ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: Ι. ΘΕΟΧΑΡΗΣ

Εργασία 4η

ΒΙΚΤΩΡ ΝΑΣΤΟΣ

ΑΕΜ: 9297

Email : viktorna@auth.gr

Θεσσαλονίκη 09/2020

Περιεχόμενα

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$AEM \ = \ [9\ 2\ 9\ 7], \mu = 2$$

$$fp = \ (4 + \mu) = \ (4 + 2) = 6\ kHz$$

$$fs = \frac{fp}{2.6} = \ 2.3077\ kHz$$

$$amin = \ 24 \ + \ a_3 \ * \frac{6}{9} = \ 30\ dB$$

$$amax \ = \ 0.5 \ + \frac{a_4}{36} = 0.6944\ dB$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

- Από τις προδιαγραφές έχουμε:

$$\begin{aligned} \omega p = \ 2\pi * fp \ &= \ 37699\ rad/sec \\ \omega s \ = \ 2\pi * fs \ &= \ 14500\ rad/sec \end{aligned}$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega(\omega p) = \ 1 \ = \Omega p \ \kappa\alpha\iota \ \Omega(\omega s) \ = \frac{\omega p}{\omega s} \ = \ 2.6 = \Omega s$$

Με Ωp και Ωs είναι οι συχνότητες διόδου και αποκοπής του μετασχηματισμένου κατωδιαβατού. Στην συνέχεια, προχωράμε στον υπολογισμό της τάξης, της συχνότητας ημίσειας ισχύος και των πόλων της κατωδιαβατής απόκρισης Butterworth.

- Προσδιορισμός ε , n , α , συχνότητας 3dB(συχνότητας ημίσειας ισχύος)

$$n = \frac{\log[\,(10^{\frac{amin}{10}} - 1)/(10^{\frac{amax}{10}} - 1)]}{2\log(\Omega s)} = 4.5351$$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αριθμός στρογγυλοποιούμε προς τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο, άρα n = 5.

Για τη συχνότητα 3dB(συχνότητας ημίσειας ισχύος) έχω:

$$\Omega_0 = \frac{1}{[10^{\frac{amax}{10}} - 1]^{\frac{1}{2n}}} = 1.1915$$

Η αντίστοιχη συχνότητα του ανωδιαβατού φίλτρου είναι:

$$\omega_0 = \frac{\omega p}{\Omega_0} = 31640\, rad/sec$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχω $\omega = \omega s$, δηλαδή οι προδιαγραφές υπερκαλύπτονται στην συχνότητα αποκοπής. Θεωρώ προσωρινά πως Ωo = 1, δηλαδή θεωρώ ένα κανονικοποιημένο φίλτρο Butterworth.

Στην περίπτωση αυτή για n=5 , οι πόλοι Butterworth είναι :

pk	ψκ	σκ± jωκ	Ωκ	Qk
P_1	$0°$	-1	1	0.5
$P_{2,3}$	$\pm 36°$	$-0.809 \pm j\, 0.587$	1	0.618
$P_{4,5}$	$\pm 72°$	$-0.309 \pm\ j\, 0.951$	1	1.618

Η συνάρτηση μεταφοράς του κανονικοποιημένου πρωτότυπου LP φίτρου είναι:

$$TLP\,(S) = \frac{1}{(S+1)\,(S\, +\, 0.618S\, + 1)\,(S\, +\, 1.618S\, + 1)}$$

ενώ το κανονικοποιημένο **HP φίλτρο** προκύπτει από τον μετασχηματισμό $s = 1/S$ και είναι:

$$THP(s) = \frac{s^5}{(s+1)\,(s^2 + 1.618s + 1)\,(s^2 + 0.618s + 1)}$$

Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης είναι οι ίδιοι με τους πόλους της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης, με την προσθήκη και τριών μηδενικών στο μηδέν.

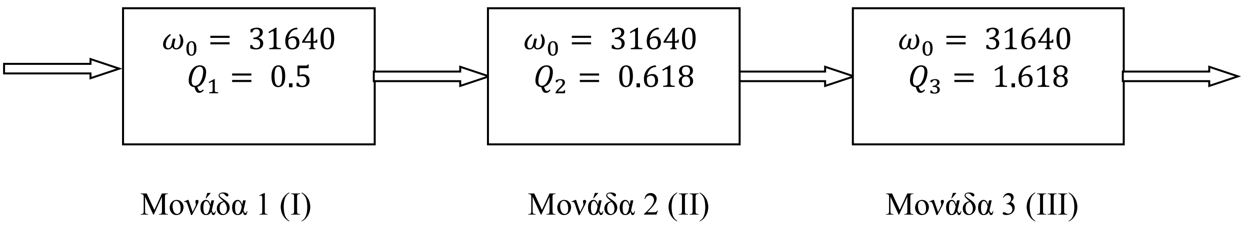
Στην παραπάνω σχέση, **η συσχνότητα ημίσειας ισχύος** για το ανωδιαβατό φίλτρο είναι $\omega_0 \ = \ 1$, δηλαδή έχουμε ένα κανονικοποιημένο ανωδιαβατό φίλτρο. Στην πραγματικότητα όμως η συχνότητα $3dB$ του ανωδιαβατού φίλτρου , είναι $\omega_0 = \ 31640 \ (rad \ / \ sec)$. Επομένως, οι πόλοι της $THP \ (s)$ κείνται πάνω σε ένα κύκλο με ακτίνα ω_0. Οι πόλοι της ανωδιαβατής συνάρτησης δίνονται και πάλι από τον παραπάνω πίνακα, όπου αντί $\Omega o\kappa = 1$, θεωρούμε μέτρα ω, δηλαδή:

$$sk \ = \ \omega_0 \, X \ (-cos \, \Psi\kappa \ + j \ sin \, \Psi\kappa)$$

Με άλλα λόγια, η ωο δίνει την συνολική κλιμακοποίηση συχνότητας, αφενός μεν λόγω της αρχικής κλιμακοποίησης (ωp) και στην συνέχεια λόγω κλιμακοποίησης του Ω_0:

$$\omega_0 = \frac{\omega p}{\Omega o} \ = \ 31640 \, rad/sec$$

Για την υλοποίηση της **μονάδας (I)** χρησιμοποιούμε ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης. Για την υλοποίηση των **μονάδων (II) και (III)** χρησιμοποιούμε το ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key με την στρατηγική σχεδίασης (1). Επειδή υλοποιούμε κατά Butterworth, οι πόλοι έχουν κοινό μέτρο και επομένως η κλιμακοποίηση θα είναι ίδια για όλες τις μονάδες. Θεωρούμε αρχικά ότι $\omega_0 \, = 1$ και κλιμακοποιούμε την συχνότητα αργότερα.



1. Υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι ω_0 = 1 και υλοποιούμε της κανονικοποιημένες μονάδες. Στη συνέχεια, κλιμακοποιούμε τη συχνότητα $kf \ = \omega_0$ για να πάρουμε τα πραγματικά στοιχεία.

<u>Μονάδα (I)</u>

$T1\,(s) = \frac{s}{(s+p_1)}$, όπου $p_1 = \frac{1}{RC} = 1$ (ω_0 = 1)

Επιλέγουμε *R=C=1.*

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 31640 rad/sec$, επιλέγουμε $kf = \omega_0 = 31640\, rad/sec$.
Επιπλέον, για να έχουμε πυκνωτή $C = 0.01\mu F$ θα υπολογίσουμε το km ως εξής :

$$0.01 * 10^{-6} = \frac{1}{k_f * k_m} * \mathrm{C} \quad => k_m = \frac{1}{10^{-8} * 31640} = 3160.6$$

Τελικά $km = 3160.6$, συνεπώς $R11 = 3160.6\,\Omega$.

<u>Μονάδα (II)</u>

Επειδή έχουμε φίλτρο Sallen-Key με την στρατηγική σχεδίασης (1) ισχύουν:

$R21 = r21 = R22 = 1$, $C21 = 1$, $C22 = 1$, $k = 3 - \frac{1}{Q}$ και $r22 = 2 - \frac{1}{Q}$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $kf = \omega_0 = 31640 rad/sec$ και προκύπτει $km = 3160.6$. Τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας είναι:

$R21 = r21 = R22 = 3160.6\ \Omega$, $r22 = 1206.9\,\Omega$,

$C21 = C22 = 0.01\mu F \ \ και \ \ k2 = 1.3819$

<u>Μονάδα (III)</u>

Όμοια επειδή έχουμε φίλτρο Sallen-Key με την στρατηγική σχεδίασης (1) ισχύουν:

$R31 = r31 = R32 = 1$, $C31 = 1$, $C32 = 1$, $k3 = 3 - \frac{1}{Q}$ και $r32 = 2 - \frac{1}{Q}$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $kf = \omega_0 = 31640 rad/sec$ και προκύπτει $km = 3160.6$. Τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας είναι:

$R31 = r31 = R32 = 3160.6\ \Omega$, $r32 = 4367.8\,\Omega$,

$C31 = C32 = 0.01\mu F \;\; \kappa\alpha\iota \;\; k3 = 2.382$

2. Ρύθμιση κέρδους

Με βάση τις προδιαγραφές που δόθηκαν, θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 5 dB. Το συνολικό κέρδος στις υψηλές συχνότητες λόγω της στρατηγικής που ακολουθήθηκε (στρατηγική 1) είναι $K = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 3.2916$. Άρα για να φτάσουμε στα 5 dB κέρδος θα πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου. Δηλαδή:

$$20log(\alpha K) = 5 \;=>\; \alpha K = 1.778 \;=>\; \alpha = 0.54025.$$

Επειδή $\alpha < 1$ η τάση εξόδου που δίνει το κύκλωμα είναι μεγαλύτερη από αυτή που ζητάμε. Επομένως, η τάση εισόδου θα πρέπει να αρχίσει να εξασθενεί με παθητικό τρόπο. Αυτό θα επιτευχθεί, αποσβένοντας στο τέλος με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος α = 0.54025. Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία θα έχει λόγο αντιστάσεων R2/R1 = 0.54025, δηλαδή R1 = 10kΩ και R2 = 5.4025 kΩ.

Τέλος, προστέθηκε και μία ακόμη αναστρέφουσα συνδεσμολογία μοναδιαίου κέρδους έτσι ώστε να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.

Συναρτήσεις μεταφοράς μονάδων

1. Για την πρώτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$\mathrm{T1(s)} = k_1 \frac{s}{s+\omega_0} = \frac{s}{s+31640}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T2(s) = k_2 \frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2} = \frac{1.382s^2}{s^2+51200s+1.001\cdot 10^9}$$

3. Για την τρίτη μονάδα η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

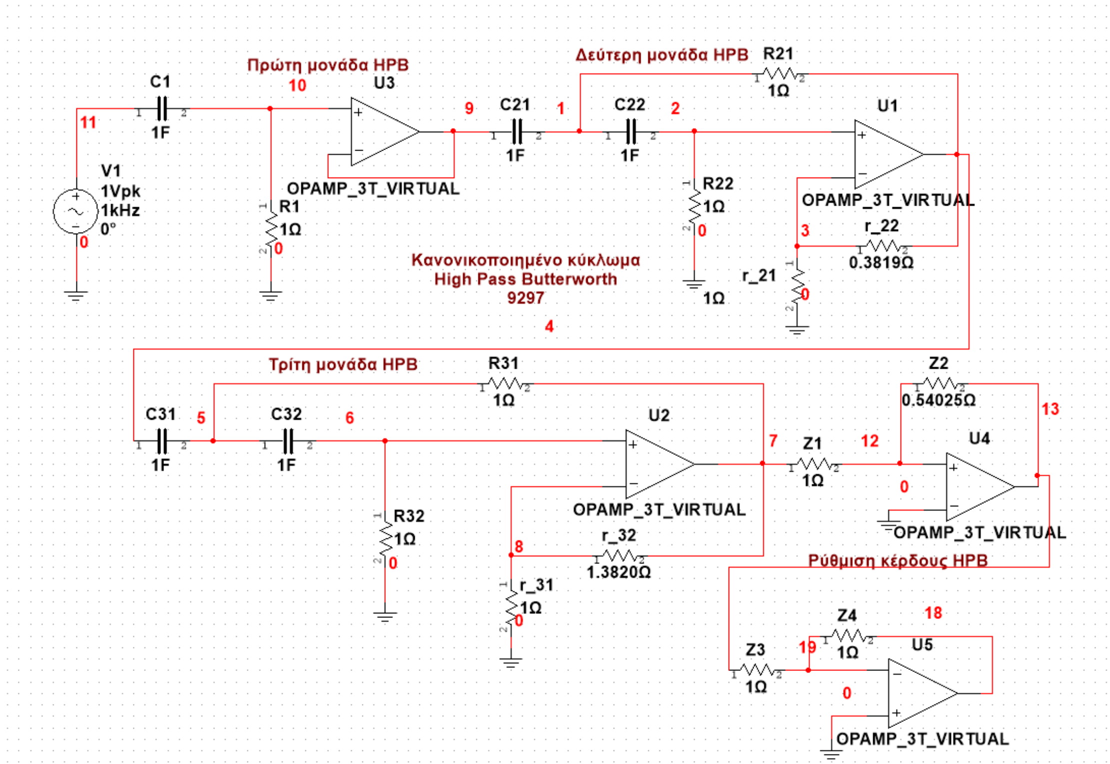
$$T3(s) = k_3 \frac{s^2}{s^2+\frac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2} = \frac{2.382s^2}{s^2+19550s+1.001\cdot 10^9}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού φίλτρου Butterworth είναι:

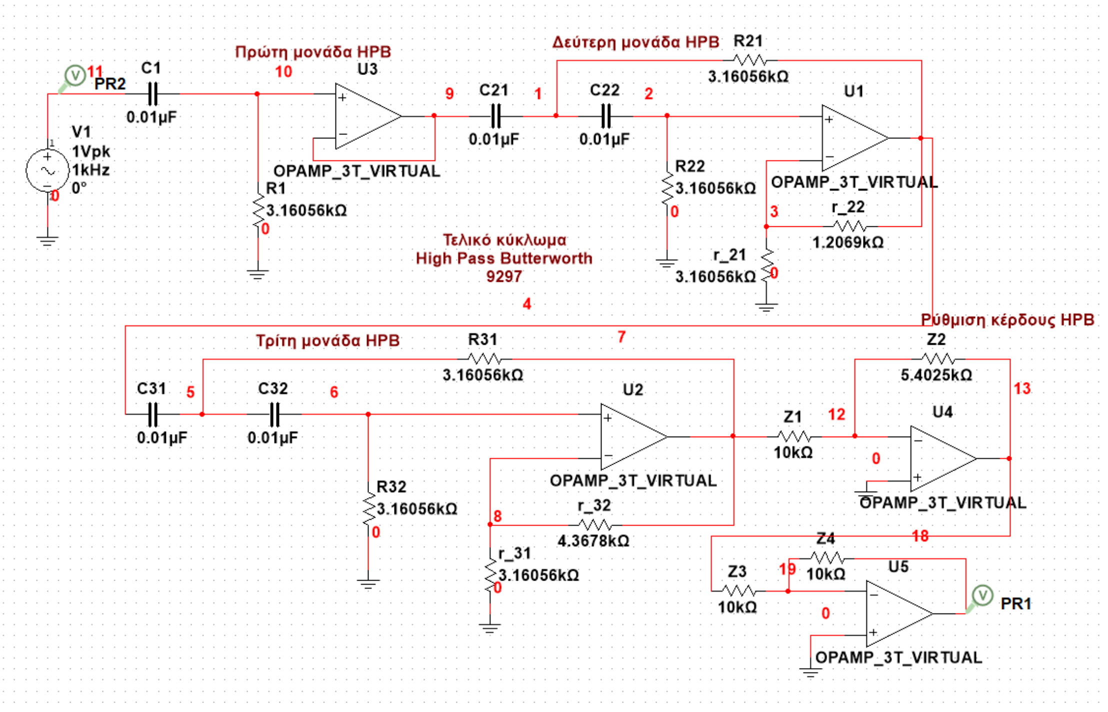
$$THP(s) = a * T1(s) * T2(s) * T3(s) =$$

$$\frac{1.778\, s^5}{s^5 + 1.024 \cdot 10^5 s^4 + 5.242 \cdot 10^9 s^3 + 1.659 \cdot 10^{14} s^2 + 3.243 \cdot 10^{18} s + 3.171 \cdot 10^{22}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες καθώς και η αναστρέφουσα συνδεσμολογία για τη ρύθμιση του κέρδους. Τέλος, προστέθηκε και μία ακόμη αναστρέφουσα συνδεσμολογία μοναδιαίου κέρδους έτσι ώστε να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.



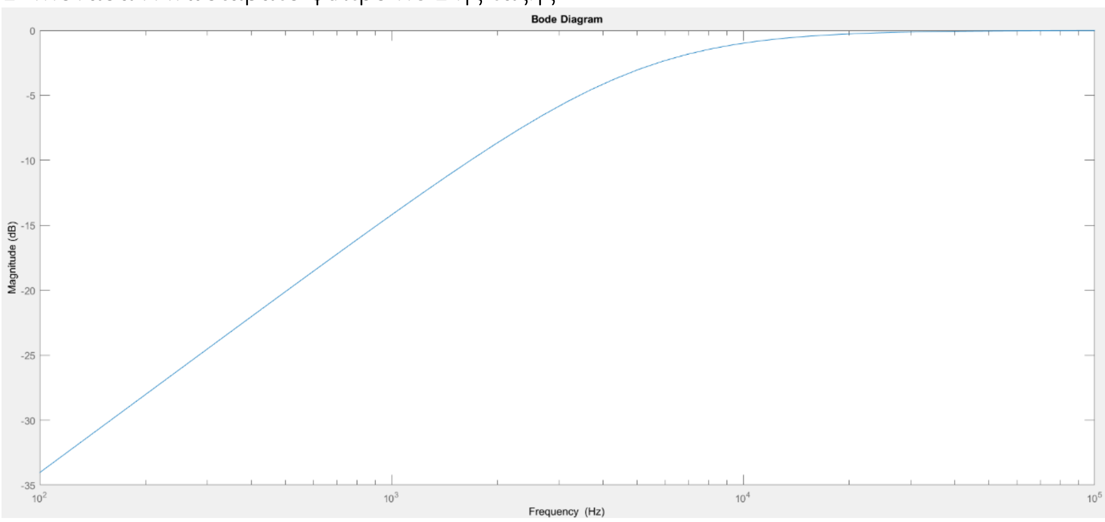
Παρακάτω φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



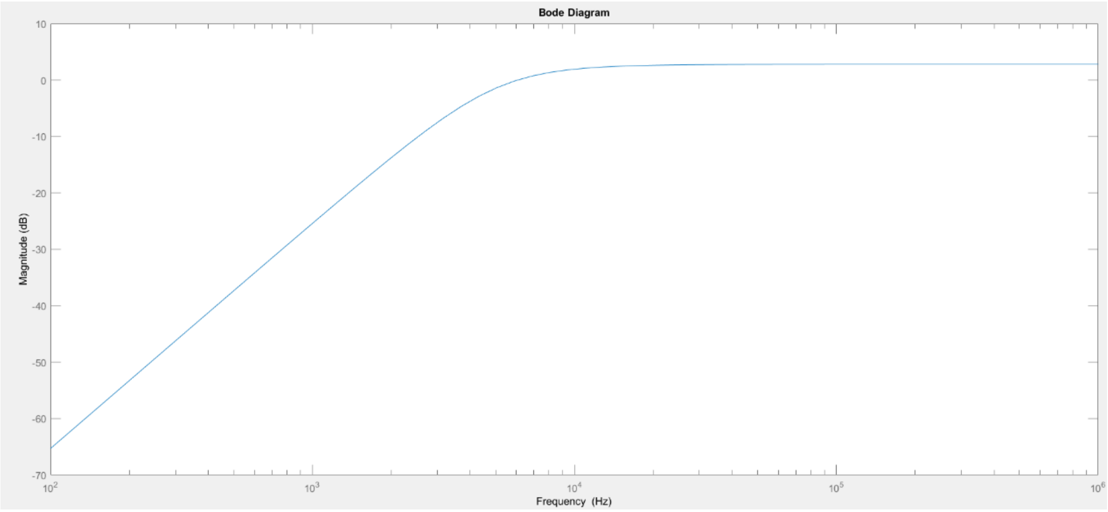
B. Μελέτη της συνάρτησης μεταφοράς στο Matlab

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επιμέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων του ανωδιαβατού φίλτρου που σχεδιάσαμε, όπως και τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

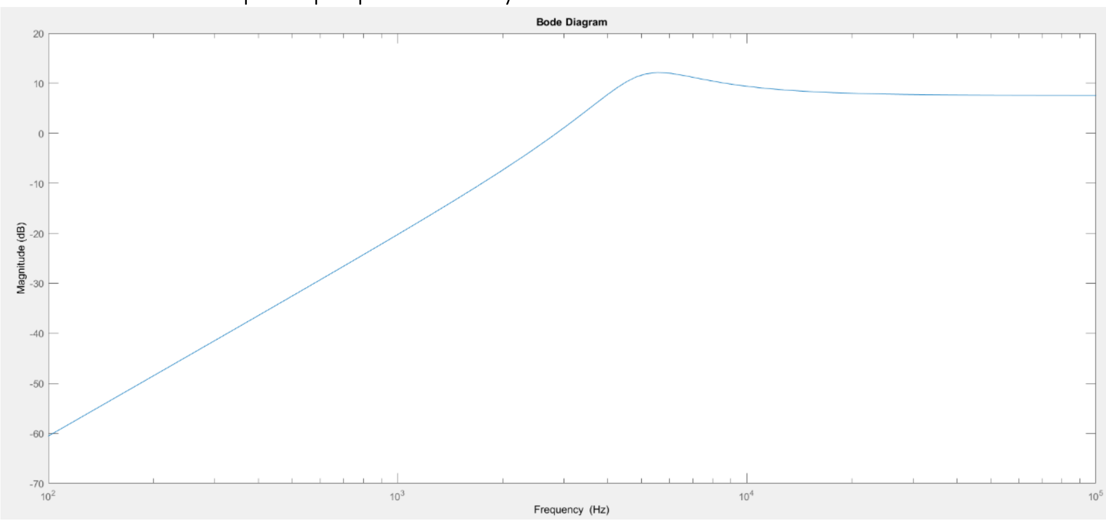
1^{η} Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο RC 1 ης τάξης



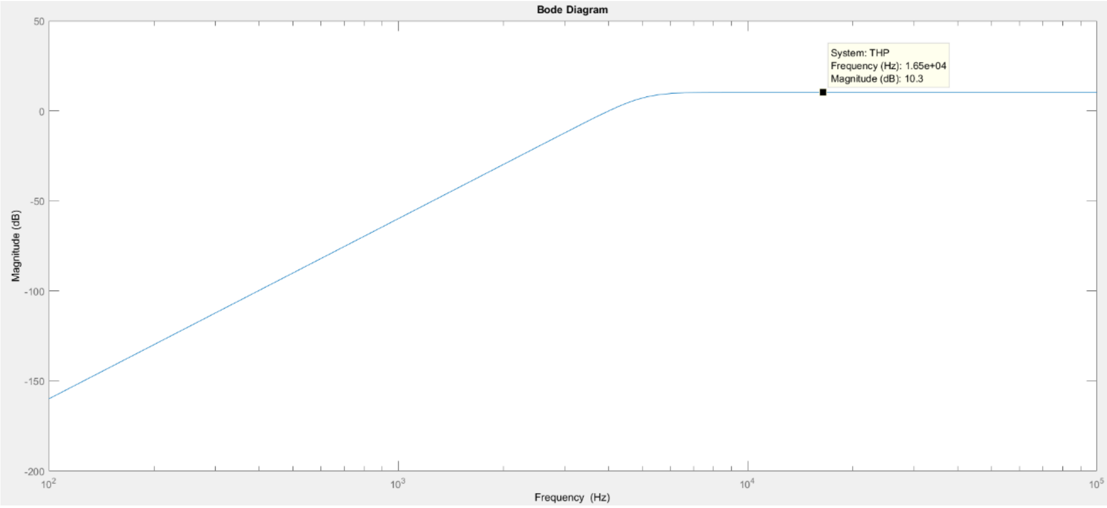
2η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



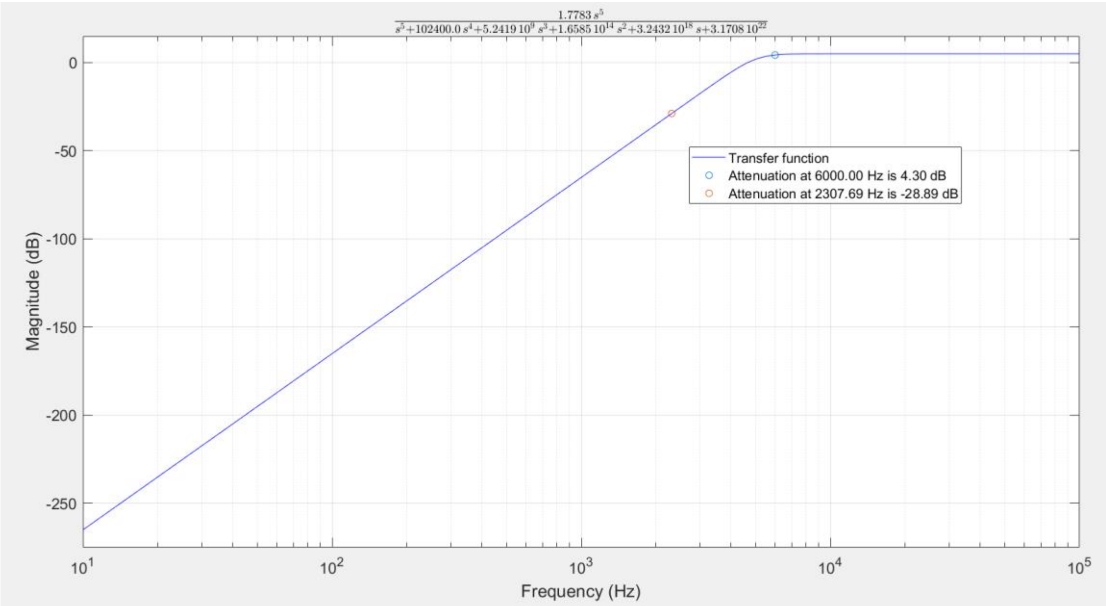
3η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



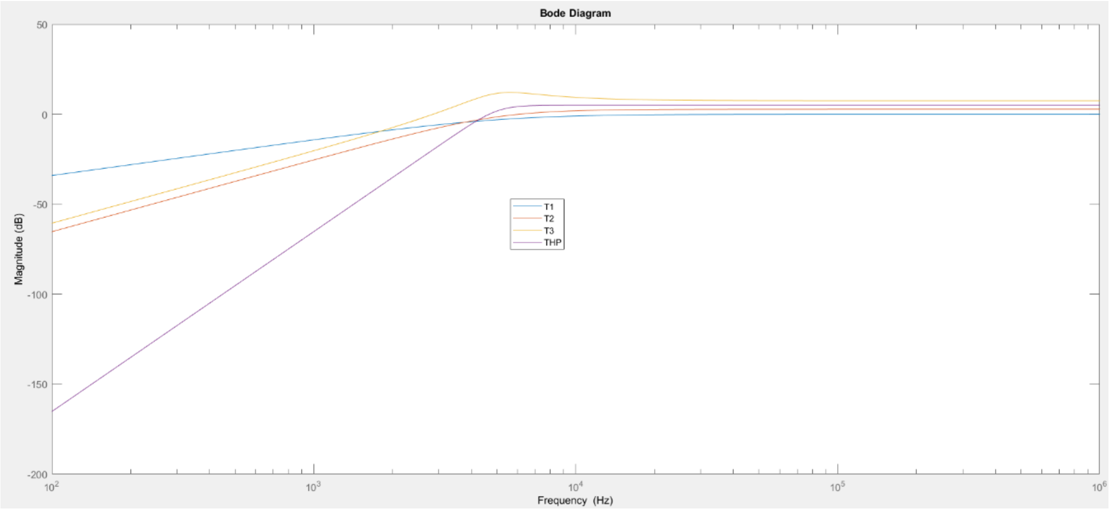
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας πριν τη ρύθμιση του κέρδους.



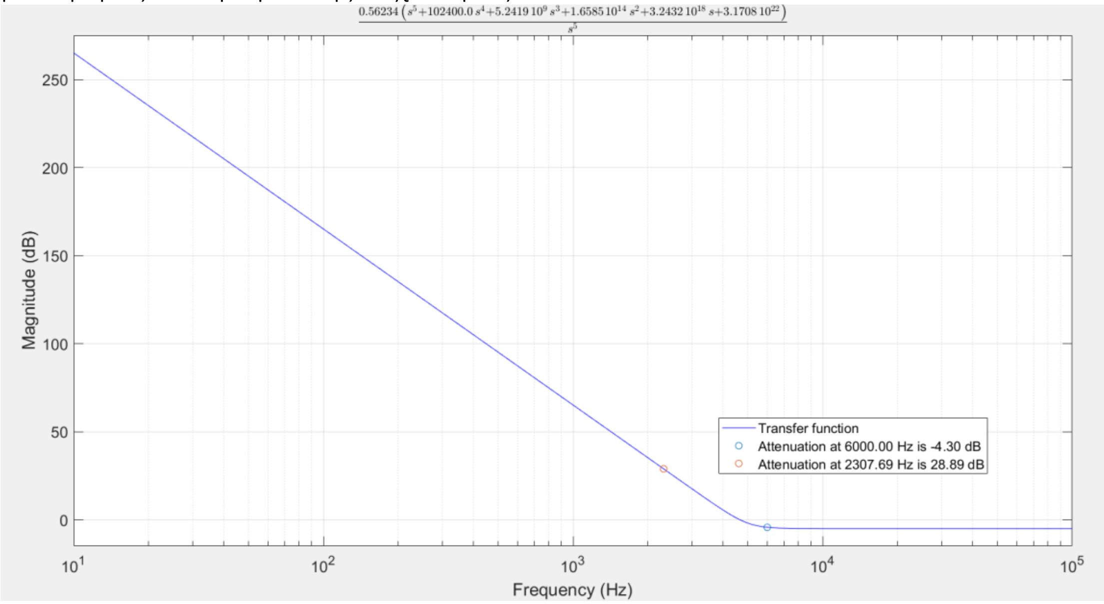
Παρακάτω φαίνεται η απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας μετά τη ρύθμιση του κέρδους(0dB).



Παρακάτω φαίνονται οι αποκρίσεις των τριών μονάδων και της συνολικής μονάδας μαζί.



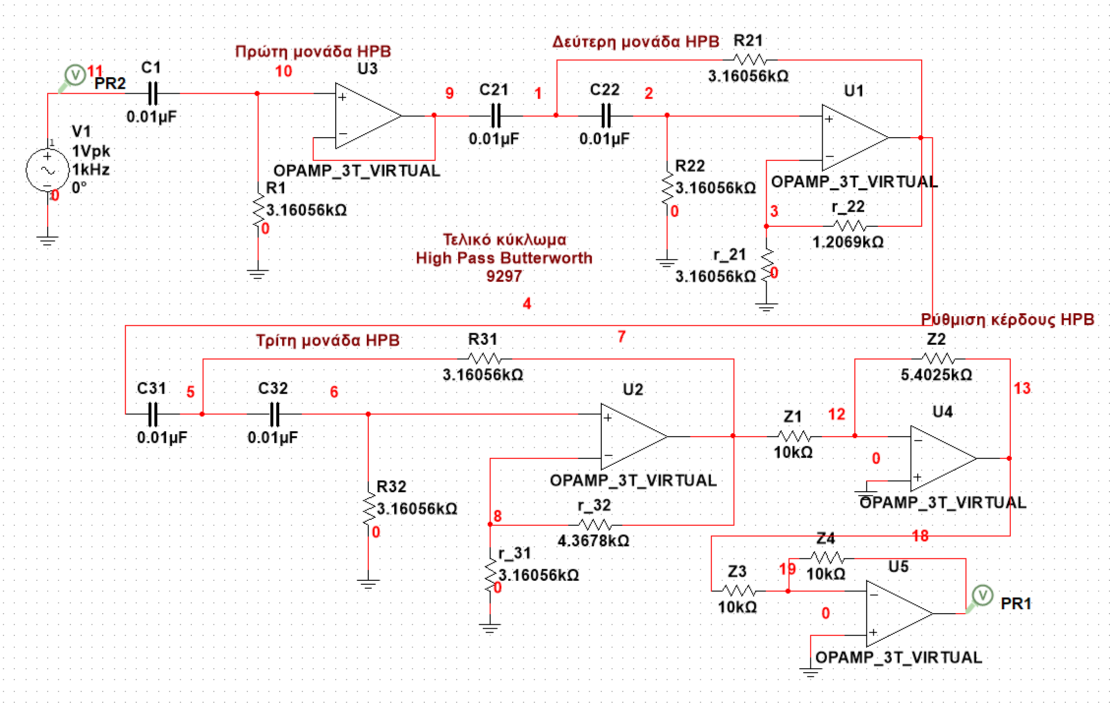
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



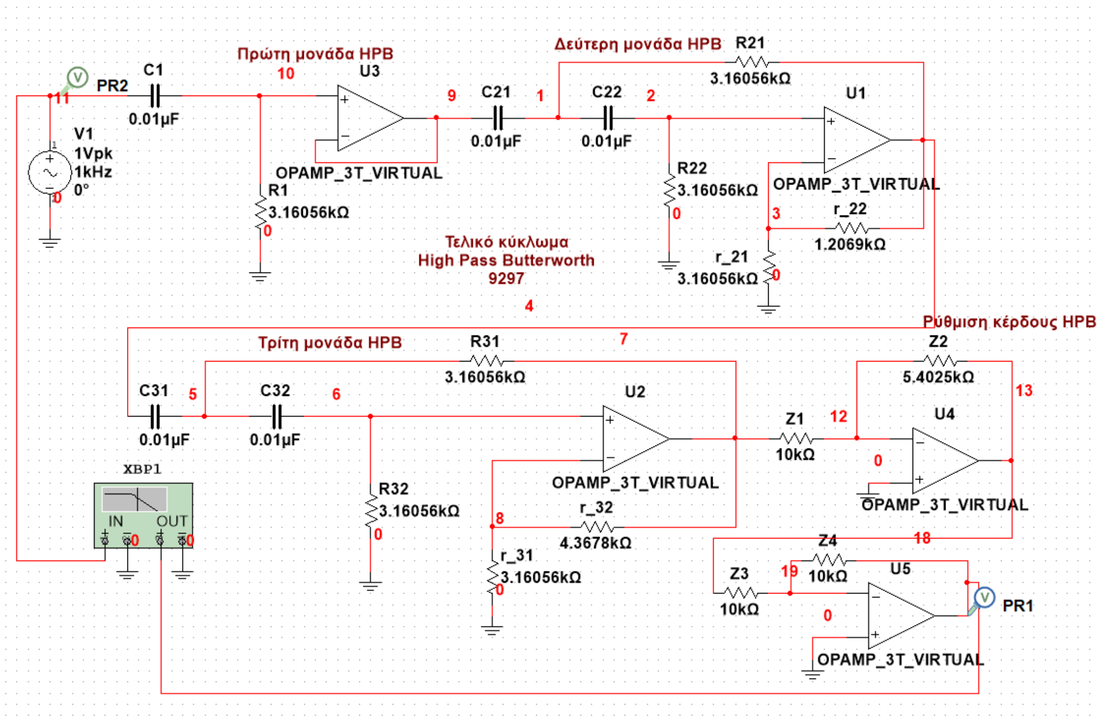
Στο παραπάνω διάγραμμα παρατηρούμε ότι το τελικό φίλτρο έχει κέρδος $5\ dB$ στις υψηλές συχνότητες , όπως έχει ζητηθεί. Στη συχνότητα των $2.3077kHz$ θέλουμε να έχουμε $amin =\ 30\ dB$. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε $28.89 + 5 = 33.89db$, που είναι αρκετά μεγαλύτερο από το απαιτούμενο κέρδος. Οπότε η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται. Στη συχνότητα των $6kHz$ θέλουμε $amax = 0.6944\ dB$. Από το διάγραμμα στη συχνότητα αυτή έχουμε $5 - 4.30 = 0.70\ db$. Άρα το φίλτρο καλύπτει τις προδιαγραφές μας.

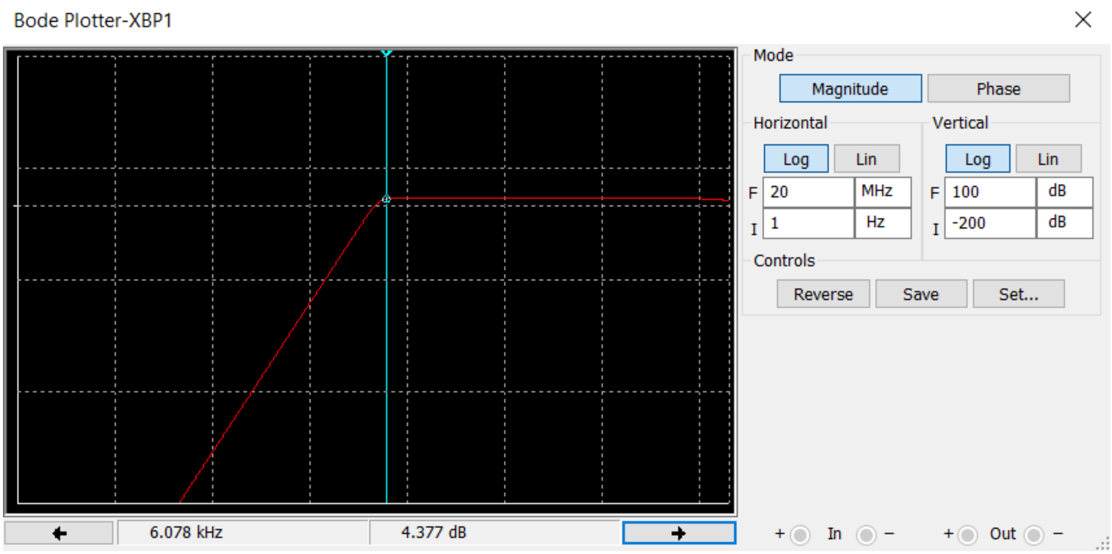
Γ. Υλοποίηση του κυκλώματος φίλτρου στο Multisim

Σχεδιάζουμε το κύκλωμά μας στο Multisim, προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Το κύκλωμα όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως είναι το παρακάτω.

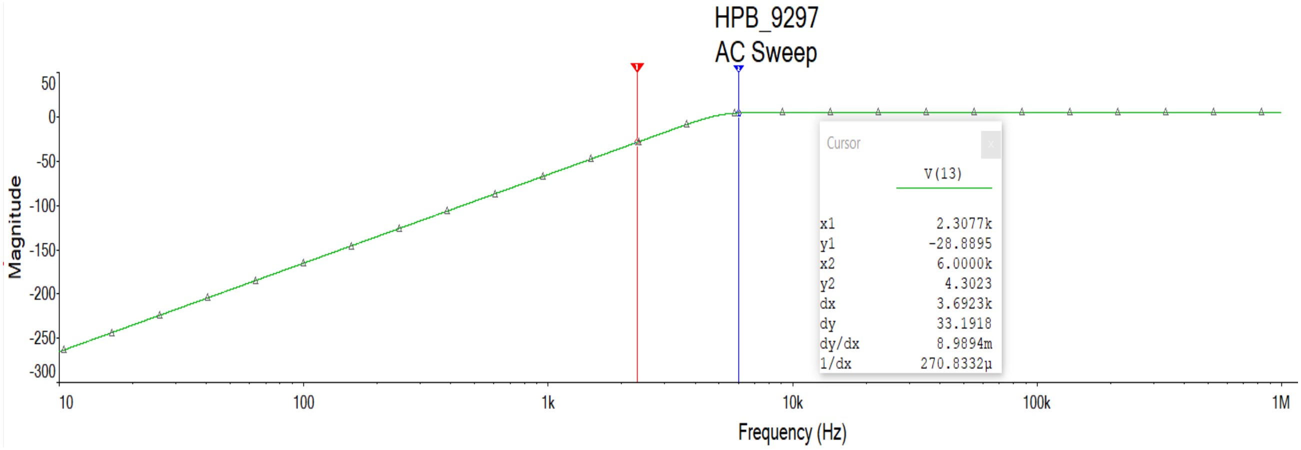


Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το κύκλωμα και το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνονται παρακάτω:





Η γενική μορφή του διαγράμματος παρουσιάζει ένα υψηπερατό φίλτρο Butterworth. Ωστόσο, για να έχουμε τη δυνατότητα ανάγνωσης τιμών θα χρησιμοποιήσουμε την AC Analysis που παρέχει το Multisim. Το διάγραμμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο:



Από το διάγραμμα αυτό επιβεβαιώνουμε ότι οι προδιαγραφές για το κύκλωμα για το $amin = 30\ dB, amax = 6944\ dB$ καλύπτονται, καθώς στη συχνότητα $2.3077kHz$ έχουμε απόσβεση περίπου $33.89\ dB$ και στη συχνότητα 6kHz έχουμε απόσβεση περίπου $0.6977\ dB$. Παρατηρούνται ωστόσο μικρές αποκλίσεις οι οποίες αποδίδονται στο γεγονός ότι οι τιμές των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στο Multisim έχουν μικρότερη ακρίβεια από ότι οι αντίστοιχες τιμές στην ανάλυση στο Matlab. Στις υψηλές συχνότητες το κέρδος είναι $5\ dB$, όπως ακριβώς ζητήθηκε.

Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή:

Σε αυτό το σημείο αναλύεται απόκριση του κυκλώματος , όταν αυτό δέχεται ως είσοδο ένα άθροισμα συνημίτονων:

$$f(t) = \cos(0.5\ \omega_s\ t) + 0.6\cos(0.8\ \omega_s\ t) + \cos\left(1.2\omega_p t\right)$$

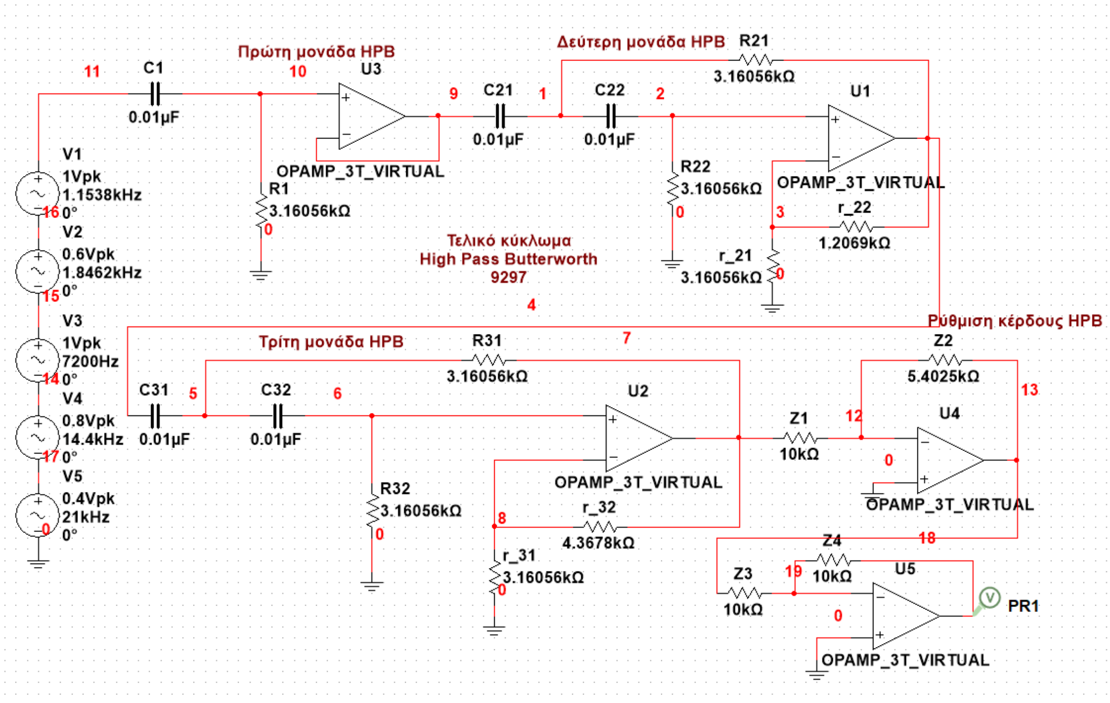
$$+\ 0.8cos(2.4\ \omega_p t)\ +\ 0.4cos(3.5\omega_p t)$$

Οι συχνότητες που θα παρουσιάσει το σήμα αυτό είναι:

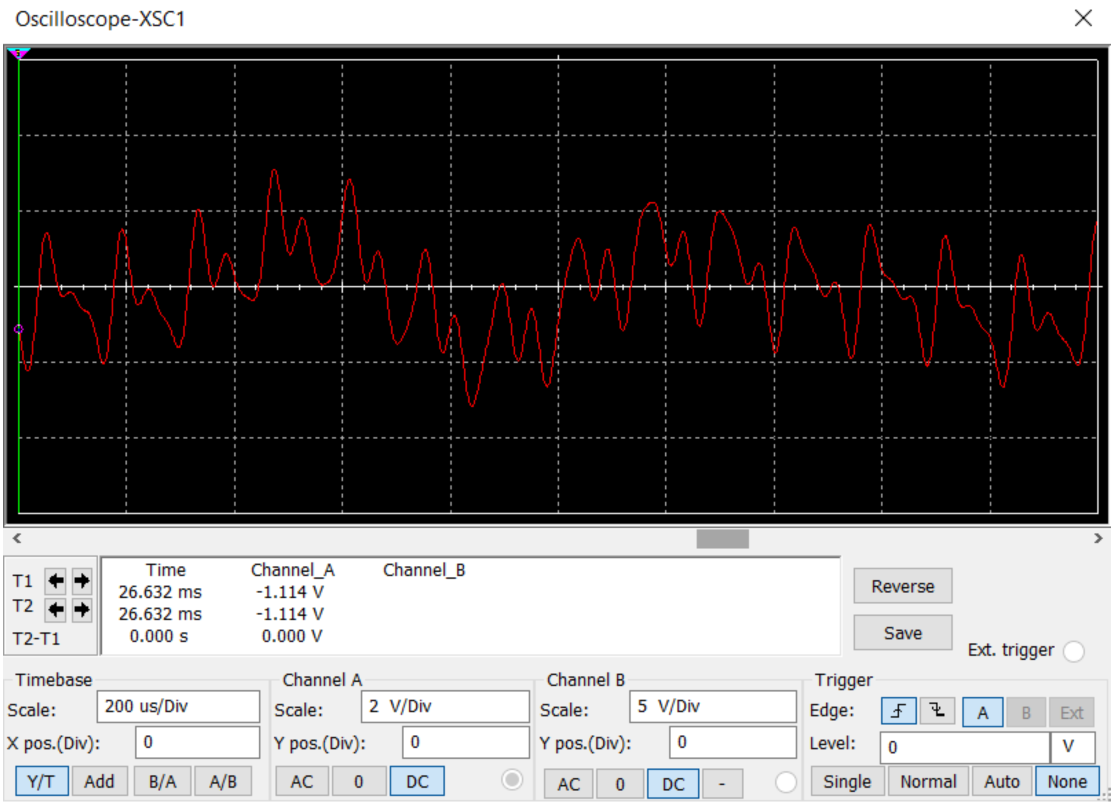
$$f1 =\ 1.1538\ kHz\ , f2 = 1.8462\ kHz\ , f3 =\ 7.2\ kHz, f4 =\ 14.4\ kHz,$$

$$f5 = 21\ kHz$$

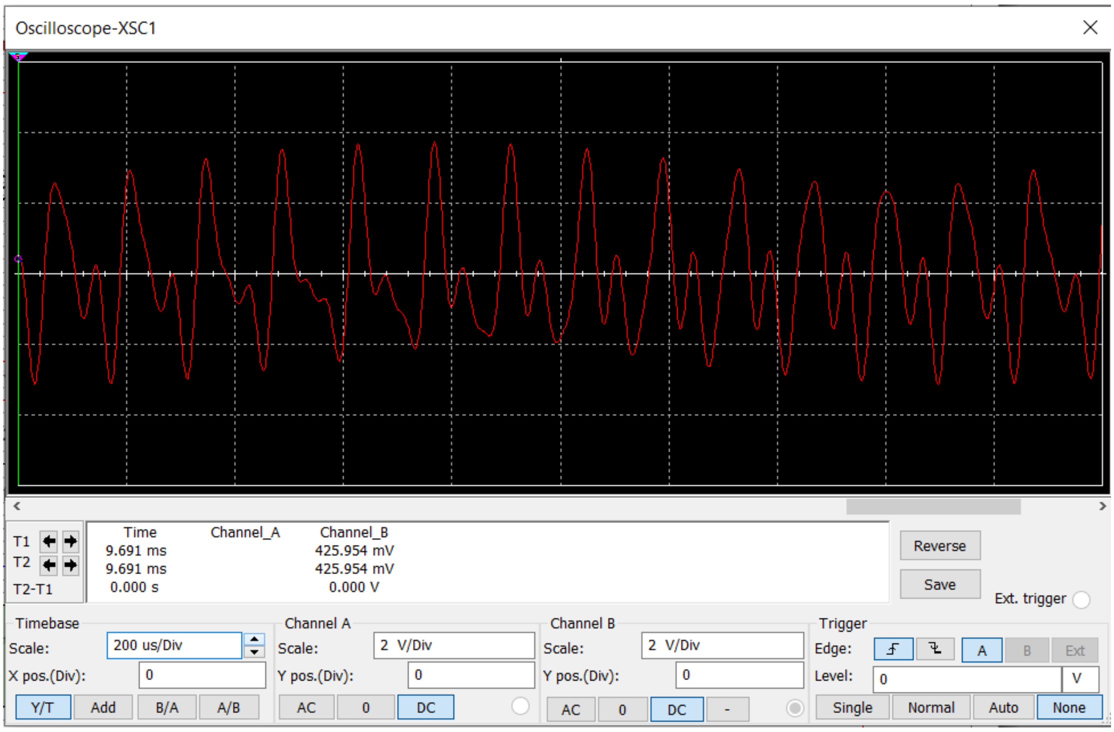
Για τη δημιουργία του σήματος αυτού χρησιμοποιούνται 5 πηγές AC Voltage σε σειρά, η κάθε μία από τις οποίες αντιστοιχεί σε μια συχνότητα και στη συνέχεια συνδέθηκαν στην είσοδο του κυκλώματος.



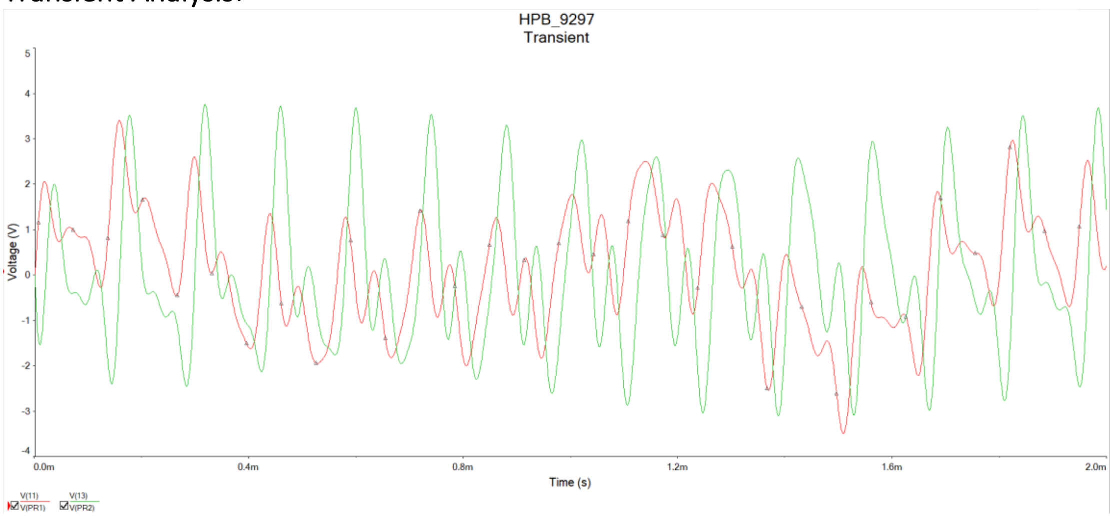
Χρησιμοποιούμε το εργαλείο Oscilloscope , ώστε να έχουμε μια γενική εικόνα της μορφής του σήματος εισόδου:



Επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία, ώστε να έχουμε μια γενική εικόνα της μορφής του σήματος εξόδου:



Στη συνέχεια παραθέτουμε το σήμα εισόδου συγκριτικά με το σήμα εξόδου μέσω της **Transient Analysis**:

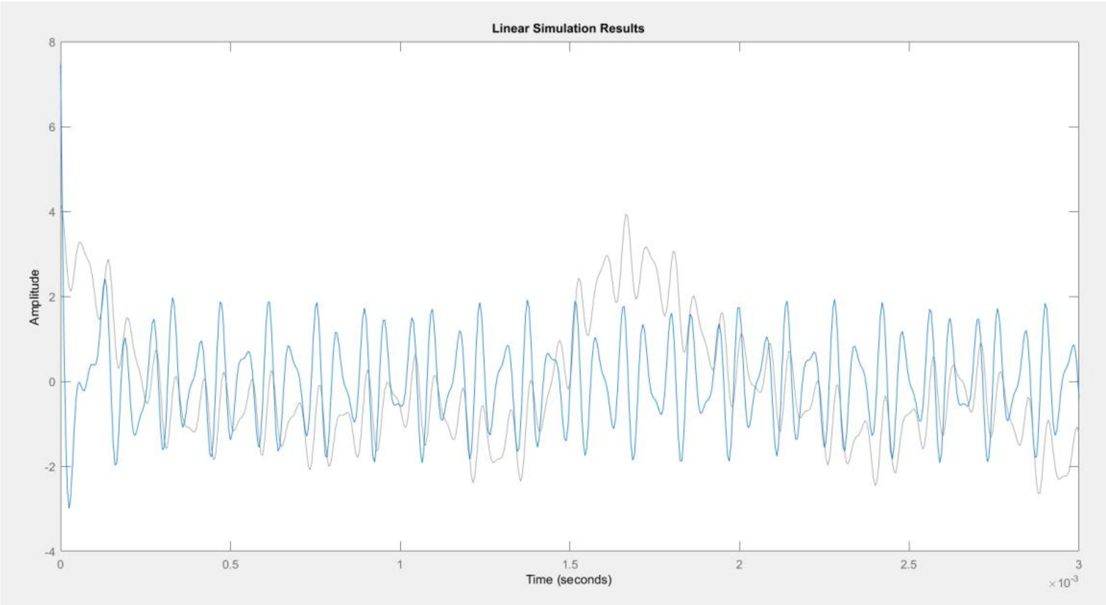


Το σήμα εισόδου είναι χρωματισμένο με κόκκινο και με πράσινο το σήμα εξόδου. Από το διάγραμμα αυτό φαίνεται καταρχήν ότι ικανοποιείται η προδιαγραφή για κέρδος $5\ dB$. Επίσης , λόγω του ανωδιαβατού χαρακτήρα του φίλτρου οι χαμηλές συχνότητες της εισόδου εξαλείφονται στην έξοδο του φίλτρου, καθώς βρίσκονται στη συχνότητα αποκοπής. Το συμπέρασμα αυτό φαίνεται πιο καθαρά στην ανάλυση Fourier που ακολουθεί.

Ανάλυση Fourier

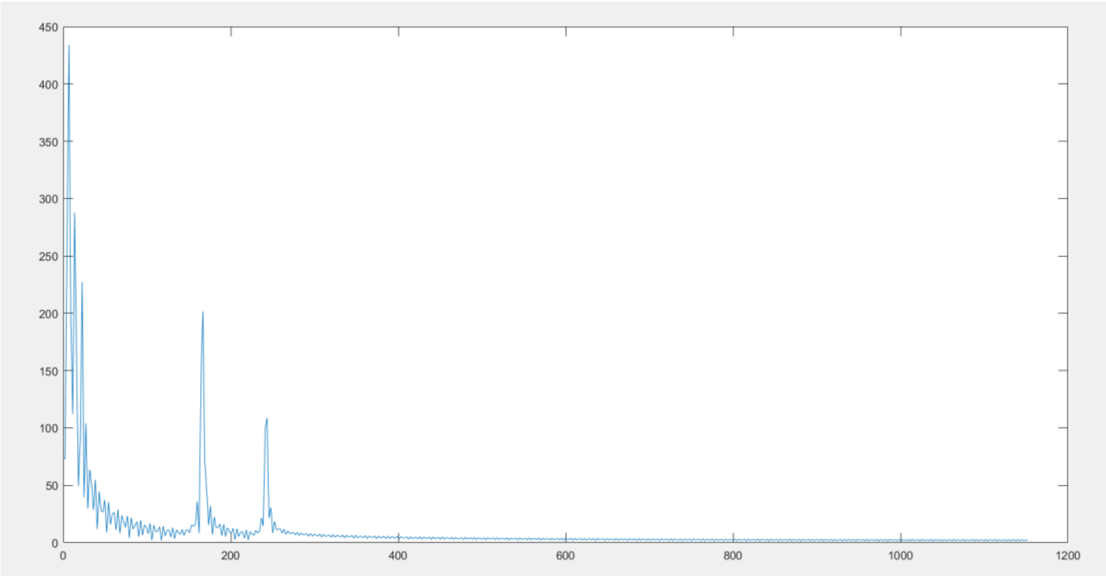
Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου . Για να γίνει κάτι τέτοιο, θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim , όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα.

Το σήμα στο πεδίο του χρόνου είναι:

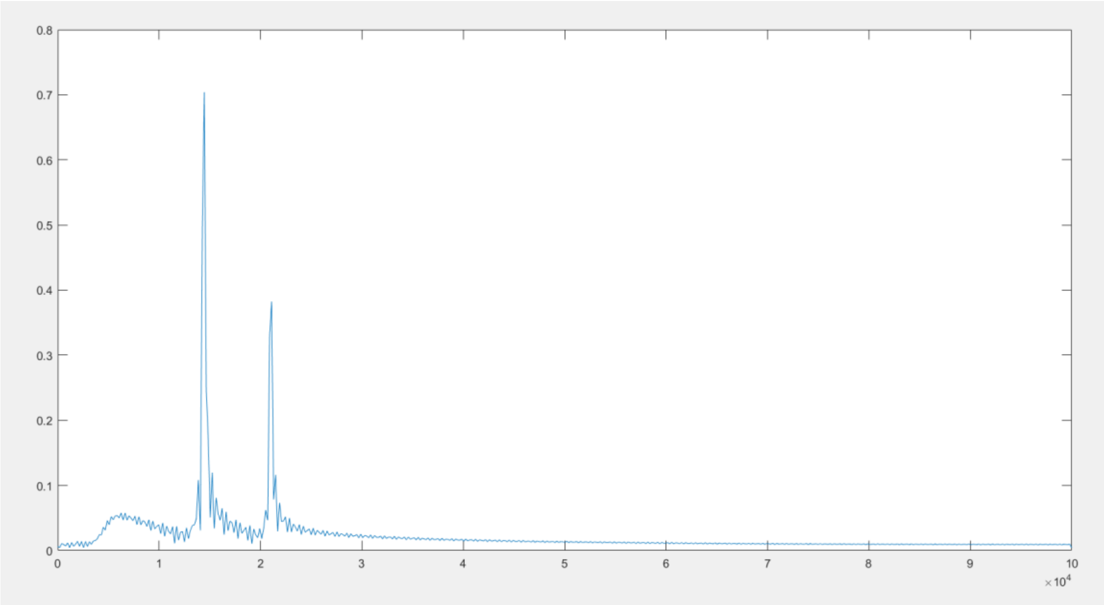


Με γκρι χρώμα απεικονίζεται το σήμα στην είσοδο του φίλτρου, ενώ με μπλε χρώμα απεικονίζεται το σήμα στην έξοδο του φίλτρου.

Κατά συνέπεια, παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOYRIER που προέρχονται από την FFT:



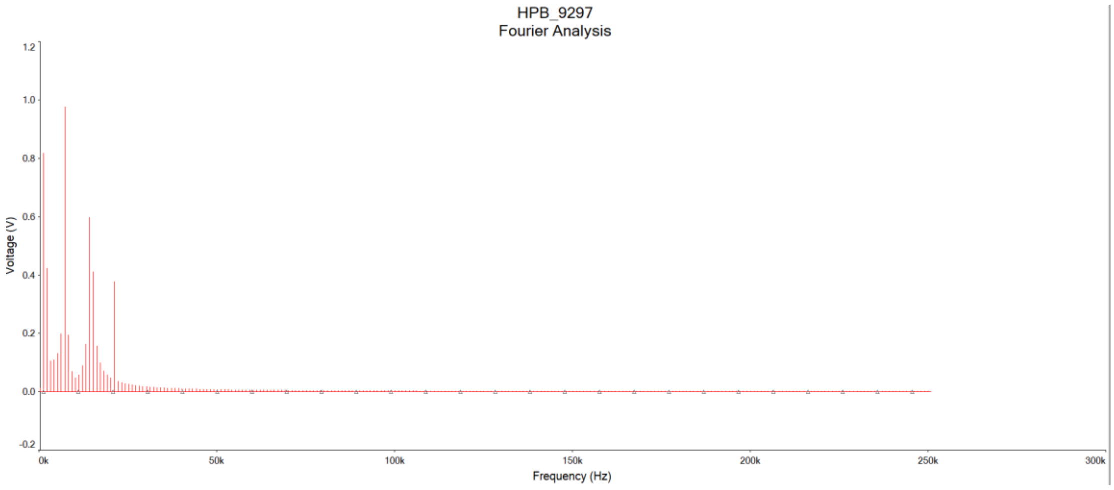
Στην είσοδο έχουμε και τις 5 ώσεις των θεμελιωδών συχνοτήτων.



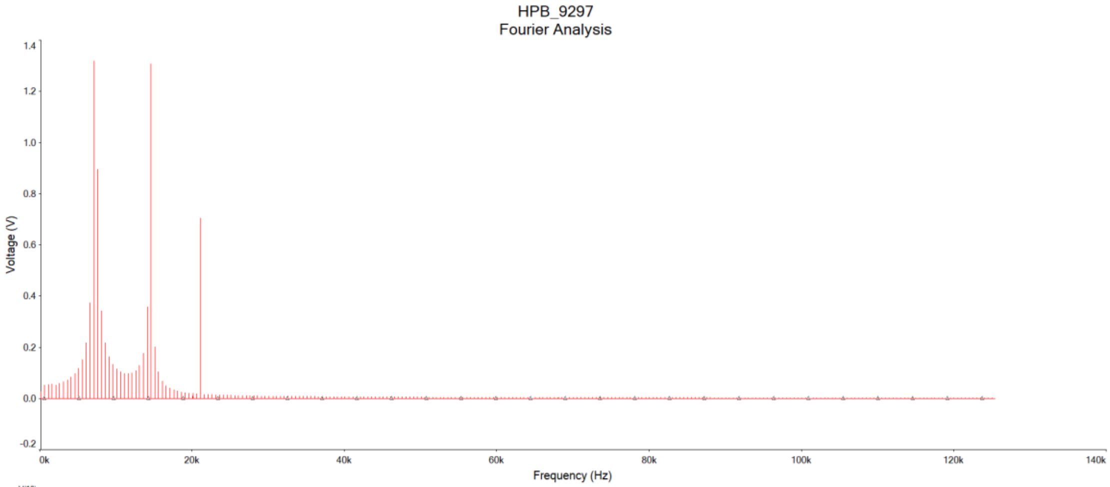
Στο φάσμα εξόδου παρατηρούμε την ανωδιαβατή συμπεριφορά του φίλτρου. Οι θεμελιώδεις χαμηλές συχνότητες εξαλείφονται ενώ παραμένουν μόνο οι ώσεις στις υψηλές συχνότητες. Παράλληλα παρατηρούμε και τον ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες, καθώς το κέρδος του φίλτρου είναι 5 dB.

Παρακάτω επιβεβαιώνουμε τα θεωρητικά αποτελέσματα που προέκυψαν με τη βοήθεια του Matlab , στο πρόγραμμα σχεδίασης κυκλωμάτων του Multisim. Χρησιμοποιώ τώρα το εργαλείο Fourier Analyser του Multisim, μια για την είσοδο και μια για την έξοδο του φίλτρου.

Φάσμα σήματος εισόδου:



Φάσμα σήματος εξόδου:



Παρατηρούμε λοιπόν πως επιβεβαιώνονται τα θεωρητικά αποτελέσματα που εξάγουμε μέσω του Matlab και στο Multisim. Συγκεκριμένα κι εδώ παρατηρούμε την ανωδιαβατή συμπεριφορά του φίλτρου. Οι θεμελιώδεις χαμηλές συχνότητες εξαλείφονται ενώ παραμένουν μόνο οι ώσεις στις υψηλές συχνότητες. Παράλληλα παρατηρούμε και τον ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου στις υψηλές συχνότητες, καθώς το κέρδος του φίλτρου είναι 5 dB.