

Versuch 241

Wechselstromeigenschaften von RLC-Gliedern

Viktor Ivanov

4. August 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
1.1 Motivation	2
1.2 RC-Glied im Zeitbereich	2
1.3 Impedanz	3
1.3.1 Gleichspannungsquelle	3
1.3.2 Wechselspannung	3
1.4 Frequenzverhalten von RC-Gliedern	3
1.5 RC-Glied als Differenzier- und Integrierglied	5
1.5.1 Integrator	5
1.5.2 Differentiator	6
1.6 Elektrischer Schwingkreis (RLC-Glied)	6
1.6.1 Der RLC- Serienschwingkreis	6
1.7 Frequenzabhängigkeit eines Schwingkreises – Resonanz	8
1.8 Resonanzkurve eines Parallelschwingkreises	10
1.9 Anwendungen von LC-Gliedern: Radioempfänger	11
2 Messprotokol und Durchführung des Versuchs	12
3 Auswertung	19
3.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds	19
3.2 RC-Glied als Integrator bzw. Differentiator	19
3.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds	19
3.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises	23
3.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises	25
3.6 Resonanzüberhöhung und Bandsperre	26
3.7 Signalformung	28
3.8 Durchführung des Versuchs und Diskussion	29
3.8.1 Durchführung	29
3.8.2 Diskussion	30
4 Anhang	31
4.1 Quellen	31
4.2 Python-Code	31

1 Einleitung

1.1 Motivation

In diesem Versuch untersuchen wir die Eigenschaften von verschiedenen Schaltungen. Schaltungen sind in vielen Gebieten der Physik verwendet, deshalb machen wir uns vertraut mit denen in diesem Versuch.

1.2 RC-GLied im Zeitbereich

Ein Kondensator bezeichnet sich mit C und ein Widerstand mit R. Wenn sie über einen Schalter S an eine Gleichspannungsquelle U_E angeschlossen sind (Abbildung 1 links) beobachten wir den zeitlichen Verlauf der Kondensatorspannung U_C , die in Abb. 1 rechts gezeigt wird. Der Kondensator wird aufgeladen, wobei seine Spannung die Spannung der Gleichspannungsquelle erreicht und der Strom $I_0 = \frac{U_E}{R}$ mit der Zeit einen Nullwert erreicht. Der

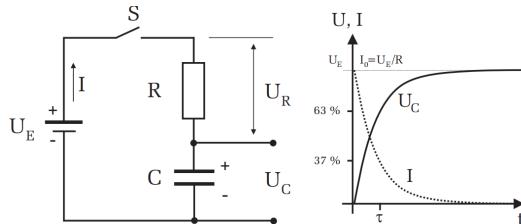


Abbildung 1: Links: Schaltbild – Rechts: Spannungs- und Stromverlauf beim Laden eines Kondensators

Ladevorgang nach der Kirchhoff'schen Maschenregel kann wie folgt beschrieben werden:

$$U_E = U_C + U_R = U_C + RI \quad (1)$$

Der Strom ist gleich die zeitliche Änderung der Ladung:

$$I = \partial_x Q = C \dot{U}_C \quad (2)$$

Wenn wir dann den Strom in 1 einsetzen, erhalten wir:

$$U_E = U_C + RC \dot{U}_C \equiv U_C + \tau \dot{U}_C \quad (3)$$

Wie in der Gleichung zu sehen ist, ist $\tau := RC$ definiert. Das ist eine Zeitkonstante, die der Zeit, bei der die Kondensatorspannung auf 63% ((e-1)/e) des Endwerts U_E angestiegen, bzw. der Ladestrom auf 37% (1/e) des Endwerts abgefallen ist beschreibt.

Wenn wir die Anfangsbedingung , dass bei $t = 0$ S geschlossen wird, erhalten wir die Kondensatorspannung:

$$U_C(t) = U_E(1 - e^{-t/\tau}) \quad (4)$$

Wobei aus der Kirchhoff'schen Maschenregel folgt, dass $U_R = U_E - U_C$, dabei gilt:

$$U_R(t) = U_E e^{-t/\tau} \quad (5)$$

Und nach dem Ohm'schen Gesetz gilt für den Strom:

$$I(t) = U_R(t)/R = I_0 e^{-t/\tau} \quad (6)$$

Die Halbwertszeit $T_{\frac{1}{2}}$ können wir aus Gleichung 4 bestimmen:

$$\frac{U_E}{2} = U_E(1 - e^{-T_{12}/\tau}) \Rightarrow \tau = \frac{T_{\frac{1}{2}}}{\ln(2)} \quad (7)$$

Rechteckspannung Wenn wir eine Rechteckspannung mit Periodendauer T statt die Gleichspannungsquelle anschließen, erhalten wir den Spannungs- und Stromverlauf, die in Abbildung 2 gezeigt wird.

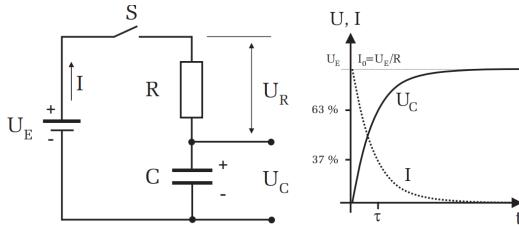


Abbildung 2: Spannungs- und Stromverlauf beim Laden eines Kondensators bei Recheckssignal

1.3 Impedanz

1.3.1 Gleichspannungsquelle

Bei der Zeit $t \approx 7\tau$ ist der Kondensator bereits zu 99,9% aufgeladen und der Ladestrom hat seine Nullstelle erreicht. Nach dem ohmschen Gesetz hat dabei ein RC-Glied einen unendlich hohen Gleichstromwiderstand.

1.3.2 Wechselspannung

Wenn wir statt Gleich-, eine Wechselspannung anschließen, ändert sich die Eingangsspannung stetig, sodass der Kondensator stets entladen und geladen wird. Der Wechselstromwiderstand (Impedanz) Z können wir nach dem ohmschen Gesetz mit der Formel

$$Z = \frac{U}{I} \quad (8)$$

bestimmen.

Wenn wir ein ohmscher Widerstand, der an die Wechselspannung $U_E(t) = U_0 e^{i\omega t}$ angeschlossen ist, betrachten, gilt es:

$$Z_R = \frac{U(t)}{I(t)} = \frac{U_0}{I_0} = R \quad (9)$$

Wobei U_0 die Amplitude und $\omega = 2\pi f$ die Kreisfrequenz der Eingangsspannung sind und $I(t) = I_0 e^{i\omega t}$ beträgt.

Die Impedanz einer R-Glied Z_R ist identisch mit dem Widerstand R .

Die Impedanzen für Kondensator und Spule sind in Abbildung 3 zu finden. Die Impedanzen sind rein imaginär (auch Blindwiderstand genannt) und frequenzabhängig. Ein Beweis für die Formel kann man z.B. in Demtröder, Experimentalphysik 2 nachlesen.

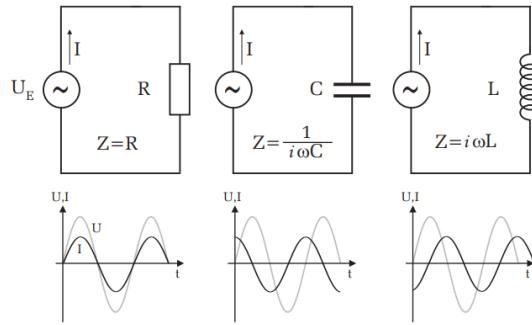


Abbildung 3: Impedanz von Widerstand, Kondensator und Spule

1.4 Frequenzverhalten von RC-Gliedern

Jetzt erklären wir, wie ein RC-Glied auf eine sinusförmige Anregung reagiert. Wir betrachten die Schaltungen in Abbildung 4 Wenn wir die linke Dchaltung betrachten, es gilt nach dem ohmschen Gesetz:

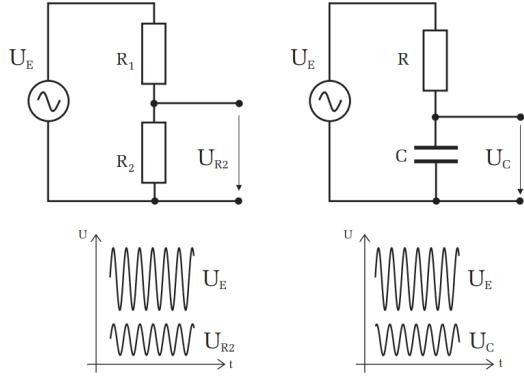


Abbildung 4: Links: Ein- und Ausgangsspannung bei einem rein ohmschen Spannungsteiler – Rechts: Phasenverschiebung bei einem Kondensator

$$U_{R2}(t) = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_E(t) \quad (10)$$

Die Amplitude an \$R_2\$ ist um einen Faktor \$\frac{R_2}{R_1 + R_2}\$ geringer als \$U_0\$. Wenn wir aber \$R_2\$ durch einen Kondensator \$C\$ ersetzen, finden wir, dass:

$$U_C(t) = \frac{Z_C}{R + Z_C} U_E(t) = \frac{-i/\omega C}{R - i/\omega C} U_0 e^{i\omega t} \Rightarrow |U_C| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (\omega RC)^2}} \quad (11)$$

Wobei \$\tan\varphi = -\omega RC\$.

Die Schaltung mit den zwei Widerständen war frequenzunabhängig, während die vom RC-Glied frequenzabhängig sind. Für kleine Frequenzen ist \$|U_C| = |U_E|\$ nach Gleichung 11. Für große Frequenzen gilt dann \$|U_C| = 0\$. Das RC-Glied verhält sich wie ein Tiefpassfilter, nur tiefe Frequenzen können den Filter passieren, höhere Frequenzen werden stark gedämpft.

Wenn man den Kondensator und den Widerstand vertauscht, zeigt das RC-Glied ein Hochpassverhalten:

$$|U_R| = \frac{|U_E|}{\sqrt{1 + (1/(\omega RC))^2}} \quad (12)$$

Wobei \$\tan\varphi = \frac{1}{\omega RC}\$.

Die Frequenzgänge und Phasenläufe von Tief- und Hochpassfiltern kann man in Abbildung 5 finden.

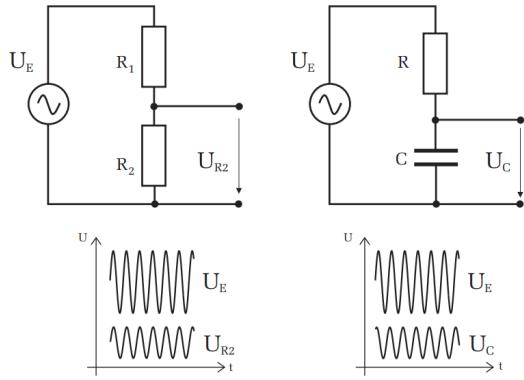


Abbildung 5: Links: Ein- und Ausgangsspannung bei einem rein ohmschen Spannungsteiler – Rechts: Phasenverschiebung bei einem Kondensator

Wir definieren die Grenzfrequenz als

$$\omega_g = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau} \quad (13)$$

Wenn wir sie in Gleichung 12 einsetzen, erhalten wir, dass bei der Grenzwert die Amplitude auf das $\frac{1}{\sqrt{2}}$ -fache abfällt (Tiefpass), bzw. angestiegen ist (Hochspass). Aus der Bodeplot ist es ziemlich einfach die Grenzfrequenz zu bestimmen, wobei wir den Schnittpunkt der horizontalen und den fallenden Verlauf betrachten, Abbildung 6

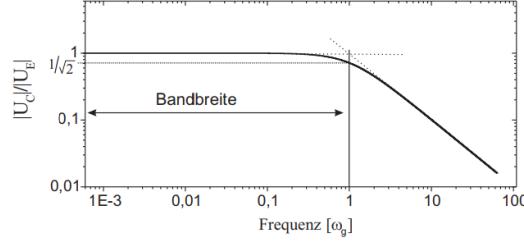


Abbildung 6: Bodeplot Tiefpass

1.5 RC-Glied als Differenzier- und Integrierglied

1.5.1 Integrator

Das Ausgangssignal eines RC-Tiefpasses entspricht dem Integral des Eingangssignals, wobei bei größere τ ähnelt sich es näher dem Integral. In Abbildung 7 ist die Integration eines Rechtecksignals dargestellt, man sieht klar, dass für $\tau \gg T$ das Ausgangssignal U_A dem Integral des Eingangssignals U_E entspricht.

Eine qualitative Erklärung ist, dass für den Strom I aus der zeitlichen Änderung der Kondensatorladung gilt:

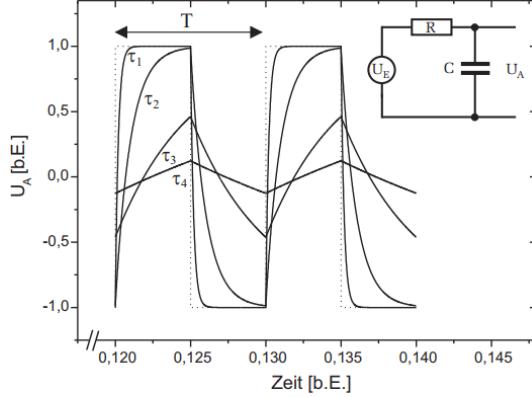


Abbildung 7: U_A einer Tiefpass bei einer rechteckförmigen Eingangsspannung (gestrichene Kurve) für verschiedene Zeitkonstanten τ : $\tau_1 = 0,02T$, $\tau_2 = 0,5T$, $\tau_3 = 1T$, $\tau_4 = 2T$

$$Q = CU_A \quad \Rightarrow \quad I = C \frac{dU_A}{dt} \quad (14)$$

Es gilt auch:

$$I = \frac{U_E - U_A}{R} \quad (15)$$

Aus den beiden Formeln gilt, dass:

$$\frac{dU_A}{dt} = \frac{1}{RC}(U_E - U_A) \quad (16)$$

Daraus sehen wir, dass für $U_A \ll U_E$ (Tiefpass) für $\tau \gg T$ folgende Näherung gilt:

$$\frac{dU_A}{dt} \approx \frac{U_E}{RC} \Rightarrow U_A \approx \frac{1}{RC} \int U_E dt. \quad (17)$$

1.5.2 Differentiator

Für einen Hochpass und $\tau \ll T$ gilt das umgekehrte, der RC-Glied ist ein Differentiator, wie in Abbildung Analog

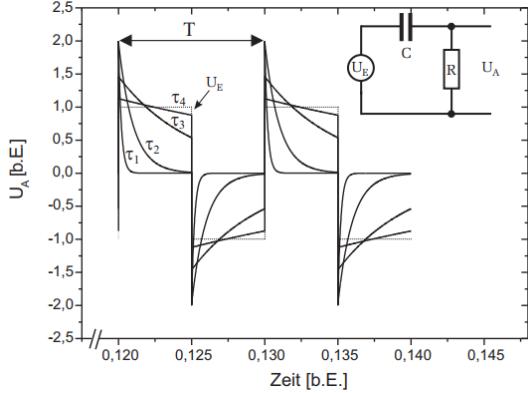


Abbildung 8: U_A einer Hochpass bei einer rechteckförmigen Eingangsspannung (gestrichelte Kurve) für verschiedene Zeitkonstanten τ : $\tau_1 = 0, 02T$, $\tau_2 = 0, 5T$, $\tau_3 = 1T$, $\tau_4 = 2T$

zu beim Integrator, für die Ausgangsspannung es ergibt sich:

$$U_A \approx RC \frac{d}{dt} U_E. \quad (18)$$

Ein Differentiator von dreieckförmiges Signal kann man in Abbildung 9 finden.

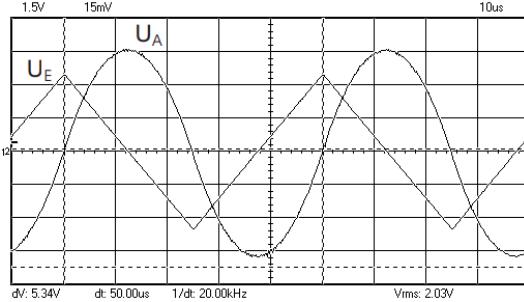


Abbildung 9: Oszilloskopbild eines RC-Gliedes als Integrator, Dreieckförmiges Eingangssignal

1.6 Elektrischer Schwingkreis (RLC-Glied)

Ein elektrischer Schwingkreis ist eine Schaltung aus einem Kondensator und einer Spule, die Vorgänge dieser Schaltung kann man in Abbildung 10 finden. Wie wir schon wissen, ein RLC-Glied erzeugt einen Schwingungsvorgang. Der kann aber nicht unendlich lang anhalten wegen Wärmeverluste. Deshalb sollen wir die auch miteinbeziehen wenn wir den Vorgang untersuchen.

1.6.1 Der RLC- Serienschwingkreis

Die Schaltung eines Serienschwingkreises findet man in Abbildung 11. Nach der Kirchhoff'schen Maschenregel gilt für die Summe der Spannungen:

$$U_R + U_C - U_L = 0. \quad (19)$$

Wenn wir $U_R = \frac{R}{I}$, $U_C = \frac{Q}{C}$ und $U_L = -Ld_t I$ einsetzen und nach der Zeit ableiten, erhalten wir:

$$L \frac{d^2}{dt^2} I + R \frac{d}{dt} I + \frac{1}{C} I = 0 \quad (20)$$

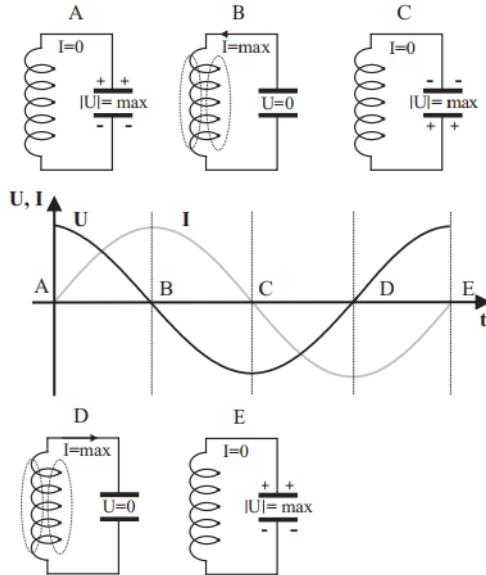


Abbildung 10: Vorgänge in einem Schwingkreis

In dem Fall, wenn $R = 0$ und eine Abkürzung $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, erhalten wir:

$$\frac{d^2}{dt^2} I + \omega_0^2 I = 0. \quad (21)$$

Die Lösung dieser DGL ist trivial:

$$I = I_0 e^{i(\omega_0 t + \varphi)} \quad (22)$$

Wir sehen, dass der Strom sinusförmig mit der Frequenz $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ oszilliert, was Thomson'sche Schwingungsformel heißt.

Die allgemeine Lösung eines gedämpften Schwingkreises lautet:

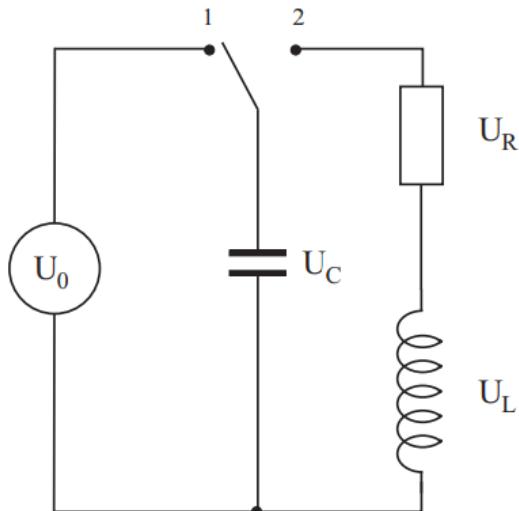


Abbildung 11: Serienschwingkreis, Schalterstellung 1- Ladung, Stellung 2 - geschlossenen Schwingkreis

$$I(t) = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} \left(c_1 e^{\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t} + c_2 e^{-\sqrt{\frac{R^2}{4L^2} - \frac{1}{LC}}t} \right) \quad (23)$$

Wobei c_1 und c_2 Konstanten, die von den Anfangsbedingungen abhängen, darstellen. Es gibt drei Spezialfälle, die beobachtet werden können, Schwingfall, aperiodischer Grenzfall und Kriechfall. Wir beschränken uns auf der Schwingfall, bei dem die Amplitude monoton auf null abfällt. Nur bei einer schwachen Dämpfung ($\frac{R^2}{4L^2} < \frac{1}{LC}$) hängt der Strom periodisch von der Zeit ab. In diesem Fall sind die Exponentialfunktionen imaginär und der Ausdruck in der Klammer beschreibt eine harmonische Oszillation. Wir verwenden folgende Abkürzung:

$$\omega_f = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} \quad (24)$$

Und dabei beträgt der Strom

$$I = I_0 e^{-\frac{R}{2L}t} e^{i(\omega_f t + \varphi)} \quad (25)$$

Das ist eigentlich die Gleichung einer exponentiell gedämpften Schwingung, die in Abbildung 12 zu sehen ist. Die

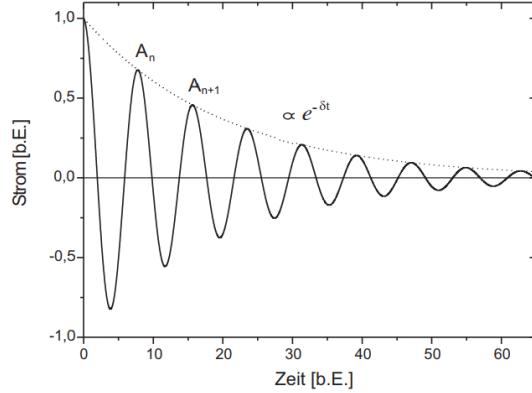


Abbildung 12: Stromverlauf eines LCR- Serienschwingkreises

Amplitude ist proportional zu $e^{-\delta t}$, wobei δ die Dämpfungskonstante ist:

$$\delta = \frac{R}{2L} \quad (26)$$

Sie hat die Dimension einer Frequenz mit einem Kehrwert:

$$\tau_\tau = \frac{1}{\delta} \quad (27)$$

Der Kehrwert nennt sich auch Relaxationszeit oder Abklingzeit.

Die Dämpfungskonstante kann man leicht experimentell bestimmen durch eine Messung des Amplitudenverhältnisses zweier benachbarter Schwingungsdurchgänge und dann Logarithmierung. Der logarithmische Dekrement beträgt:

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) = \delta T \quad (28)$$

1.7 Frequenzabhängigkeit eines Schwingkreises – Resonanz

In diesem Teil betrachten wir den Fall, wenn die Schwingung eines Schwingkreises von außen durch ein Sinussignal angeregt wird. Wir betrachten dazu die Serienschwingkreise in Abbildung 13. Zuerst berechnen wir die Gesamtimpedanzen, die bei einer Serienschaltung die Summe aller Impedanzen betragen:

$$Z_g = Z_R + Z_C + Z_L = R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C}) \quad (29)$$

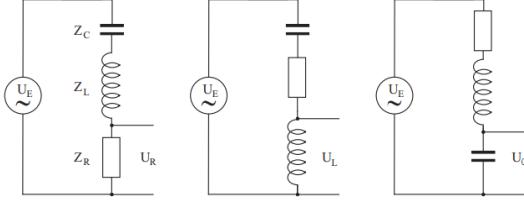


Abbildung 13: Schaltung eines von außen angeregten Serienschwingkreises bei Abgriff über verschiedene Bauelemente

Nach dem Ohm'schen Gesetz gilt für den Strom:

$$I = \frac{U_E}{Z_g} = \frac{1}{R + i(\omega L - \frac{1}{\omega C})} U_0 e^{i(\omega t - \varphi)} \quad (30)$$

Mit einem Betrag:

$$|I(\omega)| \equiv I_0(\omega) = \frac{U_0}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} \quad (31)$$

Bei der Resonanzfrequenz ist die Amplitude maximal, die ist identisch zu der Eigenfrequenz:

$$\omega_R = \omega_0 \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad (32)$$

Der Klammerausdruck im Nenner verschwindet bei dieser Frequenz und es folgt für die Amplitude des Stroms:

$$I_0(\omega_R) = \frac{U_0}{R} \quad (33)$$

Der Serienschwingkreis verhält sich als ob die Schaltung in einem ohmschen Widerstand aufgebaut wurde. Die Impedanzen von der Spule und Kondensator verschwinden, sie darstellen einen Kurzschluss, deshalb wird das elektrische Verhalten in diesem Fall allein durch den ohmschen Widerstand bestimmt. Die Phasenverschiebung beträgt:

$$\tan \varphi = \frac{\omega L - 1/(\omega C)}{R} \quad (34)$$

Was bedeutet, dass im Resonanzfall Strom und Spannung in Phase sind.

Wir wissen, dass:

$$|U_i| = |Z| |I| \quad (35)$$

Daraus können wir die Amplituden der Spannungen an den einzelnen Bauteilen berechnen:

$$|U_R| = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (36)$$

$$|U_C| = \frac{1/(\omega C)}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (37)$$

$$|U_L| = \frac{\omega L}{\sqrt{R^2 + (\omega L - \frac{1}{\omega C})^2}} U_0 \quad (38)$$

In Abbildung 14 kann man die Resonanz- und Phasenkurven für drei verschiedenen Widerstände, bei unveränderten Werten für L und C finden. Man beobachtet eine Bandpass-Charakteristik (den Eingangssignal wird

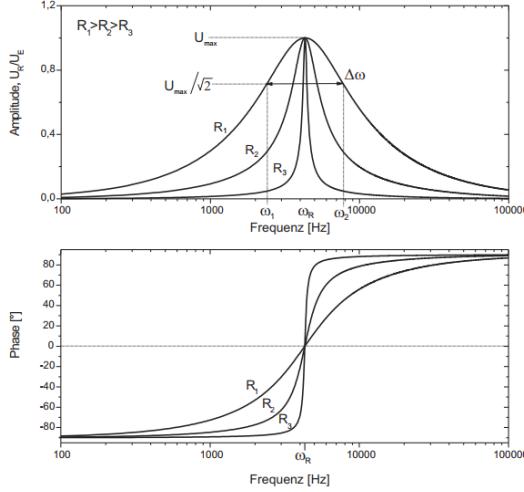


Abbildung 14: Amplituden- und Phasengang eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand.

bei nur einer Frequenz zugelassen, bei allem anderen Frequenzen wird er stark gedämpft). Je kleiner der Widerstand, desto größer die Dämpfung. Die Bandbreite ist so definiert:

$$\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2 = \frac{R}{L} = 2\delta \quad (39)$$

Sie steht in einem direkten Zusammenhang mit der Dämpfungskonstante δ . Bei einer größeren Dämpfung klingt die Oszillation der freien Schwingung schneller ab und dabei ist auch die dazugehörige Resonanzkurve breiter. Die Güte des Schwingkreises beträgt:

$$Q = \frac{\omega_R}{\Delta\omega} \quad (40)$$

In Abbildung 15 kann man die Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule sehen. Sie zeigen Resonanz-eigenschaften, wobei die Resonanzfrequenzen von $|U_C|$ und $|U_L|$ nicht identisch mit ω_R sind. Es gilt:

$$\omega_C = \sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2} \quad (41)$$

$$\omega_L = \sqrt{\omega_R^2 + 2\delta^2}. \quad (42)$$

Aus der Abbildung ist es zu erkennen, dass die Amplituden von dem Kondensator und der Spule höher als diese von der Eingangsspannung sind, was auch Resonanzüberhöhung genannt ist. Das ist möglich, da die Spannungen im Resonanzfall um π phasenverschoben sind und dabei entspricht die Summe der Teilspannungen die Eingangsspannung. In Abbildung 16 kann man die Amplitudengang für $|U_C|$ bei verschiedenen Widerständen skizzieren. Bei einem sehr kleinen Widerstand wachsen die Teilspannungen $|U_C|$ und $|U_L|$ sehr stark (gestrichelte Linie), was als Resonanzkatastrophe bezeichnet wird. Bei einem höheren Widerstand wird die Resonanzüberhöhung immer geringer, bis kein Maximum von $|U_C|$ und $|U_L|$ zu sehen ist.

1.8 Resonanzkurve eines Parallelschwingkreises

In diesem Abschnitt betrachten wir die Eigenschaften eines Parallelschwingkreises, Abbildung ???. Links steht die Schaltung und rechts die Frequenzabhängigkeit der Ausgangsspannung über dem Widerstand. Wir sehen, dass bei kleinen Frequenzen die Spule einen kleinen Impedanz besitzt und bei hohen Frequenzen ist der Widerstand sehr niederohmig. In beiden Fällen liegt die gesamte Spannung über dem Widerstand. Im Resonanzfall verschwindet aber die Spannung über dem Widerstand, daraus folgt, dass der LC-Parallelkreis eine unendlich hohe Impedanz hat. Das bedeutet, dass der LC-Parallelkreis wie ein Isolator sich verhält und sperrt die Frequenzen im Bereich um ω_R .

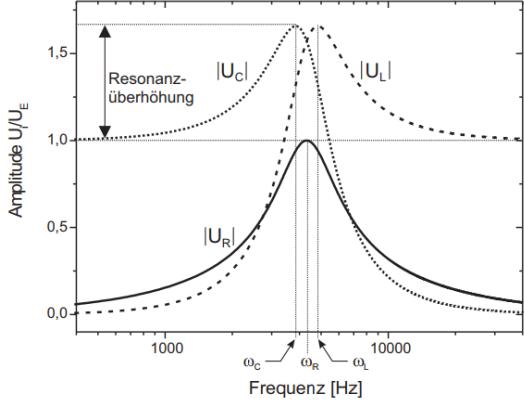


Abbildung 15: Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule

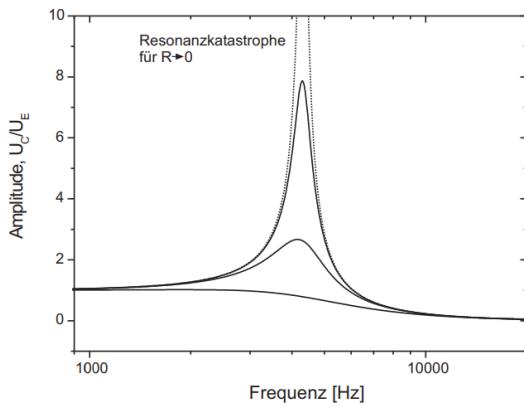


Abbildung 16: Amplitudengang eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Kondensator

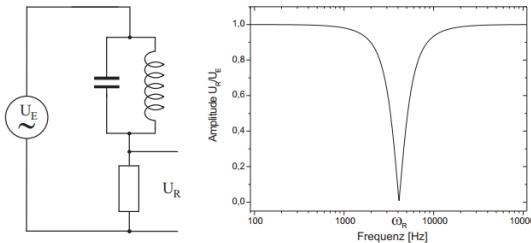


Abbildung 17: Reihenschaltung aus einem ohmschen Widerstand und einem Parallelschwingkreis

1.9 Anwendungen von LC-Gliedern: Radioempfänger

Wenn wir Signale über dem Radio schicken wollen, ist es schwieriger niederfrequente Signale zu schicken, da die von einer Antenne abgestrahlte Leistung proportional zur vierten Potenz der Frequenz ist und auch die Wellenlängen sind ziemlich größer als die Antenne, deshalb prägen wir die niederfrequente Signale auf, um die zu schicken, was man auch Modulation nennt, Abbildung 18.

Die Amplitude eines HF-Signals wird im Takt des NF-Signals verändert und daher erhält das geschickte Signal die gesamte Information. Um die Information zu dekodieren verwenden wir eine Diode, die die Teile negative Teile des Signals sperrt, danach schließen wir einen Kondensator, der der Hochfrequenzanteil kurzschließt, mit einem zusätzlichen Kondensator erhalten wir das ursprüngliche NF-Signal. Die Schaltung kann man in Abbildung 19 finden.

Da wir viele Sender empfangen, brauchen wir auch ein Bandpassfilter, der nur eine Trägerfrequenz aus dem

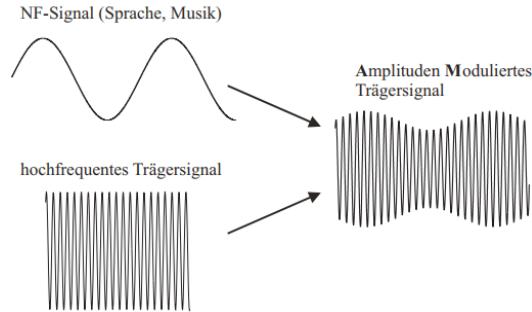


Abbildung 18: Prinzip der Amplitudenmodulation

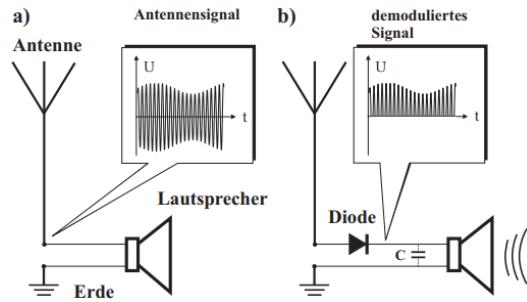


Abbildung 19: Demodulation (Dekodierung) mit Hilfe einer Diode

Antennensignal herausfiltert, die gesamte Schaltung findet man in Abbildung 20.

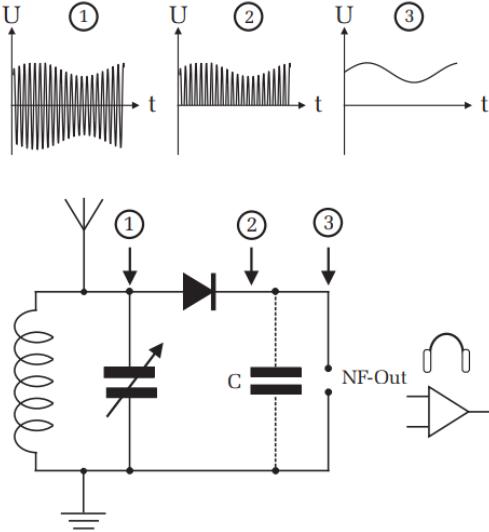


Abbildung 20: Einfacher AM-Empfänger

2 Messprotokol und Durchführung des Versuchs

Das Messprotokoll befindet sich auf der nächsten Seite.

01.07.24.

Versuch 241

Wechselströmeigen schaften von RLC-Gliedern

Viktor Ivanov
Danane Dzoutsas

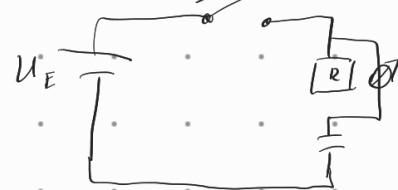
I Messaufbau

- PC-gesteuerter Funktionsgenerator und Speicher oszilloskop
- Widerstände, Spulen, Kondensatoren und Eine Diode
- Steckbrett zum Aufbau von Schaltungen
- Impedanzwandler mit Netzteil
- Niedelfrequenz-Verstärker mit Netzteil
- Langdrahtantenne, Erdleitung
- Zwei Kopfhörer mit unterschiedlicher Impedanz
- Computer

Abbildung 1: Versuchsaufbau

II. 1. Aufgabe 1: Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

$$U_R = U_E e^{-\frac{t}{\tau}} ; \quad \tau = RC = \frac{T_{R2}}{\ln 2}$$



i) Messung bei: $R = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 270 \text{nF}$; Amplitude $V_{pp} = 1$

Wir haben am Oszilloskop eine Frequenz von Signal von $\omega = 185 \text{ Hz}$ gewählt

Wir haben $T_{1/2} = 328,00 \pm 14 \text{ ms}$ gemessen $\Rightarrow \frac{1}{f_t} = 3,05 \text{ kHz}$

$$\Delta V = 0,90 \pm 1 \text{ V} \quad \leftarrow \text{wahrscheinlich nicht gebraucht wird}$$

ii) Messung bei: $R = 10 \text{k}\Omega$, $C = 27 \text{nF}$; Amplitude $V_{pp} = 1$

Wir haben am Oszilloskop eine Frequenz von Signal von $\omega = 185 \text{ Hz}$ gewählt

Wir haben $T_{1/2} = (32,00 \pm \sqrt{0,8^2 + 1,8^2}) \mu\text{s}$ gemessen $\Rightarrow \frac{1}{f_t} = 39,25 \text{ kHz}$

$$\Delta V = 0,89 \pm 1 \text{ V} \quad \leftarrow \text{wahrscheinlich nicht gebraucht wird}$$

iii) Messung bei: $R = 1 \text{k}\Omega$, $C = 27 \text{nF}$; Amplitude $V_{pp} = 1$

Wir haben am Oszilloskop eine Frequenz von Signal von $\omega = 185 \text{ Hz}$ gewählt

Wir haben $T_{1/2} = (32,8 \pm \sqrt{15^2 + 1,8^2}) \mu\text{s}$ gemessen $\Rightarrow \frac{1}{f_t} = 39,49 \text{ kHz}$

$$\Delta V = 0,89 \pm 1 \text{ V} \quad \leftarrow \text{wahrscheinlich nicht gebraucht wird}$$

A2 | RC-Glied als Integrator und Differenziator

Theorie: C messen, $\tau \gg T$: Integrator

R messen, $\tau \ll T$: Differenziator

Wir haben zuerst ein Integrator untersucht mit einigen Signalen, der Rechtecksignal haben wir als Bild gespeichert, der besprechen wir in der Diskussion.

Bei dem Differenziator aufbau haben wir ein Rechtecksignal, ein gaußförmiges Signal und ein Dreiecksignal. Die Bilder haben wir gespeichert.

A3 | Theorie: Wenn man U_C misst, ist das ein Tiefpass

Wenn man der Kondensator und Widerstand vertauscht und

U_R misst, ist das ein Hochpass

$$U_g = \frac{1}{\sqrt{2}} U_E \quad C: \tan \varphi = -\omega RC$$

$$U_g = \frac{1}{t} \quad R: \tan \varphi = \frac{1}{\omega RC}$$

Wir haben folgenden Einstellungen gewählt:

Amplitude $A = 2V_{pp}$ vom Funktionsgenerator, 5dB/div vertical scale, 3V V-Rang, 100Hz Frequency start und 20% Frequenzschritte.

- Wir haben mithilfe des Cursors die Grenzfrequenz f_g bestimmt:

Grenzfrequenz vom Tiefpass: $f_g = 3,39 \pm 0,10 \text{ kHz}$

$$\Delta V = 3,0 \text{ dB}$$

Grenzfrequenz vom Tiefpass: $f_g = (3,16 \pm 0,05) \text{ kHz}$
 $\Delta V = 3,0 \text{ dB}$

- Phasenmessung: Phasengang des RC-Gliedes

# Messung	Frequenz f [kHz]	Abstand zwischen den zwei Maxima: t [μs]	$\varphi = 360 \cdot f \cdot At$ [°]	
1	1	200 ± 14	$0,2 \pm$	$k = 10^3$
2	2	$82,8 \pm 9,9$	$0,166 \pm$	$M = 10^{-6}$
3	3	$27,6 \pm 5,7$	$0,143 \pm$	$k \cdot M = 10^{-3} = m$
4	4	$28,1 \pm 5,7$	$0,114 \pm$	
5	5	$20,0 \pm 4,0$	$0,1 \pm$	
6	6	$13,6 \pm 1,4$	$0,0816 \pm$	
7	7	$9,2 \pm 0,9$	$0,0644 \pm$	
8	8	$8,4 \pm 0,5$	$0,0672 \pm$	
9	9	$6,0 \pm 0,4$	$0,054 \pm$	
10	10	$5,60 \pm 0,03$	$0,056 \pm$	

Tabelle 1: Messung des Phasengangs des RC-Gliedes

A2) In dieser Aufgabe messen wir den Frequenzgang des Schwingkreises für die Widerstände: $R = 1\text{k}\Omega$; $R = 220\text{k}\Omega$ und $R = 47\text{k}\Omega$

Die Einstellungen sind in der Praktikumsanleitung geschrieben

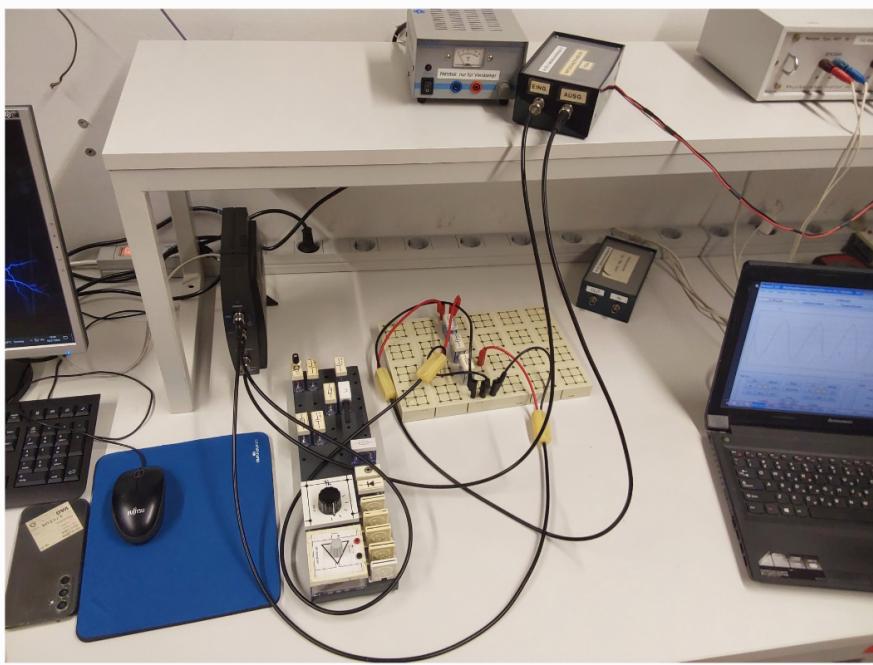


Abbildung 2: Messaufbau A⁴

- Die Daten haben wir im Computer gespeichert

Wir haben eine Amplitude von 2.00 Vpp

$$\text{und } R.L.S = 0,71$$

A5 | Wir messen zuerst über den Widerstand (schwarz), Spule (blau) und über den Kondensator (rot)

$$f_R \approx 3,72 \text{ kHz}$$

$$f_L \approx 3,80 \text{ kHz} \quad (\text{analog zu Abb 1b in Praktikumsanleitung})$$

$$f_C \approx 3,56 \text{ kHz}$$

A6 | Wir haben einen Sercoschwingkreis aus $C = 47 \text{ F}$, $R = 47 \Omega$ und L_1 aufgebaut.

Mess-Nr.	Amplitude LVS
1	$0,162 \pm 0,010$
2	$0,138 \pm 0,010$
3	$0,122 \pm 0,010$
4	$0,113 \pm 0,010$
5	$0,108 \pm 0,010$

Tabelle:
Messung des Amplituden-Abfalls für Rechtecksignal

Man ersetzt $R = 47\Omega$ mit 5kΩ Potentiometer und sieht, dass bei großen Widerständen die Amplitude exponentiell abfällt, wobei sich die Periodendauer nicht ändert. Bei größeren Widerständen erhält man weniger Amplitudenextrema.

A7 Wir haben eine Parallelschaltung aufgebaut und mit Circuit analyser gemessen
Resonanzfrequenz: $f = 3,70 \pm 0,03 \text{ kHz}$
Ein Png und Text Datei haben wir im Computer gespeichert

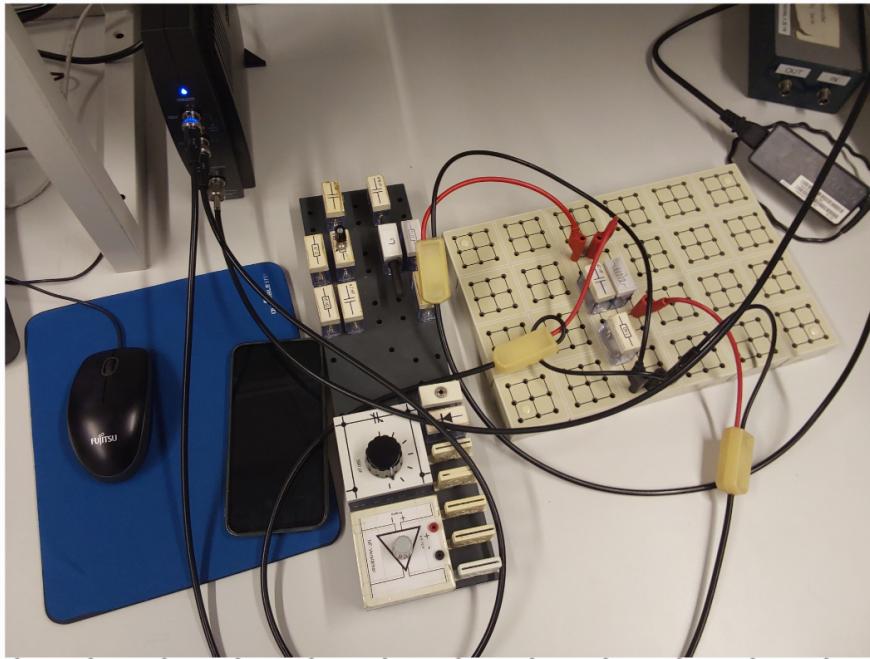


Abbildung 3: Versuchsaufbau A7

A8 Vom Spektrogramm haben wir folgenden Frequenzen gemessen:

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05) \text{ Hz} \quad A_1 = -(42,13 \pm 0,3) \text{ dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05) \text{ kHz} \quad A_2 = -(39,63 \pm 0,03) \text{ dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05) \text{ kHz} \quad A_3 = -(39,94 \pm 0,03) \text{ dBV}$$

i) Hochpass $R = 47\Omega$ $C = 47 \text{ nF}$

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05) \text{ Hz} \quad A_1 = -(51,75 \pm 0,3) \text{ dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05) \text{ kHz} \quad A_2 = -(33,38 \pm 0,3) \text{ dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05) \text{ kHz} \quad A_3 = -(21,13 \pm 0,3) \text{ dBV}$$

ii) Tiefpass $R = 47\Omega$ $C = 47\text{nF}$ umgekehrt

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05)\text{Hz} \quad A_1 = -(2,75 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_2 = -(8,38 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_3 = -(8,69 \pm 0,3) \text{dBV}$$

iii) Tiefpass $C = 47\text{nF}$; $L = L_1$

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05)\text{Hz} \quad A_1 = -(5,25 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_2 = +(6,00 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_3 = -(22,44 \pm 0,3) \text{dBV}$$

v) i) $C = 47\text{nF}$; $R = 1\text{k}\Omega$; $L = L_1$

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05)\text{Hz} \quad A_1 = -(2,75 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_2 = -(8,38 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_3 = -(8,69 \pm 0,3) \text{dBV}$$

ii) $C = 47\text{nF}$; $R = 47\Omega$; $L = L_1$

$$f_1 = (61,04 \pm 0,05)\text{Hz} \quad A_1 = -(3,06 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_2 = (3,60 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_2 = -(8,69 \pm 0,3) \text{dBV}$$

$$f_3 = (8,01 \pm 0,05)\text{kHz} \quad A_3 = -(8,69 \pm 0,3) \text{dBV}$$

A9)

Es wird ein Parallelschwingkreis mit L_2 und C einem Dreikondensator (500pF) als Bandpassfilter benutzt.

In welchen man die Kapazität und Induktivität variiert kann man mit Kopfhörer ein Signal empfangen.

Wir hören Paradise von Coldplay



3 Auswertung

3.1 Bestimmung der Zeitkonstante eines RC-Glieds

Die Zeitkonstante können wir auf zwei Weisen bestimmen. Theoretisch, mit der Gleichung 13 Mit dem Fehler nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzung:

$$\Delta\tau_{theo} = \tau_{theo} \sqrt{(\Delta R \cdot C)^2 + (\Delta C \cdot R)^2} \quad (43)$$

Wobei $\Delta R = 5\%R$ und $\Delta C = 10\%C$ betragen. Experimentell kann man das mithilfe von Formel 7 berechnen, mit dem Fehler:

$$\Delta\tau_{exp.} = \frac{\Delta T_{1/2}}{\ln 2} \quad (44)$$

Die Experimentelle und theoretische Werte kann man in Tabelle 3 finden. Die σ -Abweichungen sind sehr klein, was

Tabelle 3: Experimentelle und theoretische Ergebnisse der Zeitkonstanten mit Abweichungen

C [nF]	ΔC [nF]	R [kΩ]	ΔR [kΩ]	f [Hz]	Δf [Hz]	τ_{theo} [μs]	$\Delta\tau_{theo}$ [μs]	τ_{exp} [μs]	$\Delta\tau_{exp}$ [μs]	σ -Abweichung [σ]
470	47	1.00	0.05	185	1	470	53	473	20	0.06
4.7	0.5	10.0	0.5	185	1	47	5	46	3	0.14
47	5	1.00	0.05	185	1	47	5	47	3	0.05

prinzipiell gut ist, aber hier haben wir wahrscheinlich ein sehr großer Fehler berechnet. Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

3.2 RC-Glied als Integrator bzw. Differentiator

In Abbildungen 21 haben wir die Wirkung des RC-Glieds als Integrator bei einem Rechtecksignal bei drei verschiedenen Widerstands niveaus dargestellt. In Abbildungen 22, 23 und 24 haben wir die Wirkung eines RC-Glieds als Differentiator bei Rechteck-, Dreieck- und Gaußsignal dargestellt.

Zunächst betrachten wir den Tiefpassfilter 21, Abbildung wir beobachten, dass je größer der Widerstand (daher auch größere Zeitkonstante), desto mehr nähert sich dem Ausgangssignal zu dem Integral des Eingangssignals, genau wie die Theorie besagt.

Alle andere Bilder sind von einem Hochpassfilter und wir sehen, dass dem Ausgangssignal, die Ableitung dem Eingangssignal entspricht. Es ist interessant zu sehen, dass das Ausgangssignal von der Normalverteilung phasenverschoben ist.

3.3 Frequenz- und Phasengang eines RC-Glieds

In diesem Versuchsteil betrachten wir zuerst die Frequenzgänge für Hoch- und Tiefpassfiltern bei einer Dämpfung von 3dB. Wir haben Geraden durch das Plateau und der linear ansteigenden Bereich beider Graphen gemalt und der Schnittpunkt von beiden beträgt die Grenzfrequenz. Die Diagramme kann man in Abbildungen 25 und 26 finden. Die Grenzfrequenzen haben wir auch mit der Cursor Funktion bestimmt, wobei das bei der Hochpassfilter nicht geklappt hat und da beobachten wir eine ein bisschen höhere Frequenz als gezeigt. Wir haben die folgenden Werte gemessen:

$$\boxed{\omega_{gr,t} = (2.95 \pm 0.10) \text{kHz}} \quad (45)$$

$$\boxed{\omega_{gr,h} = (3.90 \pm 0.30) \text{kHz}} \quad (46)$$

Die Grenzfrequenz haben wir auch über den Phasengang des Hochpasses bestimmt, wobei wir die Werte aus Tabelle 1 in dem Messprotokoll verwendet haben und eine Funktion der Form $\varphi = \arctan\left(\frac{1}{2\pi f_c}\right) \frac{360}{2\pi}$ angepasst haben. Das

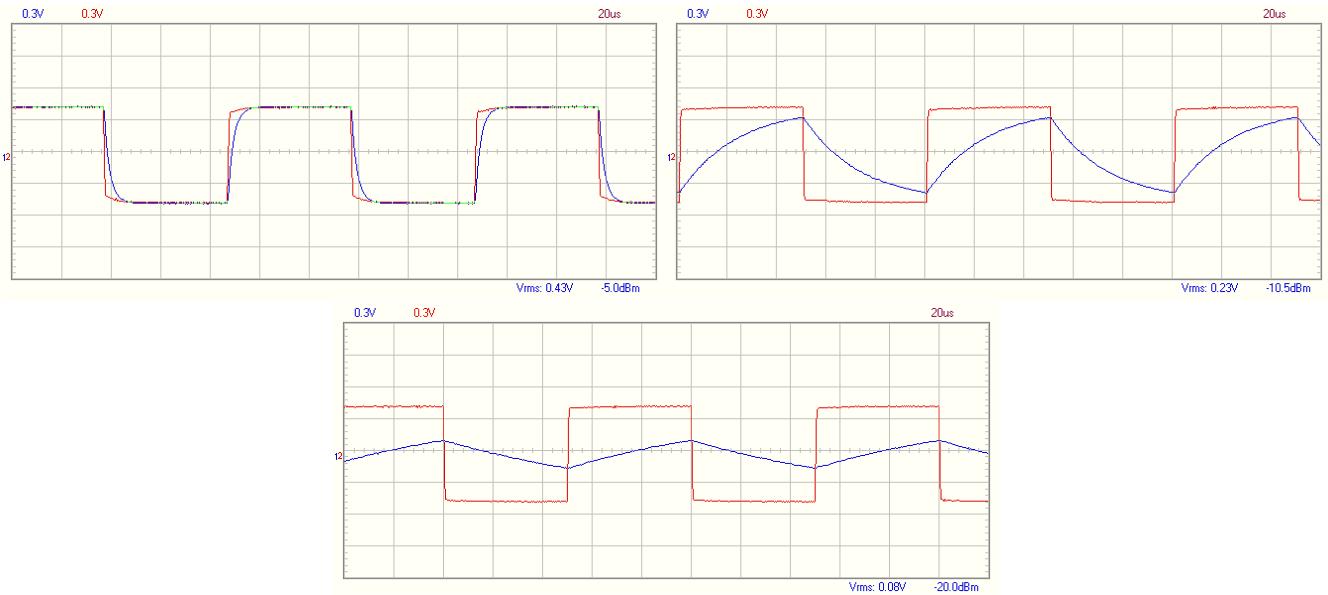


Abbildung 21: Integrator Rechtecksignal Links: Wenig Widerstand, Mitte: Mittel Widerstand, Rechts: viel Widerstand

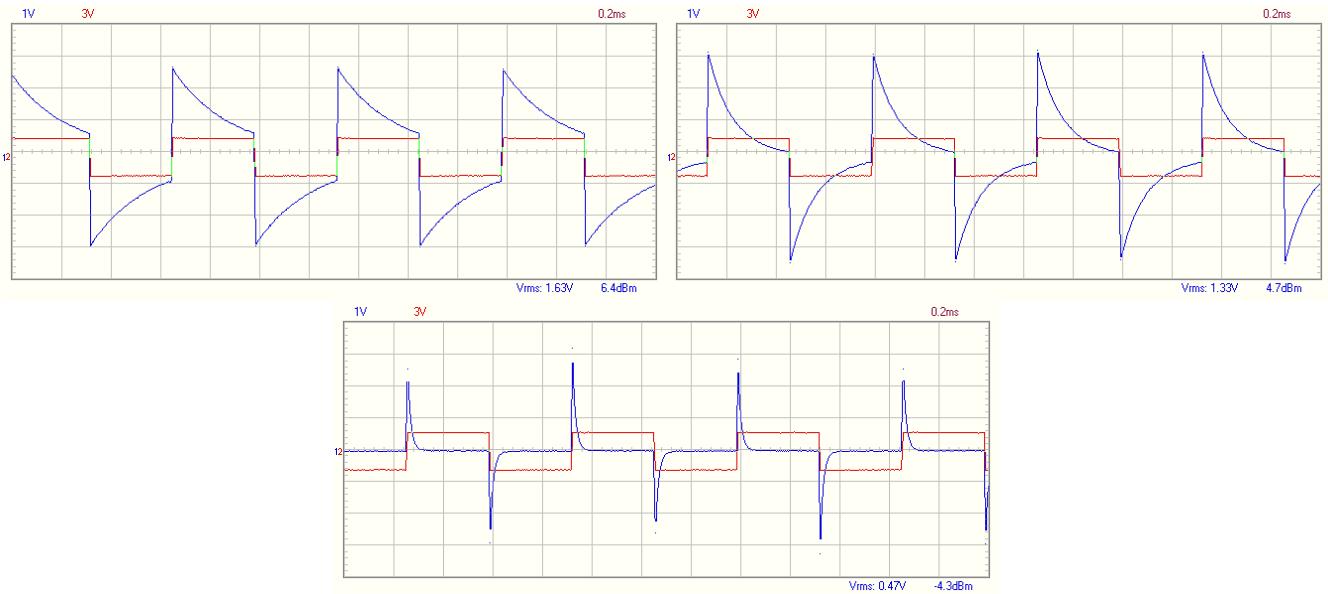


Abbildung 22: Differentiator Rechtecksignal Links: Wenig Widerstand, Mitte: Mittel Widerstand, Rechts: viel Widerstand

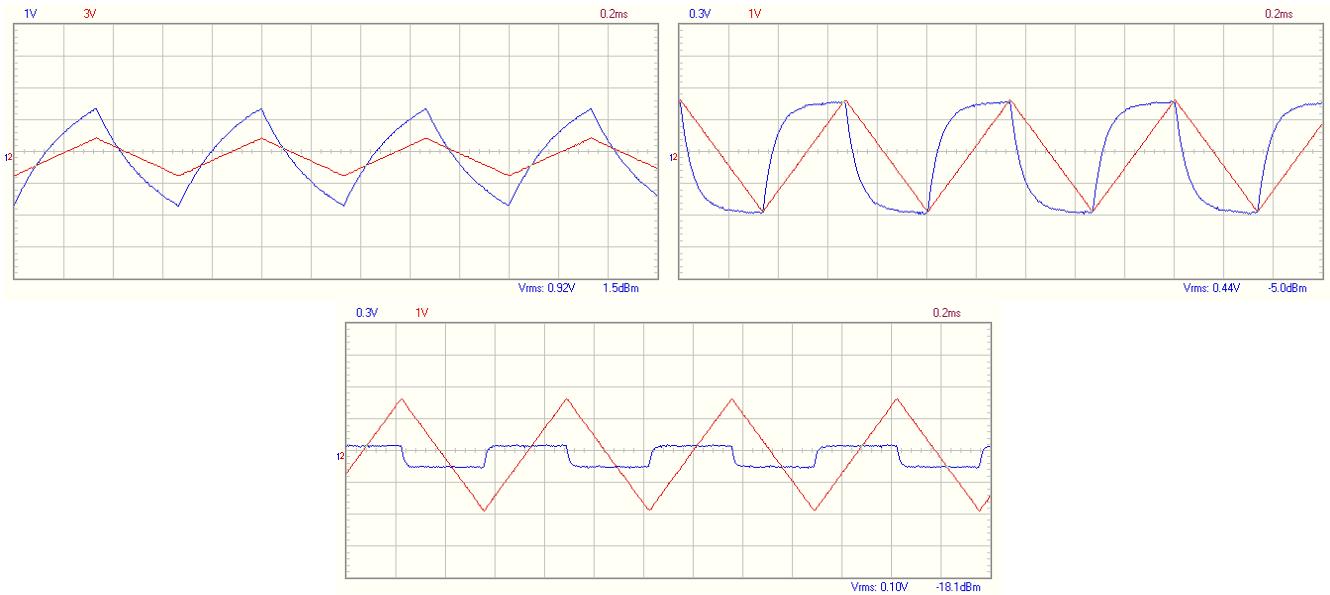


Abbildung 23: Differentiator Dreieckssignal Links: Wenig Widerstand, Mitte: Mittel Widerstand, Rechts: viel Widerstand

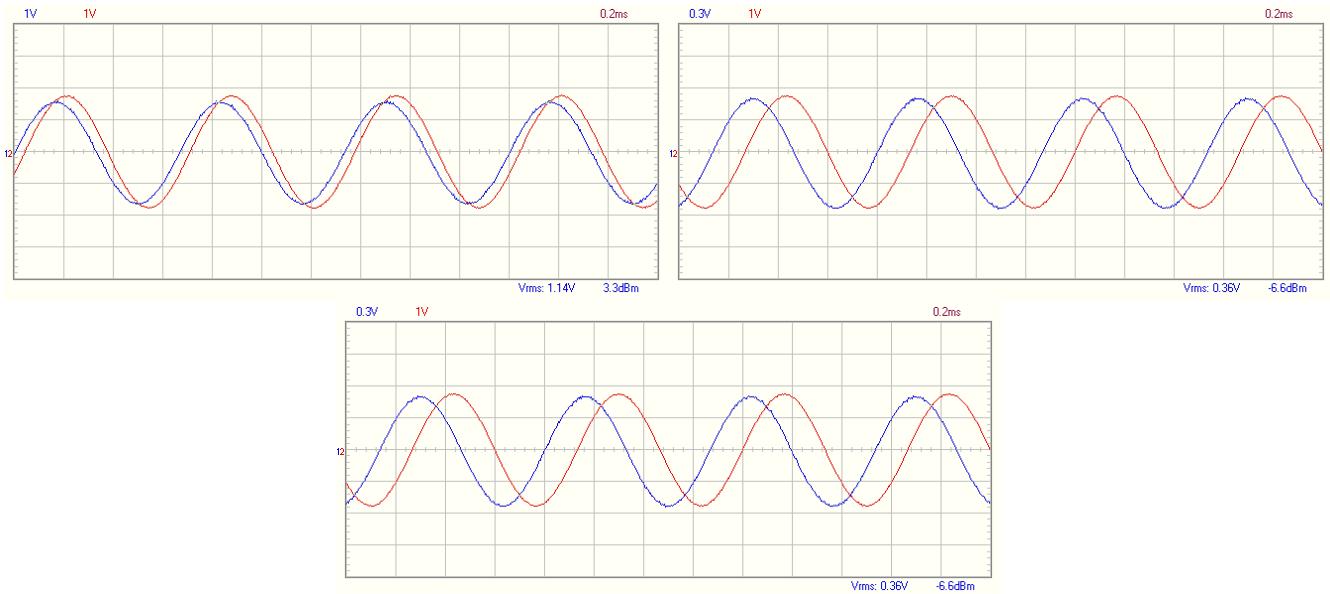


Abbildung 24: Differentiator Gaußsignal Links: Wenig Widerstand, Mitte: Mittel Widerstand, Rechts: viel Widerstand

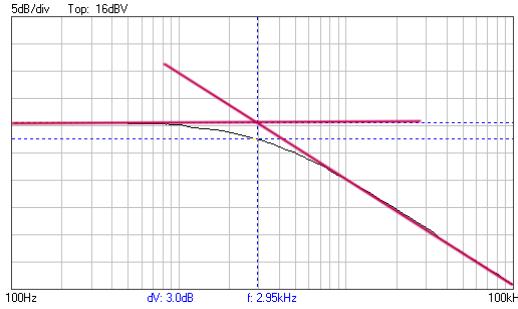


Abbildung 25: Frequenzgang des Tiefpassfilters

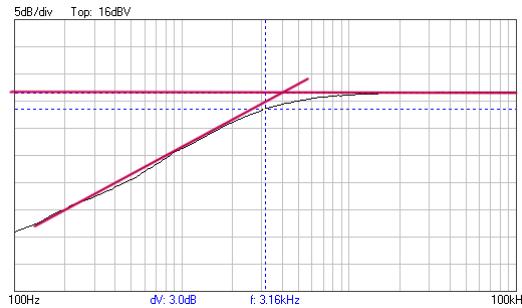


Abbildung 26: Frequenzgang des Hochpassfilters

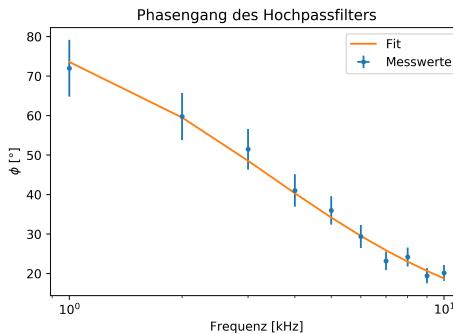


Abbildung 27: Phasengang des Hochpassfilters

Diagramm findet man in Abbildung 27. Wir haben dann die Fitfunktion gleich 45° gesetzt und nach der Frequenz umgeformt:

$$\omega_{gr} = \frac{1}{\tan\left(\frac{2\pi}{360}45^\circ\right) 2\pi c} \quad (47)$$

Für den Fehler gilt:

$$\Delta\omega_{gr} = \frac{\Delta c}{\tan\left(\frac{2\pi}{360}45^\circ\right) 2\pi c^2} \quad (48)$$

Daraus ergibt sich für die Grenzfrequenz:

$$\boxed{\omega_{gr} = (3.4 \pm 0.08) \text{kHz}} \quad (49)$$

Eine dritte Weise die Frequenz zu bestimmen ist mithilfe von Formel 13:

$$\omega_{gr} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{RC} \quad (50)$$

Der Fehler Beträgt:

$$\Delta\omega_{gr} = f_{gr} \sqrt{(\Delta R \cdot C)^2 + (\Delta C \cdot R)^2} \quad (51)$$

Und das Ergebnis beträgt:

$$\boxed{\omega_{gr, theo} = (3.39 \pm 0.39) \text{kHz}} \quad (52)$$

Die σ -Abweichungen zwischen den theoretischen Wert und den experimentell bestimmte Werte betragen:

$$\sigma\omega_{gr,t}, \omega_{gr, theo} = 1,09\sigma \quad (53)$$

$$\sigma\omega_{gr,h}, \omega_{gr, theo} = 1,04\sigma \quad (54)$$

$$\sigma\omega_{gr}, \omega_{gr, theo} = 0,03\sigma \quad (55)$$

Die relativen Fehler von den Grenzfrequenzen, die mithilfe der Geraden bestimmt wurden, liegen zwischen 3% und 7%, wobei diese, die aus der Frequenzgang bestimmt wurde, beträgt 2%.

Die Ergebnisse besprechen wir ausführlicher in der Diskussion

3.4 Frequenzgang eines Serienschwingkreises

Aus den Daten in Diagramm 28 haben wir festgestellt, dass das Maximum der Amplitude für den Widerstand von $R = 1k\Omega$ auf folgender Frequenz liegt:

$$\omega_{R,1k\Omega} = (3,80 \pm 0,10) \text{kHz} \quad (56)$$

Und Für $R = 220\Omega$ und $R = 47\Omega$:

$$\omega_{R,220\Omega} = (3,70 \pm 0,10) \text{kHz} \quad (57)$$

$$\omega_{R,47\Omega} = (3,70 \pm 0,10) \text{kHz} \quad (58)$$

Die Daten habe ich eigentlich aus den Rohdaten abgelesen, wir haben vergessen den Cursor Funktion zu verwenden. Wir bestimmen zunächst die Induktivität der Spule L_1 mithilfe folgender Formel:

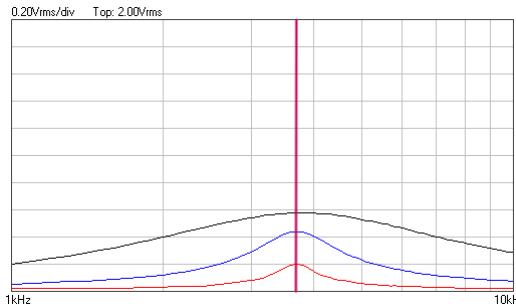


Abbildung 28: Frequenzgang eines Serienschwingkreises, Schwarz- $R = 1k\Omega$, Blau- $R = 220\Omega$, Rot- $R = 47\Omega$

$$L_1 = \frac{1}{\omega_R^2 \cdot C} \quad (59)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta L_1 = \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{\omega_R^2 \cdot C^2} \right)^2 + \left(\frac{\Delta \omega_R}{\omega_R^3 \cdot C} \right)^2} \quad (60)$$

Die Ergebnisse lauten:

$$L_{1,1k\Omega} = (0,037 \pm 0,004)H \quad (61)$$

$$L_{1,220\Omega} = (0,039 \pm 0,004)H \quad (62)$$

$$L_{1,47\Omega} = (0,039 \pm 0,004)H \quad (63)$$

Der Mittelwert beträgt:

$$L_1 = (0,039 \pm 0,0039_{syst} \pm 0,001_{stat})H = (0,039 \pm 0,004)H \quad (64)$$

Wobei wir hier zuerst der Fehler aus der Systematischen und statistischen Teil dargestellt haben und dann die Werte quadratisch summiert und gewurzelt.

Wir können der Gesamtwiderstand $R + R_V$ mithilfe folgenden Formel berechnen:

$$\Delta f = \frac{R + R_V}{L} \quad (65)$$

Wobei Δf die Bandbreite ist.

Wir erhalten, dass der Widerstand lautet:

$$R + R_v = 2\pi\Delta f L_1 = \Delta\omega L_1, \quad (66)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta(R + R_v) = \sqrt{(L_1\Delta(\Delta\omega))^2 + (\Delta\omega\Delta L_1)^2} \quad (67)$$

Der Fehler von dem Verlustwiderstand beträgt:

$$\Delta R_v = \sqrt{\Delta(R + R_v)^2 + \Delta R^2} \quad (68)$$

Eine andere Weise der Verlustwiderstand zu berechnen ist aus den Ein- und Ausgangsspannungen über folgenden Formel

$$U_A = \frac{R}{R + R_v} U_E \quad (69)$$

, die im Resonanzfall gilt.

Wir erhalten, dass:

$$R_v = R \frac{U_E - U_A}{U_A} \quad (70)$$

Mit dem Fehler

$$\Delta R_V = \sqrt{\left(\frac{R}{U_A}\Delta U_E\right)^2 + \left(\frac{RU_E}{U_A^2}\Delta U_A\right)^2 + \left(\frac{U_E - U_A}{U_A}\Delta R\right)^2}. \quad (71)$$

Die Ergebnisse kann man in Tabelle 4 finden, wobei $R_{v,1}$ die erste Weise um den Verlustwiderstand zu berechnen ist und $R_{v,2}$ die zweite.

In der letzten Spalte befindet sich die σ -Abweichungen zwischen den Verlustwiderständen, sie sind in der 1.2σ -Bereich, daher nicht signifikant, aber es ist wichtig zu bemerken, dass der relative Fehler von $R_{v,1}$ für $R = 1k\Omega$ 187% beträgt. Bei $R = 220\Omega$ beträgt es 80% und bei $R = 47\Omega$ beträgt es 21%. Das sind große relative Fehler, aber wir sehen mindestens der Bereich, in denen der Verlust sich befindet. Bei $R_{v,2}$ sind die relativen Fehler unter 15%.

Wir beobachten, dass der Verlustwiderstand nicht konstant ist, das diskutieren wir in der Diskussion.

Die Ergebnisse besprechen wir ausführlicher in der Diskussion.

Tabelle 4: Zusammenfassung alle Ergebnisse

R [Ω]	f_R [kHz]	Δf_R [kHz]	Δw [s^{-1}]	L_1 [H]	ΔL_1 [H]	$(R + R_v)$ [kΩ]	$\Delta(R + R_v)$ [kΩ]	$R_{v,1}$ [kΩ]	$\Delta R_{v,1}$ [kΩ]	$R_{v,2}$ [kΩ]	$\Delta R_{v,2}$ [kΩ]	σ -Abweichung $R_{v,1}, R_{v,2}$
1000	3.80	0.10	31038.94	0.039	0.004	1.07	0.12	0.07	0.131	0.126	0.018	0.42
220	3.70	0.10	8796.46			0.27	0.04	0.047	0.038	0.092	0.007	1.16
47	3.70	0.10	3581.42			0.134	0.018	0.087	0.019	0.102	0.007	0.74

3.5 Bestimmung der Dämpfungskonstanten eines freien, gedämpften Schwingkreises

In diesem Versuchsteil bestimmen wir den Gesamtwiderstand ($R + R_v$) über die Dämpfungskonstante. Dafür bestimmen wir zusätzlich die Induktivität L_1 . Um das zu machen, brauchen wir zuerst die Resonanzfrequenz, für die gilt:

$$\omega_R = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}} = \frac{2\pi}{T} \quad (72)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta\omega_R = \frac{2\pi}{T^2} \Delta T \quad (73)$$

Nach einer Umformung von Gleichung 72 erhalten wir:

$$L_1 = \frac{T^2}{2 \cdot 4 \cdot \pi^2 c} + \sqrt{\left(\frac{T^2}{2 \cdot 4 \cdot \pi^2 c}\right)^2 - \frac{R^2 T^2}{4 \cdot 4\pi^2}} \approx \frac{T^2}{8\pi^2 c} + \frac{T^2}{8\pi^2 c} = \frac{T^2}{4\pi^2 c} \quad (74)$$

Der Fehler beträgt:

$$\Delta L_1 = \sqrt{\left(\frac{T}{2\pi^2 c} \Delta T\right)^2 + \left(\frac{T}{4\pi^2 c^2} \Delta c\right)^2} \quad (75)$$

Die Induktivität ergibt sich zu:

$$L_{1,2} = (0,0423 \pm 0,0052) H \quad (76)$$

Wobei die σ -Abweichung zwischen dieser Wert und das Ergebnis von letztem Abschnitt beträgt:

$$\sigma_{L_1} = 0,5\sigma \quad (77)$$

Der logarithmische Dekrement berechnen wir dann nach Gleichung 28:

$$\Lambda = \ln \left(\frac{A_n}{A_{n+1}} \right) = \delta T \quad (78)$$

Der Fehler beträgt:

$$\Delta\Lambda = \sqrt{\left(\frac{\Delta A_n}{A_n}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A_{n+1}}{A_{n+1}}\right)^2} \quad (79)$$

Wenn wir die Werte aus Tabelle 2 einsetzen, erhalten wir:

$$\Lambda_{12} = 0.5 \pm 0.3 \quad (80)$$

$$\Lambda_{23} = 0.55 \pm 0.05 \quad (81)$$

$$\Lambda_{34} = 0.53 \pm 0.09 \quad (82)$$

$$\Lambda_{45} = 0.49 \pm 0,14 \quad (83)$$

Der Mittelwert $\bar{\Lambda}$ beträgt:

$$\bar{\Lambda} = 0.512 \pm 0.025_{stat} \pm 0.08_{sust} = 0.51 \pm 0.08 \quad (84)$$

Jetzt verwenden wir der zweite Teil von der Gleichung 28, um die Dämpfungskonstante zu bestimmen:

$$\delta = \frac{\bar{\Lambda}}{T} \quad (85)$$

Der Fehler beträgt:

$$\Delta\delta = \sqrt{\left(\frac{\Delta\bar{\Lambda}}{T}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\Lambda}}{T^2}\Delta T\right)^2} \quad (86)$$

Dabei beträgt das Ergebnis der Dämpfungskonstante:

$$\boxed{\delta = (1828 \pm 306) \text{ } 1/\text{s}} \quad (87)$$

Wenn wir Gleichung 26 umformen und einsetzen, dass $R_{ges} = R + R_v$ erhalten wir:

$$R + R_v = 2\delta L_1 \quad (88)$$

Für den Fehler gilt:

$$\Delta(R + R_v) = \sqrt{(2\delta\Delta L_1)^2 + (2L_1\Delta\delta)^2} \quad (89)$$

Das Endergebnis beträgt dann:

$$R + R_v = (0.15 \pm 0.03)k\Omega \quad (90)$$

Der eingebaute Widerstand beträgt $R = 47\Omega$. Wenn wir der Fehlerformel aus 68 verwenden, erhalten wir für den Verlustwiderstand den Wert:

$$R_{v,3} = (0.11 \pm 0.03)k\Omega \quad (91)$$

Wenn wir dieser Wert mit den Ergebnissen aus der Bandbreite und dem Spannungsverhältnis erhalten wir die σ -Abweichungen:

$$\sigma R_{v,3}, R_{v,1} = 0,6\sigma \quad (92)$$

$$\sigma R_{v,3}, R_{v,2} = 0,2\sigma \quad (93)$$

Die Abweichungen liegen in der 1σ -Bereich, daher sind insignifikant.

Die Ergebnisse besprechen wir ausführlicher in der Diskussion.

3.6 Resonanzüberhöhung und Bandsperre

Wir haben die Resonanzfrequenz noch bei Aufgabe 5 gemessen, aus Diagramm 29, die Analog zu Abbildung 15 ist:
Die Experimentelle Werte der Resonanzfrequenzen betragen:

$$\omega_{R,exp} = (3,72 \pm 0,10)\text{kHz} \quad (94)$$

$$\omega_{C,exp} = (3,80 \pm 0,10)\text{kHz} \quad (95)$$

$$\omega_{L,exp} = (3,56 \pm 0,10)\text{kHz} \quad (96)$$

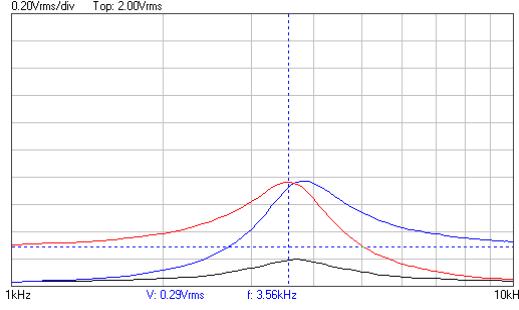


Abbildung 29: Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand (schwarz), Kondensator(rot) und Spule(blau)

Aus Gleichungen 41, 32 und 42 können wir die theoretischen Werte für die Resonanzfrequenzen bestimmen. Die Fehler betragen:

$$\Delta\omega_R = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{C}{\sqrt{LC}} \Delta L\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{L}{\sqrt{LC}} \Delta C\right)^2} \quad (97)$$

$$\Delta\omega_C = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{2\omega_R \Delta\omega_R}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{4\delta_R \Delta\delta_R}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2} \quad (98)$$

$$\Delta\omega_L = \sqrt{\left(\frac{1}{2} \frac{2\omega_R \Delta\omega_R}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{4\delta_R \Delta\delta_R}{\sqrt{\omega_R^2 - 2\delta^2}}\right)^2} \quad (99)$$

Die Dämpfungskonstante bestimmen wir über den Widerstand und die Induktivität:

$$\delta = \frac{R_G}{2L_1} \quad (100)$$

Der Fehler beträgt:

$$\delta = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_G}{2L_1}\right)^2 + \left(\frac{R_G}{2L_1^2} \Delta L_1\right)^2} \quad (101)$$

Dabei ergibt sich für die Dämpfungskonstante:

$$\boxed{\delta = (4211 \pm 571)1/s} \quad (102)$$

Die experimentelle, theoretische Frequenzen und ihre Abweichungen findet man in Tabelle 5: In Teil 7 haben wir

Tabelle 5: Zusammenfassung experimentelle und theoretische Resonanzfrequenzen beim Serienschwingkreis

	ω_{exp} [kHz]	$\Delta\omega_{exp}$ [kHz]	ω_{theo} [kHz]	$\Delta\omega_{theo}$ [kHz]	σ -Abweichung [σ]
R	3.72	0.10	3.65	0.28	0.24
C	3.8	0.10	3.56	0.28	0.8
L	3.56	0.10	3.74	0.27	0.61

die Resonanzfrequenz bei einem Parallelschwingkreis gemessen. Der theoretische Wert berechnen wir jetzt analog und wir erhalten:

$$\boxed{\omega_{R,2,exp} = (3.7 \pm 0.5)kHz} \quad (103)$$

$$\omega_{R,2,\text{theo}} = (3.75 \pm 0.28)\text{kHz} \quad (104)$$

Mit der σ -Abweichung:

$$\sigma_{\omega_{R,2}} = 0,1\sigma \quad (105)$$

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

3.7 Signalformung

Der Signal mit allen Frequenzanteile kann man in Abbildung 30 finden.

In Abbildungen 31,32,33,34 und 35 sieht man dem Signal aus 30 mit verschiedenen Filtern. Auf den Diagram-

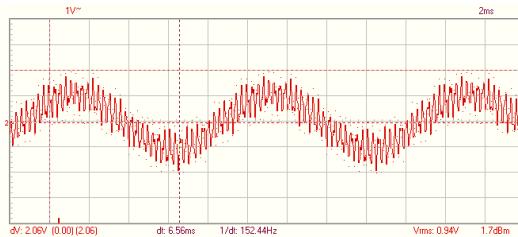


Abbildung 30: Signal mit verschiedenartige Störsignale

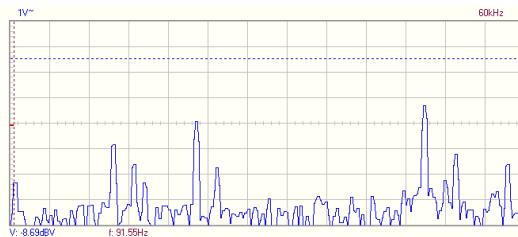


Abbildung 31: Störsignal mit Hochpassfilter aus Aufgabe 3



Abbildung 32: Störsignal mit RC-Tiefpassfilter

men sieht man das nicht so gut, aber wenn man die Daten aus Tabelle 6 guckt, sieht man, dass eigentlich der RC-Tiefpassfilter und der Bandpassfilter bei $R = 1k\Omega$ die Störsignale am besten herausfiltert. Da wir nur über eine qualitative Untersuchung gefragt sind, habe ich keine Fehlerabschätzung in der Tabelle gemacht.

Unsere Ergebnisse zeigen, dass der Hochpassfilter die hohen Frequenzen am besten filtriert, aber im Allgemeinen nicht so gut filtriert und die beiden Tiefpassfiltern die niedrigeren Frequenzen besser filtrieren. Beide Bandpassfiltern haben ähnliche Resultaten wie der RC Bandpassfilter. Die Ergebnisse aus dieser Teil stimmen nicht mit den Ergebnissen aus Aufgabe 3.

Die Ergebnisse besprechen wir noch in der Diskussion.



Abbildung 33: Störsignal mit LC-Tiefpassfilter

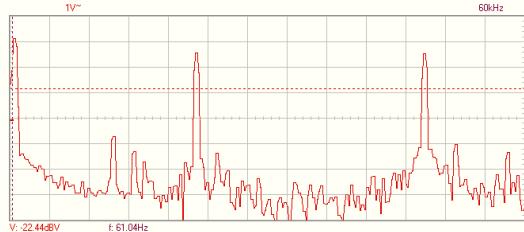


Abbildung 34: Bandpassfilter $R = 1k\Omega$

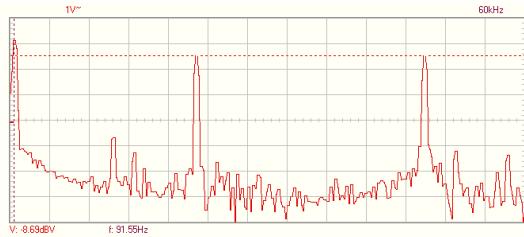


Abbildung 35: Bandpassfilter $R = 47\Omega$

Tabelle 6: Amplituden Störsignal verschiedene Filtern

Filter	A1[dBV]	A2[dBV]	A3[dBV]
Keins	47	40	39.9
Hochpass	57.8	33.4	27.3
RC-Tiefpass	2.75	8.38	8.69
LC-Tiefpass	5.25	-6.8	22.4
Bandpass mit $1k\Omega$	2.75	8.38	8.69
Bandpass mit 47Ω	3.1	8.7	8.7

3.8 Durchführung des Versuchs und Diskussion

3.8.1 Durchführung

Da die Durchführung des Versuchs in dem Messprotokoll im Detail besprochen wurde, fasse ich jetzt eher die Auswertung zusammen.

Im ersten Teil haben wir die Zeitkonstante eines RC-Glieds auf zwei Weisen berechnet. Einmal aus den Werten der Widerstand und Kapazität des Kondensators und einmal aus den experimentell gemessenen Halbwertszeiten. Die zusammengefasste Ergebnisse und ihre σ -Abweichungen findet man in Tabelle 3.

Im zweiten Abschnitt der Auswertung haben wir das RC-Glied als Integrator und Differentiator untersucht. Zuerst haben wir die Grenzfrequenzen aus der Schnittpunkt zwischen dem Plateau und der Steiggerade gemessen, 45 und 46. Aus der Phasengang des Hochpassfilters haben wir auch ein genauerer Wert der Grenzfrequenz bestimmt, 47. Aus der Widerstand und Kapazität des Kondensators haben wir ein theoretischer Wert der Grenzfrequenz bestimmt,

52. Die σ -Abweichungen zwischen den Ergebnissen habe ich auch bestimmt. In dieser Versuchsteil haben wir auch die Eigenschaften der Differentiator und Integrator aus den Oszilloskopsdaten besprochen.

Im nächsten Abschnitt habe ich zuerst die Maxima der Amplitude eines Serienschwingkreises bei drei verschiedenen Widerständen bestimmt und daraus auch der Induktivität der Spule. Aus den drei Ergebnisse haben wir den Mittelwert genommen, 64, wenn wir sie mit der Bandbreite multipliziert haben, haben wir den Gesamtwiderstand erhalten und daraus auch den Verlustwiderstand. Alle Ergebnisse aus dieser Abschnitt sind in Tabelle 4 zu finden.

Im nächsten Abschnitt haben wir einen freien, gedämpften Schwingkreis betrachtet. Zuerst haben wir die Induktivität der Spule bestimmt, 76 und die σ -Abweichung zwischen es und dem Ergebnis aus dem letzten Abschnitt berechnet.

Danach haben wir der logarithmischen Dekrement zwischen jede Amplitude gemessen, den Mittelwert genommen und daraus die Dämpfungskonstante berechnet, 86. Aus der Dämpfungskonstante und die Induktivität der Spule haben wir dann leicht der Gesamtwiderstand und schließlich der Verlustwiderstand, 91. Die σ -Abweichungen zwischen alle berechnete Verlustwiderstände haben wir auch berechnet.

Im nächsten Abschnitt haben wir die theoretischen Werte der Resonanzfrequenzen eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule berechnet und mit den experimentell gemessenen Werten verglichen, Tabelle 5.

Die Dämpfungskonstante haben wir in diesem Abschnitt auch bestimmt.

Im letzten Abschnitt haben wir qualitativ alle bis jetzt verwendete Schaltungen durch ein Störungssignal getestet und besprochen.

3.8.2 Diskussion

Die Bestimmung der Zeitkonstanten beim ersten Versuchsteil ist gut gelaufen, wir merken, dass die Abweichungen sehr klein sind. Die relativen Fehler liegen zwischen 3% und 7%, bei der experimentellen Messung und zwischen 10% und 12% bei den theoretischen. Wir sehen, dass die theoretische Werte c.a. zwei bis drei Mal größer als die theoretische sind, daher sind die Geräte nicht ziemlich exakt. Aus den kleinen Abweichungen würde ich behaupten, dass aber der Handbetrieb der Geräte falsch ist und es soll kleinere Fehlerabschätzung für den Widerstand und Kapazität stehen.

Wir merken, dass die Abweichungen bei dem dritten Teil einigermaßen hoch sind (jedoch liegen sie im $1,1\sigma$ -Bereich). Das könnte daran liegen, dass wir keine perfekte gerade bei den Frequenzgängen des Hoch- und Tiefpassfiltern sehen konnten. Bessere Ergebnisse würden wir haben, wenn wir das z.B. dreimal wiederholen und den Mittelwert nehmen. Wir beobachten aber, dass die Anpassung einer Funktion auf der Frequenzgang ziemlich exakte Werte herausgibt, mit einer Abweichung von nur $0,03\sigma$.

Im nächsten Abschnitt haben wir Abweichungen zwischen $0,4\sigma$ und $1,2\sigma$ für die Widerstandsverluste. Das ist leicht zu erklären, da bei kleinere Widerstände ist es schwieriger das genau zu messen, besonders wenn wir keinen Verstärker verwendet haben. Die Abweichungen sind nicht signifikant.

Die Ergebnisse aus der Schwingkreis sind erwartet, sie bestätigen alles, was wir bis jetzt bestimmt haben.

Bei der Bestimmung der Grenzfrequenzen aus den Resonanzkurven eines Serienschwingkreises bei Abgriff über dem Widerstand, Kondensator und Spule haben wir Abweichungen zwischen experimentellen und theoretischen Wert, die unter $0,8\sigma$ liegen. Wir haben die theoretischen Werte für die Resonanzen über die Spule und Kondensator auf der Resonanz über den Widerstand aufgebaut, es wäre besser, wenn wir das vermeiden könnten, aber es macht auch die Berechnung viel einfacher.

Bei der Signalformung ist etwas schiefgelaufen, da wir nicht die erwartete Ergebnisse hatten. Der beste Weg zu verstehen, warum das so war, ist dieses Teil zu wiederholen. Es ist sehr möglich, dass wir die Versuchsaufbaue vertauscht haben.

Der letzte Versuchsteil haben wir im Messprotokoll ausführlich beschrieben, ich fand die ziemlich interessant.

Im Allgemeinen war der Versuch sehr praxisnah, da wir viele Schaltungen untersucht haben, die man täglich im Bereich Elektronik und Messtechnik verwendet. Der Versuch war im Großen und Ganzen erfolgreich, mit einigen Ausnahmen.

4 Anhang

4.1 Quellen

Alle Informationen, die ich im Protokoll verwendet habe, stammen aus der Praktikumsanleitung, Ausgabe 4.2023.

4.2 Python-Code

Der Python-Code befindet sich auf der nächsten Seite.

August 4, 2024

```
[1]: import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
from numpy import exp, sqrt, log
```

```
[2]: #Importing data
C_1 = np.array([470, 4.7, 47]) # 10^-9 F
sig_C_1 = 0.1 * C_1
R_1 = np.array([1, 10, 1]) # 10^3 Ohm
sig_R_1 = 0.05 * R_1
T_12_1 = np.array([328, 32, 32.8]) # 10^-6 s
sig_T_12_1 = np.array([14, 2, 2.34]) #10^-6 s

#Experimental Time Constant:
tau_1 = T_12_1 / log(2)
sig_tau_1 = sig_T_12_1 / log(2)

#Theoretical Time Constant:
tau_theo_1 = C_1 * R_1
sig_tau_theo_1 = sqrt((sig_C_1 * R_1) ** 2 + (C_1 * sig_R_1) ** 2)

#Deviations
dev = abs(tau_1 - tau_theo_1) / (np.sqrt(sig_tau_1 ** 2 + sig_tau_theo_1 ** 2))
print('Theoretische Zeitkonstante: ')
print('tau_theo =', tau_theo_1)
print(' +/-', np.round(sig_tau_theo_1,0))
print('Experimentelle Zeitkonstante: ')
print('tau_exp =', np.round(tau_1,1))
print(' +/-', np.round(sig_tau_1,1))
print('Abweichung: ')
print(' ', np.round(dev, 2))
```

Theoretische Zeitkonstante:

tau_theo = [470. 47. 47.]
 +/- [53. 5. 5.]

Experimentelle Zeitkonstante:

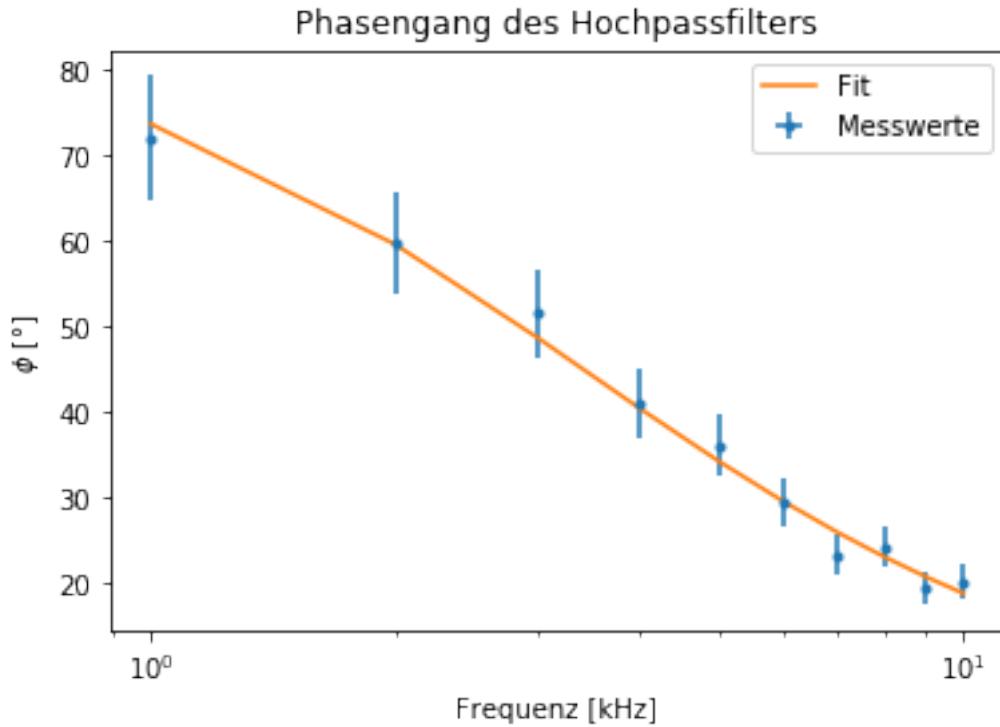
tau_exp = [473.2 46.2 47.3]
 +/- [20.2 2.9 3.4]

Abweichung:
[0.06 0.14 0.05]

```
[3]: #Importing data
f=np.linspace(1,10,10) #kHz
f_err=1*10**(-4)*np.ones(10)
delta_t=np.array([200, 82.8, 47.6, 28.4, 20, 13.6, 9.2, 8.4, 6.0, 5.6]) #mys
delta_t_err=np.array([14, 9.9, 5.7, 5.7, 4, 1.4, 0.9, 0.5, 0.4, 0.03])
phi=360*np.array([0.2,0.166,0.143,0.114,0.1,0.0816,0.0644,0.0672,0.054,0.056])
phi_err=0.1*phi
```

```
[4]: #Defining functions
def phi_func(f,c):
    return 180/np.pi*np.arctan(1/(2*np.pi*f*c))
def intsect(c,p):
    return 1/(np.tan(np.pi/180*p)*2*np.pi*c)
def intsect_err(c,p,c_err):
    return 1/(np.tan(np.pi/180*p)*2*np.pi*c*c**2)*c_err
```

```
[5]: #Fitting data
popt, pcov = curve_fit(phi_func, f, phi, sigma=phi_err)
#Plotting data
plt.errorbar(f, phi, yerr=phi_err, xerr=f_err, fmt=". ", label='Messwerte')
plt.plot(f, phi_func(f,*popt), label='Fit')
plt.xscale('log')
plt.xlabel('Frequenz [kHz]')
plt.ylabel('$\phi$ [°]')
plt.title('Phasengang des Hochpassfilters')
plt.legend()
plt.savefig("241 A3.png", format='png', dpi=500)
plt.show()
```



```
[6]: #Grenzfrequenz
fg=intsect(popt[0], 45)
fg_err=intsect_err(popt[0], 45, np.sqrt(pcov[0,0]))
print('Grenzfrequenz: f_g=(+'+str(round(fg,2))+'
      +' +/- '+str(round(fg_err,2))+' )kHz')
```

Grenzfrequenz: $f_g = (3.4 \pm 0.08) \text{ kHz}$

```
[7]: #Frequenzgang eines Serienschwingkreises
#Importing data
fr=np.array([3.8, 3.7, 3.7]) #kHz
fr_err=0.02*np.ones(3) #kHz
C=47*10**(-9) #F
```

```
[8]: #Berechne die Werte
L1=1/((2*np.pi*fr*10**3)**2*C) #H
L1_err=L1*np.sqrt((2*fr_err/fr)**2+0.1**2) #H
print('Induktivität:')
print('R=1kOhm L=(+'+str(round(L1[0],4))+'
      +' +/- '+str(round(L1_err[0],4))+' )H')
print('R=2200hm L=(+'+str(round(L1[1],4))+'
      +' +/- '+str(round(L1_err[1],4))+' )H')
print('R=470hm L=(+'+str(round(L1[2],4))+'
      +' +/- '+str(round(L1_err[2],4))+' )H')
```

Induktivität:
 $R=1kOhm L=(0.0373 \pm 0.0038)H$

```
R=2200hm L=(0.0394 +/- 0.004)H
R=470hm L=(0.0394 +/- 0.004)H
```

[9]: #Mittelwert

```
L1_mean=np.mean(L1)
L1_err_std=np.std(L1)
L1_err_syst=1/3*np.sqrt(np.sum(L1_err**2))
L1_err_mean=np.mean(L1_err)
L1_err_ges=np.sqrt(L1_err_std**2+L1_err_mean**2)
print('Induktivität:')
print('L1=( '+str(round(L1_mean,4))+ ' +/- '+str(round(L1_err_std,4))+' std +
      +/- '+str(round(L1_err_mean,4))+' syst)H')
print('L1=( '+str(round(L1_mean,4))+ ' +/- '+str(round(L1_err_ges,4))+' )H')
```

Induktivität:

```
L1=(0.0387 +/- 0.001std +/-0.0039syst)H
L1=(0.0387 +/- 0.004)H
```

[10]: #Verlustwiderstände

```
R=np.array([1, 0.22, 0.047]) #kOhm
R_err=R*0.05 #kOhm
delta_f=np.array([4.4, 1.1, 0.55]) #kHz
delta_f_err=np.array([0.2, 0.1, 0.05]) #kHz
```

[11]: #Berechne die Werte

```
R_Rv=2*np.pi*delta_f*L1_mean
R_Rv_err=np.sqrt((L1_mean*2*np.pi*delta_f_err)**2+(2*np.
                  pi*delta_f*L1_err_ges)**2)
Rv=R_Rv-R
Rv_err=np.sqrt(R_Rv_err**2+R_err**2)
print('Gesamtwiderstände:')
print('R=1kOhm R+Rv=( '+str(round(R_Rv[0],3))+ ' +
      +/- '+str(round(R_Rv_err[0],3))+' )kOhm')
print('R=2200hm R+Rv=( '+str(round(R_Rv[1],3))+ ' +
      +/- '+str(round(R_Rv_err[1],3))+' )kOhm')
print('R=470hm R+Rv=( '+str(round(R_Rv[2],3))+ ' +
      +/- '+str(round(R_Rv_err[2],3))+' )kOhm')
print()
print('Verlustwiderstände:')
print('R=1kOhm Rv=( '+str(round(Rv[0],3))+ ' +/- '+str(round(Rv_err[0],3))+' )kOhm')
print('R=2200hm Rv=( '+str(round(Rv[1],3))+ ' +
      +/- '+str(round(Rv_err[1],3))+' )kOhm')
print('R=470hm Rv=( '+str(round(Rv[2],3))+ ' +/- '+str(round(Rv_err[2],3))+' )kOhm')
```

Gesamtwiderstände:

```
R=1kOhm R+Rv=(1.07 +/-0.121)kOhm
R=2200hm R+Rv=(0.267 +/-0.037)kOhm
```

```
R=470hm R+Rv=(0.134 +/-0.018)kOhm
```

Verlustwiderstände:

```
R=1kOhm Rv=(0.07 +/-0.131)kOhm  
R=2200hm Rv=(0.047 +/-0.038)kOhm  
R=470hm Rv=(0.087 +/-0.019)kOhm
```

```
[12]: #Verlustwiderstände über Spannung  
UE=np.array([0.98, 0.98, 0.98]) #V  
UE_err=0.01*np.ones(3) #V  
UA=np.array([0.87, 0.69, 0.31]) #V  
UA_err=0.01*np.ones(3) #V
```

```
[13]: #Berechne die Werte  
Rv2=R*UE/UA-R  
Rv2_err=np.sqrt(((UE/UA-1)*R_err)**2+(UE_err/UA*R)**2+(UE/UA**2*UA_err*R)**2)  
print('Verlustwiderstände: ')  
print('R=1kOhm Rv2='+'str(round(Rv2[0],3))+' +/  
      +'str(round(Rv2_err[0],3))+'kOhm')  
print('R=2200hm Rv2='+'str(round(Rv2[1],3))+' +/  
      +'str(round(Rv2_err[1],3))+'kOhm')  
print('R=470hm Rv2='+'str(round(Rv2[2],3))+' +/  
      +'str(round(Rv2_err[2],3))+'kOhm')
```

Verlustwiderstände:

```
R=1kOhm Rv2=(0.126 +/-0.018)kOhm  
R=2200hm Rv2=(0.092 +/-0.007)kOhm  
R=470hm Rv2=(0.102 +/-0.007)kOhm
```

```
[14]: #Dämpfungskonstante  
#Importing data  
T=0.28*10**(-3) #s  
T_err=0.01*10**(-3) #s  
C=47*10**(-9) #F  
R=47 #Ohm
```

```
[15]: #Vergleich der Summanden  
a=(T**2/(8*np.pi**2*C))**2  
b=R**2*T**2/(4*4*np.pi**2)  
print('a='+'str(a)+' gegenüber von b='+'str(b))
```

```
a=0.00044633088987772017 gegenüber von b=1.0967106238630284e-06
```

```
[16]: #Berechnen der Induktivität  
L1_2=T**2/(4*np.pi**2*C)  
L1_2_err=np.sqrt((T/(2*np.pi**2*C)*T_err)**2+(T**2/(4*np.pi**2*C**2)*C*0.1)**2)  
print('Induktivität:')
```

```
print('L1=(' +str(round(L1_2,4))+ ' +/- '+str(round(L1_2_err,4))+')H')
```

Induktivität:

L1=(0.0423 +/- 0.0052)H

[17]: #Definiere Sigmaabweichung

```
def sigabw(A,B,a,b):
    return abs(A-B)/np.sqrt(a**2+b**2)
```

[18]: #Berechne Abweichung

```
L1_2_sig=sigabw(L1_mean,L1_2,L1_err_ges,L1_2_err)
print('Sigmaabweichung:')
print('L1: '+str(round(L1_2_sig,1))+' sigma')
```

Sigmaabweichung:

L1: 0.5 sigma

[19]: #Logarithmisches Dekrement

```
A=np.array([0.62, 0.38, 0.22, 0.13, 0.08])
A_err=0.01*np.ones(5)
Lambda=np.array([])
Lambda_err=np.array([])

for i in range(0,4):
    Lambda_temp=np.log(A[i]/A[i+1])
    Lambda_err_temp=np.sqrt((A_err[i]/A[i])**2+(A_err[i+1]/A[i+1])**2)
    Lambda.append(Lambda, Lambda_temp)
    Lambda_err.append(Lambda_err, Lambda_err_temp)
print('Logarithmisches Dekrement:')
print('Lambda12=(' +str(round(Lambda[0],3))+ ' +/- '+str(round(Lambda_err[0],3))+')')
print('Lambda23=(' +str(round(Lambda[1],3))+ ' +/- '+str(round(Lambda_err[1],3))+')')
print('Lambda34=(' +str(round(Lambda[2],3))+ ' +/- '+str(round(Lambda_err[2],3))+')')
print('Lambda45=(' +str(round(Lambda[3],3))+ ' +/- '+str(round(Lambda_err[3],3))+')')
```

Logarithmisches Dekrement:

Lambda12=(0.49 +/- 0.031)

Lambda23=(0.547 +/- 0.053)

Lambda34=(0.526 +/- 0.089)

Lambda45=(0.486 +/- 0.147)

[20]: #Mittelwert

```
Lambda_mean=np.mean(Lambda)
Lambda_err_std=np.std(Lambda)
```

```

Lambda_err_syst=1/4*np.sqrt(np.sum(Lambda_err**2))
Lambda_err_mean=np.mean(Lambda_err)
Lambda_err_ges=np.sqrt(Lambda_err_std**2+Lambda_err_mean**2)
print('Logarithmisches Dekrement:')
print('Lambda='+'+str(round(Lambda_mean,3))+'
      +' +'
      +'+str(round(Lambda_err_std,3))+''std '+
      +'+str(round(Lambda_err_mean,3))+''syst)')
print('Lambda='+'+str(round(Lambda_mean,3))+'
      +' +'
      +'+str(round(Lambda_err_ges,3))+')')

```

Logarithmisches Dekrement:

```

Lambda=(0.512 +/-0.025std +/-0.08syst)
Lambda=(0.512 +/-0.084)

```

[21]: #Dämpfungskonstante

```

delta=Lambda_mean/T
delta_err=np.sqrt((Lambda_err_ges/T)**2+(Lambda_mean/T**2*T_err)**2)
print('Dämpfungskonstante:')
print('delta='+'+str(round(delta))+'
      +' +/- '
      +'+str(round(delta_err))+')/s')

```

Dämpfungskonstante:

```

delta=(1828 +/- 306)/s

```

[22]: #Gesamtwiderstand

```

R_Rv3=2*delta*L1_2*10**(-3)
R_Rv3_err=np.sqrt((2*L1_2*delta_err)**2+(2*delta*L1_2_err)**2)*10**(-3)
Rv3=R_Rv3-R*10**(-3)
Rv3_err=np.sqrt(R_Rv3_err**2+(R*10**(-3)*0.05)**2)
print('Gesamtwiderstand:')
print('R+Rv='+'+str(round(R_Rv3,3))+'
      +' +/- '
      +'+str(round(R_Rv3_err,3))+')kOhm')
print()
print('Verlustwiderstand:')
print('Rv='+'+str(round(Rv3,3))+'
      +' +/- '
      +'+str(round(Rv3_err,3))+')kOhm')

```

Gesamtwiderstand:

```

R+Rv=(0.155 +/- 0.032)kOhm

```

Verlustwiderstand:

```

Rv=(0.108 +/- 0.032)kOhm

```

[23]: #Sigmaabweichungen Ru

```

Rv13_sig=sigabw(Rv[2],Rv3,Rv_err[2],Rv3_err)
Rv23_sig=sigabw(Rv2[2],Rv3,Rv2_err[2],Rv3_err)
print('Sigmaabweichungen:')
print('Rv1 und Rv3: '+str(round(Rv13_sig,1))+' sigma')
print('Rv2 und Rv3: '+str(round(Rv23_sig,1))+' sigma')

```

Sigmaabweichungen:

Rv1 und Rv3: 0.6 sigma
 Rv2 und Rv3: 0.2 sigma

```
[24]: #6. Resonanzüberhöhung und Bandsperre
#Mittelwert Induktivität
L1_gesmean=(L1_mean+L1_2)/2
L1_gesmean_err=(L1_err_ges+L1_2_err)/2
print('Induktivität:')
print('L1=' +str(round(L1_gesmean,3))+' +/- '+str(round(L1_gesmean_err,3))+'H')
```

Induktivität:

L1=(0.04 +/- 0.005)H

```
[25]: #Mittelwert Verlustwiderstand/Gesamtwiderstand
Rv_mean=(Rv+Rv2)/2
Rv_mean_err=(Rv_err+Rv2_err)/2
R=0.220 #kOhm
RG=R+Rv_mean[1]
RG_err=np.sqrt((R*0.05)**2+Rv_mean_err[1]**2)
print('Verluswiderstand für R=2200hm:')
print('Rv=' +str(round(Rv_mean[1],3))+' +
    -'+str(round(Rv_mean_err[1],3))+'kOhm')
print()
print('Gesamtwiderstand:')
print('RG=' +str(round(RG,3))+' +/- '+str(round(RG_err,3))+'kOhm')
```

Verluswiderstand für R=2200hm:

Rv=(0.07 +/- 0.023)kOhm

Gesamtwiderstand:

RG=(0.29 +/- 0.025)kOhm

```
[26]: #Dämpfungskonstante
delta2=RG*10**3/(2*L1_gesmean)
delta2_err=np.sqrt((RG_err*10**3/(2*L1_gesmean))**2+(RG*10**3/
    -(2*L1_gesmean**2)*L1_gesmean_err)**2)
print('Dämpfungskonstante:')
print('delta=' +str(round(delta2))+' +/- '+str(round(delta2_err))+'/s')
```

Dämpfungskonstante:

delta=(3582 +/- 514)/s

```
[27]: #Resonanzfrequenzen in omega
C=47*10**(-9) #F
wR_theo=1/np.sqrt(L1_gesmean*C)
wR_theo_err=np.sqrt((1/(2*np.sqrt(L1_gesmean*C)**3)*C*L1_gesmean_err)**2+(1/
    -(2*np.sqrt(L1_gesmean*C)**3)*L1_gesmean*C*0.1)**2)
wC_theo=np.sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2)
```

```

wC_theo_err=np.sqrt((2*wR_theo/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2))*wR_theo_err)**2+(4*delta2/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2))*delta2_err)**2)
wL_theo=np.sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2)
wL_theo_err=np.sqrt((2*wR_theo/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2))*wR_theo_err)**2+(4*delta2/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2))*delta2_err)**2)

w_exp=2*np.pi*np.array([3.72, 3.8, 3.56]) #kHz
w_exp_err=2*np.pi*0.1*np.ones(3) #kHz
wR_sig=sigabw(wR_theo*10**(-3), w_exp[0], 0.20, w_exp_err[0])
wC_sig=sigabw(wC_theo*10**(-3), w_exp[1], wC_theo_err*10**(-3), w_exp_err[1])
wL_sig=sigabw(wL_theo*10**(-3), w_exp[2], wL_theo_err*10**(-3), w_exp_err[2])
print('Resonanzfrequenzen:')
print('Theorie:')
print('wR_theo='+'str(round(wR_theo*10**(-3),2))+'+/
    ↪'-'+str(round(wR_theo_err*10**(-3),2))+'kHz')
print('wC_theo='+'str(round(wC_theo*10**(-3),2))+'+/
    ↪'-'+str(round(wC_theo_err*10**(-3),2))+'kHz')
print('wL_theo='+'str(round(wL_theo*10**(-3),2))+'+/
    ↪'-'+str(round(wL_theo_err*10**(-3),2))+'kHz')
print('Experiment:')
print('wR_exp='+'str(round(w_exp[0],2))+'+/
    ↪'-'+str(round(w_exp_err[0],2))+'kHz')
print('wC_exp='+'str(round(w_exp[1],2))+'+/
    ↪'-'+str(round(w_exp_err[1],2))+'kHz')
print('wL_exp='+'str(round(w_exp[2],2))+'+/
    ↪'-'+str(round(w_exp_err[2],2))+'kHz')
print('Abweichungen:')
print('wR: '+str(round(wR_sig,1))+' sigma')
print('wC: '+str(round(wC_sig,1))+' sigma')
print('wL: '+str(round(wL_sig,1))+' sigma')

```

Resonanzfrequenzen:

Theorie:

wR_theo=(22.93 +/- 1.74)kHz
wC_theo=(22.36 +/- 1.79)kHz
wL_theo=(23.48 +/- 1.7)kHz

Experiment:

wR_exp=(23.37 +/- 0.63)kHz
wC_exp=(23.88 +/- 0.63)kHz
wL_exp=(22.37 +/- 0.63)kHz

Abweichungen:

wR: 0.7 sigma
wC: 0.8 sigma
wL: 0.6 sigma

```
[28]: #Resonanzfrequenzen in f
C=47*10**(-9) #F
wR_theo=1/np.sqrt(L1_gesmean*C)
wR_theo_err=np.sqrt((1/(2*np.sqrt(L1_gesmean*C)**3)*C*L1_gesmean_err)**2+(1/
    ↪(2*np.sqrt(L1_gesmean*C)**3)*L1_gesmean*C*0.1)**2)
wC_theo=np.sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2)
wC_theo_err=np.sqrt((2*wR_theo/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2))*wR_theo_err)**2+(4*delta2/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2-2*delta2**2))*delta2_err)**2)
wL_theo=np.sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2)
wL_theo_err=np.sqrt((2*wR_theo/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2))*wR_theo_err)**2+(4*delta2/(2*np.
    ↪sqrt(wR_theo**2+2*delta2**2))*delta2_err)**2)
w_exp=np.array([3.72, 3.8, 3.56]) #kHz
w_exp_err=0.1*np.ones(3) #kHz
wR_sig=sigabw(wR_theo*10**(-3)/(2*np.pi), w_exp[0], wR_theo_err*10**(-3)/(2*np.
    ↪pi), w_exp_err[0])
wC_sig=sigabw(wC_theo*10**(-3)/(2*np.pi), w_exp[1], wC_theo_err*10**(-3)/(2*np.
    ↪pi), w_exp_err[1])
wL_sig=sigabw(wL_theo*10**(-3)/(2*np.pi), w_exp[2], wL_theo_err*10**(-3)/(2*np.
    ↪pi), w_exp_err[2])
print('Resonanzfrequenzen:')
print('Theorie:')
print('wR_theo='+'str(round(wR_theo*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'+/
    ↪'-'+'str(round(wR_theo_err*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'')kHz')
print('wC_theo='+'str(round(wC_theo*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'+/
    ↪'-'+'str(round(wC_theo_err*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'')kHz')
print('wL_theo='+'str(round(wL_theo*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'+/
    ↪'-'+'str(round(wL_theo_err*10**(-3)/(2*np.pi),2))+'')kHz')
print('Experiment:')
print('wR_exp='+'str(round(w_exp[0],3))+'+/
    ↪'-'+'str(round(w_exp_err[0],3))+'')kHz')
print('wC_exp='+'str(round(w_exp[1],3))+'+/
    ↪'-'+'str(round(w_exp_err[1],3))+'')kHz')
print('wL_exp='+'str(round(w_exp[2],3))+'+/
    ↪'-'+'str(round(w_exp_err[2],3))+'')kHz')
print('Abweichungen:')
print('wR: '+str(round(wR_sig,2))+' sigma')
print('wC: '+str(round(wC_sig,2))+' sigma')
print('wL: '+str(round(wL_sig,2))+' sigma')
```

Resonanzfrequenzen:

Theorie:

wR_theo=(3.65 +/- 0.28)kHz
wC_theo=(3.56 +/- 0.28)kHz
wL_theo=(3.74 +/- 0.27)kHz

Experiment:

wR_exp=(3.72 +/- 0.1)kHz

wC_exp=(3.8 +/- 0.1)kHz

wL_exp=(3.56 +/- 0.1)kHz

Abweichungen:

wR: 0.24 sigma

wC: 0.8 sigma

wL: 0.61 sigma

[]:

[]: