

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: Ι. ΘΕΟΧΑΡΗΣ

Εργασία 1^η

ΒΙΚΤΩΡ ΝΑΣΤΟΣ

AEM: 9297

Email : viktorna@auth.gr

Θεσσαλονίκη 09/2020

Περιεχόμενα

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων.....	3
A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου	3
• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς	3
• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς	5
• Ρύθμιση Κέρδους	6
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB	8
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο MULTISIM	12

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev, το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$AEM = [9 \ 2 \ 9 \ 7], \mu = 1$$

$$fp = 1.1(3 + \mu) = 4.4 \text{ kHz}$$

$$fs = 1.6 \times 4.4 = 7.04 \text{ kHz}$$

$$amin = 21.5 + [\max(1,9) - 5] \times 0.5 = 23.5 \text{ dB}$$

$$amax = 0.55 + \frac{[\max(1,7) - 5]}{10} = 0.75 \text{ dB}$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

1. Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

- Από τις προδιαγραφές έχουμε:

$$\omega p = 2\pi * fp = 27646.015 \text{ rad/sec}$$

$$\omega s = 2\pi * fs = 44233.61456 \text{ rad/sec}$$

Μετασχηματίζουμε τις προδιαγραφές και έχουμε:

$$\Omega(\omega p) = 1 = \Omega p$$

$$\Omega(\omega s) = \frac{\omega p}{\omega s} = 1.6 = \Omega s$$

- Προσδιορισμός ϵ , n , α , συχνότητας 3dB(συχνότητας ημίσειας ισχύος)

$$n = \frac{\cosh - 1 [(10^{amin/10} - 1) / (10^{amax/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh - 1 \omega s} = 4.0408$$

Επειδή το n δεν είναι ακέραιος αριθμός στρογγυλοποιούμε προς τον αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο, άρα $n = 5$.

Ο συντελεστής α , ϵ και η συχνότητα ημίσειας ισχύος υπολογίζονται παρακάτω σύμφωνα με τους τύπους:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{\alpha_{min}}{10}} - 1}} = 0.4342$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 0.3889$$

$$\Omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \left[\frac{1}{n} \cosh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \right]} = 1.0439$$

Η πραγματική $\Omega_{hp} = 2\pi * f_{hp} = 28860.38 \text{ rad/sec}$.

Επειδή η τάξη του φίλτρου είναι 5, οι γωνίες Butterworth που προκύπτουν

$$\Psi_k = 0^\circ, \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ.$$

Από τον τύπο

$$p_k = -\sinh(a) * \cos(\psi_k) \pm j \cosh(a) * \sin(\psi_k)$$

$$Q = \frac{\sqrt{|sk|}}{2 \cdot |Re(sk)|}$$

παίρνω τους πόλους της συνάρτησης μεταφοράς. Επομένως θα έχω:

$$p_1 = -0.3988 \Rightarrow Q_1 = 0.5 \text{ και } \Omega_1 = 0.3988$$

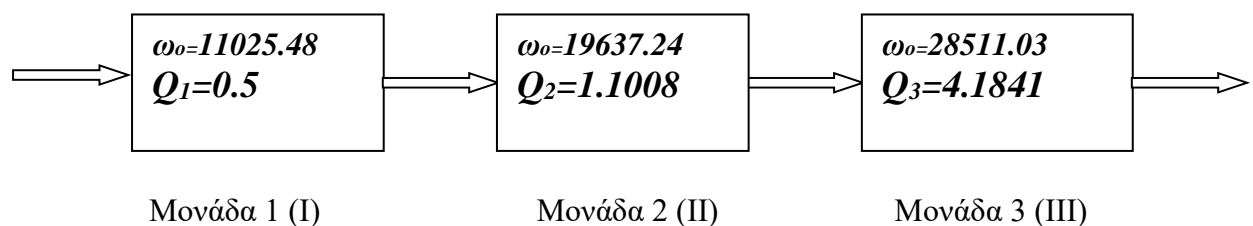
$$p_{2,3} = -0.3226 \pm j 0.6328 \Rightarrow Q_{2,3} = 1.1008 \text{ και } \Omega_{2,3} = 0.7103$$

$$p_{4,5} = -0.1232 \pm j 1.0239 \Rightarrow Q_{4,5} = 4.1841 \text{ και } \Omega_{4,5} = 1.0313$$

Ψ_k	Q_k	P_k	Ω_k
0°	0.5	-0.3988	0.3988
$\pm 22.5^\circ$	1.1008	$-0.3226 \pm j 0.6328$	0.7103
$\pm 67.5^\circ$	4.1841	$-0.1232 \pm j 1.0239$	1.0313

Το συνολικό κύκλωμα περιλαμβάνει **τρεις μονάδες** :

- Η μονάδα (I) αντιστοιχεί στον μιγαδικό πόλο p_1 .
- Η μονάδα (II) αντιστοιχεί στο ζεύγος μιγαδικών πόλων $p_{2,3}$.
- Η μονάδα (III) αντιστοιχεί στο ζεύγος μιγαδικών πόλων $p_{4,5}$.



2. Υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$ και υλοποιούμε της κανονικοποιημένες μονάδες. Στη συνέχεια, κλιμακοποιούμε τη συχνότητα $kf = \omega_0$ για να πάρουμε τα πραγματικά στοιχεία.

Μονάδα (I)

Η μονάδα αυτή υλοποιείται με ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο.

$$T1(s) = \frac{p_1}{(s+p_1)}, \text{ όπου } p_1 = \frac{1}{RC} = 1 \quad (\omega_0 = 1)$$

Επιλέγουμε $R=C=1$.

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 11025.48 \text{ rad/sec}$, επιλέγουμε $kf = \omega_0 = 11025.48 \text{ rad/sec}$. Επιπλέον, για να έχουμε πυκνωτή $C = 0.01 \mu F$ θα υπολογίσουμε το km ως εξής :

$$0.01 * 10^{-6} = \frac{1}{kf * km} * C \Rightarrow km = \frac{1}{10^{-8} * 11025.48} = 9069.89$$

Τελικά $km = 9069.89$, συνεπώς $R11 = 9069.89 \Omega$.

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς της μονάδας I είναι:

$$T1(s) = \frac{\omega_0}{(s + \omega_0)} = \frac{11025.48}{(s + 11025.48)}$$

Μονάδα (II)

Επειδή έχουμε φίλτρο Sallen-Key με την στρατηγική σχεδίασης (3) ισχύουν:

$$R21 = 1, C21 = 1, C22 = \frac{1}{Q_{2,3}} = 0.9085 \text{ και } R22 = Q_{2,3} = 1.1008$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $kf = \omega_0 = 19637$ και προκύπτει $km = 4626.2$. Τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας είναι:

$$R_{21} = 4626.2 \, \Omega, R_{22} = 5092.4 \, \Omega, C_{21} = 11.008 \, nF, \\ C_{22} = 0.01 \, \mu F \text{ και } k_2 = 2$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς της μονάδας II είναι:

$$T_2(s) = k_2 \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{7.712 \cdot 10^8}{s^2 + 17840s + 3.856 \cdot 10^8}$$

Μονάδα (III)

Επειδή έχουμε φίλτρο Sallen-Key με την στρατηγική σχεδίασης (3) ισχύουν:

$$R_{31} = 1, C_{31} = 1, C_{32} = \frac{1}{Q_{4,5}} = 0.239 \text{ και } R_{32} = Q_{4,5} = 4.1841$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_f = \omega_0 = 28511$ και προκύπτει $km = 838.2704$. Τα πραγματικά στοιχεία της μονάδας είναι:

$$R_{31} = 838.2704 \, \Omega, R_{32} = 3507.4 \, \Omega, C_{31} = 41.841 \, nF, \\ C_{32} = 0.01 \, \mu F \text{ και } k_3 = 2$$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς της μονάδας III είναι:

$$T_3(s) = k_3 \frac{\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} = \frac{1.626 \cdot 10^9}{s^2 + 6814s + 8.129 \cdot 10^8}$$

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev είναι :

$$TLP(s) = K * T_1(s) * T_2(s) * T_3(s)$$

3. Ρύθμιση κέρδους

Με βάση τις προδιαγραφές που δόθηκαν, θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες να είναι 0dB. Το συνολικό κέρδος στις υψηλές συχνότητες λόγω της στρατηγικής που ακολουθήθηκε (στρατηγική 3) είναι $K = k_1 \cdot k_2 \cdot k_3 = 4$. Άρα για να φτάσουμε στα 0dB κέρδος θα πρέπει να αυξήσουμε το κέρδος του συνολικού φίλτρου. Δηλαδή:

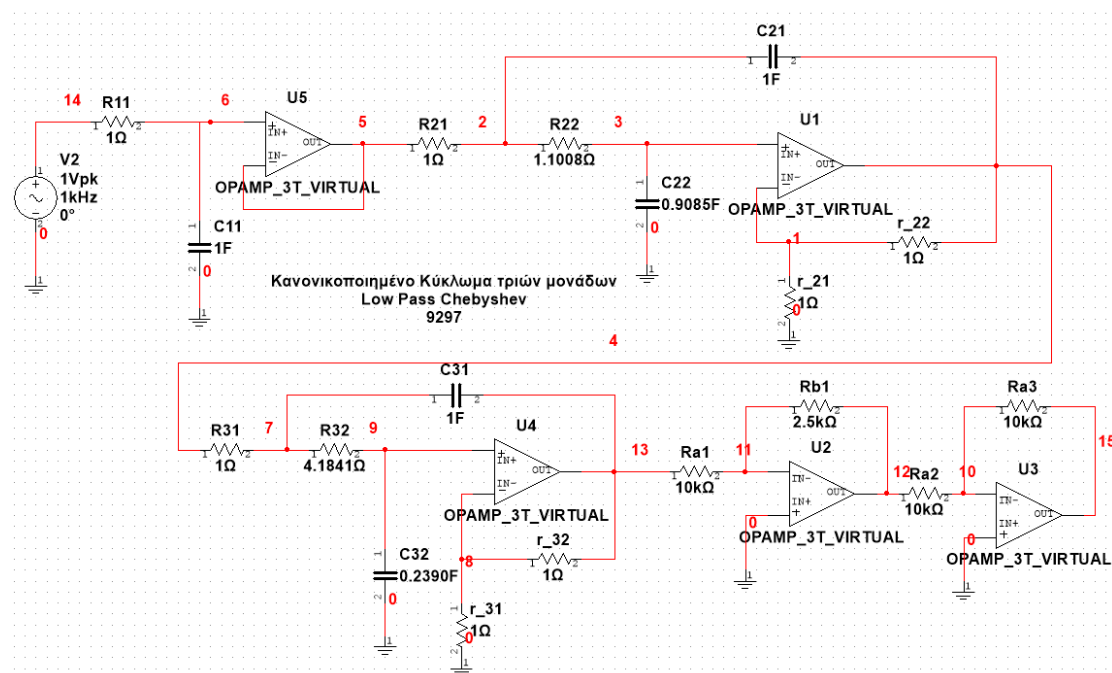
$$20 \log(\alpha K) = 0 \Rightarrow \alpha K = 1 \Rightarrow \alpha = 0.25.$$

Για να πληρείται η προδιαγραφή του κέρδους στις χαμηλές συχνότητες πρέπει να μειωθεί, αποσβένοντας στο τέλος με μια αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος $\alpha = 0.25$. Η αναστρέφουσα συνδεσμολογία θα έχει λόγο αντιστάσεων $R2/R1 = 0.25$, δηλαδή $R1 = 10k\Omega$ και $R2 = 2.5k\Omega$.

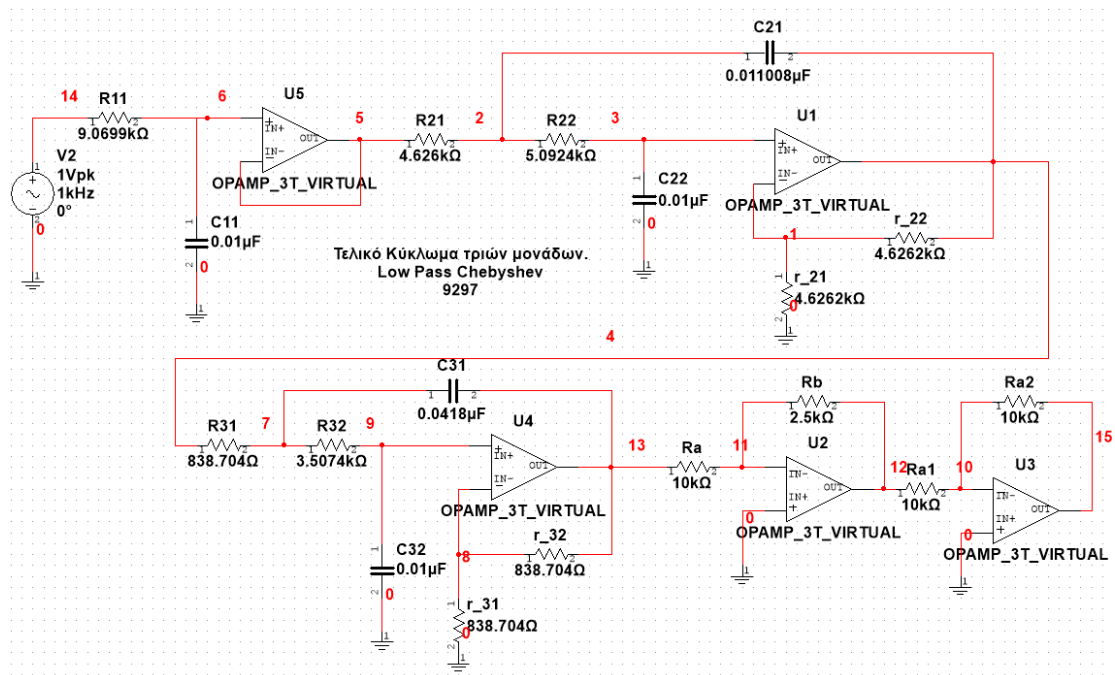
Άρα μετά τη ρύθμιση κέρδους η συνάρτηση μεταφοράς της συνολικής διάταξης είναι:

$$TLP(s) = a * T1(s) * T2(s) * T3(s) = \frac{3.456 \cdot 10^{21}}{s^5 + 35680s^4 + 1.592 \cdot 10^9s^3 + 3.168 \cdot 10^{13}s^2 + 5.023 \cdot 10^{17}s + 3.456 \cdot 10^{21}}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες καθώς και η αναστρέφουσα συνδεσμολογία για τη ρύθμιση του κέρδους. Τέλος, προστέθηκε και μία ακόμη αναστρέφουσα συνδεσμολογία μοναδιαίου κέρδους έτσι ώστε να μην έχουμε αντιστροφή φάσης.



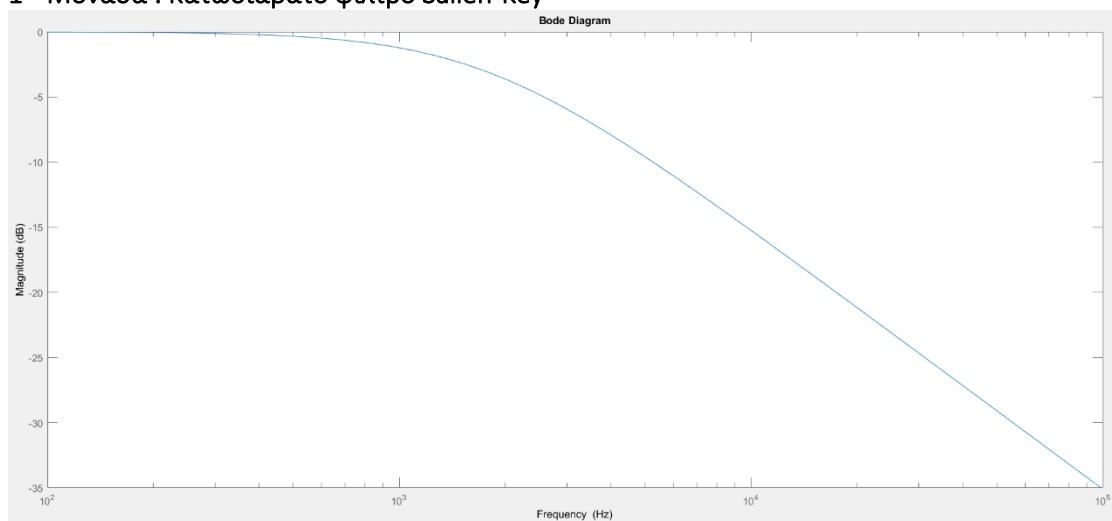
Παρακάτω φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Chebyshev με ό,τι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



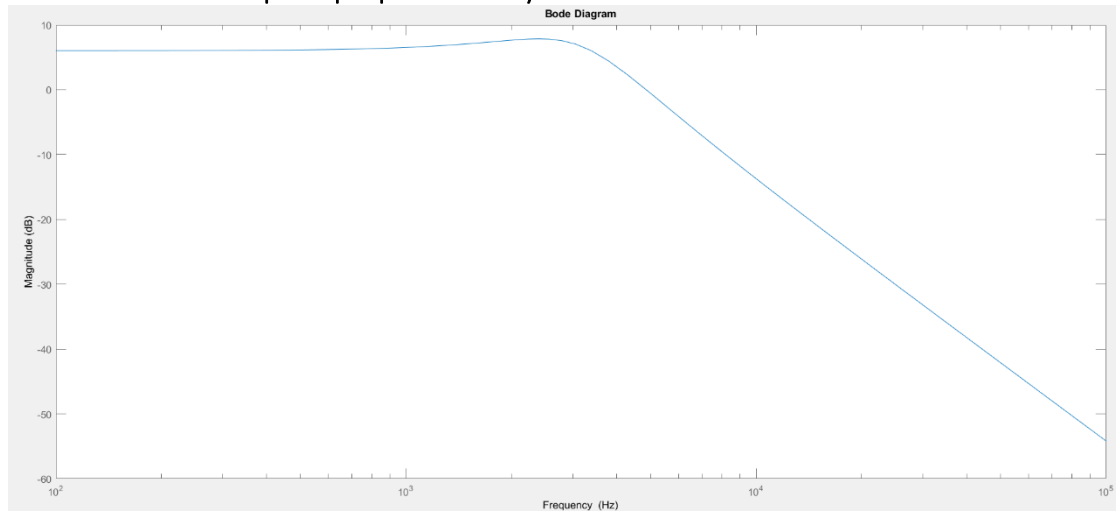
B. Μελέτη της συνάρτησης μεταφοράς στο Matlab

Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επιμέρους συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων του κατωδιαβατού φίλτρου που σχεδιάσαμε, όπως και τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

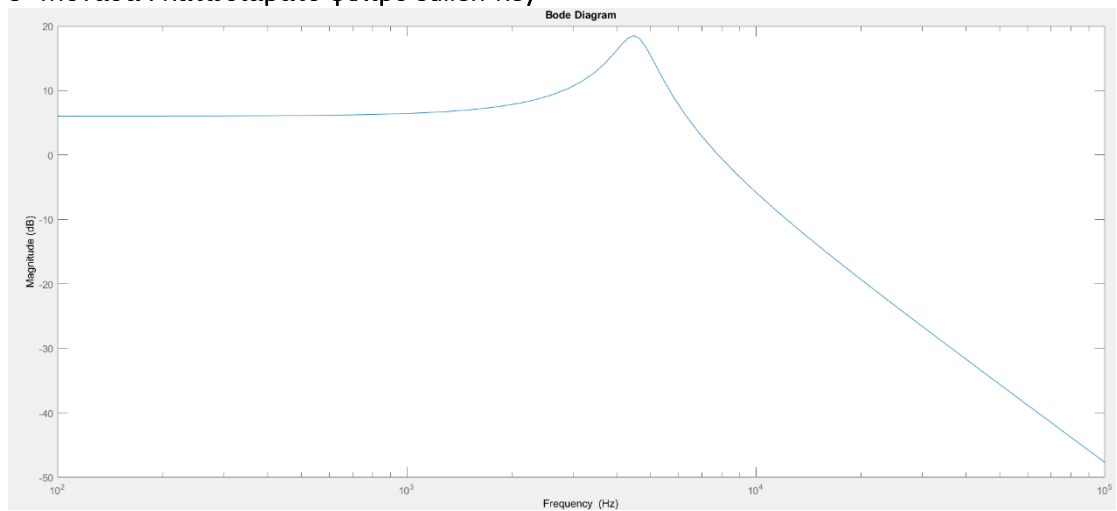
1^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



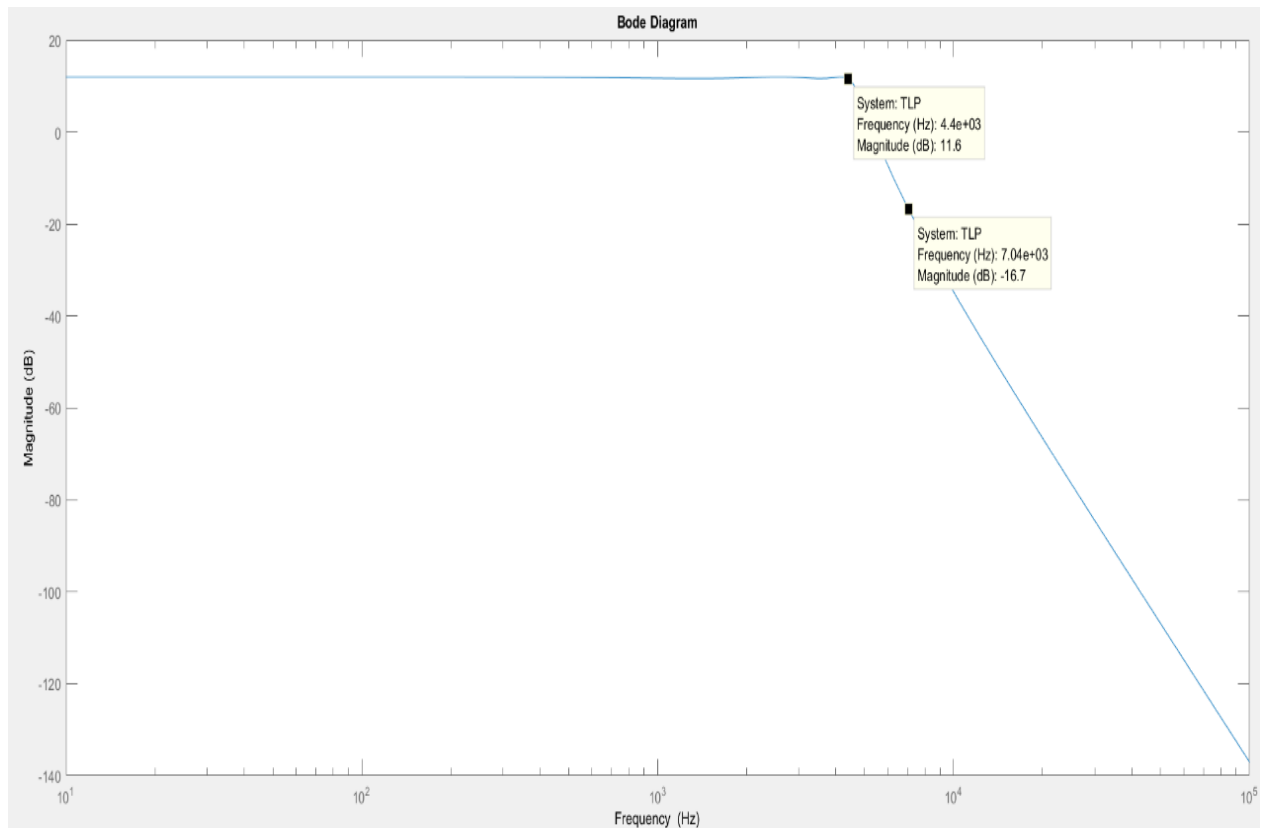
2^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



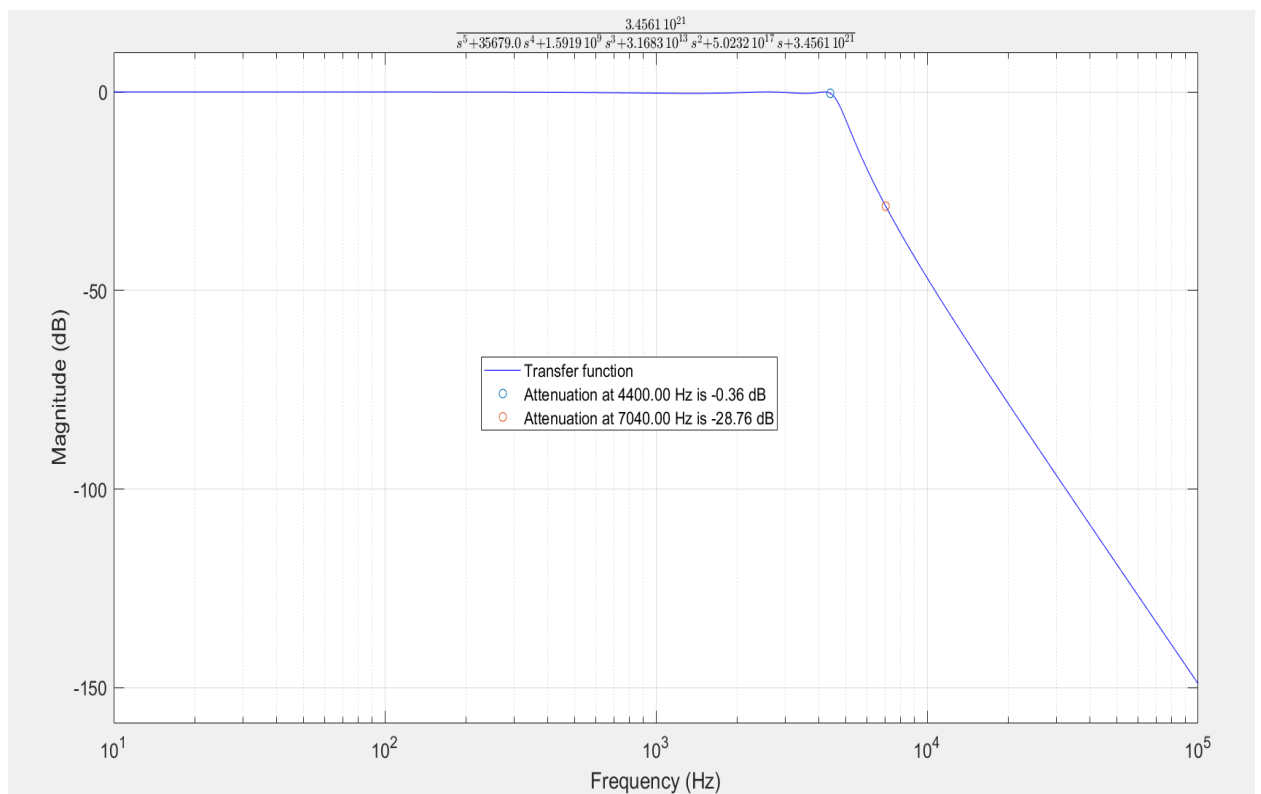
3^η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



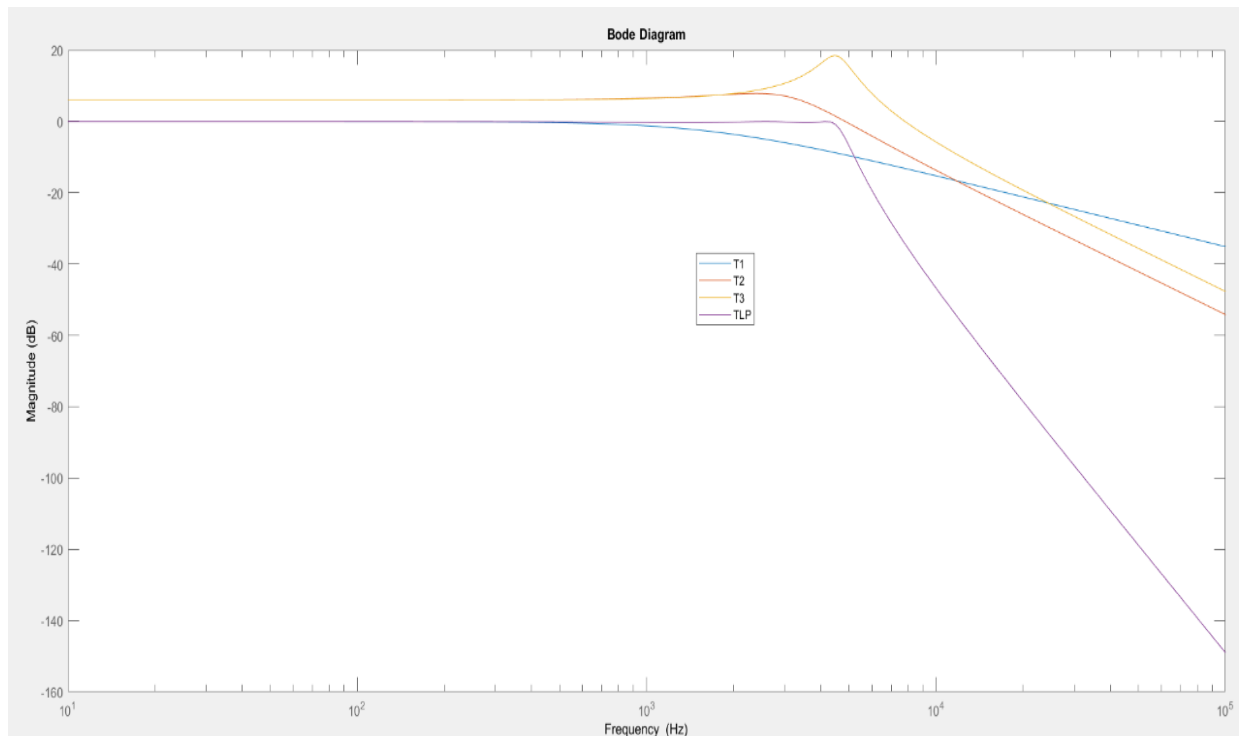
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας πριν τη ρύθμιση του κέρδους.



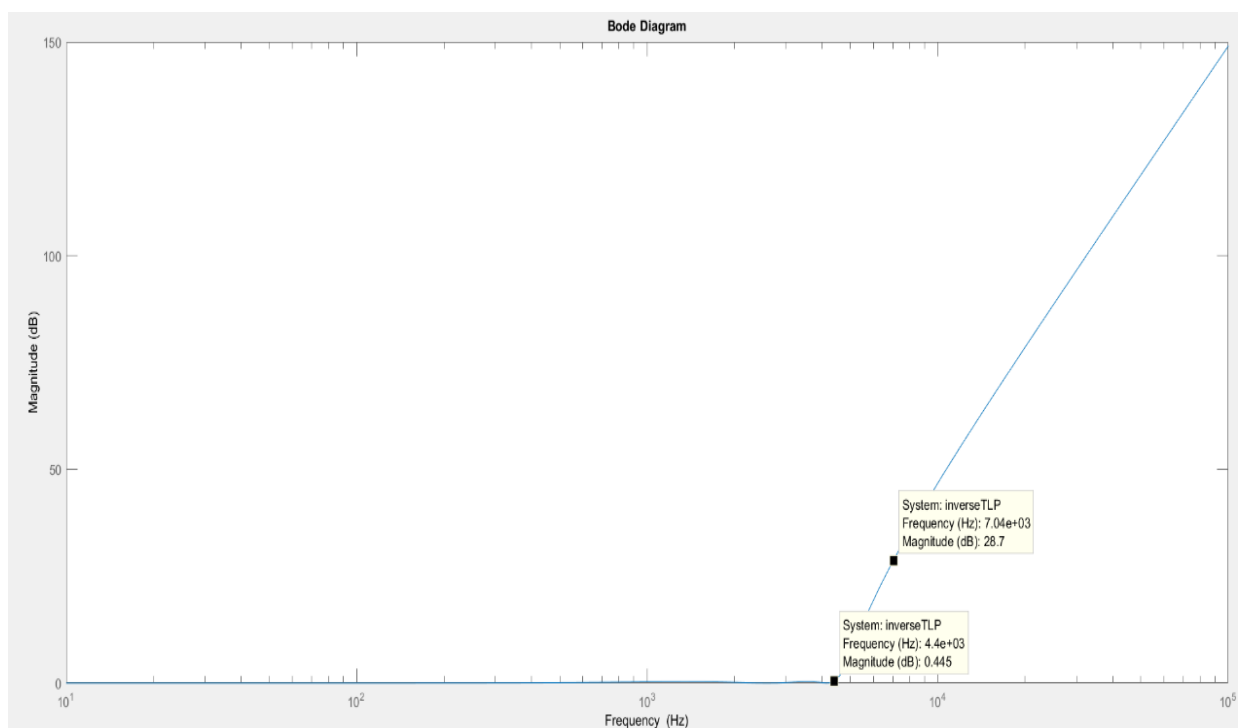
Παρακάτω φαίνεται η απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας μετά τη ρύθμιση του κέρδους(0dB).



Παρακάτω φαίνονται οι αποκρίσεις των τριών μονάδων και της συνολικής μονάδας μαζί.



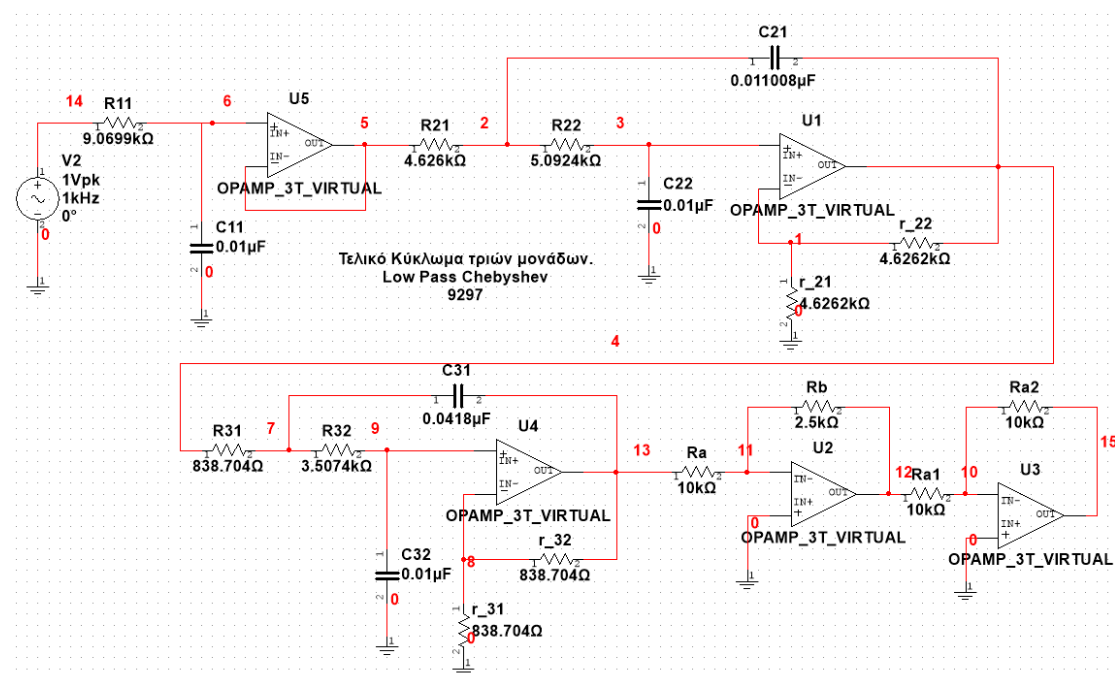
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



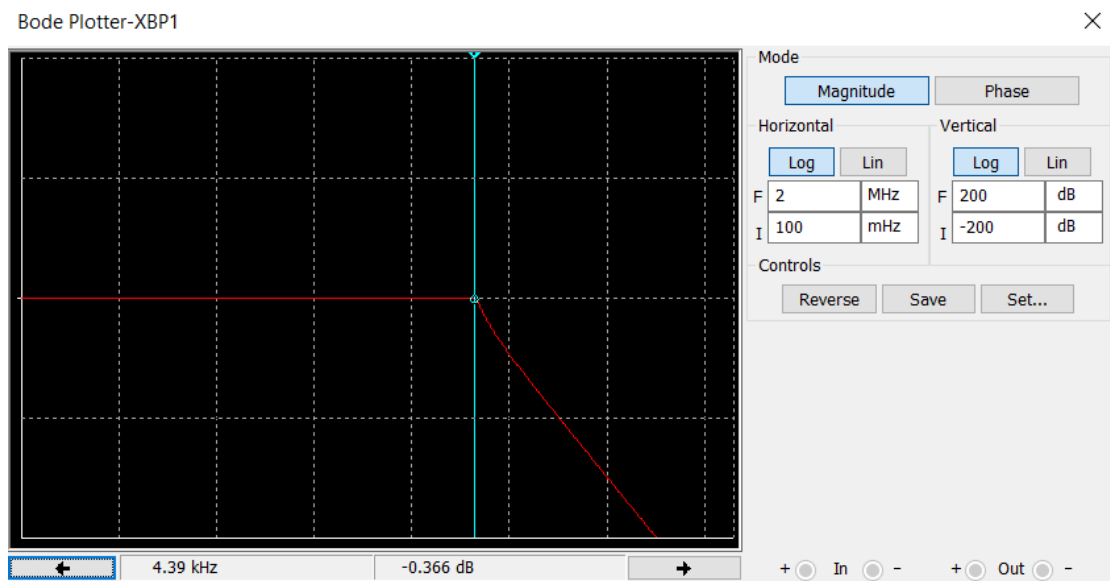
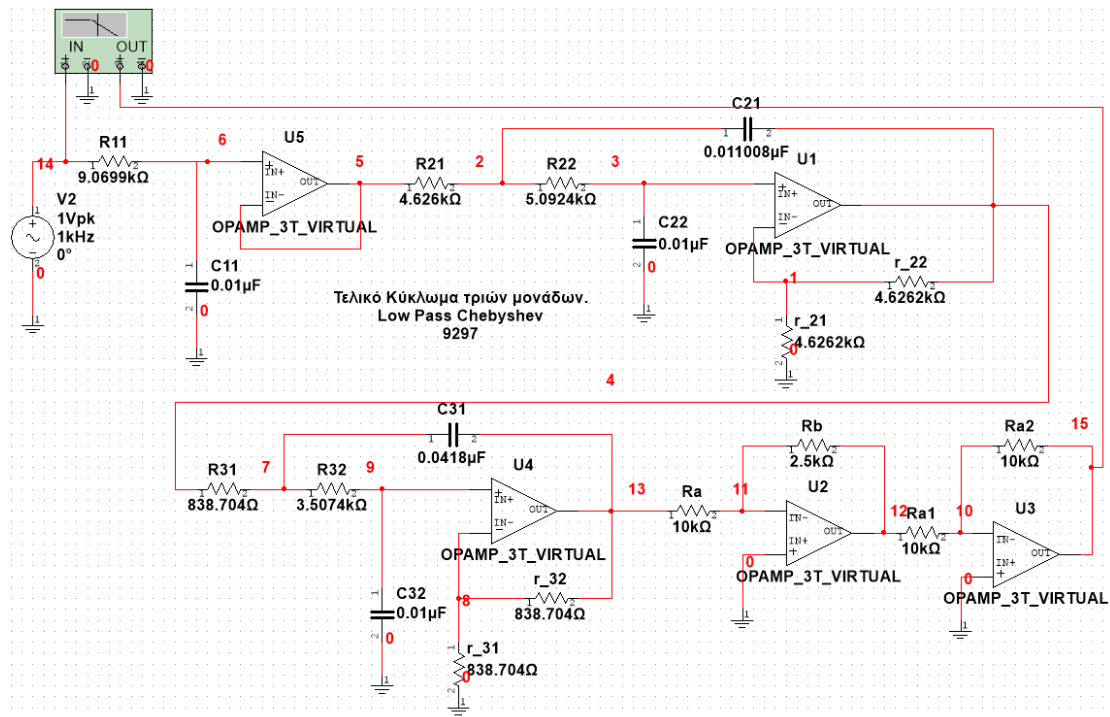
Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι το τελικό φίλτρο έχει κέρδος 0dB όπως έχει ζητηθεί. Στη συνάρτηση απόσβεσης σημειώνονται οι κρίσιμες συχνότητες, οι οποίες καθορίζουν τη ζώνη διόδου και αποκοπής, δηλαδή την $f_p = 4.4\text{kHz}$ και $f_s = 7.04\text{kHz}$, μαζί με τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Στη συχνότητα των 7.04kHz θέλουμε να έχουμε $a_{min} = 23.5\text{dB}$. Από το διάγραμμα παρατηρούμε ότι στη συχνότητα αυτή έχουμε 28.76 , που είναι μεγαλύτερο από το απαιτούμενο κέρδος. Οπότε η προδιαγραφή αυτή υπερκαλύπτεται. Στη συχνότητα των 4.4kHz θέλουμε $a_{max} = 0.75\text{dB}$. Από το διάγραμμα στη συχνότητα αυτή έχουμε 0.36dB . Άρα το φίλτρο καλύπτει τις προδιαγραφές μας.

Γ. Υλοποίηση του κυκλώματος φίλτρου στο Multisim

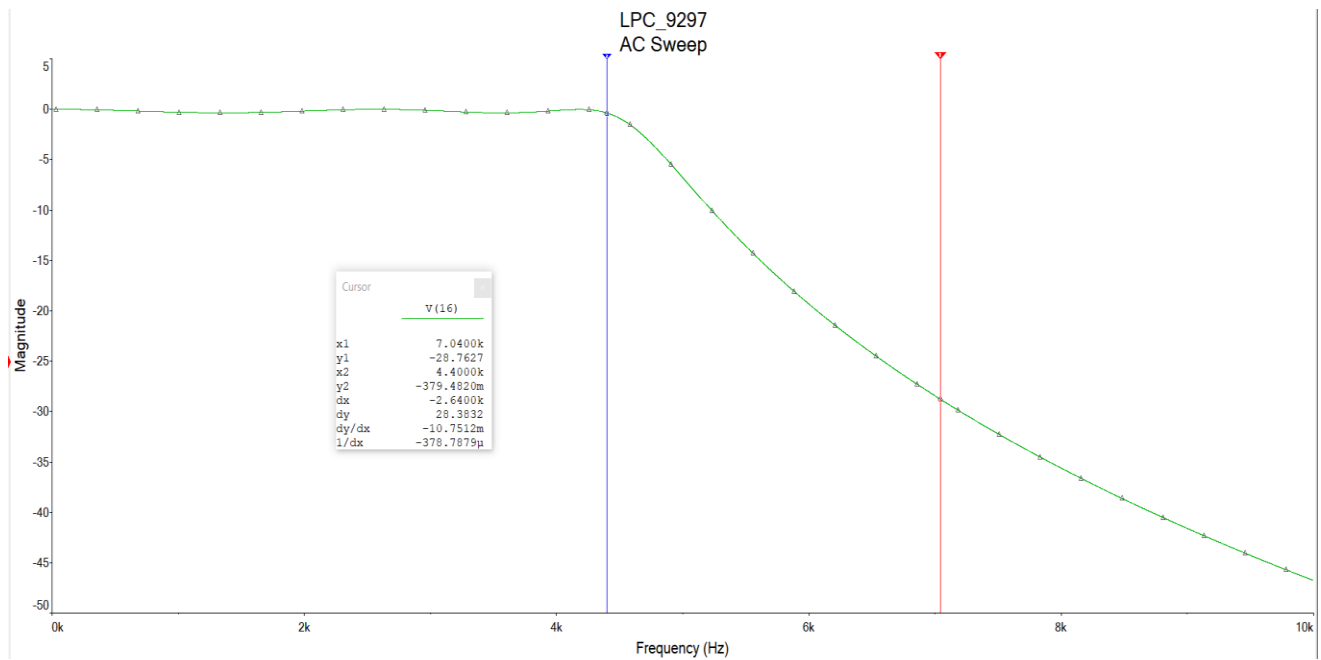
Σχεδιάζουμε το κύκλωμά μας στο Multisim, προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί τη συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα. Το κύκλωμα όπως αναφέρθηκε και προηγουμένως είναι το παρακάτω.



Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το κύκλωμα και το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνονται παρακάτω:



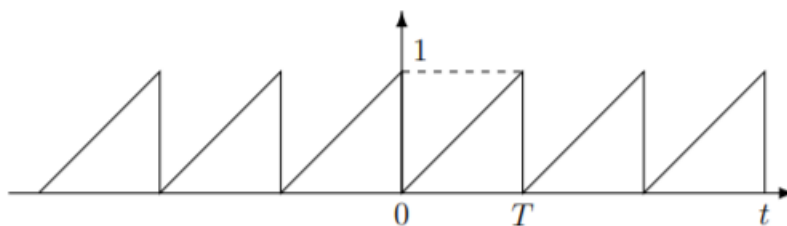
Η γενική μορφή του διαγράμματος παρουσιάζει ένα χαμηλοπερατό φίλτρο Chebyshev. Ωστόσο, για να έχουμε τη δυνατότητα ανάγνωσης τιμών θα χρησιμοποιήσουμε την AC Analysis που παρέχει το Multisim. Το διάγραμμα που προκύπτει είναι το ακόλουθο:



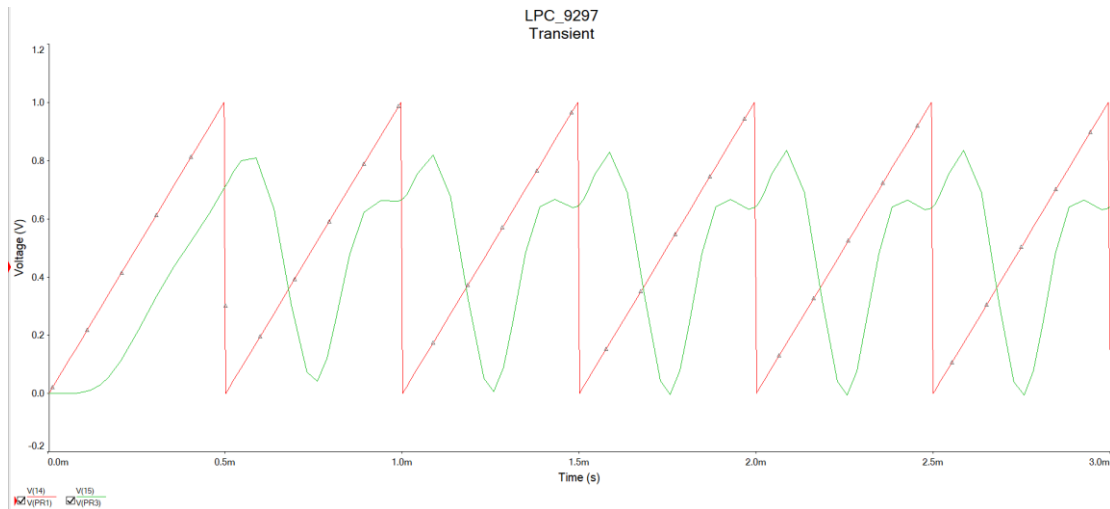
Από το διάγραμμα αυτό επιβεβαιώνουμε ότι οι προδιαγραφές για το κύκλωμα για το $a_{min} = 23.5dB$, $a_{max} = 0.75dB$ καλύπτονται, καθώς στη συχνότητα **7.04kHz** έχουμε απόσβεση περίπου **28.76dB** και στη συχνότητα **4.4kHz** έχουμε απόσβεση περίπου **0.38dB**. Παρατηρούνται ωστόσο μικρές(έως και ελάχιστες) αποκλίσεις οι οποίες αποδίδονται στο γεγονός ότι οι τιμές των στοιχείων που χρησιμοποιήθηκαν στο Multisim έχουν μικρότερη ακρίβεια από ότι οι αντίστοιχες τιμές στην ανάλυση στο Matlab. Το κέρδος είναι 0dB, όπως ακριβώς ζητήθηκε.

Απόκριση σε περιοδική κυματομορφή:

Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης ,πριονωτό περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα **2kHz**.

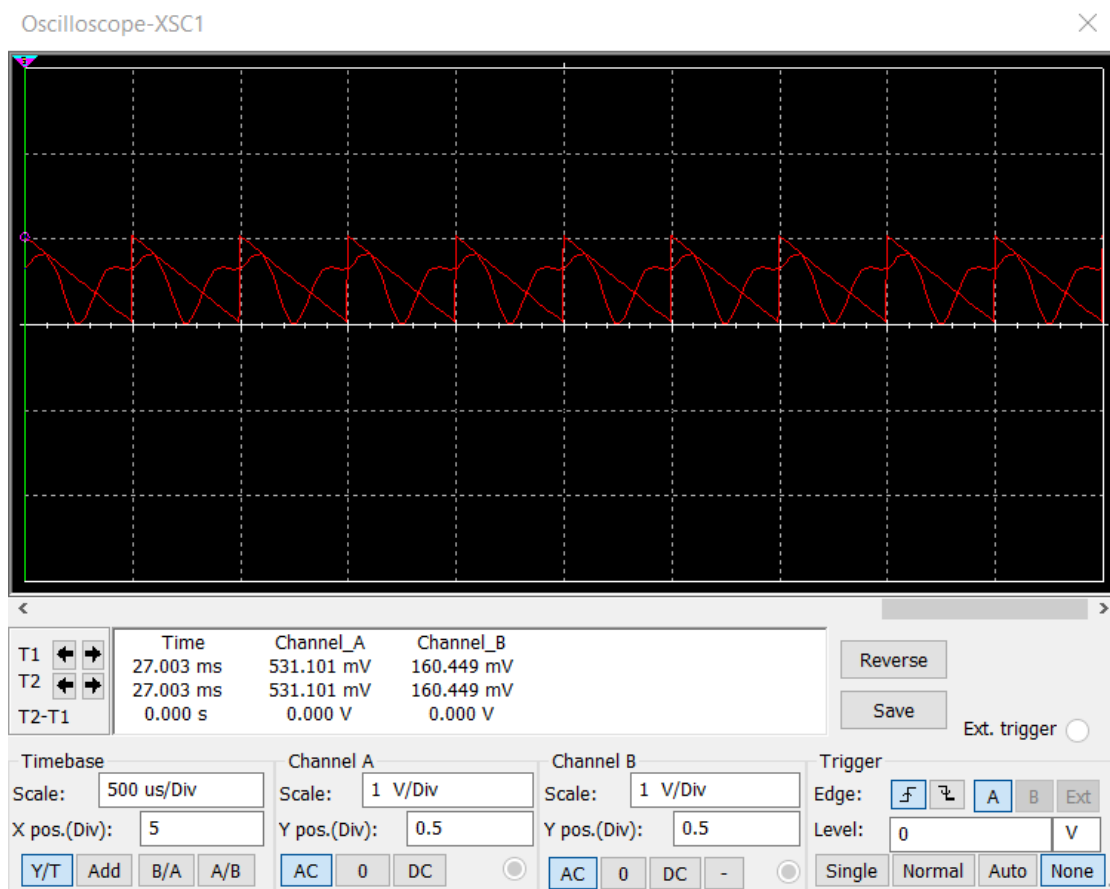


Για τη δημιουργία του τριγωνικού σήματος, χρησιμοποιήθηκε το εργαλείο Function Generator και επιλέξαμε τα παρακάτω δεδομένα, ώστε να προκύψει ένα πριονωτό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα **2kHz** και **1Vp**.



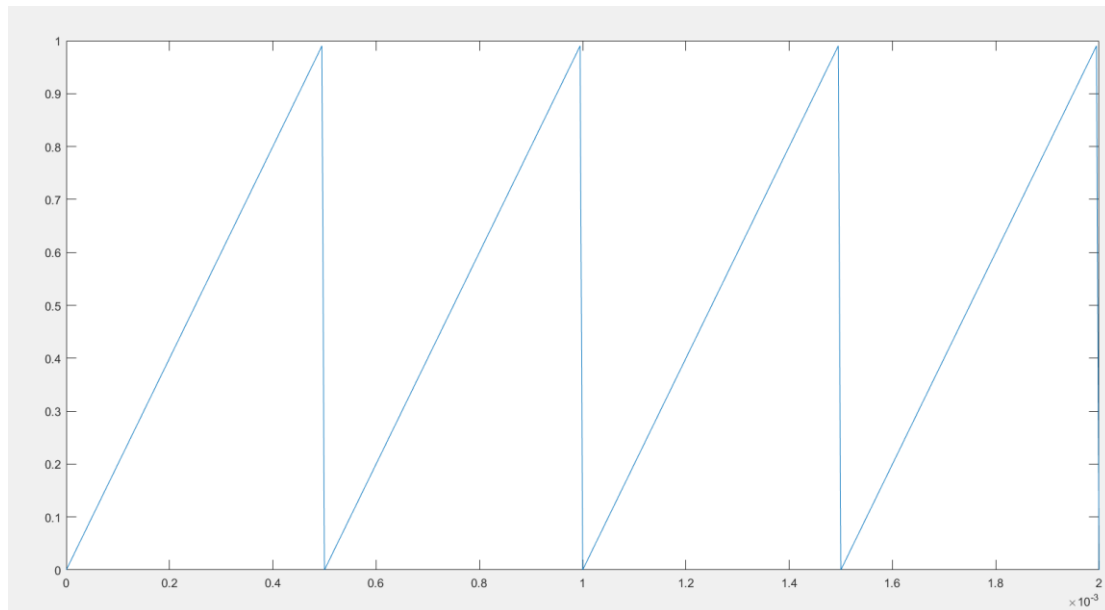
Με κόκκινο είναι το σήμα εισόδου και με πράσινο το σήμα εξόδου. Ανάλογο αποτέλεσμα προκύπτει και με την χρήση του παλμογράφου που διαθέτει το πρόγραμμα.

Το αποτέλεσμα όπως αυτό γίνεται αντιληπτό από τον παλμογράφο :



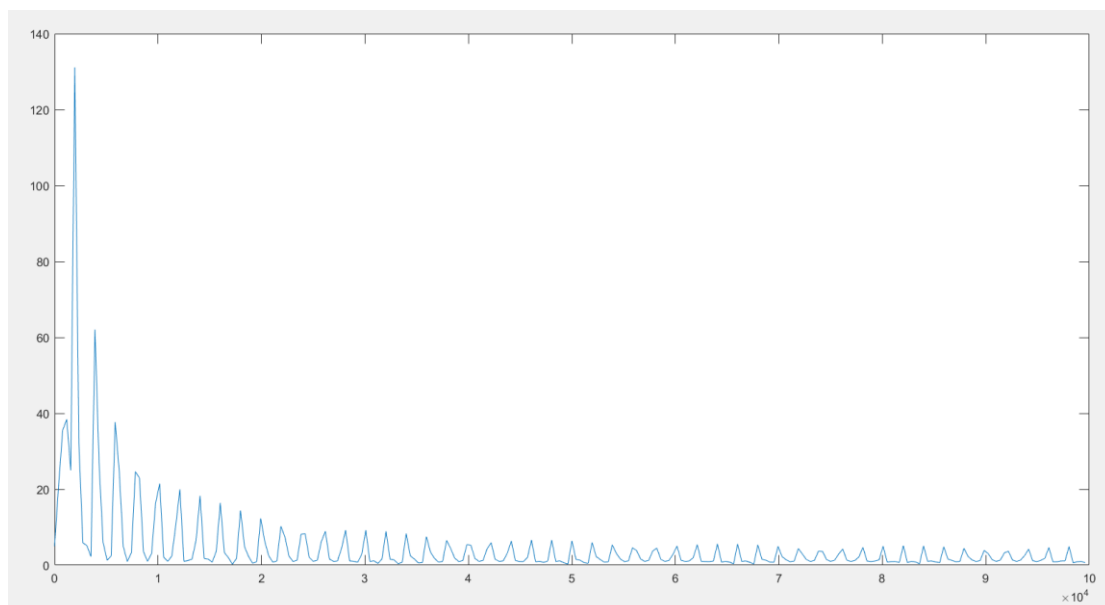
Ανάλυση Fourier:

Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου Chebyshev. Για να γίνει κάτι τέτοιο, θα εξετάσουμε τα φάσματα τόσο στο Multisim, όσο και στο Matlab. Εφόσον μιλάμε για τα ίδια σήματα καθώς και για το ίδιο φίλτρο, αναμένουμε να έχουμε τα ίδια αποτελέσματα. Το σήμα στο πεδίο του χρόνου είναι:

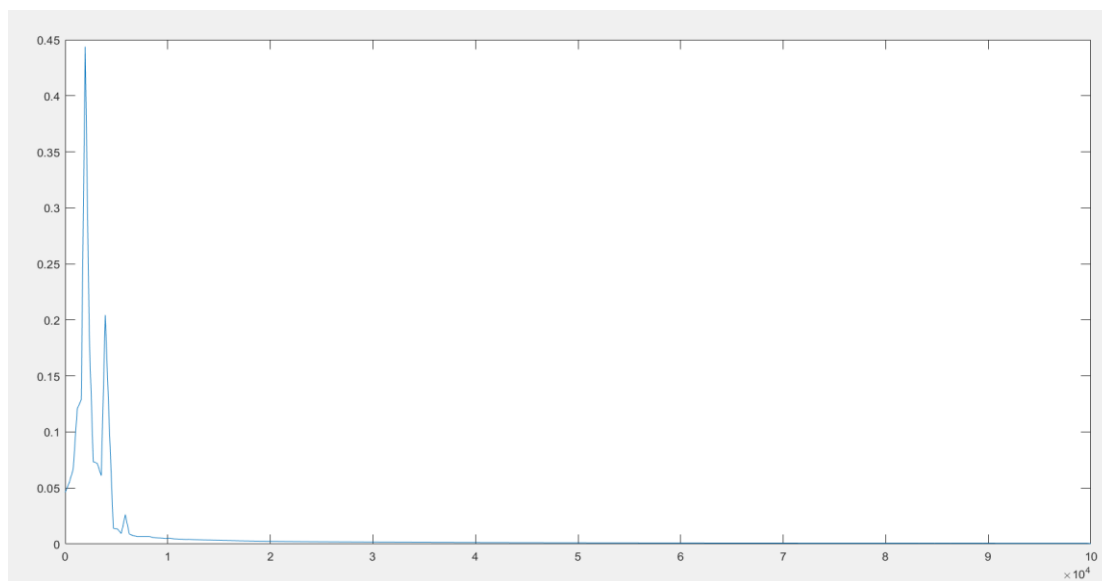


Κατά συνέπεια, παρακάτω παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT:

Φάσμα σήματος εισόδου:

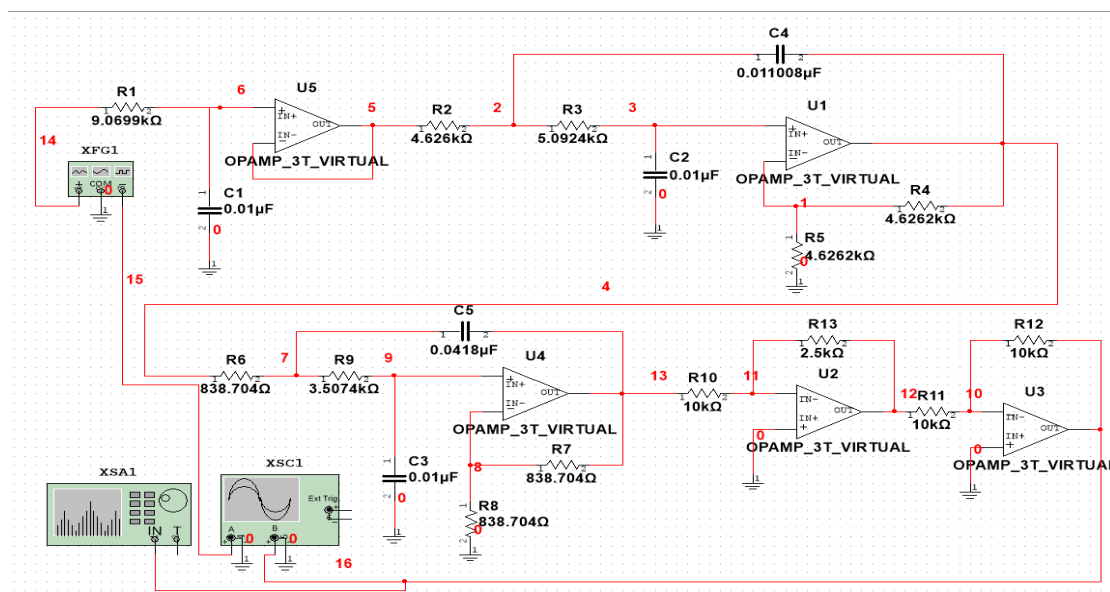


Φάσμα σήματος εξόδου:

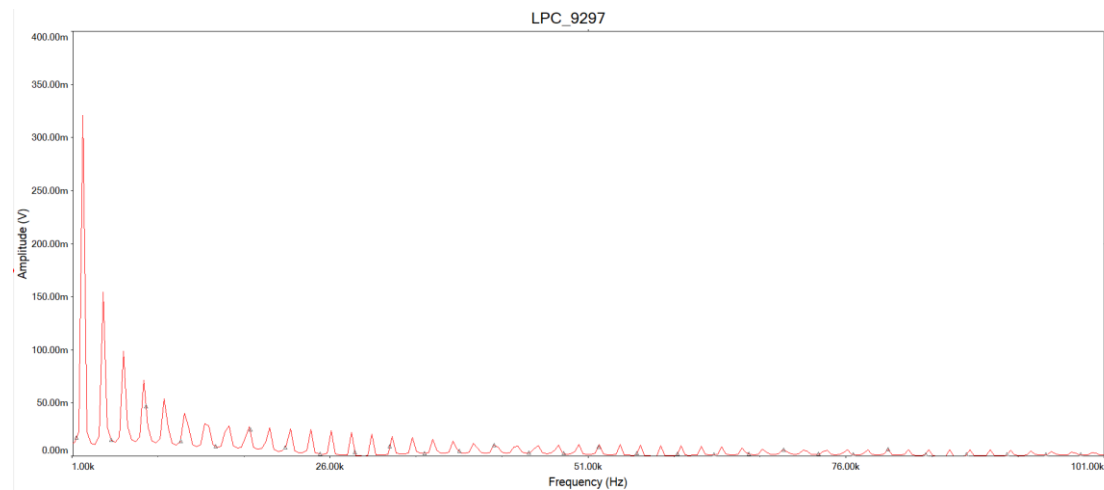


Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε την **ώση της θεμελιώδους συχνότητας στα 2kHz** καθώς και μικρότερες ώσεις στις αρμονικές συχνότητες αυτής. Επίσης, στο φάσμα εξόδου μπορούμε να παρατηρήσουμε τη χαμηλοπερατή συμπεριφορά του φίλτρου μας καθώς **μετά τη συχνότητα αποκοπής στα 7.04 kHz παρατηρούμε ότι οι υπόλοιπες ώσεις εξαλείφονται σχεδόν**. Ταυτόχρονα, αν συγκρίνουμε τα δύο φάσματα μπορούμε να επιβεβαιώσουμε και τον ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου, καθώς στην θεμελιώδη ώση, **στα 2kHz όντως υπάρχει ενίσχυση της εισόδου**.

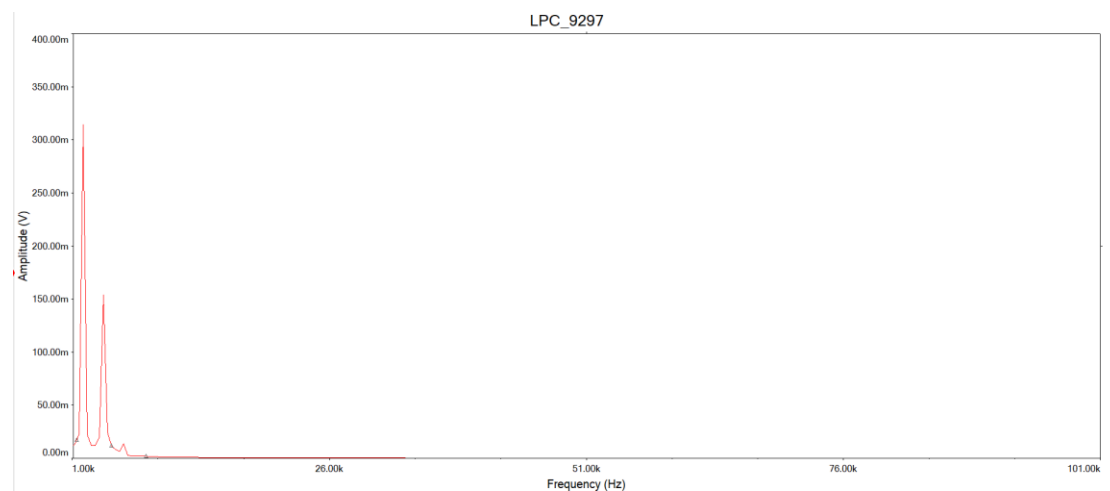
Παρακάτω επιβεβαιώνουμε τα θεωρητικά αποτελέσματα που προέκυψαν με τη βοήθεια του matlab, στο πρόγραμμα σχεδίασης κυκλωμάτων του multisim. Χρησιμοποιώ τώρα το εργαλείο **Spectrum Analyser του Multisim**, μια για την είσοδο και μια για την έξοδο του φίλτρου.



Φάσμα σήματος εισόδου:



Φάσμα σήματος εξόδου:



Στο φάσμα εισόδου παρατηρούμε την **ώση της θεμελιώδους συχνότητας στα 2kHz** καθώς και μικρότερες ώσεις στις αρμονικές συχνότητες αυτής. Επίσης, στο φάσμα εξόδου μπορούμε να παρατηρήσουμε τη χαμηλοπερατή συμπεριφορά του φίλτρου μας καθώς **μετά τη συχνότητα αποκοπής στα 7.04 kHz παρατηρούμε ότι οι υπόλοιπες ώσεις εξαλείφονται**. Ταυτόχρονα, αν συγκρίνουμε τα δύο φάσματα μπορούμε να επιβεβαιώσουμε και τον **ενισχυτικό χαρακτήρα του φίλτρου**, καθώς στην θεμελιώδη ώση, στα 2kHz όντως υπάρχει **ένισχυση της εισόδου**.