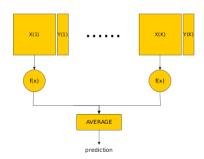
Методы построения ансамблей

Виктор Китов

victorkitov.github.io



Победитель конкурса VK среди курсов по IT



Курс поддержан фондом 'Интеллект'



Содержание

- 1 Методы построения разных моделей
- Фиксированная агрегирующая функция (против переобучения)
- 🔞 Композиции на разных обучающих подвыборках
- 4 Блендинг, стэкинг

Методы построения разных моделей

- Модели разных семейств.
- Использовать разные гиперпараметры (напр. К в K-NN)
- Использовать разные начальные инициализации при настройке градиентными методами.
 - для невыпуклых задач, например, нейросетей
- Использовать разную инициализацию для генератора случайных чисел.
 - рандомизированные алгоритмы, настрока по минибатчам, случ. инициализация

Методы построения разных моделей

- Предсказывать целевую переменную с разными функциями потерь.
- модуль, квадрат, логистическая, hinge и т.д.
- Настраивать модель предсказывать различные преобразования целевой переменной
 - например $\ln y$. Прогнозы настроенной модели обратно преобразовывать $e^{\widehat{y}}$.
- Настраивать одну модель на разных фрагментах обучающей выборки.
 - подвыборки по объектам, признакам

Содержание

- Методы построения разных моделей
- Фиксированная агрегирующая функция (против переобучения)
- ③ Композиции на разных обучающих подвыборках
- 4 Блендинг, стэкинг

Регрессия

$$\widehat{y}(x) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} f_m(x)$$

$$\widehat{y}(x) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} w_m} \sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x)$$

- Взвешенное усреднение лучше, если модели сильно отличаются по точности.
- Веса $w_1 \geq 0, ... w_M \geq 0$ нужно настраивать на отдельной выборке (не той, на которой обучали $f_1(x), ... f_M(x)$)
- Альтернатива: медиана/взвешенная медиана

Классификаторы выдают вероятности

- Пусть $p_y^m(x)$ вероятность класса y по мнению классификатора m.
- Равномерная агрегация:

$$p_c(x) = \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} p_c^m(x)$$

• Взвешенная агрегация:

$$p_c(x) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} w_m} \sum_{m=1}^{M} w_m p_c^m(x)$$

- Взвешенное усреднение лучше, если модели сильно отличаются по точности.
- Веса $w_1 \ge 0, ... w_M \ge 0$ нужно настраивать на отдельной выборке (не той, на которой обучали $f_1(x), ... f_M(x)$)

Классификаторы выдают метки классов

- Голосование по большинству (majority vote)
 - возможен взвешенный учет классификаторов
- Бинарная классификация: $\hat{y} = +1 <=>$
 - $\geq k$ классификаторов выдают +1 (k-out-of-N)
 - возможен взвешенный учет классификаторов
 - все классификаторы выдают +1 (AND, N-out-of-N)
 - хотя бы один выдает +1 (OR, 1-out-of-N)

Классификаторы выдают рейтинги

- Пусть $g_v^m(x)$ рейтинг класса y в модели m.
- Проблема: рейтинги несравнимы для разных моделей.
- Решение (Brier scores):
 - Отандартизованный рейтинг #классов ниже по рейтингу:

$$s_y^m(x) = \sum_{i \neq y} \mathbb{I}[g_y^m(x) > g_i^m(x)]$$

 $s_y^m(x) \in \{1, 2, ... C - 1\}$

Предскажем класс с максимальным усредненным по моделям рейтингом:

$$\widehat{y}(x) = \underset{y}{\operatorname{arg max}} \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} s_{y}^{m}(x)$$

Пример

исходные рейтинги

	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(x)$
$f_1(x)$	100	70	34	-25
$f_2(x)$	15	0	-14	-10
$f_3(x)$	0.05	0.6	0.2	0.15

ранжирование

модель	ранжирование классов
$f_1(x)$	$1 \succ 2 \succ 3 \succ 4$
$f_2(x)$	$1 \succ 2 \succ 4 \succ 3$
$f_3(x)$	$2 \succ 3 \succ 4 \succ 1$

рейтинги Бриера

	$g_1'(x)$	$g_2'(x)$	$g_3'(x)$	$g_4'(x)$
$f_1(x)$	3	2	1	0
$f_2(x)$	3	2	0	1
$f_3(x)$	0	3	2	1

усреднённые рейтинги Бриера

$g_1''(x)$	$g_2''(x)$	$g_3''(x)$	$g_4''(x)$
6/3	7/3	3/6	2/6

Использование голосования (регрессия)

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn.ensemble import VotingRegressor
from sklearn.metrics import mean absolute error
X train, X test, Y train, Y test =
   get demo classification data()
knn = KNeighborsRegressor(n neighbors=100)
tree model = DecisionTreeRegressor()
ensemble = VotingRegressor ( # усредняющий ансамбль
   estimators = [('K-NN', knn'), ('DT', tree model)],
   weights = [0.5, 0.5]
ensemble. fit (X train, Y train) # обучение базовых м-лей
Y hat = ensemble.predict(X test) # построение прогнозов
print (f 'Средний модуль ошибки (MAE): {
   mean absolute error (Y test, Y hat):.2 f}')
```

Больше информации. Полный код.

Использование голосования (классификация) 1

```
rom sklearn.linear model import LogisticRegression
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.ensemble import VotingClassifier
from sklearn.metrics import accuracy score
from sklearn.metrics import brier score loss
X train, X test, Y train, Y test =
   get demo classification data()
log model = LogisticRegression()
tree model = DecisionTreeClassifier()
```

Использование голосования (классификация) 2

Фиксированная агрегирующая функция (против переобучения)

Использование голосования (классификация) 3

```
# Ансамбль, усредняющий вероятности классов
ensemble = VotingClassifier (
   estimators = [('logistic regression', log model), ('
    decision tree', tree model),
   voting='soft', weights=[0.5,0.5])
# обучение базовых моделей ансамбля:
ensemble. fit (X train, Y train)
Y hat = ensemble.predict(X test)
print (f 'Точность Voting Classifier: \
\{100*accuracy score(Y test, Y hat):.1 f\}\%
P hat = ensemble.predict proba(X test) # вероятности
    классов
loss = brier score loss (Y test, P hat [:, 1])
print (f'Mepa Бриера отклонения вер-тей: {loss:.2f}')
```

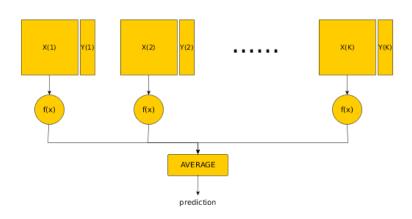
Больше информации. Полный код.

Содержание

- Методы построения разных моделей
- Фиксированная агрегирующая функция (против переобучения)
- 🔞 Композиции на разных обучающих подвыборках
- 4 Блендинг, стэкинг

Усреднение по выборкам

Усреднение по выборкам



Усреднение по выборкам

Усреднение по выборкам: если модель переобучается на выборке (X,Y) можно усреднять множество моделей, обученных на разных реализациях обучающих выборок $(X_k,Y_k),\ k=1,2,...M.$

$$bias_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k) \right] = y(x) - \mathbb{E}_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k) \right]$$

$$= y(x) - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_k, Y_k) = y(x) - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X, Y)$$

$$= y(x) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X, Y)$$

т.е. смещение=смещению 1-го алгоритма.

Усреднение по выборкам: дисперсия

$$\operatorname{Var}_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k) \right] = \mathbb{E}_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k) \right] \right]^2 \\
= \mathbb{E}_{X,Y} \left[\frac{1}{M} \sum_{k=1}^{M} (f(x, X_k, Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_k, Y_k)) \right]^2 = \\
= \frac{1}{M^2} \mathbb{E}_{X,Y} \left[\sum_{k=1}^{M} (f(x, X_k, Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_k, Y_k)) \right]^2 = \\
= \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M} \mathbb{E}_{X,Y} \left[f(x, X_k, Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_k, Y_k) \right]^2 + \\
+ \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M} \mathbb{E}_{X,Y} \left[(f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_{k_1}, Y_{k_1})) (f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_{k_2}, Y_{k_2})) \right] \\
= \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M} \operatorname{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_k, Y_k) \right] + \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{M} \operatorname{cov} \left[f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}), f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) \right] \\$$

Усреднение по выборкам: дисперсия

При нескоррелированных $f(x, X_k, Y_k)$:

$$\begin{split} \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{K} \mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_k, Y_k) \right] + \\ + \frac{1}{M^2} \sum_{k_1 \neq k_2} \mathsf{cov} \left[f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}), f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) \right] = \\ = \frac{1}{M} \mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_k, Y_k) \right] \end{split}$$

Дисперсия в M раз меньше.

Усреднение по выборкам: дисперсия

При частичной скоррелированности, дисперсия тоже уменьшается (используем $cov(x, y) \le \sqrt{Var(x)} \sqrt{Var(y)}$):

$$\begin{split} \frac{1}{M^2} \sum_{k=1}^{K} \mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_k, Y_k) \right] + \\ + \frac{1}{M^2} \sum_{k_1 \neq k_2} \mathsf{cov} \left[f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}), f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) \right] = \\ = \frac{1}{M^2} \sum_{k_1 = 1}^{M} \sum_{k_2 = 1}^{M} \mathsf{cov} \left[f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}), f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) \right] \leq \\ \leq \frac{1}{M^2} \sum_{k_1 = 1}^{M} \sum_{k_2 = 1}^{M} \sqrt{\mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_{k_1}, Y_{k_1}) \right]} \sqrt{\mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X_{k_2}, Y_{k_2}) \right]} \leq \\ \leq \mathsf{Var}_{X,Y} \left[f(x, X, Y) \right] \end{split}$$

Методы построения ансамблей - Виктор Китов

Композиции на разных обучающих подвыборках

Методы генерации псевдовыборок

Как генерировать $(X_1, Y_1), ...(X_M, Y_M)$ по единственной (X, Y)?

 $^{^1}$ Какова вероятность того, что некоторый объект не попадет в подвыборку? Чему равен предел этой вероятности при $N \to \infty$?

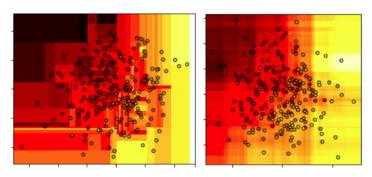
Методы генерации псевдовыборок

Как генерировать $(X_1, Y_1), ...(X_M, Y_M)$ по единственной (X, Y)?

- Кросс-валидационные подвыборки.
- Бэггинг (bagging): случайный выбор *N* объектов с возвращением¹.
- Пэйстинг (pasting): случайный выбор K объектов без с возвращения.
- Метод случайных подпространств (random subspaces): случайный выбор К признаков без возвращения.
- Метод случайных фрагментов (random patches): комбинируется сэмплирование объектов и признаков без возвращения.

 $^{^1}$ Какова вероятность того, что некоторый объект не попадет в подвыборку? Чему равен предел этой вероятности при $N o \infty$?

Бэггинг деревьев



Регрессия: одно дерево и бэггинг над деревьями

Бэггинг деревьев

Настройка решающего правила в узле CART:

$$\widehat{i}, \widehat{h} = \underset{f,h \in P(t)}{\operatorname{arg max}} \Delta \phi(t)$$

P(t) для стандартных решающих деревьев:

$$P = \{\}$$
для каждого i in $\{1,...,D\}$
для каждого h из unique $\{x_n^i\}_{n:x_{n\in t}}$
 $P := P \cup (i,h)$

Бэггинг над решающими деревьями успешно борется с их переобучением.

Использование бэггинга (регрессия)

```
from sklearn.ensemble import BaggingRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn metrics import mean absolute error
X train, X test, Y train, Y test =
      get demo classification data()
model = BaggingRegressor(
   DecisionTreeRegressor(), # базовая модель
   \max samples=0.8, # доля используемых объектов
   \max features = 1.0, # доля используемых пр-ков
   n jobs=-1) # используем все ядра процессора
model.fit(X train, Y train) # обучение модели
Y hat = model.predict(X test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
  {mean absolute error(Y test, Y hat):.2f}')
```

Использование бэггинга (классификация)

```
from sklearn.ensemble import Bagging Classifier
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.metrics import accuracy score, brier score loss
X train, X test, Y train, Y test =
      get demo classification data()
model = BaggingClassifier(
   DecisionTreeClassifier(), # базовая модель
    n estimators=100, # число базовых моделей
   max samples=0.8, # доля используемых объектов
   \max features=1.0, # доля используемых пр-ков
   n jobs=-1) # используем все ядра процессора
model. fit (X train, Y train) # обучение модели
Y hat = model.predict(X test) # построение прогнозов
print (f'Точность прогнозов: \
   \{100*accuracy score(Y test, Y hat):.1 f\}\%'
P hat = model.predict proba(X test) # вер-ти классов
loss = brier score loss(Y test, P hat[:,1])
print (f'Mepa ошибки Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код.

Случайный лес, особо случайные деревья

P(t) для случайного леса (random forest, RF):

```
P=\{\} , K=\alpha D сэмплируем i_1,...i_K случайно из \{1,...,D\} \# без возвращения для каждого i из i_1,...i_K для каждого h из unique \left\{x_n^i\right\}_{n:x_n\in t} P:=P\cup (i,h)
```

S(t) для особо случайных деревьев (extra random trees, ERT):

$$S = \{\}$$
 , $K = \alpha D$ сэмплируем $i_1, ... i_K$ случайно из $\{1, ..., D\}$ # с возвращением для каждого f in $d_1, ... d_K$ сэмплируем h случайно из $\mathit{unique}\left\{x_n^i\right\}_{n:x_{n\in \mathfrak{t}}}$ # без возвращения $P := P \cup (f,h)$

Использование случайного леса (регрессия)

```
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.metrics import mean absolute error
X train, X test, Y train, Y test =
   get demo regression data()
model = RandomForestRegressor(
   n estimators=100, # число базовых моделей
   bootstrap=True, # обучать на подвыборке/исх. выборке
   max features = 0.5, # доля используемых пр-ков
   n jobs=-1) # используем все ядра процессора
model. fit (X train, Y train) # обучение модели
Y hat = model.predict(X test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
  {mean absolute error(Y test, Y hat):.2f}')
```

Особо случайные деревья - ExtraTreesRegressor.

Использование случайного леса (классификация)

```
from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
from sklearn.metrics import accuracy score, brier score loss
X train, X test, Y train, Y test=get demo classification data()
model = RandomForestClassifier(
   n estimators=100, # число базовых моделей
   bootstrap=True, # обучать на подвыборке/исходной выборке
   max features = 0.5, # доля используемых пр-ков
   n jobs=-1) # используем все ядра процессора
model. fit (X train, Y train) # обучение модели
Y hat = model.predict(X test) # построение прогнозов
print(f'Точность прогнозов: \
   {100*accuracy score(Y test, Y hat):.1 f}%')
P hat = model.predict proba(X test) # можно предсказывать
    вероятности классов
loss = brier score loss(Y test, P_hat[:,1]) # считаем
    качество Бриера на вероятности положительного класса
print(f'Mepa ошибки Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код. См. также ExtraTreesClassifier.

Вневыборочная оценка

Оценка по обучающей выборке - оптимистическая оценка сверху:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{L} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} f_m(x_n), y_n \right)$$

Вневыборочная оценка

Оценка по обучающей выборке - оптимистическая оценка сверху:

$$L = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{L} \left(\frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} f_m(x_n), y_n \right)$$

Вневыборочная оценка (out-of-bag estimate) - если с бэггингом

$$L_{OOB} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N} \mathcal{L} \left(\frac{1}{|I_n|} \sum_{m \in I_n} f_m(x_n), y_n \right)$$

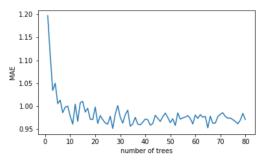
- $I_n \subset \{1,2,...M\}$ набор моделей, не использовавших (x_n,y_n) для обучения.
- Не требуется дополнительная валидационная выборка.
- Немного пессимистическая оценка потерь снизу.

Комментарии

- Бэггинг, случайный лес, особо случайные деревья:
 - легко распараллеливаются
 - базовые модели не учатся исправлять ошибки друг друга
- Деревья случайный лес, особо случайные деревья могут строиться на одинаковой обучающей выборке
 - bootstrap=False в sklearn
 - за счет случайности P(t) модели все равно будут получаться разные

Число базовых моделей в ансамбле

- Пусть *М*=#базовых моделей.
- Типичная зависимость потерь от M:



- Нет переобучения с ↑ М: просто избыточное усреднение по однотипным моделям.
- Настройка: подбор всех параметров с малым M, затем $\uparrow M$ для итоговой модели.

Содержание

- Методы построения разных моделей
- Фиксированная агрегирующая функция (против переобучения)
- 🔞 Композиции на разных обучающих подвыборках
- 4 Блендинг, стэкинг

Обучаемая мета-модель

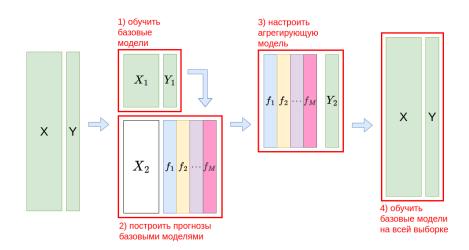
$$\widehat{y}(x) = G\left(f_1(x),...f_M(x)
ight)$$
 $G(\cdot) = G_w(\cdot)$ - настраиваемая функция, например
 $G\left(f_1,f_2,...f_M\right) = w_0 + w_1f_1 + ...w_Mf_M$
но можно использовать любую.

Обучаемая мета-модель

$$\widehat{y}(x) = G\left(f_1(x),...f_M(x)
ight)$$
 $G(\cdot) = G_w(\cdot)$ - настраиваемая функция, например
 $G\left(f_1,f_2,...f_M\right) = w_0 + w_1f_1 + ...w_Mf_M$
но можно использовать любую.

Почему $G(\cdot)$ нельзя настраивать на той же выборке, что и $f_1(\cdot), f_2(\cdot), ... f_M(\cdot)$?

Блендинг



Алгоритм стэкинга

Алгоритм стэкинга:

- **①** Инициализируем обучающую выборки $G(\cdot)$: $T' = \{\}$
- **②** Разобьем обучающую выборку $T = \{(x_n, y_n)\}_{n=1}^N$ на K блоков: $T_1, T_2, ... T_K$.
- f 3 для k=1,2,...K : обучим $f_1(x),...f_M(x)$ на $Tackslash T_k$ для каждого $(x,y)\in T_k$: дополним T объектом $([f_1(x),...f_M(x)],y)$
- ullet Обучим $G(\cdot)$ на T'. Добавим к признакам T' небольшой шум.
- **5** Перенастроим $f_1(x), ... f_M(x)$ на всей T.

Небольшой шум на шаге 3 добавляется, чтобы выровнять прогнозы моделей, обученных на разных подвыборках.

Расширения стэкинга

Кроме прогнозов $f_1(x), ... f_M(x)$ агрегирующая функция может зависеть от:

- исходных признаков х
 - в разных частях признакового пространства разная агрегация
- внутренних представлений f_m (дискриминантных функций, вероятностей).

Расширения стэкинга

Кроме прогнозов $f_1(x), ... f_M(x)$ агрегирующая функция может зависеть от:

- исходных признаков х
 - в разных частях признакового пространства разная агрегация
- внутренних представлений f_m (дискриминантных функций, вероятностей).

Вариант стэкинга: построить прогнозы K версиями каждой базовой модели, получить $\left\{f_m^k(x)\right\}_{k,m}$, потом усреднить:

$$\hat{y}(x) = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^{K} G(f_1^k(x), f_2^k(x), ... f_M^k(x))$$

Линейный стэкинг

• Линейный стэкинг:

$$f(x) = \sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x)$$

$$\sum_{n=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x_n) - y_n \right)^2 \to \min_{w}$$

- $f_1(x),...f_M(x)$ зависимы (предсказывают один и тот же y) => нестабильная оценка.
- Более устойчивая оценка:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x_n) - y_n \right)^2 + \lambda \sum_{m=1}^{M} \left(w_m - \frac{1}{M} \right)^2 \to \min_{\mathbf{w}} \\ w_1 \ge 0, \dots w_M \ge 0 \end{cases}$$

Использование стэкинга (регрессия) 1

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn.linear model import Ridge
from sklearn.ensemble import StackingRegressor
from sklearn.metrics import accuracy score
from sklearn.metrics import brier score loss
X train, X test, Y train, Y test =
   get demo classification data()
knn = KNeighborsRegressor(n neighbors=100)
tree model = DecisionTreeRegressor()
```

Использование стэкинга (регрессия) 2

```
# Инициализируем стэкинг для регрессии
ensemble = StackingRegressor(
     estimators=
       [('K nearest neighbors', knn),
       ('decision tree', tree model)],
     final estimator=Ridge(),
     cv=3, # количество блоков кросс-валидации
     n jobs=-1) # используем все ядра процессора
# обучение базовых и мета-модели:
ensemble.fit(X train, Y train)
Y hat = ensemble.predict(X test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
   {mean absolute error(Y test, Y hat):.2f}')
```

Использование стэкинга (классификация) 1

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsClassifier
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.linear model import LogisticRegression
from sklearn.ensemble import Stacking Classifier
from sklearn.metrics import accuracy score
from sklearn.metrics import brier score loss
X train, X test, Y train, Y test =
   get demo classification data()
knn = KNeighborsClassifier(n neighbors=100)
tree model = DecisionTreeClassifier()
```

Использование стэкинга (классификация) 2

```
# Инициализируем стэкинг для классификации
ensemble = Stacking Classifier (
   estimators = [('K nearest neighbors', knn),
               ('decision tree', tree model)],
   final estimator=LogisticRegression(),
   cv=3.
              # количество блоков кросс—валидации
   n jobs=-1) # используем все ядра процессора
# обучение базовых и мета-модели:
ensemble.fit(X train, Y train)
Y hat = ensemble.predict(X test) \# построение прогнозов
print(f'Точность прогнозов: \
   {100*accuracy score(Y test, Y hat):.1 f}%')
P hat = ensemble.predict proba(X test) # вер—ти классов
loss = brier score loss(Y test, P hat[:,1])
print(f'Ошибка Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код.