



**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO**

Adão Thalisson Castro Guimarães  
Pedro Henrique Ferreira Amorim da Silva  
Victor Augusto Medeiros Balbino

**CONTROLADOR DIGITAL DISCRETO**

**JUAZEIRO - BA**  
**2022**

**UNIVERSIDADE FEDERAL DO VALE DO SÃO FRANCISCO**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO**

Adão Thalisson Castro Guimarães  
Pedro Henrique Ferreira Amorim da Silva  
Victor Augusto Medeiros Balbino

**CONTROLADOR DIGITAL DISCRETO**

Esta trabalho teve como objetivo a montagem de um controlador digital discreto, dados os requisitos que o mesmo deveria possuir. Além de calcular seus parâmetros de modo teórico e simulá-los para averiguação destes resultados, e poder comprovar que estão sendo cumpridos os requisitos.

Orientador: Prof. Msc. Juracy Emanuel Magalhaes da Franca

**JUAZEIRO - BA**  
**2022**

---

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – Resposta ao degrau . . . . .	5
Figura 2 – Sistema contínuo utilizado para projeto . . . . .	8
Figura 3 – Curvas da resposta contínua . . . . .	8
Figura 4 – Sistema digital transformado . . . . .	9
Figura 5 – Resposta em malha fechada do sistema compensado . . . . .	9
Figura 6 – Comparação entre os sinais . . . . .	10

## LISTA DE CÓDIGOS

5.1	Código em Matlab para obtenção de polos dominantes e K do Sistema NC	13
5.2	Código em Matlab para implementação e geração dos gráficos . . . . .	13

## SUMÁRIO

1	PLANTA . . . . .	5
2	CONVERSÃO DE CONTÍNUO PARA DISCRETO . . . . .	8
3	CONCLUSÃO . . . . .	11
4	REFERÊNCIAS . . . . .	12
5	ANEXOS . . . . .	13

## 1 PLANTA

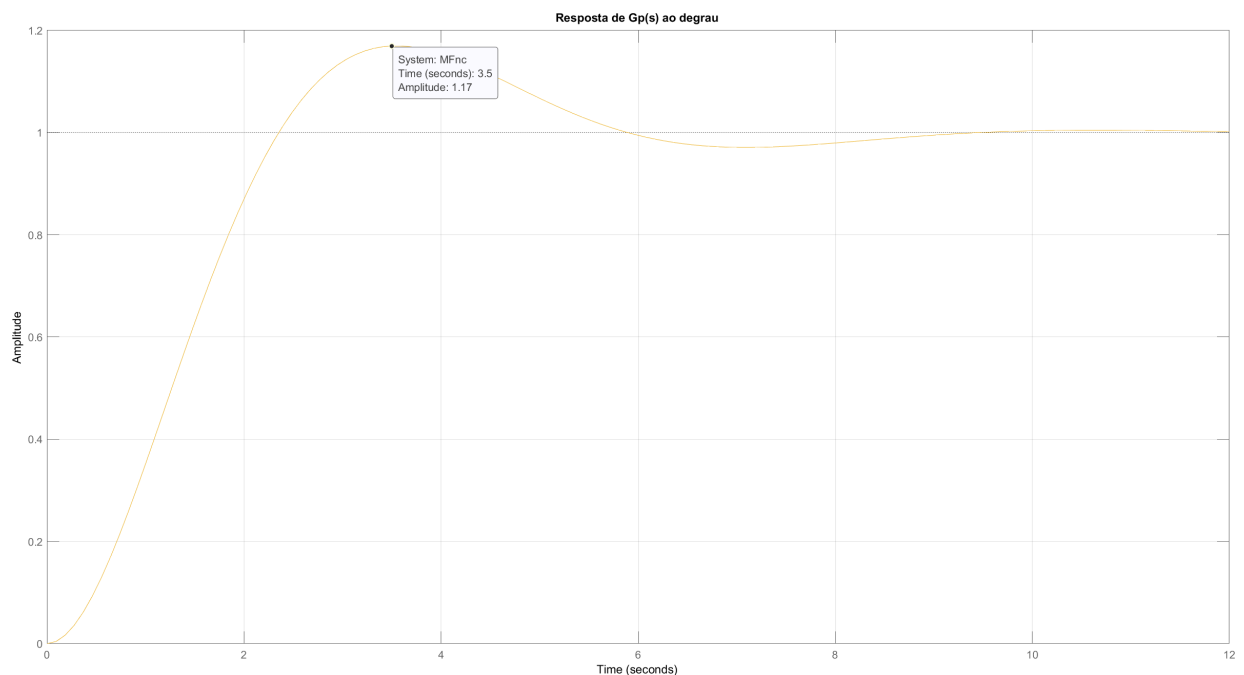
De início, foi proposta uma planta para ser feito o controlador digital, ela é da forma:

$$G_p(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

Foi proposto também que o controlador deveria possuir alguns requisitos, que são:

- OS= 16,3 %
- $T_p = 1s$

A planta, na sua forma contínua, apresentava o seguinte comportamento:



**Figura 1** – Resposta ao degrau

É notado que essa função apresenta  $T_p=3,5$  aproximadamente, e um OS de 1,2(20%) aproximadamente também, resultados esses que serão comprovados por meio dos cálculos analíticos.

O primeiro passo é encontrar a função compensada dessa planta, os passos estão a seguir demonstrados, até encontrar a mesma. Alguns valores foram encontrados utilizando o Matlab, a exemplo dos polos dominantes e o valor de K.

$$W_n = \frac{4}{8\tau_s}$$

$$\delta = \frac{-\ln(0.5/100)}{\sqrt{\pi^2 + (\ln(0.5/100))^2}}$$

$$G_c = \frac{1}{s(s+1)} = \frac{1}{s^2 + s}$$

$$\delta = 0.15$$

$$K = 1.0352 *$$

$$s = -0.54 \pm 0.887i *$$

\* Obtido pelo MATLAB

①

$$s = -\delta W_n \pm W_n \sqrt{\delta^2 - 1}$$

$$W_n = \frac{\text{PARTE REAL DE } s}{-\delta} = \frac{-0.54}{0.15} = 1.08$$

Encontrar o  $\tau_s$  (tempo de acomodação)  $\tau_s = \frac{4}{\delta W_n} = \frac{4}{0.15 \cdot 1.08} = 7.4s$

tempo pico  $\rightarrow t_p = \frac{\pi}{W_n \sqrt{1 - \delta^2}}$   
 $t_p = \frac{\pi}{1.08 \cdot \sqrt{1 - 0.15^2}} = 3.358s$

Compensando o sistema

$$\tau_s = 7.4s \text{ (permanece)}$$

$$W_n = 1.08 \text{ (permanece)}$$

②

Calcular  $\sigma$

Sabendo que  $W_n = \frac{4}{8\tau_s}$  e  $\sigma = -\delta \cdot W_n$ , fazendo as substituições

$$\sigma = -\delta \cdot \frac{4}{8\tau_s} \rightarrow \sigma = -\frac{\delta}{2\tau_s} = -\frac{0.15}{7.4} \rightarrow \sigma = -0.54$$

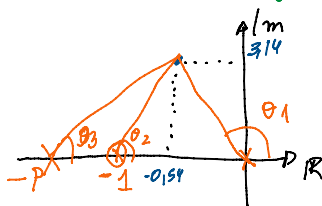
③ Encontrar o  $W_d$ , mas primeiro:

Como a equação do tempo de pico é:  $t_p = \frac{\pi}{W_n \sqrt{1 - \delta^2}}$ , sendo  $W_n \sqrt{1 - \delta^2} = W_d$   
 O tempo de pico desejado é 1s,

$$W_d = \frac{\pi}{t_p} \rightarrow \frac{\pi}{1} \rightarrow W_d = 3.1415$$

Os polos desejados serão então  $s = \sigma \pm W_d \rightarrow s = -0.54 \pm 3.1415$

④ Encontrar o ângulo



$$\theta_1 = 180 - \tan^{-1}\left(\frac{3.14}{0.54}\right) = 99.75^\circ$$

$$\theta_2 = \tan^{-1}\left(\frac{3.14}{0.46}\right) = 81.6^\circ$$

(Porém não vai entrar, pq escolhi pi ser um zero, cancelando assim com o polo)

$$\theta_1 + \theta_3 = -180$$

$$-99.75 + \theta_3 = -180$$

$$\theta_3 = -180 + 99.75$$

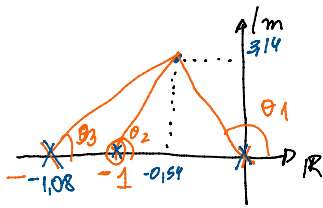
$$\theta_3 = 80.25^\circ$$

$$\tan(\theta_3) = \frac{3.14}{x} \rightarrow \tan(80.25) = \frac{3.14}{x} \rightarrow x = \frac{3.14}{5.181} \rightarrow x = 0.54 + 0.54 = 1.08$$

Contribuição do polo que já existia, a distância até ele

Localização do polo desejado.

⑤ Encontre o  $k$



$$h_1 = \sqrt{3,14^2 + 0,54^2} = 3,186$$

$$h_3 = \sqrt{3,14^2 + 0,54^2} = 3,186$$

Como  $k$  é dado por  $k = h_1 \cdot h_3$  (Nesse caso)

$$k = 3,186 \cdot 3,186 = 10,1512$$

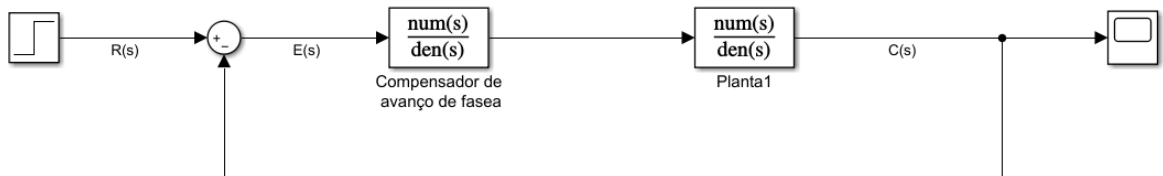
A função compensada será então:  $10,1512 \cdot \frac{(s+1)}{(s+1,08)}$

$$G_c(s) = 10,15 \cdot \frac{(s+1)}{(s+1,08)} //$$



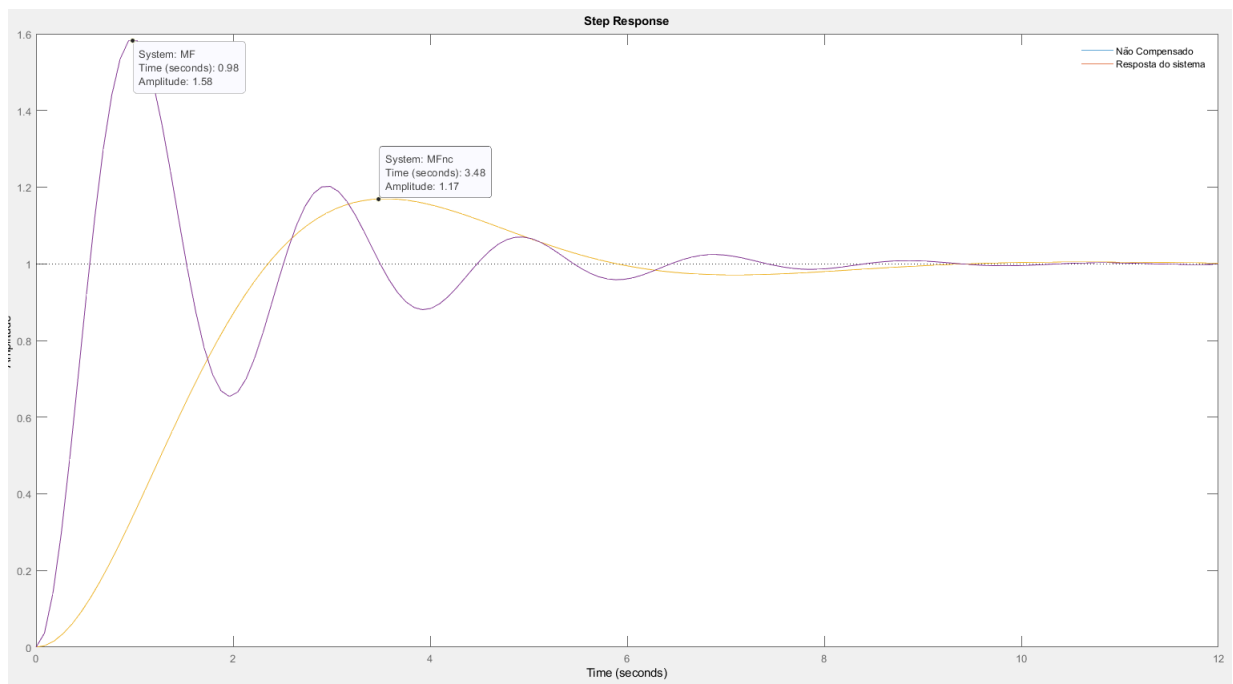
## 2 CONVERSÃO DE CONTÍNUO PARA DISCRETO

O sistema será da seguinte forma:



**Figura 2** – Sistema contínuo utilizado para projeto

Teremos o seguinte gráfico para a resposta em malha fechada no plano s:



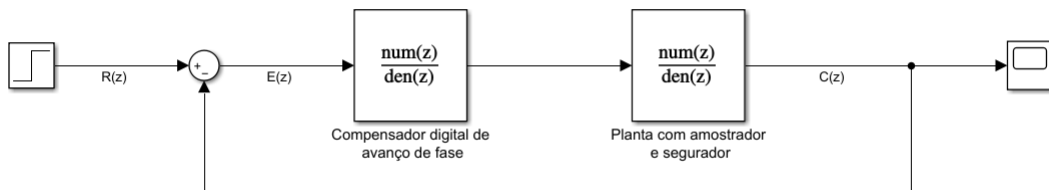
**Figura 3** – Curvas da resposta contínua

Entretanto desejamos o sistema em função de Z, ou seja, o sistema discreto, para isso, faremos a transformação do  $G_p(s)$  e  $G_c(s)$  em  $G_p(z)$  e  $G_c(z)$ , respectivamente. (Usaremos um tempo de amostragem de 0,01s)

$$G_p(s) \rightarrow G_p(z) = \frac{5,159 * 10^{-5} z + 5,142 * 10^{-5}}{z^2 - 1,99z + 0,99}$$

$$G_c(s) \rightarrow G_c(z) = \frac{10,15z - 10,05}{z - 0,9893}$$

O diagrama de blocos tem de ficar da seguinte forma, como mostrado a seguir, para o nosso sistema digital transformado:

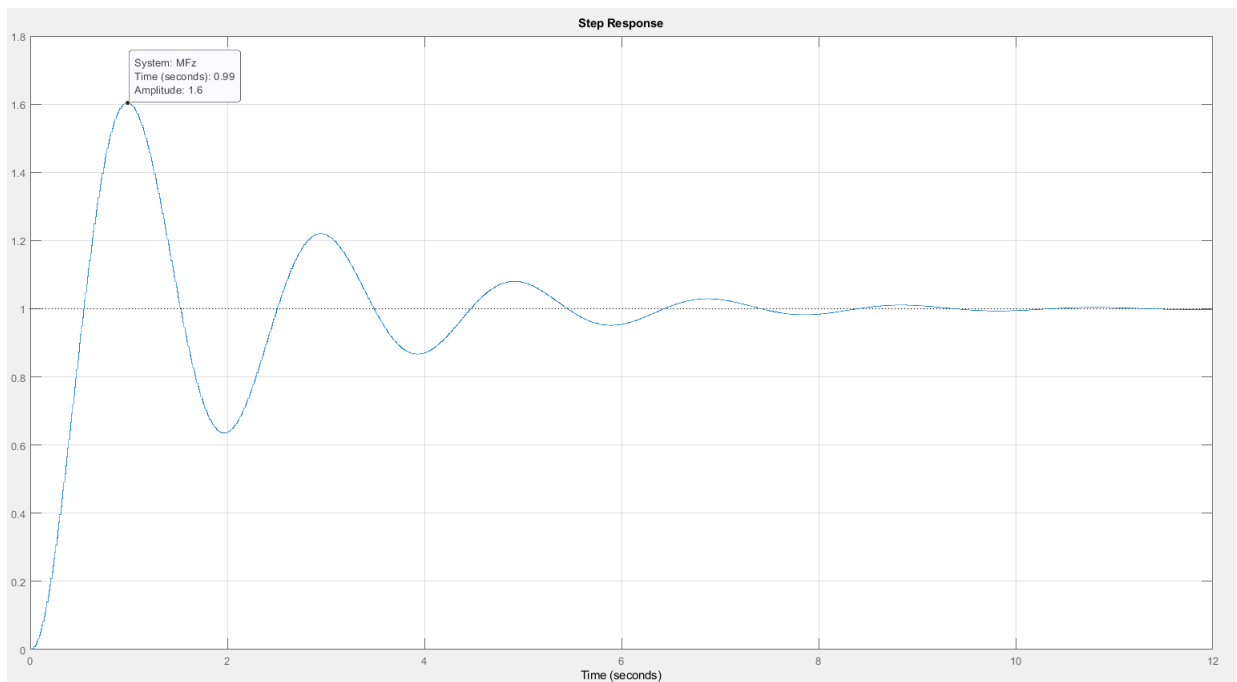


**Figura 4** – Sistema digital transformado

Fazendo agora a "multiplicação" destes dois sinais, como mostrado no diagrama de blocos e obtendo a função de transferência de malha fechada, ficaremos com a seguinte função:

$$G_p(z) * G_c(z) \rightarrow G_e(z) = \frac{0,0005236z^2 + 3,466 * 10^{-6}z - 0,0005167}{z^3 - 2,979z^2 + 2,959z - 0,9794}$$

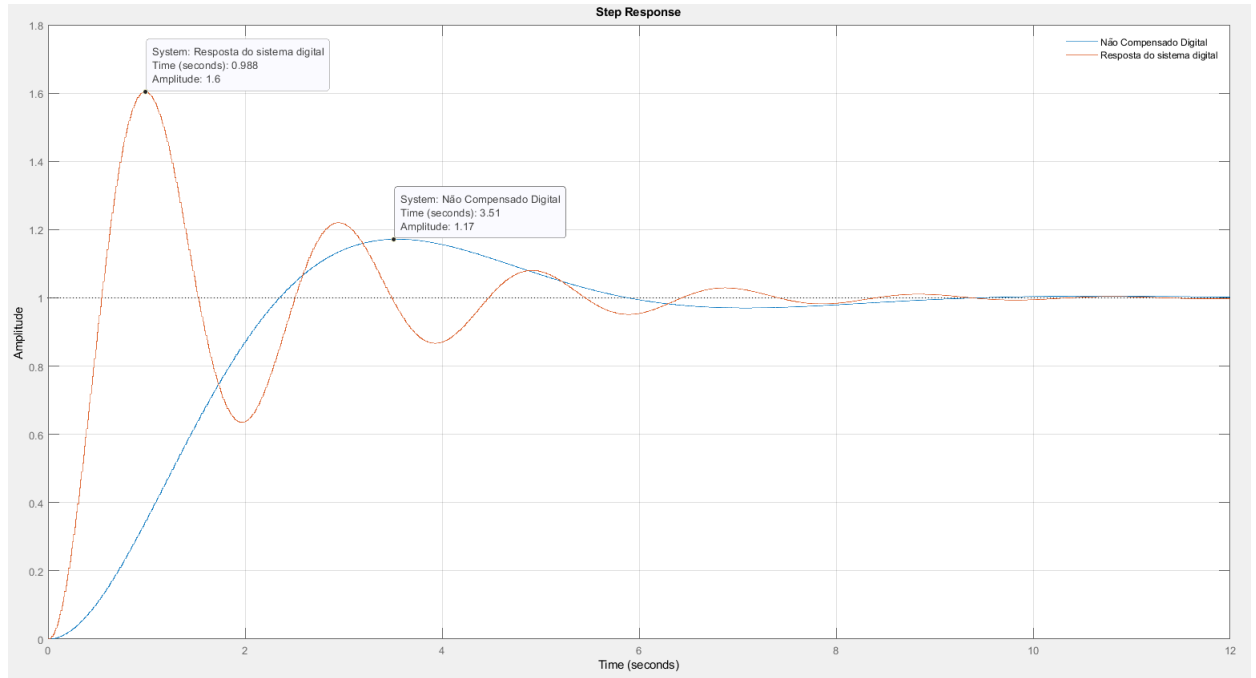
A curva ficará então da seguinte maneira:



**Figura 5** – Resposta em malha fechada do sistema compensado

Sendo assim possível notar que os valores anteriormente calculados, de fato estão corretos, como o Tempo de pico sendo de 1s e o overshoot sendo de no máximo 16,3%.

Na seguinte imagem, foram colocadas sobrepostas as respostas do sistema Não compensado , e o do compensado, na sua forma digital. Lembrando que o tempo de amostragem é de 1s, como foi mencionado no início deste relatório.



**Figura 6** – Comparação entre os sinais

Estão mostrados alguns pontos notáveis, como o Tempo de pico, além de ser notado o Tempo de acomodação dentro do que era calculado, sendo este de 7,4s.

Na seção de anexos está o código utilizado para geração destes gráficos, comentado para facilitar o entendimento.

### 3 CONCLUSÃO

O experimento trouxe uma conclusão de forma abrangente de como se comportam na prática e como vimos em sala de aula, trazendo um amadurecimento de saber lidar e contornar erros ocasionais, bem como problemas que surgiram na realização dos mesmos, e que podem acontecer na prática.

Além disso, os resultados adquiridos nesse experimento foram suficientemente claros e objetivos com a proposta do experimento. Entendendo como funciona e verificar os comportamentos da função compensada, além do overshoot e dos polos, compreendendo todos os princípios, desde os seus gráficos, foi possível também apurar os cálculos neles envolvidos. Dessa forma, pode-se aplicar conceitos teóricos de forma prática, apesar de serem realizados por meio de simulação. Entretanto, é algo bem factível de assemelhação com o mundo real.

## **4 REFERÊNCIAS**

1. NISE, N. S. Engenharia de Sistemas de Controle, 6a Edição, LTC, 2012.

## 5 ANEXOS

**Código 5.1** – Código em Matlab para obtenção de polos dominantes e K do Sistema NC

```

1
2 OS=16.3
3 zeta=-log(OS/100)/sqrt(pi^2+[log(OS/100)]^2);
4 %zeta=0.707
5 num_nc=[1] %numerador da funcao nao compensada
6 den_nc=[1 1 0] %denominador da funcao nao compensada
7
8 funcao_nc=tf(num_nc, den_nc) %transforma em uma funcao de
   transferencia
9
10 rlocus(funcao_nc) %mostra o LR
11 sgrid(zeta,0) % Sobre e a reta de ultrapassagem percentual
   desejada.
12
13
14 PD_nao_comp=-0.54+0.887*i;
15 parte_real_nc= real(PD_nao_comp); %separa a parte real do PD
16 parte_im_nc= imag(PD_nao_comp); %separa a parte Imaginaria do PD
17
18 wn_nc = parte_real_nc/-zeta;
19 ts_nc = 4/ (wn_nc * zeta);
20
21 K_nc=-real(polyval(den_nc, PD_nao_comp)) %mostra o K do sistema
22
23 %%% compensando
24
25 ts_comp = ts_nc
26 wn_comp = 4/(zeta*ts_comp)
27
28
29
30
31
32
33
34 //=====

```

**Código 5.2** – Código em Matlab para implementação e geração dos gráficos

```

1  %=====
2
3  %Funcao em s da planta
4  funcNC=tf(1.0352*1,[1 1 0]);
5
6  Ts=0.01;
7  funNCz=c2d(funcNC,Ts); %funcao em z da planta
8  MFNCz=feedback(funNCz,1) %obtendo funcao em malha fechada para a
   funcao NC
9  step(MFNCz)
10
11 hold on
12
13
14 funcC=tf(10.15*[1 1],[1 1.08]);%funcao em s do compensador
15
16 funcZ=c2d(funcC,Ts); %funcao em z do compensador
17
18 Gez=funNCz*funcZ %multiplicacao da planta com o compensador Z
19
20 MFz=feedback(Gez,1) %obtem a funaco de transferencia em malha
   fechada
21 step(MFz);
22 legend('Nao Compensado Digital','Resposta do sistema digital');
23
24
25 hold off
26
27 //=====

```