H_{ro}$  du plan  $(\vec{X}, \vec{Y})$ .

La figure 4-16 présente le réseau obtenu par recherche de forme ainsi que la distribution des forces dans les tendeurs. Pour une tension uniforme de 100 N dans le réseau, la force moyenne dans ceux-ci est de 7,14 N (pour un écart type de 0,53 N).



**Figure 4-16 : distribution des forces dans les tendeurs dans la configuration offset pour une ossature elliptique (diamètre des sphères proportionnel aux forces)**

Néanmoins, pour des raisons structurales de répétition et de symétrie, des ossatures circulaires sont généralement choisies pour réaliser les réflecteurs. Les nœuds accrochés à cette structure sont alors sur un cylindre dont l'axe passe par le centre de l'ellipse suivant la direction  $\vec{Z}$  et dont le diamètre est égal au plus grand diamètre de l'ellipse. Les nœuds situés à l'intersection du cylindre et du paraboloïde ne sont cependant plus contenus dans un plan. Dans le cas étudié ici, leurs positions suivant la direction  $\vec{Z}$  varient dans une plage de 7 cm. Comme l'ossature des réflecteurs a généralement une hauteur constante, les nœuds fixés à celle-ci doivent donc être repositionnés dans le plan de l'ellipse ( $Z = H_{ro}$ ). Le processus de recherche de forme conduit alors à des efforts « négatifs » (c'est-à-dire de compression) dans plusieurs tendeurs situés près du contour circulaire. Ces tendeurs doivent en effet équilibrer les efforts suivant  $\vec{Z}$  que les câbles connectés à l'ossature ne reprennent plus car ils sont quasiment en

position horizontale (au lieu de suivre la courbure de la surface parabolique). Toutefois, en augmentant suffisamment le rapport  $F / D_p$  (donc en diminuant la concavité de la surface), ces forces négatives n'apparaissent plus. Ceci ne constitue cependant pas une solution toujours acceptable, le rapport  $F / D_p$  étant fixé par le cahier des charges et défini en fonction de l'application à laquelle est destiné le réflecteur.

Les tendeurs ne pouvant pas être comprimés (à moins d'être remplacés par des barres), nous avons donc modifié la méthode de telle sorte que si la force dans un tendeur devient négative, alors celui-ci est retiré et la position du nœud est recalculée pour respecter un nouvel équilibre. Cependant, ces nœuds ne se trouvent alors plus sur la parabole, ce qui augmente l'erreur de surface.

Les résultats obtenus avec cette procédure sont présentés sur la figure 4-17. Les forces dans les tendeurs sont inférieures à 8,30 N, avec une valeur moyenne de 5,80 N (pour un écart type de 2,70 N). Une analyse comparative entre l'ossature elliptique et ce cas circulaire montre que la première solution permet d'avoir une surface plus précise (tous les nœuds étant sur la parabole) et une plus faible dispersion des efforts dans les tendeurs.

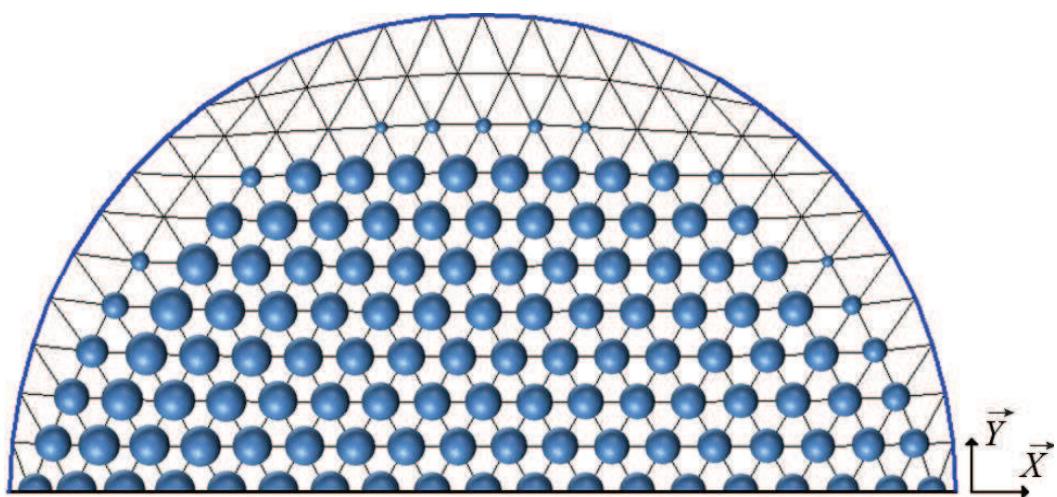


Figure 4-17 : forces dans les tendeurs dans la configuration offset pour une ossature circulaire

Une autre approche consisterait à choisir une structure circulaire de diamètre supérieur au grand diamètre de l'ellipse. La surface réfléchissante efficace diminue toutefois encore plus relativement à la surface totale du réflecteur tandis que la masse de l'ossature est plus élevée. Cette stratégie est à éviter car elle s'éloigne de l'optimum.

La qualité de la surface obtenue étant un paramètre important, il est à présent nécessaire de vérifier si les réseaux calculés par cette nouvelle méthode de recherche de forme ont une erreur de surface acceptable.

### 4.3 L'erreur de facettisation

La surface parabolique idéale est en effet purement théorique, étant donné qu'elle est réalisée par un tricot facetté tendu sur un réseau de câbles. Cette surface « discrétisée » ne correspond donc plus exactement à celle « continue ». Les réflecteurs requièrent une erreur de forme très faible au niveau de leur surface réfléchissante dont la valeur est limitée relativement à la plus courte longueur d'onde à transmettre. La facettisation de la surface est généralement la deuxième source principale d'erreur après celle de fabrication, les autres étant dues aux distorsions thermiques, l'effet de coussin « *mesh saddling* » et la répétabilité de déploiement. L'erreur de facettisation est souvent limitée à un tiers de l'erreur totale. Par exemple, sur le réflecteur AstroMesh de 12 m, l'erreur rms (« *root mean square* ») de facettisation est de 1,15 mm (fig. 4-18).

Surface Error Contribution (mm, RMS)	ACTUAL PERFORMANCE		Material Effects & Rank	Weighted Improvement Factor	PREDICTED PERFORMANCE	
	6-meter DM(mm, RMS)	12-meter Flight (mm, RMS)			Ku Point-design (mm, RMS)	Ka Point-design (mm, RMS)
Manufacturing	0.40	0.40	C, D, E, I, B, A	12x	0.13	0.13
Orbital thermal	0.25	0.60	A, B	8x	0.08	0.08
Repeatability, life & gravity effects	0.08	0.16	F, G, I	5x	0.04	0.04
Facet surface roughness	0.15	0.15	H, E	2x	0.075	0.075
W <sub>FACE</sub> T(systematic)	0.36	1.15	-	-	0.17	0.08
Pillowing (systematic)	0.05	0.14	-	-	0.021	0.01
TOTAL W <sub>RSS</sub>	0.62	1.38	-	-	0.245	0.192
PREDICTED $\Delta G_{MM}$ (dB)					-0.09	-0.21

Figure 4-18 : erreurs de surface de l'AstroMesh [THO02]

Différentes approches ont été proposées pour calculer cette erreur. Agrawal [AGR81] estime ainsi qu'un réflecteur peu profond ( $F/D_p > 0,5$ ) peut être approximé par une sphère de rayon  $2F$ . Dans ce cas, l'erreur rms due à une discréétisation de la surface par des facettes polygonales régulières planes est :

$$\delta_{rms} = \ell_f^2 / (F c_{Ag}^2) \quad (4.17)$$

où  $\ell_f$  est la longueur des côtés des facettes et  $c_{Ag}^2$  une constante respectivement égale à 7,872, 6,160 ou 4,046 pour des facettes triangulaires, carrées ou hexagonales. Cette formule est généralement utilisée pour déterminer la longueur maximale des câbles du réseau en fonction d'une erreur donnée. Par exemple, dans le cas d'une focale  $F$  de 12,87 m et d'une

erreur de facettisation de 1 mm, la longueur maximale des côtés des facettes triangulaires calculée avec la relation d’Agrawal est de 0,893 m.

Dans le réseau diamatic (six secteurs et dix divisions pour  $D_a = 12$  m) avec un contour elliptique que nous avons précédemment calculé (fig. 4-17), le plus long câble mesure 0,898 m alors que la longueur moyenne est de 0,685 m (ce qui correspond à une erreur de 0,59 mm avec la relation d’Agrawal).

A cause de cette différence importante, nous avons essayé d’estimer l’erreur de facettisation en prenant en compte l’irrégularité des facettes. Des techniques telles que la méthode « *half-path length* » [BAR63] sont disponibles pour calculer l’erreur de surface due aux imperfections en comparant des paires de nœuds (le premier étant sur le paraboloïde réel, le second sur le paraboloïde théorique). Les résultats dépendent cependant du nombre et du positionnement des points choisis. Comme l’objectif est ici seulement d’estimer l’erreur due à la facettisation, nous avons décidé de comparer uniquement la position  $Z'_{g_t}$  (suivant  $\vec{Z}'$ ) du centre de gravité de chaque facette  $t$  avec sa position théorique  $Z'_t$  sur le paraboloïde mais calculée avec les mêmes coordonnées  $(X'_{g_t}, Y'_{g_t})$ . L’erreur rms « axiale » de facettisation est dans ce cas [TIB02] :

$$\delta_{rms} = \left( \sum_{t=1}^{n_f} A_t (Z'_t - Z'_{g_t})^2 / \sum_{t=1}^{n_f} A_t \right)^{1/2} \quad (4.18)$$

où  $A_t$  est l’aire du triangle projeté sur le plan  $(\vec{X}', \vec{Y}')$  et  $n_f$  le nombre total de facettes.

Le paraboloïde approximant au mieux cette surface facettée peut alors être calculé en minimisant l’erreur de facettisation (fig. 4-19). Ce paraboloïde est appelé « *best-fit* » ; il est caractérisé par une variation de focale  $|F_{bf} - F|$  et une translation  $\Delta Z$  selon l’axe  $\vec{Z}'$  par rapport à la surface théorique continue. Il peut également présenter des rotations autour des axes  $\vec{X}'$  et  $\vec{Y}'$  ; elles sont cependant très faibles et considérées comme négligeables dans les applications présentées ici. L’équation de ce paraboloïde best fit est dans ce cas :

$$Z'_{bf} = (X'^2 + Y'^2) / (4F_{bf}) + \Delta Z \quad (4.19)$$

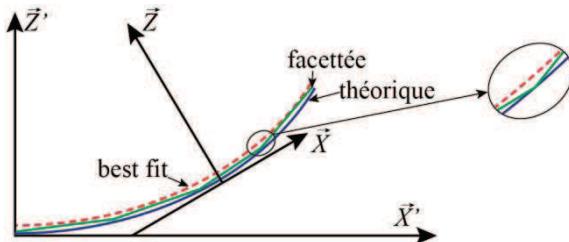


Figure 4-19 : paraboloïde best fit

Pour la configuration étudiée (réseau diamatic à contour elliptique), l'erreur axiale rms de facettisation obtenue par (4.18) est proche de 3 mm. L'erreur par rapport au paraboloïde best fit (où  $Z'_{bf}$  remplace  $Z'_t$  dans (4.18)) est de 0,33 mm. Cette différence entre les deux erreurs s'explique par le fait que le paraboloïde best fit se rapproche des centres de gravité des triangles, et non plus des nœuds du maillage (comme c'est le cas avec le paraboloïde théorique). La translation  $\Delta Z$  est presque égale à cette différence et peut être déterminée par la relation :

$$\Delta Z = \sum_{t=1}^{n_f} A_t (Z'_t - Z'_{g_t}) / \sum_{t=1}^{n_f} A_t \quad (4.20)$$

La distance focale  $F_{bf}$  et la translation  $\Delta Z$  du paraboloïde best fit minimisant l'erreur (4.18) peuvent être déterminées par un algorithme standard d'optimisation numérique, tel que les méthodes de Newton ou du gradient conjugué (nous avons utilisé dans cette étude le solveur du logiciel Excel).

Les erreurs calculées sur plusieurs réseaux diamatic pour différents réflecteurs offset avec  $D_a = 12$  m sont présentées dans le tableau 4-1 afin de comparer l'influence de la discrétisation (nombre de facettes) et du rapport  $F/D_p$ . On observe que l'erreur de facettisation croît lorsque le nombre de facettes diminue ou si la courbure augmente. Il est aussi intéressant de noter que la méthode de recherche de forme proposée permet d'obtenir une erreur de facettisation inférieure à 1 mm, même avec peu de facettes.

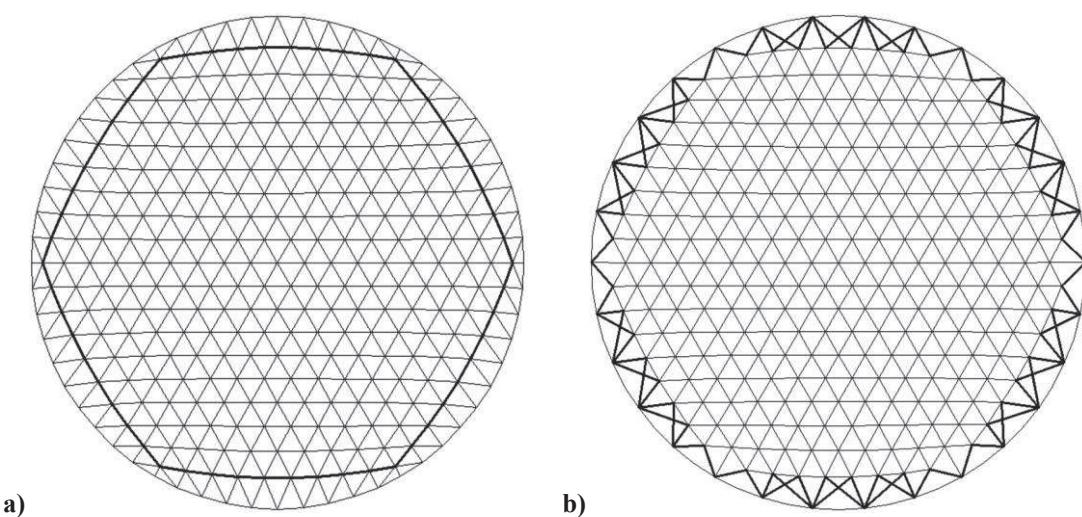
Nombre de divisions du réseau diamatic	5	6	8	10	10	10
Nombre de facettes triangulaires $n_f$	150	216	384	600	600	600
Ratio $F/D_p$	0,45	0,45	0,45	0,45	0,30	0,60
Erreur de facettisation $\delta_{rms}$ (mm)	12,19	8,50	4,80	3,08	5,04	2,24
Erreur avec $\Delta Z$ (mm)	1,05	0,79	0,49	0,34	0,88	0,21
Erreur avec $\Delta Z$ et $F_{bf}$ (mm)	0,99	0,75	0,48	0,33	0,82	0,21

Tableau 4-1 : erreurs de facettisation avec des réseaux diamatic pour  $D_a = 12$  m

## 4.4 L'accrochage du réseau de câbles sur l'ossature

L'ossature du réflecteur crée parfois des conditions aux limites qui ne sont pas forcément compatibles avec le réseau de câbles qu'il faudrait pour avoir une erreur de facettisation inférieure à celle exigée. Par exemple, dans le cas du réflecteur AstroMesh, la structure circonférentielle est réalisée avec un anneau à trente côtés. Le réseau est donc attaché en trente points sur cette ossature, alors qu'il en faudrait soixante pour fixer un maillage diamatic de six secteurs à dix divisions.

Pour adapter le réseau à l'ossature, nous suggérons ainsi une stratégie visant à conserver la position des nœuds (et la tension dans les câbles les reliant) tout en ne modifiant que les câbles connectés à l'ossature. Ainsi, dans le cas du même maillage diamatic formant une surface offset, la méthode suivante peut être suivie. On détermine d'abord le réseau de tension uniforme par recherche de forme puis on supprime tous les câbles connectés à l'ossature, ne conservant ainsi qu'une zone à six côtés composés de neuf câbles (contour en trait fort, fig. 4-20a). Ce réseau « hexagonal » est alors reconnecté à l'ossature par un nouvel ensemble de câbles. Chaque nœud des côtés de cet hexagone est attaché à l'ossature par deux câbles de façon à conserver une tension uniforme dans les autres câbles. La figure 4-20b présente ainsi un maillage similaire à celui de l'AstroMesh, même si d'autres configurations sont possibles tant qu'au moins deux câbles permettent d'assurer l'équilibre des nœuds. Les tensions dans ces deux éléments sont calculées pour équilibrer les forces dues aux autres câbles dans les directions  $\bar{X}$  et  $\bar{Y}$ . La valeur de la force dans le tendeur agissant sur le nœud est ensuite réévaluée pour l'équilibrer suivant  $\bar{Z}$ .



**Figure 4-20 : a) maillage diamatic de tension uniforme; b) maillage similaire à l'AstroMesh**

Cette méthode permet d'attacher un réseau de câbles sur une ossature donnée sans changer significativement la surface réfléchissante et sa précision. Dans l'application présentée, la surface en tension uniforme représente 77% de la surface totale du réseau. Les tensions dans les câbles connectés à l'ossature varient de 37 à 181 N pour une tension de 100 N dans les autres câbles.

Cette application n'est cependant pas la seule possible. Un réseau à contour elliptique peut par exemple être aussi adapté sur une ossature circulaire.

## 4.5 Conclusion

La méthode de recherche de forme proposée permet d'obtenir des réseaux de câbles uniformément tendus et formant une surface parabolique. Les calculs réalisés sur différentes surfaces et avec plusieurs maillages montrent son efficacité. Les erreurs de facetisation obtenues confirment que cette approche permet de déterminer des réseaux de câbles aptes à répondre aux exigences des applications spatiales.

Une stratégie de modification du réseau calculé permettant de l'adapter sur l'ossature est également proposée. Elle permet de conserver la tension uniforme dans presque tous les câbles ainsi que la précision de la surface.

Ces méthodes ont ici été appliquées au cas des réflecteurs, mais elles peuvent aussi être utilisées pour concevoir des surfaces synclastiques uniformément tendues concernant d'autres applications.

*Conclusion générale  
et  
perspectives*

## Conclusion générale et perspectives

Les grands réflecteurs déployables constituent une solution pour répondre aux besoins croissants en télécommunication et télédétection par satellite. L'étude prospective menée dans le cadre de cette thèse a permis de mieux cerner les enjeux liés à la conception de ces systèmes et d'y apporter certaines solutions innovantes.

Ce travail a commencé par une analyse critique sur des réflecteurs existants et l'identification des contraintes spécifiques à l'environnement spatial. Nous avons alors orienté les recherches, en collaboration avec le CNES, vers la conception d'un réflecteur parabolique déployable de dix mètres de diamètre. L'exploration des différents concepts a ainsi amené à proposer une architecture dont la surface réfléchissante est formée par un tricot et un réseau de câbles tendus sur une ossature circonférentielle.

Après avoir comparé différents mécanismes de pliage, nous avons choisi de retenir une ossature constituée de ciseaux et d'articulations flexibles. Ces liaisons sans jeu permettent en effet au système de se déployer grâce à l'énergie élastique emmagasinée lors du pliage. L'ossature est ainsi simple et offre un bon rapport entre sa masse et sa rigidité. Il apparaît par ailleurs, parmi les différents types d'articulations étudiés, que des lames en composite sont efficaces du point de vue de leur fonctionnement et de leur réalisation.

Le comportement de la structure lors de son déploiement a également pu être précisé grâce à des simulations et à la réalisation d'un démonstrateur expérimental associé à un dispositif de compensation gravitaire. Le réalisme et la faisabilité du concept d'architecture proposé ont ainsi pu être validés. Les essais de caractérisation effectués sur ce démonstrateur ont confirmé les résultats du modèle numérique. Par ailleurs, une étude paramétrique menée sur des ossatures de grandes dimensions a mis en évidence des pistes pour une future optimisation en identifiant les variables qui agissent sur le premier mode propre. Les simulations ont également révélé l'incidence conséquente du réseau de câbles sur sa fréquence. Les résultats obtenus montrent que l'architecture étudiée dans ce travail est potentiellement en mesure de répondre aux exigences fréquentielles.

Nous nous sommes ensuite intéressés à la réalisation de la surface réfléchissante. L'analyse des choix possibles a conduit à la discréteriser en facettes triangulaires mises en forme par deux réseaux de câbles symétriques liés par des tendeurs. Après avoir exploré les méthodes de recherche de forme disponibles, il a paru nécessaire de développer une nouvelle approche permettant d'obtenir un réseau de câbles uniformément tendu et formant une surface parabolique. La procédure ainsi proposée est itérative et basée sur la méthode des densités de forces. Les positions des nœuds sur la parabole théorique et les efforts dans les tendeurs sont déterminés à partir d'un maillage plan, des conditions d'ancrage et de l'équation de la surface. Testée sur différentes topologies de réseaux et pour des réflecteurs paraboliques de type prime focus ou offset, cette méthode permet, dans les cas où cela est possible, d'obtenir un réseau en tension uniforme dont l'erreur de facettisation s'avère faible (inférieure au millimètre dans les configurations calculées).

Il reste toutefois encore beaucoup d'aspects à explorer. Les premières investigations à mener, dans un court terme, concernent l'affinement des simulations numériques et des essais expérimentaux de caractérisation. L'acquisition de matériels plus performants ou plus adaptés aux mesures serait ainsi nécessaire. Cela porte notamment sur l'identification des modes propres, par exemple avec de nouveaux accéléromètres ou l'utilisation d'un marteau de choc. Des simulations de type FEM / Multi-body (par exemple sous SAMCEF Field) permettraient par ailleurs de compléter et approfondir les résultats.

Sur un autre registre, le pliage de l'ensemble « tricot et câbles » doit être étudié afin de s'assurer que les câbles ne s'emmêlent pas ou bloquent le déploiement. Différentes techniques de pliage pourront ainsi être analysées et comparées. La densité du maillage du réseau de câbles et son accrochage en un nombre limité de points sur l'ossature restent également à examiner, en lien avec l'erreur de facettisation et le maintien d'une tension uniforme.

Concernant l'utilisation d'articulations flexibles, la maîtrise de leur ouverture peut encore être améliorée, notamment par le développement d'un système d'amortissement ou de verrouillage. Quelques pistes ont déjà été esquissées à cet effet (blocage mécanique ou matériau à alliage à mémoire de forme). La fabrication des lames flexibles demande également à être précisée afin de les rendre compatibles avec les applications spatiales (fluage et autres aspects différés, dégazage sous vide des matériaux composites). La possible nécessité d'une synchronisation de l'ouverture des ciseaux de l'ossature est aussi un point à

analyser, principalement en lien avec le dépliage du tricot réflecteur.

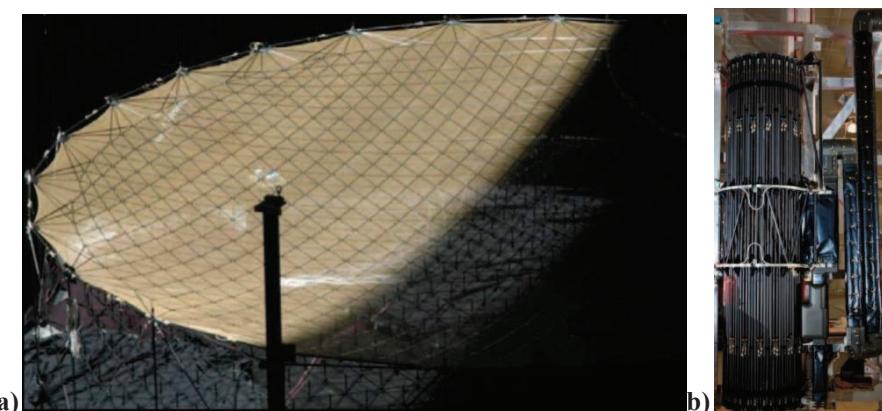
A moyen terme, il serait également intéressant de réaliser un démonstrateur plus élaboré, avec un véritable tricot réflecteur, et de pouvoir effectuer des essais en microgravité sur un autre prototype de petites dimensions (dans l'Airbus A300 ZERO-G du CNES). Cela nécessite toutefois la conception de bancs d'essai adaptés avec des protocoles expérimentaux très spécifiques. En effet, l'appareil décrit lors d'un vol une trentaine de paraboles durant lesquelles le temps d'apesanteur est d'environ 22 s, ensuite suivi par une forte ressource (fig. 5-1).



**Figure 5-1 : Airbus « Zéro G » du CNES**

A plus long terme, l'incidence d'un gradient thermique sur la structure constitue un autre aspect à évaluer, même si les matériaux composites utilisés ont un faible coefficient de dilatation. Cela pourra être réalisé dans un premier temps par des simulations et, si les moyens nécessaires sont disponibles, par des essais sous rayonnements (fig. 5-2a).

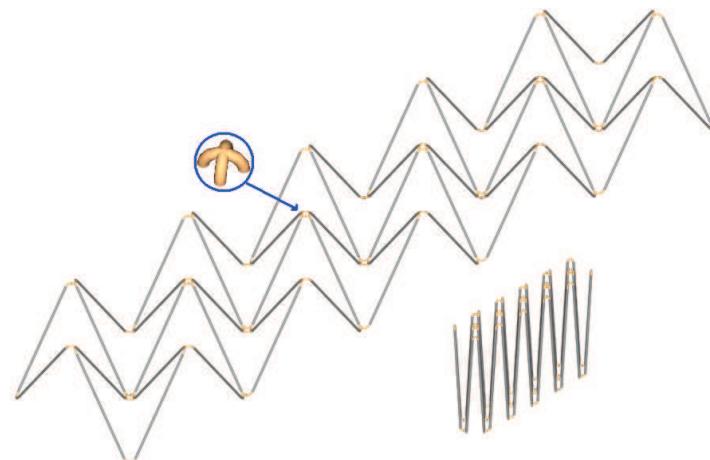
De plus, la conception et la réalisation du système de maintien en position pliée doivent également être développées afin de garantir l'intégrité de l'antenne lors du lancement du satellite (fig. 5-2b).



**Figure 5-2 : a) test sous rayonnement thermique (demi-exposition) et b) système de maintien**

Les résultats obtenus ont un potentiel certain ; ils n'aspirent toutefois qu'à sortir d'un cadre strictement exploratoire pour passer à une étape suivante d'optimisation et de maîtrise technologique pour pouvoir exprimer leur envergure en terme de valorisation. Il semble en effet manifeste que ces avancées, et celles à venir, ne pourront que susciter l'intérêt de grands groupes industriels français sensibles à ces enjeux et ces questions.

Ces résultats montrent par exemple la pertinence de l'utilisation d'articulations flexibles pour des structures déployables. D'autres applications, telles que sur des réflecteurs plans à simple ou double direction de déploiement (fig. 5-3), peuvent d'ores et déjà être anticipées à partir de l'expérience acquise sur ces architectures.



**Figure 5-3 : architecture formant des panneaux plans (articulations flexibles à quatre branches)**

On peut également imaginer des voiles solaires et ailes de désorbitation utilisant le même principe (fig. 5-4). Des simulations de leur déploiement seront possibles en adaptant le modèle numérique déjà mis en œuvre, en lien avec la réalisation de démonstrateurs expérimentaux.



**Figure 5-4 : a) voile solaire et b) aile de désorbitation**

# *Notations*

## Notations

$\  \cdot \ $	norme euclidienne
$\frac{\partial v}{\partial X}$	dérivée partielle de la variable $v$ par rapport à la variable $X$
$G$	accélération gravitationnelle
$M_a$	moment de flexion dans une articulation
$\alpha$	angle de pliage d'une articulation
$\ell_a$	longueur d'une articulation
$E_a$	module d'élasticité d'une articulation
$I_a$	moment quadratique d'une articulation (selon son axe « faible »)
$k_a$	raideur angulaire d'une articulation
$E_{ac}$	module d'élasticité apparent d'une articulation en câble
$I_{a \exp}$	moment d'inertie expérimental d'une articulation en câble
$E_{a th}$	module d'élasticité théorique d'une articulation en câble
$I_{a th}$	moment d'inertie théorique d'une articulation en câble
$k_R$	raideur angulaire théorique d'une articulation en câble
$D_r$	diamètre d'un ressort hélicoïdal
$n_s$	nombre de spires d'un ressort
$d_r$	diamètre du fil d'un ressort
$E_r$	module d'élasticité d'un ressort
$\nu_r$	coefficient de Poisson d'un ressort
$G_r$	module de cisaillement d'un ressort
$F_r$	force de compression dans un ressort

---

$M_r$	moment de flexion dans un ressort
$k_{Tr}$	raideur d'un ressort
$\sigma_{max}$	contrainte normale maximale dans une lame flexible
$e_a$	épaisseur d'une lame flexible
$\ell_{ra}$	largeur d'une lame flexible
$I_{Fa}$	moment d'inertie autour de l'axe vertical (Fort) d'une lame flexible
$I_{fa}$	moment d'inertie autour de l'axe horizontal (faible) d'une lame flexible
$\alpha_R$	angle d'ouverture d'un ciseau
$n$	nombre de côtés de l'ossature
$\theta_R$	angle de répétition angulaire
$\varphi$	angle entre deux côtés
$\gamma$	angle entre deux barres dans leur plan
$h$	hauteur d'un côté de la structure à trois ciseaux
$b$	largeur d'un côté de la structure à trois ciseaux
$\{\vec{F}\}$	vecteur des forces (avec $F_x, F_y, F_z$ les forces suivant $\vec{x}, \vec{y}$ et $\vec{z}$ )
$\{\vec{M}\}$	vecteur des moments (avec $M_x, M_y, M_z$ les moments suivant $\vec{x}, \vec{y}$ et $\vec{z}$ )
$H$	résultante horizontale des actions des câbles de cerclage
$T$	tension dans les câbles de cerclage
$\ell_c$	longueur d'un câble de cerclage
$\ell_t$	longueur d'un tube
$E_t$	module élastique d'un tube
$I_t$	moment d'inertie d'un tube
$[M]$	matrice de masse
$[C]$	matrice d'amortissement
$[K]$	matrice de raideur
$\{\ddot{u}\}$	vecteur accélération des nœuds

---

---

$\{\vec{u}\}$	vecteur vitesse des nœuds
$\{\vec{u}\}$	vecteur déplacement des nœuds
$R_{\text{ref}}$	tolérance sur les forces
$u_{\text{ref}}$	tolérance sur les déplacements
$F$	distance focale du réflecteur
$D_a$	diamètre d'ouverture du réflecteur
$H_{rp}$	hauteur d'un réflecteur prime focus
$X_o$	distance offset
$D_p$	diamètre du paraboloïde parent
$H_{ro}$	hauteur d'un réflecteur offset
$(\vec{X}, \vec{Y}, \vec{Z})$	système de coordonnées locales du réflecteur offset
$(\vec{X}', \vec{Y}', \vec{Z}')$	système de coordonnées du paraboloïde parent
$\phi$	angle entre $\vec{X}$ et $\vec{X}'$
$\ell_j$	longueur d'un câble $j$
$T_j$	tension dans un câble $j$
$q_j$	coefficient de densité de force d'un câble $j$
$c_i$	nombre de câbles connectés à un nœud $i$
$T_u$	tension uniforme dans le réseau de câbles
$F_{z_i}$	force verticale du tendeur connecté au nœud $i$
$\delta_{rms}$	erreur de facetisation rms
$A_t$	aire de la facette triangulaire $t$ projetée
$n_f$	nombre de facettes triangulaires
$\Delta Z$	translation axiale de la surface parabolique
$F_{bf}$	distance focale du paraboloïde best-fit

## *Annexes*

## Annexes

### A. Caractéristiques des antennes

#### A.1 Bandes de fréquences

Nom de la bande	Fréquences concernées	Applications
L	de 1 à 2 GHz	Systèmes de positionnement par satellite, radioastronomie à des fins de recherches spatiales et scientifiques (projet SETI, etc.)
S	de 2 à 4 GHz	Radars météorologiques et quelques satellites de communication (la NASA l'utilise pour communiquer avec sa navette spatiale et la station spatiale internationale)
C	de 4 à 8 GHz	Télécommunications et radiodiffusion par satellite
X	de 8 à 12 GHz	Satellites militaires ou sondes spatiales envoyées dans le système solaire (télécommunication et radar)
Ku	de 12 à 18 GHz	Radiodiffusion par satellite : services de télévision, de radio et données informatiques (bande la plus employée)
K	de 18 à 26,5 GHz	Radar, télécommunications et observations astronomiques
Ka	de 26,5 à 40 GHz	Internet par satellite et radar à haute résolution

#### A.2 Relation fréquence/précision

La précision de la surface d'un réflecteur est fonction de la plus courte longueur d'onde à transmettre. L'erreur est généralement fixée à un vingtième de cette longueur. Ainsi, plus les fréquences de transmissions sont hautes, plus la précision de surface doit être élevée.

Par exemple, un signal à 40 GHz a une longueur d'onde de 7,5 mm et la précision du réflecteur doit être supérieure à 0,38 mm.

## B. Caractérisation théorique d'une articulation en câble

Dans « Theory of wire rope », Costello [COS90] propose de modéliser un câble en considérant les fils et les torons comme des poutres courbes à sections constantes. Il néglige également les frottements entre les fils.

### B.1 Analyse d'un toron

On considère ainsi un câble dont chaque toron est constitué d'un fil central droit de rayon  $R_C$  ( $R_C = R_{CC}$  pour le toron central ou  $R_C = R_{OC}$  pour les autres, fig. B1) entouré par  $m = 6$  fils hélicoïdaux de rayon  $R_O$  ( $R_O = R_{CO}$  ou  $R_O = R_{OO}$ ) et de pas  $p$  ( $p_C$  ou  $p_O$ ). L'angle d'hélice  $\beta$  ( $\beta_C$  ou  $\beta_O$ ) d'un fil extérieur peut être calculé par  $\tan \beta = p / (2\pi(R_C + R_O))$ . Dans le cas où les fils extérieurs se touchent, le rayon d'hélice ( $r_C$  ou  $r_O$ ) est :

$$r = R_O(1 + \tan^2(\pi/2 - \pi/m)/\sin^2\beta)^{1/2} \quad (\text{B.1})$$

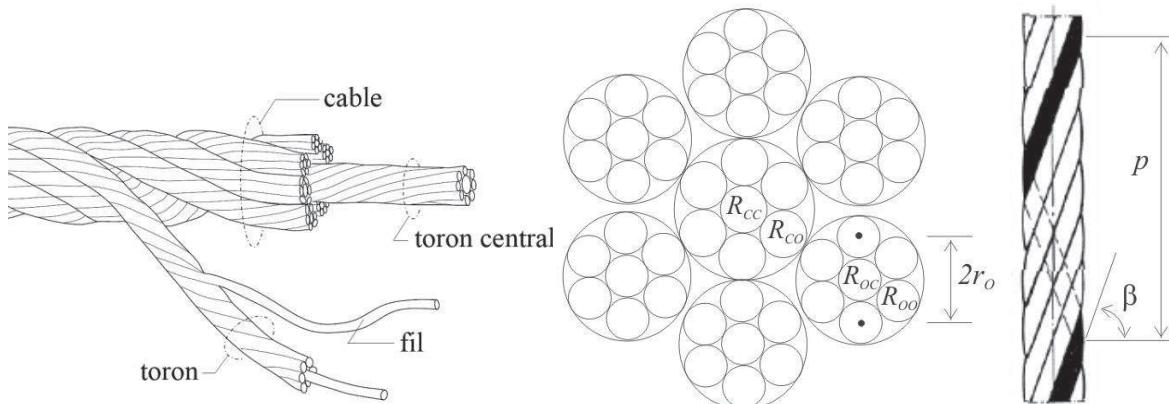


Figure B1 : câble de sept torons à sept fils

Les mesures effectuées sur les fils d'une éprouvette de câble (chapitre 2.1.2.3, fig. 2-10) donnent pour le toron central  $R_{CC} = R_{CO} = 0,185\text{ mm}$  avec  $p_C = 6,7\text{ mm}$  (par conséquent  $\beta_C = 71^\circ$  et  $r_C = 0,386\text{ mm}$ ) et pour les torons extérieurs  $R_{OC} = R_{OO} = 0,170\text{ mm}$  avec  $p_O = 6,7\text{ mm}$  (soit  $\beta_O = 71^\circ$  et  $r_O = 0,355\text{ mm}$ ).

Les fils d'un toron sont alors déformés sous l'action d'une force axiale. L'objectif est d'écrire l'équilibre d'un fil hélicoïdal pour obtenir la relation entre cette force et les déformations. Certaines hypothèses, généralement vérifiées pour un câble, sont toutefois nécessaires pour obtenir une formule exploitable. On suppose d'abord qu'un fil extérieur n'est pas soumis à un moment de flexion externe et que la tension du fil est constante sur sa longueur. La valeur de l'angle d'hélice  $\beta$  est alors assez grande et sa variation  $\Delta\beta$  due au chargement peut être considérée comme faible. On suppose aussi qu'un toron n'est pas autorisé à tourner et que son angle de torsion par unité de longueur est négligeable.

L'analyse de la ligne moyenne d'un fil extérieur mène à l'écriture de la déformation axiale du toron  $\varepsilon_C = \varepsilon_o + \Delta\beta / \tan \beta$ , où  $\varepsilon_C$  est la déformation axiale du fil central et  $\varepsilon_o$  celle d'un fil extérieur. En considérant que le glissement entre le fil central et les autres est négligeable, la variation de courbure peut être linéarisée. La force axiale totale dans le toron est ainsi égale à la somme de la tension axiale dans le fil central additionnée de celles dans les autres fils :

$$F = E_w (\pi R_C^2) \varepsilon_C + m(N_o \sin \beta + V_o \cos \beta) \quad (B.2)$$

où  $N_o$  et  $V_o$  sont la force normale et de cisaillement dans un fil extérieur (fonction de  $R_o$ ,  $\beta$ ,  $r$  et  $\varepsilon_C$ ) et  $E_w$  le module d'élasticité du fil.

La force axiale totale dans un toron peut être écrite selon  $F = \lambda E_w A \varepsilon_C$ , où  $A = \pi R_C^2 + m \pi R_o^2$  est l'aire « métallique totale » et  $\lambda$  une constante déterminée analytiquement. Elle permet de définir le module d'élasticité « apparent » du toron  $E_e = \lambda E_w$ . Pour l'éprouvette de câble étudiée, nous obtenons pour le toron central  $\lambda_c = 0,834$  ( $E_{ce} = 166,8 \text{ GPa}$ ) et pour un toron extérieur  $\lambda_o = 0,837$  ( $E_{oe} = 167,4 \text{ GPa}$ ).

Si l'on considère à présent un toron fléchi avec une courbure  $\rho$  (flexion pure sans frottement), sa raideur de flexion  $k_e$  peut être approximée par la somme des raideurs de flexion de chaque fil :

$$k_e = \frac{\rho E_w \pi}{4} \left( R_C^4 + \frac{2m \sin \beta}{2 + v \cos^2 \beta} R_o^4 \right) \text{ où } v = 0,3 \text{ est le coefficient de Poisson} \quad (B.3)$$

Le moment d'inertie est ensuite donné par  $I_e = k_e / E_e$ . Pour le toron central de l'éprouvette, on obtient alors  $k_{ce} = 1,21 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^2$  (puis  $I_{ce} = 7,25 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4$ ) et pour un toron extérieur  $k_{oe} = 0,863 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^2$  ( $I_{oe} = 5,16 \cdot 10^{-3} \text{ mm}^4$ ).

## B.2 Analyse du câble

Il est composé d'un toron central et de six torons extérieurs. On utilise le même raisonnement que pour un toron composé de fils mais les torons « remplacent » les fils dans cette analyse.

En considérant  $R_{RC} = R_{CC} + 2R_{CO}$  (rayon du toron central),  $R_{RO} = R_{OC} + 2R_{OO}$  (rayon d'un toron extérieur) et les équations précédentes, il vient  $E_R = \lambda_R E_e$  (module d'élasticité apparent du câble). Pour l'éprouvette de câble avec  $R_{RC} = 0,56\text{mm}$  et  $R_{OO} = 0,51\text{mm}$ , on a ainsi  $E_R = 141\text{GPa}$  ( $\lambda_R = 0,707$ ).

La raideur de flexion du câble  $k_R$  est ensuite approximée par la somme des raideurs de flexion de chaque toron (on remplace la raideur de flexion des fils par celle des torons  $k_e$ ) :

$$k_R = k_{Ce} + \frac{2m \sin \beta_R}{2 + v \cos^2 \beta_R} k_{Oe} \text{ où } \beta_R \text{ est l'angle d'hélice du toron} \quad (\text{B.4})$$

Cela donne un moment d'inertie  $I_{ath} = k_R / E_{ath}$ . Les valeurs calculées sont  $k_R = 6,03 \cdot 10^{-3} \text{ N.m}^2$ , d'où  $I_{ath} = 0,0426 \text{ mm}^4$  avec  $E_{ath} = 141 \text{ GPa}$  (résultats reportés dans le chapitre 2.1.2.3).

# *Bibliographie*

## Bibliographie

- [AGR81] Agrawal P.K., Anderson M.S., Card M.F., *Preliminary design of large reflectors with flat facets*, IEEE Transactions on Antennas and Propagation, vol. AP-29, pp 688-694, 1981.
- [AND00] Ando K., Mitsugi J. et Senbokuya Y., *Analyses of cable-membrane structure combined with deployable truss*, Computers & Structures, vol. 74, pp 21-39, 2000.
- [ANS11] ANSYS documentation release 11.0, 2007
- [AST04] Astro Aerospace, *AstroMesh™ Deployable Reflector Data Sheet DS-409 07/04*, Northrop Grumman Space Technology, 2004.
- [AVE04] Averseng J., *Mise en oeuvre et contrôle des systèmes de tenségrité*, thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2004.
- [BAR63] Barondess S.M., Utku S., *Computation of weighted root-mean-square of path length changes caused by the deformations and imperfections of rotational paraboloidal antennas*, Jet Propulsion Laboratory, Pasadena CA, Technical Memorandum n° 33-118, 1963.
- [BAT96] Bathe K. J., *Finite element procedures*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, pp 780-781, 1996.
- [CAR09] Caron J.-F., Julich S. et Baverel O., *Selfstressed bowstring footbridge in FRP*, Composite Structures, vol. 89, Issue 3, pp 489-496, 2009.
- [COS90] Costello, G. A., *Theory of wire rope*, Mechanical engineering series, Springer, 1990.
- [DAT97] Daton-Lovett A.J., *An extendible member*, brevet international WO 97/35706, 1997.
- [DEN87] Den Hartog J.P., *Advanced strength of materials*, Courier Dover Publications, 378p, 1987.
- [DUP98] Duperray B., Donzier A. et Sicre J., *Joint d'articulation automoteur, auto-verrouillant et amortissant et articulation équipée de tels joints*, brevet d'invention international WO 98/22343, Metravib, 1998.
- [ERI06] Eriksson A., Tibert A.G., *Redundant and force-differentiated systems in*

- engineering and nature*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 195, n°41-43, pp 5437-5453, 2006.
- [FRE93] Freeland R. E., Bilyeu, G. D. et Veal G. R., *Validation of a Unique Concept for a Low-Cost, Lightweight, Space-Deployable Antenna Structure*, IAF Paper 93-1.1.204, 44th Congress of the International Astronautical Federation, Graz, Autriche, 1993.
- [GAL03] Gallix V., *Flexibility assembled three-dimensional dynamic structure*, brevet international WO/066983 A1, 2003.
- [GUE96] Guest S. D. et Pellegrino S., *A new concept for solid surface deployable antennas*, Acta Astronautica, vol. 38, n° 2, pp 103-113, 1996.
- [GUL03] Gulyaev V. I. et al., *Dynamic behavior of a large deployable reflector*, International Applied Mechanics, vol. 39, n° 9, 2003.
- [HED83] Hedgepeth J. M. et Adams L. R., *Design concepts for large reflector antenna structures*, NASA contractor report 3663, 1983.
- [HIR02] Hirosawa H. et al., *Space Vlbi Satellite Halca and its Engineering Accomplishments*, Acta Astronautica, vol. 50, issue 5, pp 301-309, 2002.
- [KIS06] Kishimoto N., Natori M. C., Higuchi K. and Ukegawa K., *New Deployable Membrane Structure Models Inspired by Morphological Changes in Nature*, 47th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics, and Materials Conference, AIAA-2006-1898, 2006.
- [KNI02] Knight B. et al., *Deployable antenna using screw motion-based control of tensegrity support architecture*, US Patent 6441801, 2002.
- [LEG92] Le Gal Y., *Meuble comprenant un piétement présentant des croisillons articulés, sur lequel est disposé un support*, brevet européen 0502794 A1, 1992.
- [LIN71] Linkwitz K., Schek H.J., *Einige Bemerkungen von vorgespannten Seilnetzkonstruktionen*, Ingenieur-Archiv 40 Springer-Verlag, pp 145-158, 1971.
- [MAN10] Mangenot C. and al., *Large reflector antenna working group final report*, ESA Technical Note TEC-EEA/2010.595/CM, 2010.
- [MAU97] B. Maurin, R. Motro, *Investigation of minimal forms with density methods*, Journal of the International Association for Shell and spatial Structures, vol. 38, n°3, pp 143-154, 1997.
- [MED03] Medzmariashvili E., *Deployable space reflector antenna*, brevet international WO03/003517, 9 janvier 2003.

- [MEG03] Meguro A., Harada S. and Watanabe M., *Key technologies for high-accuracy large mesh antenna reflectors*, Acta Astronautica, vol. 53, pp 899-908, 2003.
- [MEG09] Meguro A., Shintate K., Usui M. and Tsujihata A., *In-orbit deployment characteristics of large deployable antenna reflector onboard Engineering Test Satellite VIII*, Acta Astronautica, vol. 65, issues 9-10, pp 1306-1316, 2009.
- [MIT90] Mitsugi J., Yasaka T. et Miura K., *Shape control of the tension truss antenna*, AIAA Journal, vol. 28, n°2, pp 316-322, 1990.
- [MIU90] Miura K., Miyazaki Y., *Concept of the tension truss antenna*, AIAA Journal, vol. 28, n°6, pp. 1098-1104, 1990.
- [MOT03] Motro R., *Tensegrity : Strutural systems for the future*, Butterworth-Heinemann, 280p, 2003.
- [NAT94] Natori M. C. et al., *Mechanical design and development of a deployable space antenna for japanese VLBI space observatory program*, Terra Scientific Publishing Company, Tokyo, p.10-20, 1994.
- [NEW59] Newmark N. M., *A method of computation for structural dynamics*, ASCE Journal of Engineering Mechanics Division, n° 85, pp 67-94, 1959.
- [NGU09] Nguyen A. D., *Etude du comportement mécanique et du pliage d'un anneau de tenségrité à base pentagonale*, thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2009.
- [PEL02] Pellegrino S. et al., *Low-cost hinge for deployable structures*, Technical Report, Department of Engineering, Cambridge University, UK, 2002.
- [PEL02] Pellegrino S., *Deployable structures*, CISM International Centre for Mechanical Sciences, Cambridge University Press, 2002.
- [QUI11] Quirant J., Cevaer F., Morterolle S., Maurin B. et Dubé J.-F., Conceptual Design and analysis of a deployable structure with flexible joints, Journal of Aerospace Engineering, vol. 24, issue 3, 2011.
- [REI87] Reibaldi G. G. et Bernasconi M. C., *QUASAT program: the ESA reflector*, Acta Astronautica, vol. 15, issue 3, pp 181-187, 1987.
- [SCH74] Schek H.J., *The force density method for form finding and computation of general networks*, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, vol. 3, pp 115-134, 1974.
- [SEF00] Seffen K. A., You Z. and Pellegrino S., *Folding and deployment of curved tape springs*, Int. Journal of Mechanical Sciences, 42, 2055-73, 2000.
- [SIC05] Sicre J., Givois D., Emerit A., *Application of “Maeva” hinge to Myriade*

*microsatellites deployments needs*, 11<sup>th</sup> European Space Mechanisms and Tribology Symposium/ESMATS2005, ESA/CNES, Lucerne, Suisse, 21-23 Septembre 2005.

- [SMA04] El Smaili A., *Systèmes légers pliables/dépliables : cas des systèmes des tenségrité*, thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2004.
- [STE02] Stern I., *Deployable reflector antenna with tensegrity support architecture and associated methods*, US Patent 0190918 A1, 2002.
- [TAN04] Tan L. T. and Pellegrino S., *Ultra Thin Deployable Reflector Antennas*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, paper 2004-1730, 2004.
- [THO97] Thomson et al., *Light-weight reflector for concentrating radiation*, U.S. Patent No.5680145, 21 octobre 1997.
- [THO99] Thomson M., *The Astromesh deployable reflector*, IMSC'99, Ottawa, Canada, 16-19 Juin 1999.
- [THO02] Thomson M.W., *Astromesh deployable reflectors for Ku- and Ka-band commercial satellites*, 20th AIAA International Communication Satellite Systems Conference and Exhibit, Montreal, Canada, AIAA 2002-2032, 12-15 Mai 2002.
- [TIB02] Tibert A. G., *Deployable tensegrity structures for space applications*, Doctoral thesis, Royal Institute of Technology, Dep. of Mechanics, Stockholm, Sweden, 2002.
- [TIB03] Tibert A. G., *Optimal design of tension truss antennas*, AIAA 2003-1629, 44th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference; Norfolk VA, 2003.
- [WIL83] Wilson E. L. et Itoh T., *An eigensolution strategy for large systems*, Computers and Structures, vol. 16, issues1-4, pp 259-265, 1983.
- [YEE05] Yee J.C.H. et Pellegrino S., *Folding of woven composite structures*, Composites Part A: Applied Science and Manufacturing, vol. 36, issue 2, 7<sup>th</sup> International Conference on the Deformation and Fracture of Composites, pp 273-278, 2005.
- [YOU97] You Z. et Pellegrino S., *Cable-Stiffened Pantographic Deployable Structures Part 2: Mesh Reflector*, AIAA Journal, vol. 35, n° 8, 1997.
- [ZIE76] Ziegler T. R., *Collapsable self-supporting structures*, brevet d'invention, US3968808, 13 juillet 1976.

## **Etude de structures légères déployables pour applications spatiales**

### Résumé :

Les besoins croissants en moyens de télécommunication nécessitent le développement de grands réflecteurs spatiaux paraboliques. Un nouveau concept d'architecture d'antenne déployable est ainsi proposé en partenariat avec le CNES. La conception de son ossature repose sur une revue de solutions pour faire appel à des mécanismes de ciseau associés à des articulations flexibles. Des modélisations numériques par éléments finis sont d'abord développées pour simuler le déploiement par restitution de l'énergie emmagasinée dans ces articulations lors du pliage. Un démonstrateur expérimental avec un système de compensation gravitaire est ensuite réalisé. Des essais et mesures sont effectués pour caractériser son comportement en statique et dynamique puis sont comparés avec les résultats issus des simulations. La mise en forme de la surface réflectrice par un réseau de câbles est étudiée par la suite. Une méthode innovante de recherche de forme permettant d'obtenir un réseau parabolique en tension uniforme est alors proposée. Elle est appliquée à différentes typologies de réseaux et l'erreur de surface résultant de sa facettisation est évaluée. Le procédé d'accrochage de ce réseau sur l'ossature de l'antenne est également traité.

Mots-clés : antenne spatiale, réflecteur déployable, articulation flexible, réseau de câbles parabolique

---

## **Study of deployable lightweight structures for space applications**

### Abstract

The growing needs in telecommunications require the development of large parabolic reflectors. A new conceptual design for the architecture of a deployable antenna is therefore proposed in partnership with the CNES. The design of its framework is based on a review of solutions which leads to scissor mechanisms associated with flexible joints. Numerical modelings with finite elements are first developed to simulate the deployment by the release of the energy stored in the joints after the folding. An experimental prototype with a gravity compensation device is then realized. Tests and measurements are performed to characterize the static and dynamic behavior and compared with the results of simulations. Shaping of the reflective surface by a net of cables is then studied. A new form-finding method for obtaining a net with a uniform tension is then proposed. It is applied to different parabolic typologies of nets and the error due to surface faceting is evaluated. The process of net attachment on the antenna rim structure is also treated.

Keywords: space antenna, deployable reflector, flexible joint, parabolic tension truss

---

**Laboratoire de Mécanique et Génie Civil – UMR 5508**

Université MONTPELLIER 2, cc048 Place Eugène Bataillon, 34095 Montpellier cedex 5

---