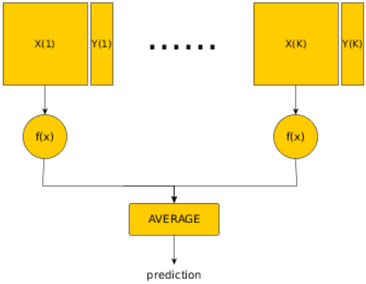
Методы построения ансамблей

Виктор Китов

victorkitov.github.io



Курс поддержан фондом 'Интеллект'

Победитель конкурса VK среди курсов по IT

Содержание

Методы построения разных моделей

- Модели разных семейств.
- Использовать разные гиперпараметры (напр. K в K-NN)
- Использовать разные начальные инициализации при настройке градиентными методами.
    - для невыпуклых задач, например, нейросетей
- Использовать разную инициализацию для генератора случайных чисел.
    - рандомизированные алгоритмы, настрока по минибатчам, случ. инициализация

Методы построения разных моделей

- Предсказывать целевую переменную с разными функциями потерь.
- модуль, квадрат, логистическая, hinge и т.д.
- Настраивать модель предсказывать различные преобразования целевой переменной
  - например $\ln y$. Прогнозы настроенной модели обратно преобразовывать $e^{\widehat{y}}$.
- Настраивать одну модель на разных фрагментах обучающей выборки.
  - подвыборки по объектам, признакам

Содержание

Регрессия

$$\widehat{y}(x) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} f_m(x)$$

$$\widehat{y}(x) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} w_m}\sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x)$$

- Взвешенное усреднение лучше, если модели сильно отличаются по точности.
- Веса $w_1 \geq 0, ...w_M \geq 0$ нужно настраивать на отдельной выборке (не той, на которой обучали $f_1(x), ...f_M(x)$)
- Альтернатива: медиана/взвешенная медиана

Классификаторы выдают **вероятности**

- Пусть $p_y^m(x)$ - вероятность класса y по мнению классификатора m.
- Равномерная агрегация:

$$p_c(x) = \frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} p_c^m(x)$$

- Взвешенная агрегация:

$$p_c(x) = \frac{1}{\sum_{m=1}^{M} w_m}\sum_{m=1}^{M} w_m p_c^m(x)$$

- Взвешенное усреднение лучше, если модели сильно отличаются по точности.
- Веса $w_1 \geq 0, \ldots w_M \geq 0$ нужно настраивать на отдельной выборке (не той, на которой обучали $f_1(x), \ldots f_M(x)$)

Классификаторы выдают **метки классов**

- Голосование по большинству (majority vote)
  - возможен взвешенный учет классификаторов
- Бинарная классификация: $\widehat{y} = +1 <=>$
  - $\geq k$ классификаторов выдают +1 (k-out-of-N)
    - возможен взвешенный учет классификаторов
  - все классификаторы выдают +1 (AND, N-out-of-N)
  - хотя бы один выдает +1 (OR, 1-out-of-N)

Классификаторы выдают **рейтинги**

- Пусть $g_y^m(x)$ - рейтинг класса y в модели m.
- Проблема: рейтинги несравнимы для разных моделей.
- Решение (Brier scores):
  1. Стандартизованный рейтинг - #классов ниже по рейтингу:

$$s_y^m(x) = \sum_{i \neq y} \mathbb{I}[g_y^m(x) > g_i^m(x)]$$
$$s_y^m(x) \in \{1, 2, ...C - 1\}$$

  2. Предскажем класс с максимальным усредненным по моделям рейтингом:

$$\widehat{y}(x) = \arg\max_y \frac{1}{M} \sum_{m=1}^{M} s_y^m(x)$$

Пример

исходные рейтинги

	$g_1(x)$	$g_2(x)$	$g_3(x)$	$g_4(x)$
$f_1(x)$	100	70	34	-25
$f_2(x)$	15	0	-14	-10
$f_3(x)$	0.05	0.6	0.2	0.15

ранжирование

модель	**ранжирование классов**
$f_1(x)$	$1 \succ 2 \succ 3 \succ 4$
$f_2(x)$	$1 \succ 2 \succ 4 \succ 3$
$f_3(x)$	$2 \succ 3 \succ 4 \succ 1$

рейтинги Бриера

	$g_1'(x)$	$g_2'(x)$	$g_3'(x)$	$g_4'(x)$
$f_1(x)$	3	2	1	0
$f_2(x)$	3	2	0	1
$f_3(x)$	0	3	2	1

усреднённые рейтинги Бриера

$g_1''(x)$	$g_2''(x)$	$g_3''(x)$	$g_4''(x)$
6/3	7/3	3/6	2/6

Использование голосования (регрессия)

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn.ensemble import VotingRegressor
from sklearn.metrics import mean_absolute_error

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
    get_demo_classification_data()
knn = KNeighborsRegressor(n_neighbors=100)
tree_model = DecisionTreeRegressor()

ensemble = VotingRegressor(    # усредняющий ансамбль
   estimators=[('K-NN', knn), ('DT', tree_model)],
   weights=[0.5,0.5])
ensemble.fit(X_train, Y_train) # обучение базовых м-лей
Y_hat = ensemble.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): {
    mean_absolute_error(Y_test, Y_hat):.2f}')
```

Больше информации. Полный код.

Использование голосования (классификация) 1

```
rom sklearn.linear_model import LogisticRegression
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.ensemble import VotingClassifier
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.metrics import brier_score_loss

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
    get_demo_classification_data()
# инициализация базовых моделей
log_model = LogisticRegression()
tree_model = DecisionTreeClassifier()
```

Использование голосования (классификация) 2

```
# Голосование по большинству (для меток классов)
ensemble = VotingClassifier(
    estimators=[('logistic regression', log_model),
                ('decision tree', tree_model)],
    voting='hard', weights=[0.5,0.5])
# обучение базовых моделей ансамбля:
ensemble.fit(X_train, Y_train)
# построение прогнозов:
Y_hat = ensemble.predict(X_test)
print(f'Точность VotingClassifier: \
{100*accuracy_score(Y_test, Y_hat):.1f}%')
```

Использование голосования (классификация) 3

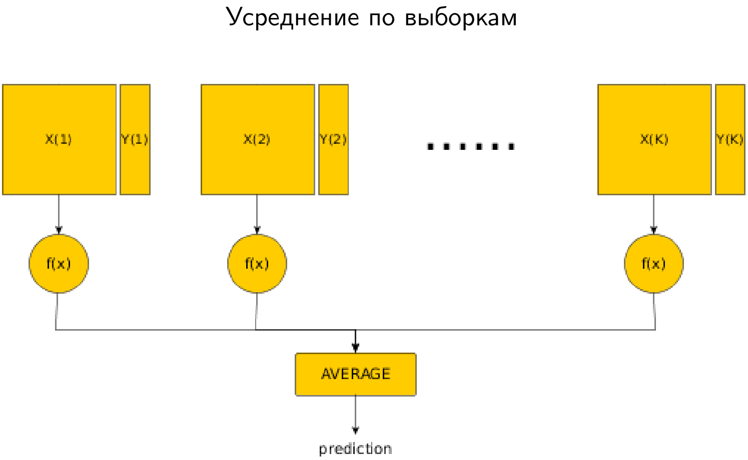
```
# Ансамбль, усредняющий вероятности классов
ensemble = VotingClassifier(
    estimators=[('logistic regression', log_model), ('
     decision tree', tree_model)],
    voting='soft', weights=[0.5,0.5])
# обучение базовых моделей ансамбля:
ensemble.fit(X_train, Y_train)
# построение прогнозов:
Y_hat = ensemble.predict(X_test)
print(f'Точность VotingClassifier: \
{100*accuracy_score(Y_test, Y_hat):.1f}%')

P_hat = ensemble.predict_proba(X_test)  # вероятности
     классов
loss = brier_score_loss(Y_test, P_hat[:,1])
print(f'Мера Бриера отклонения вер-тей: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код.

Содержание

Усреднение по выборкам



Усреднение по выборкам

Усреднение по выборкам: если модель переобучается на выборке (X, Y) можно усреднять множество моделей, обученных на разных реализациях обучающих выборок $(X_k, Y_k),\ k = 1, 2, ...M$.

$$bias_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k)\right] = y(x) - \mathbb{E}_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} f(x, X_k, Y_k)\right]$$

$$= y(x) - \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbb{E}_{X,Y} f(x, X_k, Y_k) = y(x) - \frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\mathbb{E}_{X,Y} f(x, X, Y)$$

$$= y(x) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x, X, Y)$$

т.е. смещение=смещению 1-го алгоритма.

Усреднение по выборкам: дисперсия

$$
\mathrm{Var}_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} f(x,X_k,Y_k)\right] = \mathbb{E}_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} f(x,X_k,Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M} f(x,X_k,Y_k)\right]\right]^2
$$

$$
= \mathbb{E}_{X,Y}\left[\frac{1}{M}\sum_{k=1}^{M}\left(f(x,X_k,Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x,X_k,Y_k)\right)\right]^2 =
$$

$$
= \frac{1}{M^2}\mathbb{E}_{X,Y}\left[\sum_{k=1}^{M}\left(f(x,X_k,Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x,X_k,Y_k)\right)\right]^2 =
$$

$$
= \frac{1}{M^2}\sum_{k=1}^{M}\mathbb{E}_{X,Y}\left[f(x,X_k,Y_k) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x,X_k,Y_k)\right]^2 +
$$

$$
+\frac{1}{M^2}\sum_{k_1\neq k_2}\mathbb{E}_{X,Y}\left[\left(f(x,X_{k_1},Y_{k_1}) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x,X_{k_1},Y_{k_1})\right)\left(f(x,X_{k_2},Y_{k_2}) - \mathbb{E}_{X,Y} f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right)\right]
$$

$$
= \frac{1}{M^2}\sum_{k=1}^{M}\mathrm{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_k,Y_k)\right] + \frac{1}{M^2}\sum_{k_1\neq k_2}\mathrm{cov}\left[f(x,X_{k_1},Y_{k_1}), f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right]
$$

Усреднение по выборкам: дисперсия

При нескоррелированных $f(x, X_k, Y_k)$:

$$\frac{1}{M^2}\sum_{k=1}^{K}\mathrm{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_k,Y_k)\right]+$$
$$+\frac{1}{M^2}\sum_{k_1\neq k_2}\mathrm{cov}\left[f(x,X_{k_1},Y_{k_1}),f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right]=$$
$$=\frac{1}{M}\mathrm{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_k,Y_k)\right]$$

Дисперсия в M раз меньше.

Усреднение по выборкам: дисперсия

При частичной скоррелированности, дисперсия тоже уменьшается (используем $\text{cov}(x,y) \le \sqrt{\text{Var}(x)}\sqrt{\text{Var}(y)}$):

$$\frac{1}{M^2}\sum_{k=1}^{K}\text{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_k,Y_k)\right]+$$

$$+\frac{1}{M^2}\sum_{k_1\ne k_2}\text{cov}\left[f(x,X_{k_1},Y_{k_1}),f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right]=$$

$$=\frac{1}{M^2}\sum_{k_1=1}^{M}\sum_{k_2=1}^{M}\text{cov}\left[f(x,X_{k_1},Y_{k_1}),f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right]\le$$

$$\le\frac{1}{M^2}\sum_{k_1=1}^{M}\sum_{k_2=1}^{M}\sqrt{\text{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_{k_1},Y_{k_1})\right]}\sqrt{\text{Var}_{X,Y}\left[f(x,X_{k_2},Y_{k_2})\right]}\le$$

$$\le\text{Var}_{X,Y}\left[f(x,X,Y)\right]$$

Методы генерации псевдовыборок

Как генерировать $(X_1, Y_1), ...(X_M, Y_M)$ по единственной (X, Y)?

[1]Какова вероятность того, что некоторый объект не попадет в подвыборку? Чему равен предел этой вероятности при $N \to \infty$?

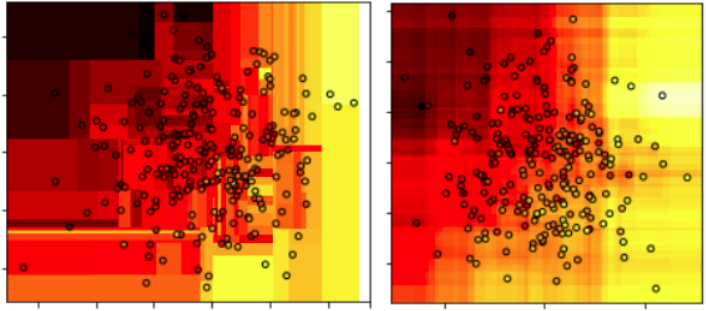
Методы генерации псевдовыборок

Как генерировать $(X_1, Y_1), ...(X_M, Y_M)$ по единственной (X, Y)?

- **Кросс-валидационные подвыборки**.
- **Бэггинг (bagging)**: случайный выбор N объектов с возвращением[1].
- **Пэйстинг (pasting)**: случайный выбор K объектов без с возвращения.
- **Метод случайных подпространств (random subspaces)**: случайный выбор K признаков без возвращения.
- **Метод случайных фрагментов (random patches)**: комбинируется сэмплирование объектов и признаков без возвращения.

[1] Какова вероятность того, что некоторый объект не попадет в подвыборку? Чему равен предел этой вероятности при $N \to \infty$?

Бэггинг деревьев



Регрессия: одно дерево и бэггинг над деревьями

Бэггинг деревьев

Настройка решающего правила в узле CART:

$$\widehat{i},\widehat{h} = \arg\max_{f,h\in P(t)} \Delta\phi(t)$$

$P(t)$ для стандартных решающих деревьев:

$P = \{\}$
для каждого i in $\{1, ..., D\}$
    для каждого h из $unique\left\{x_n^i\right\}_{n:x_{n\in t}}$
        $P := P \cup (i, h)$

Бэггинг над решающими деревьями успешно борется с их переобучением.

Использование бэггинга (регрессия)

```
from sklearn.ensemble import BaggingRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn.metrics import mean_absolute_error

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
      get_demo_classification_data()
model = BaggingRegressor(
    DecisionTreeRegressor(), # базовая модель
    max_samples=0.8,  # доля используемых объектов
    max_features=1.0, # доля используемых пр-ков
    n_jobs=-1)  # используем все ядра процессора
model.fit(X_train, Y_train)   # обучение модели
Y_hat = model.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
   {mean_absolute_error(Y_test, Y_hat):.2f}')
```

Использование бэггинга (классификация)

```
from sklearn.ensemble import BaggingClassifier
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.metrics import accuracy_score, brier_score_loss

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
      get_demo_classification_data()
model = BaggingClassifier(
   DecisionTreeClassifier(), # базовая модель
    n_estimators=100, # число базовых моделей
   max_samples=0.8,  # доля используемых объектов
   max_features=1.0, # доля используемых пр-ков
   n_jobs=-1)  # используем все ядра процессора
model.fit(X_train, Y_train)   # обучение модели
Y_hat = model.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Точность прогнозов: \
   {100*accuracy_score(Y_test, Y_hat):.1f}%')

P_hat = model.predict_proba(X_test)  # вер-ти классов
loss = brier_score_loss(Y_test, P_hat[:,1])
print(f'Мера ошибки Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код.

Случайный лес, особо случайные деревья

$P(t)$ для случайного леса (random forest, RF):

$P = \{\}$, $K = \alpha D$
сэмплируем $i_1, ...i_K$ случайно из $\{1, ..., D\}$ # без возвращения
для каждого i из $i_1, ...i_K$
    для каждого h из $unique\left\{x_n^i\right\}_{n: x_n \in t}$
        $P := P \cup (i, h)$

$S(t)$ для особо случайных деревьев (extra random trees, ERT):

$S = \{\}$, $K = \alpha D$
сэмплируем $i_1, ...i_K$ случайно из $\{1, ..., D\}$ # с возвращением
для каждого f in $d_1, ...d_K$
    сэмплируем h случайно из $unique\left\{x_n^i\right\}_{n: x_n \in t}$ # без возвращения
    $P := P \cup (f, h)$

Использование случайного леса (регрессия)

```
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.metrics import mean_absolute_error

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
    get_demo_regression_data()
model = RandomForestRegressor(
    n_estimators=100, # число базовых моделей
    bootstrap=True, # обучать на подвыборке/исх. выборке
    max_features=0.5, # доля используемых пр-ков
    n_jobs=-1)         # используем все ядра процессора
model.fit(X_train, Y_train)    # обучение модели
Y_hat = model.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
   {mean_absolute_error(Y_test, Y_hat):.2f}')
```

Особо случайные деревья - ExtraTreesRegressor.

Использование случайного леса (классификация)

```
from sklearn.ensemble import RandomForestClassifier
from sklearn.metrics import accuracy_score, brier_score_loss

X_train,X_test,Y_train,Y_test=get_demo_classification_data()
model = RandomForestClassifier(
    n_estimators=100, # число базовых моделей
    bootstrap=True, # обучать на подвыборке/исходной выборке
    max_features=0.5, # доля используемых пр-ков
    n_jobs=-1)        # используем все ядра процессора
model.fit(X_train, Y_train)   # обучение модели
Y_hat = model.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Точность прогнозов: \
   {100*accuracy_score(Y_test, Y_hat):.1f}%')

P_hat = model.predict_proba(X_test)  # можно предсказывать
     вероятности классов
loss = brier_score_loss(Y_test, P_hat[:,1])  # считаем
     качество Бриера на вероятности положительного класса
print(f'Мера ошибки Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код. См. также ExtraTreesClassifier.

Вневыборочная оценка

Оценка по обучающей выборке - оптимистическая оценка сверху:

$$L = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathcal{L}\left(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M} f_m(x_n), y_n\right)$$

Вневыборочная оценка

Оценка по обучающей выборке - оптимистическая оценка сверху:

$$L = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathcal{L}\left(\frac{1}{M}\sum_{m=1}^{M}f_m(x_n), y_n\right)$$

Вневыборочная оценка (out-of-bag estimate) - если с бэггингом

$$L_{OOB} = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}\mathcal{L}\left(\frac{1}{|I_n|}\sum_{m\in I_n}f_m(x_n), y_n\right)$$

- $I_n \subset \{1, 2, ...M\}$- набор моделей, не использовавших (x_n, y_n) для обучения.
- Не требуется дополнительная валидационная выборка.
- Немного пессимистическая оценка потерь снизу.

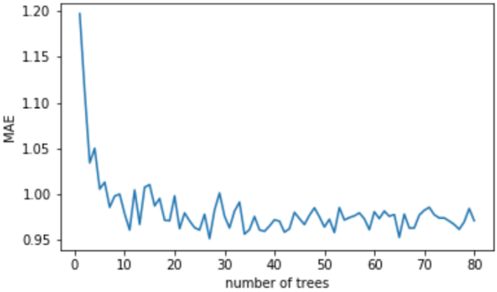
Комментарии

- Бэггинг, случайный лес, особо случайные деревья:
  - легко распараллеливаются
  - базовые модели не учатся исправлять ошибки друг друга
- Деревья случайный лес, особо случайные деревья могут строиться на одинаковой обучающей выборке
  - bootstrap=False в sklearn
  - за счет случайности $P(t)$ модели все равно будут получаться разные
- Можно строить модели так, чтобы каждое следующее дерево было как можно более рассогласованным с прогнозами предыдущего ансамбля[2].

[2] Статья.

Число базовых моделей в ансамбле

- Пусть M=#базовых моделей.
- Типичная зависимость потерь от M:



- Нет переобучения с $\uparrow M$: просто избыточное усреднение по однотипным моделям.
- Настройка: подбор всех параметров с малым M, затем $\uparrow M$ для итоговой модели.

Содержание

Обучаемая мета-модель

$$\widehat{y}(x) = G\left(f_1(x), ...f_M(x)\right)$$

$G(\cdot) = G_w(\cdot)$ - настраиваемая функция, например

$$G\left(f_1, f_2, ...f_M\right) = w_0 + w_1 f_1 + ...w_M f_M$$

но можно использовать <u>любую</u>.

Обучаемая мета-модель

$$\widehat{y}(x) = G\left(f_1(x), \dots f_M(x)\right)$$

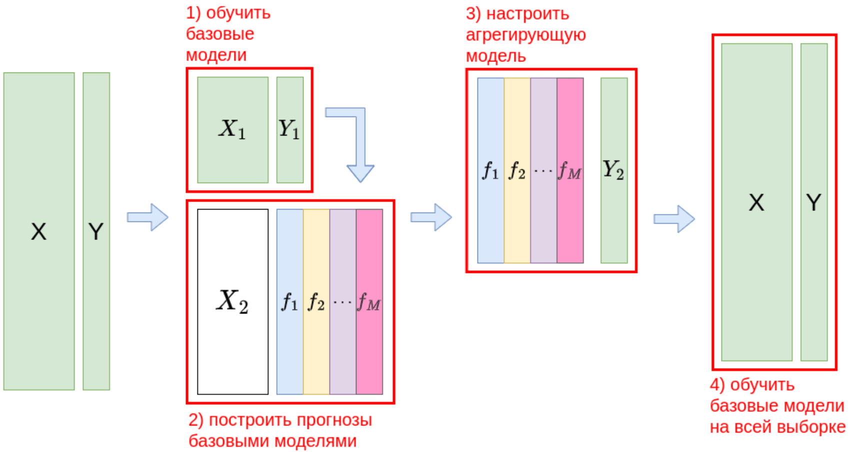
$G(\cdot) = G_w(\cdot)$ - настраиваемая функция, например

$$G\left(f_1, f_2, \dots f_M\right) = w_0 + w_1 f_1 + \dots w_M f_M$$

но можно использовать <u>любую</u>.

Почему $G(\cdot)$ нельзя настраивать на той же выборке, что и $f_1(\cdot), f_2(\cdot), \dots f_M(\cdot)$?

Блендинг


1) обучить базовые модели
3) настроить агрегирующую модель
X
Y
X_1
Y_1
X_2
f_1 f_2 $\cdots$ f_M
f_1 f_2 $\cdots$ f_M
Y_2
X
Y
2) построить прогнозы базовыми моделями
4) обучить базовые модели на всей выборке

Алгоритм стэкинга

Алгоритм стэкинга:

1. Инициализируем обучающую выборки $G(\cdot)$: $T' = \{\}$
2. Разобьем обучающую выборку $T = \{(x_n, y_n)\}_{n=1}^N$ на K блоков: $T_1, T_2, ... T_K$.
3. для $k = 1, 2, ... K$:
   обучим $f_1(x), ... f_M(x)$ на $T \setminus T_k$
   для каждого $(x, y) \in T_k$:
      дополним T' объектом $([f_1(x), ... f_M(x)], y)$
4. Обучим $G(\cdot)$ на T'. Добавим к признакам T' небольшой шум.
5. Перенастроим $f_1(x), ... f_M(x)$ на всей T.

Небольшой шум на шаге 3 добавляется, чтобы выровнять прогнозы моделей, обученных на разных подвыборках.

Расширения стэкинга

Кроме прогнозов $f_1(x), ...f_M(x)$ агрегирующая функция может зависеть от:

- исходных признаков x
    - в разных частях признакового пространства - разная агрегация
- внутренних представлений f_m (дискриминантных функций, вероятностей).

Расширения стэкинга

Кроме прогнозов $f_1(x), ...f_M(x)$ агрегирующая функция может зависеть от:

- исходных признаков x
  - в разных частях признакового пространства - разная агрегация
- внутренних представлений f_m (дискриминантных функций, вероятностей).

Вариант стэкинга: построить прогнозы K версиями каждой базовой модели, получить $\left\{f_m^k(x)\right\}_{k,m}$, потом усреднить:

$$\hat{y}(x) = \frac{1}{K}\sum_{k=1}^{K} G(f_1^k(x), f_2^k(x), ...f_M^k(x))$$

Линейный стэкинг

- Линейный стэкинг:

$$f(x) = \sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x)$$

$$\sum_{n=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x_n) - y_n \right)^2 \to \min_{\mathrm{w}}$$

- $f_1(x), ... f_M(x)$ зависимы (предсказывают один и тот же y) => нестабильная оценка.
- Более устойчивая оценка:

$$\begin{cases} \sum_{n=1}^{N} \left(\sum_{m=1}^{M} w_m f_m(x_n) - y_n \right)^2 + \lambda \sum_{m=1}^{M} \left(w_m - \frac{1}{M} \right)^2 \to \min_{\mathrm{w}} \\ w_1 \geq 0, ... w_M \geq 0 \end{cases}$$

Использование стэкинга (регрессия) 1

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsRegressor
from sklearn.tree import DecisionTreeRegressor
from sklearn.linear_model import Ridge
from sklearn.ensemble import StackingRegressor
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.metrics import brier_score_loss

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
    get_demo_classification_data()

# Инициализируем базовые модели
knn = KNeighborsRegressor(n_neighbors=100)
tree_model = DecisionTreeRegressor()
```

Использование стэкинга (регрессия) 2

```
# Инициализируем стэкинг для регрессии
ensemble = StackingRegressor(
      estimators=
        [('K nearest neighbors', knn),
         ('decision tree', tree_model)],
      final_estimator=Ridge(),
      cv=3,          # количество блоков кросс-валидации
      n_jobs=-1)     # используем все ядра процессора

# обучение базовых и мета-модели:
ensemble.fit(X_train, Y_train)
Y_hat = ensemble.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Средний модуль ошибки (MAE): \
   {mean_absolute_error(Y_test, Y_hat):.2f}')
```

Использование стэкинга (классификация) 1

```
from sklearn.neighbors import KNeighborsClassifier
from sklearn.tree import DecisionTreeClassifier
from sklearn.linear_model import LogisticRegression
from sklearn.ensemble import StackingClassifier
from sklearn.metrics import accuracy_score
from sklearn.metrics import brier_score_loss

X_train, X_test, Y_train, Y_test =
    get_demo_classification_data()

# Инициализируем базовые модели
knn = KNeighborsClassifier(n_neighbors=100)
tree_model = DecisionTreeClassifier()
```

Использование стэкинга (классификация) 2

```
# Инициализируем стэкинг для классификации
ensemble = StackingClassifier(
    estimators=[('K nearest neighbors', knn),
                ('decision tree', tree_model)],
    final_estimator=LogisticRegression(),
    cv=3,          # количество блоков кросс-валидации
    n_jobs=-1)     # используем все ядра процессора

# обучение базовых и мета-модели:
ensemble.fit(X_train, Y_train)
Y_hat = ensemble.predict(X_test) # построение прогнозов
print(f'Точность прогнозов: \
    {100*accuracy_score(Y_test, Y_hat):.1f}%')

P_hat = ensemble.predict_proba(X_test) # вер-ти классов
loss = brier_score_loss(Y_test, P_hat[:,1])
print(f'Ошибка Бриера: {loss:.2f}')
```

Больше информации. Полный код.