

# Versuch 211

## Gekoppelte Pendel

Viktor Ivanov

Februar 2024

### Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einleitung</b>	<b>2</b>
1.1	Motivation . . . . .	2
1.2	Physikalische Grundlagen . . . . .	2
1.2.1	Gekoppelte Schwingungen . . . . .	2
1.2.2	Symmetrische Schwingung . . . . .	3
1.2.3	Asymmetrische Schwingung . . . . .	3
1.2.4	Schwebungsschwingung . . . . .	4
1.2.5	Kopplungsgrad . . . . .	4
1.2.6	Messung . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Messprotokoll und Durchführung des Versuchs</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Auswertung</b>	<b>9</b>
3.1	Qualitative Bilder den verschiedenen Schwingungen . . . . .	9
3.1.1	Offsetmessung . . . . .	9
3.1.2	Ungekoppelte Schwingung . . . . .	10
3.1.3	Symmetrische Schwingung . . . . .	10
3.1.4	Assymetrische Schwingung . . . . .	13
3.1.5	Schwebungsschwingung . . . . .	15
3.2	Frequenzen . . . . .	17
3.3	Bestimmung der Kopplungsgrade . . . . .	18
3.4	Verhältnisse von Kopplungsgraden . . . . .	19
<b>4</b>	<b>Zusammenfassung und Diskussion</b>	<b>20</b>
4.1	Zusammenfassung . . . . .	20
4.2	Diskussion . . . . .	20

# 1 Einleitung

## 1.1 Motivation

Das Ziel des Versuchs ist zuerst die Frequenzen der symmetrischen und antisymmetrischen Eigenschwingungen von zwei Pendeln zu bestimmen und danach Schwebungen zu erzeugen und daraus die Frequenzen zu bestimmen. Am Ende sind die Verhältnisse der Kopplungsgrade aus den gemessenen Frequenzen zu bestimmen und die mit den theoretischen Werten aus der Längenmessung zu vergleichen.

## 1.2 Physikalische Grundlagen

### 1.2.1 Gekoppelte Schwingungen

Ein ungekoppeltes Pendel hat ein Trägheitsmoment  $J$  und ein Direktionsmoment  $D = mgL$ .  $L$  ist die Pendellänge,  $m$  die Masse des Pendels und  $g$  die Erdbeschleunigung. Die Differentialgleichung von einem solchen harmonischen Schwinger ist gegeben durch:

$$J\ddot{\varphi} = -D\varphi \quad (1)$$

Wobei  $\varphi$  der Auslenkungswinkel ist.

Die Drehfrequenz lautet:

$$\omega = \sqrt{\frac{D}{J}} = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (2)$$

Und die allgemeine Lösung der DGL kann so geschrieben werden:

$$\varphi(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (3)$$

Wenn wir zusätzliche Pendeln koppeln, wirken die Drehmomente  $M_i$ :

$$M_1 = D'(\varphi_2 - \varphi_1) \quad (4)$$

$$M_2 = D'(\varphi_1 - \varphi_2) \quad (5)$$

Die modifizierte Differentialgleichungen für ein System aus zwei Pendeln lauten:

$$J\ddot{\varphi}_1 + D\varphi_1 + D'(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (6)$$

$$J\ddot{\varphi}_2 + D\varphi_2 - D'(\varphi_1 - \varphi_2) = 0 \quad (7)$$

Wir können sie entkoppeln, wobei wir mit  $u = \varphi_1 + \varphi_2$  und  $v = \varphi_1 - \varphi_2$  substituieren. Wir erhalten die entkoppelten Differentialgleichungen:

$$J\ddot{u} + Du = 0 \quad (8)$$

$$J\ddot{v} + (D - 2D')v = 0 \quad (9)$$

Die Allgemeine Lösung von den Gleichungen nach eine Zurücksubstitution von  $u$  und  $v$  lautet:

$$\varphi_1(t) = \frac{1}{2}(A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t + A_2 \cos \omega_2 t + B_2 \sin \omega_2 t) \quad (10)$$

$$\varphi_2(t) = \frac{1}{2}(A_1 \cos \omega_1 t + B_1 \sin \omega_1 t - A_2 \cos \omega_2 t - B_2 \sin \omega_2 t) \quad (11)$$

Wobei hier die Drehfrequenzen  $\omega_1 = \sqrt{\frac{D}{J}}$  und  $\omega_2 = \sqrt{\frac{D+2D'}{J}}$  lauten.

Wir werden die Schwingungen bei drei verschiedenen Anfangsbedingungen berücksichtigen, symmetrischer Schwingung, antisymmetrischer Schwingung und der Schwebungsschwingung.

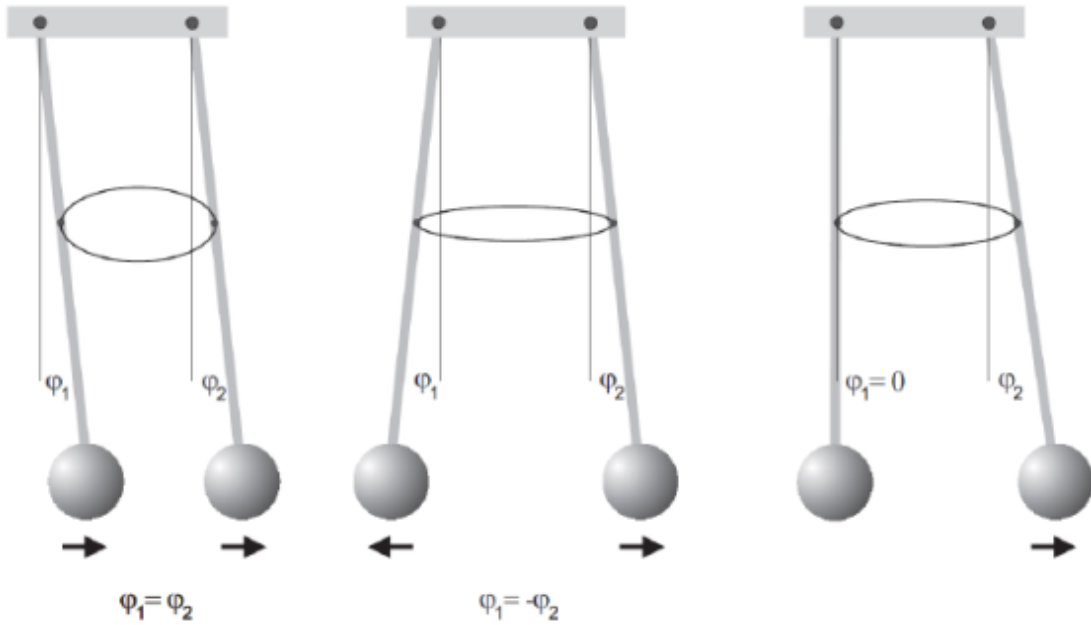


Abbildung 1: Schwingungsformen des Pendels für unterschiedliche Anfangsbedingungen

### 1.2.2 Symmetrische Schwingung

Die symmetrische Schwingung ist in Abbildung 1 links zu erkennen. Es ist erzeugt, wenn die zwei Pendeln vom gleichen Winkel zum Anfangszeitpunkt  $t = 0$  losgelassen sind. Folgende Anfangsbedingungen gelten:

$$\varphi_1(0) = \varphi_2(0) = \varphi_0 \quad (12)$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0 \quad (13)$$

Die Koeffizienten aus 10 lauten:

$$A_1 = 2\varphi_0 \quad (14)$$

$$A_2 = B_1 = B_2 = 0 \quad (15)$$

Und die Lösung kommt zu:

$$\varphi_1(t) = \varphi_2(t) = \varphi_0 \cos \omega_1 t \quad (16)$$

Hier erkennen wir eine harmonische Schwingung. Zwischen den beiden Pendeln gibt es in diesem Fall keine Kopplung.

### 1.2.3 Asymmetrische Schwingung

Die asymmetrische Schwingung ist in Abbildung 1 Mitte zu erkennen. Es ist erzeugt, wenn die zwei Pendeln gegenphasig vom gleichen Winkelbetrag zum Anfangszeitpunkt  $t = 0$  losgelassen sind. Folgende Anfangsbedingungen gelten:

$$\varphi_1(0) = -\varphi_2(0) = \varphi_0 \quad (17)$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0 \quad (18)$$

Die Koeffizienten aus 10 lauten:

$$A_2 = 2\varphi_0 \quad (19)$$

$$A_1 = B_1 = B_2 = 0 \quad (20)$$

Und die Lösung kommt zu:

$$\varphi_1(t) = -\varphi_2(t) = \varphi_0 \cos \omega_2 t \quad (21)$$

Hier erkennen wir noch eine harmonische, aber gegenphasige Schwingung mit der Frequenz  $\omega_2$ , die vom Direktionsmoment des Pendels und der Kopplung abhängt.

#### 1.2.4 Schwebungsschwingung

Die Schwebungsschwingung ist in Abbildung 1 rechts zu erkennen. In diesem Fall ist eine Pendel in der Ruhelage, wobei die Andere ist mit dem Winkel  $\varphi_0$  losgelassen. Folgende Anfangsbedingungen gelten:

$$\varphi_1(0) = 0, \quad (22)$$

$$\varphi_2(0) = \varphi_0 \quad (23)$$

$$\dot{\varphi}_1(0) = \dot{\varphi}_2(0) = 0 \quad (24)$$

Die Koeffizienten aus 10 lauten:

$$A_1 = -A_2 = \varphi_0 \quad (25)$$

$$B_1 = B_2 = 0 \quad (26)$$

Damit ergibt sich:

$$\varphi_1(t) = \varphi_0 \sin\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \sin\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right) = \varphi_0 \cos((\omega_I t) \cos(\varphi_{II} t)) \quad (27)$$

$$\varphi_2(t) = \varphi_0 \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2}t\right) \cos\left(\frac{\omega_2 + \omega_1}{2}t\right) = \varphi_0 \sin((\omega_I t) \sin(\varphi_{II} t)) \quad (28)$$

Wobei die Frequenz von den einzelnen Schwingungen (Schwingungsfrequenz) und die Schwebungsfrequenz sind mit  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  bezeichnet:

$$\omega_I = \frac{1}{2}(\omega_1 + \omega_2) \quad (29)$$

$$\omega_{II} = \frac{1}{2}(\omega_1 - \omega_2) \quad (30)$$

#### 1.2.5 Kopplungsgrad

Der Kopplungsgrad ist definiert als

$$\kappa = \frac{D'}{D + D'} \quad (31)$$

Durch Substitution erhalten wir:

$$\kappa = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_2^2 + \omega_1^2} = \frac{T_1^2 - T_2^2}{T_1^2 + T_2^2} \quad (32)$$

#### 1.2.6 Messung

Ein Hall-Sensor befindet sich zwischen zwei Stabmagnete. Wenn das Pendel Schwingt, schwingt auch der Hallsensor und eine proportionelle zum Sinus des Auslenkungswinkels Hallspannung wird induziert. Die Spannungen sind dann digital umwandelt und in einem Python-based Programm eingelegt, wo wir die Daten bearbeiten können.

## **2 Messprotokoll und Durchführung des Versuchs**

Das Messprotokoll befindet sich auf der nächsten Seite.

18.12.23

# Versuch 221 Gekoppelte Pendel

Viktor, Darné

## I Versuchsaufbau:

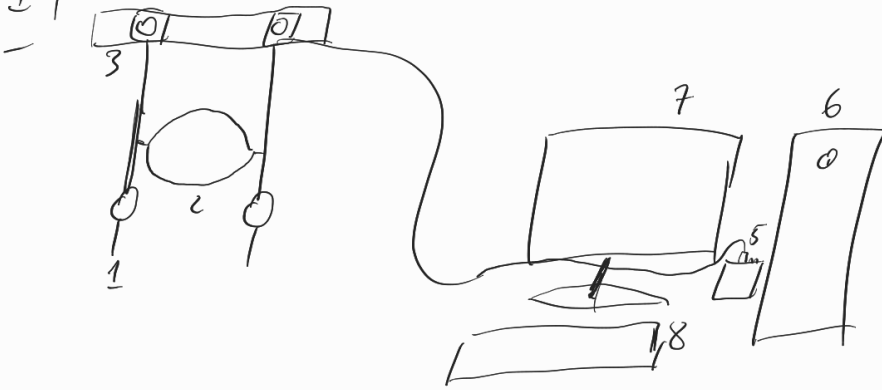


Abbildung 1: Versuchsaufbau

1. 2 Pendel aus Messing
2. Kopplungsfeder
3. Winkelantnehmer
4. PC
5. Analog-Digital Wandler
6. Monitor
7. Tastatur

## II Durchführung

1. Zuerst haben wir eine Offset-Messung gemacht und es gespeichert (die Pendeln haben sich nicht bewegt).
2. Danach haben wir eine uncouple-te Messung gemacht, die Daten und Bild gespeichert und das in FFT-Modus eingesetzt. Wir haben auch der Gaussian geplottet. Die Daten haben wir gespeichert.

3. In diesem Teil haben wir drei Messungen vom symmetrischen Pendel gemessen und die FTI-S genommen. Wenn der Pendel unten ist, ist das eine starke Kopplung und oben-Schwache  
-Bei dieser Messung lenken wir beide Pendeln mit 3cm.

4 Bei dem nächsten Teil haben wir dasselbe gemacht, aber bei einem asymmetrischen Pendel. Die Auslenkung bleibt 3cm.

5 Beim Schwebung haben wir der Pendel von 4cm losgelassen.

T mittlere Schwebung:  $|17,6s| - |55,3s| = 37,7s$

$$\omega_{II} \Rightarrow f = 6,00 \frac{1}{\text{rad}}$$

$$\omega_{II} = 0,167 \frac{1}{s}$$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$$

$$\frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

$$\omega_I = \frac{|39,5s| - |47,2s|}{5T} = 1,54s$$

$$\omega_I = \frac{2\pi}{1,54} = 4,08 \frac{1}{s}$$

T starke Schwebung:  $\frac{|7,3s| - |47,6s|}{2} = \frac{40,3}{2} = 20,15s$   
2 Perioden

$$\omega_{II} = 0,312 \frac{1}{s}$$

$$T_{\bar{I}} = \underbrace{16,9s - 9,2s}_{5 \text{ Perioden}} = \frac{7,7}{5} = 1,54s$$

$$\omega_{\bar{I}} = \frac{2\pi}{T_{\bar{I}}} = 4,08 \frac{1}{s}$$

I schwache Schwebung:  $T_{\bar{II}} = |69,4s| - |25,3s| = 44,1s$

$$\omega_{\bar{II}} = 0,142 \frac{1}{s}$$

$$T_{\bar{II}} = \underbrace{|35,26s| - |27,43s|}_{5 \text{ Perioden}} = \frac{7,83s}{5} = 1,57s$$

$$\omega_{\bar{II}} = 4,01 \frac{1}{s}$$

Schwache:  $l_{sch} = 19,25cm$

Mitte:  $l_m = 29,3cm$   $\Delta l = \pm 0,2cm$

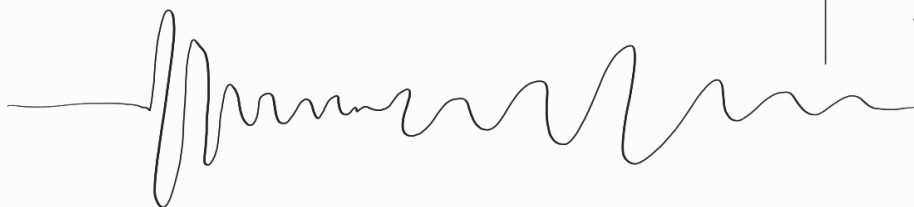
Starke:  $l_{st} = 39,45cm$

### III Spulen

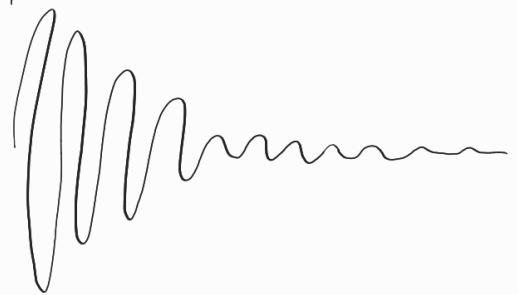
• Kleinen Abstand:



• Mittleren Abstand:



Großen Abstand:



4. Walla



## 3 Auswertung

### 3.1 Qualitative Bilder den verschiedenen Schwingungen

Wie in der Durchführung des Versuchs beschrieben, wir haben für jede Schwingung zuerst ein Amplitudenbild aufgenommen. Anschließend haben wir die Fouriertransformationen im Programm bestimmt und eine Gaußkurve draufgelegt. In 3.1 sind alle Bilder, die wir aufgenommen haben nach Kategorie sortiert. Die besprechen wir in der Diskussion.

#### 3.1.1 Offsetmessung

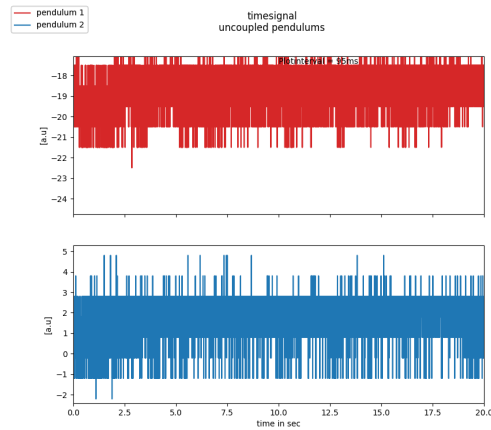


Abbildung 2: Amplitude bei offsetmessung(Stillstand)

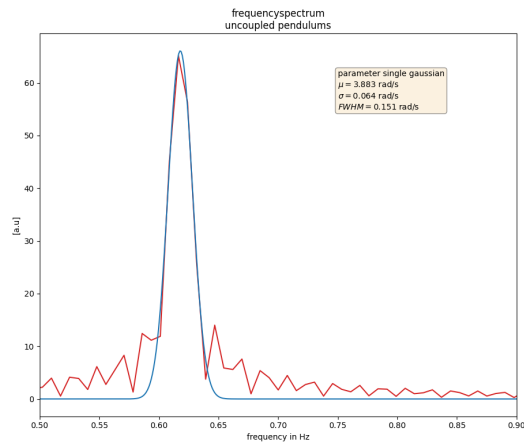


Abbildung 3: Frequenzspektrum (rot) und Gaußkurve (blau) bei Offsetmessung

### 3.1.2 Ungekoppelte Schwingung

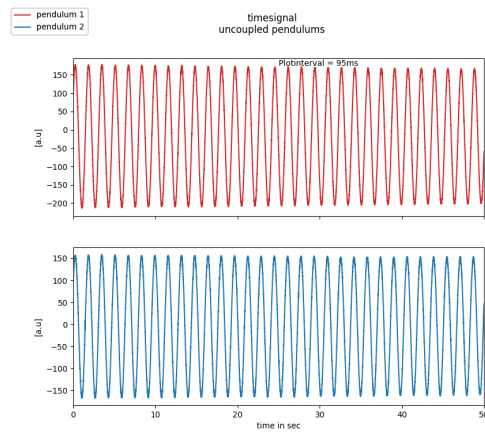


Abbildung 4: Amplitude der ungekoppelten Schwingung

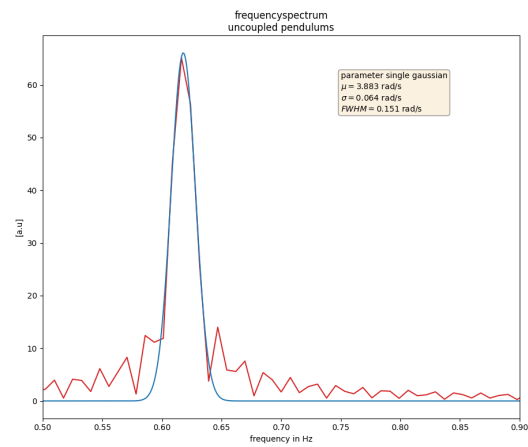


Abbildung 5: Frequenzspektrum (rot) und Gaußkurve (blau) bei ungekoppelter Schwingung

### 3.1.3 Symmetrische Schwingung

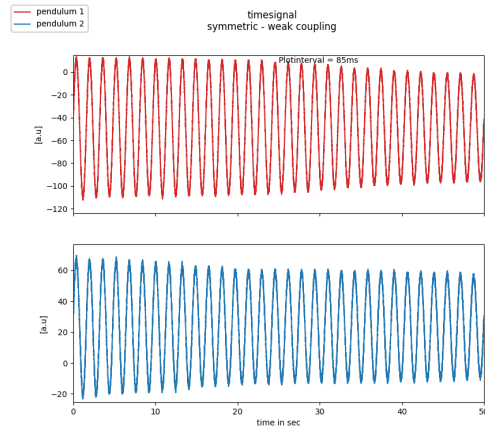


Abbildung 6: Amplitude der symmetrischen Schwingung bei schwachen Kopplung

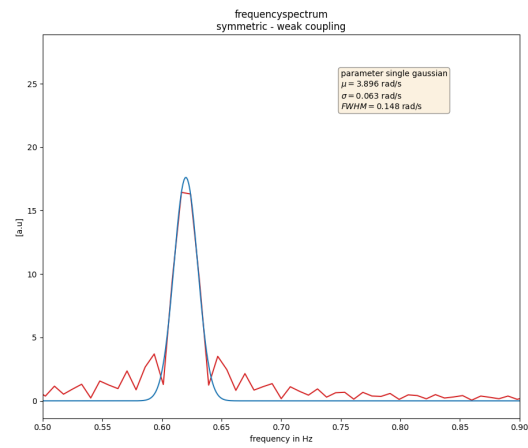


Abbildung 7: Frequenzspektrum (rot) und Gaußkurve (blau) bei symmetrischen Schwingung bei schwachen Kopplung

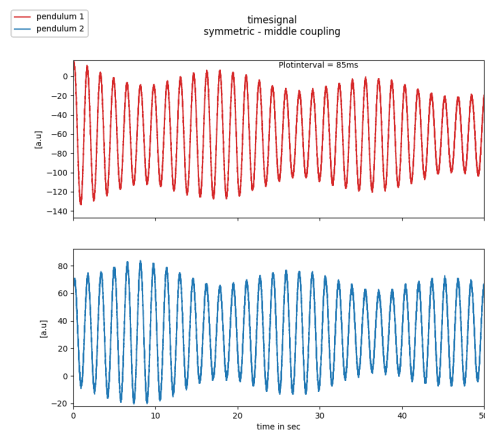


Abbildung 8: Amplitude der symmetrischen Schwingung bei mittleren Kopplung

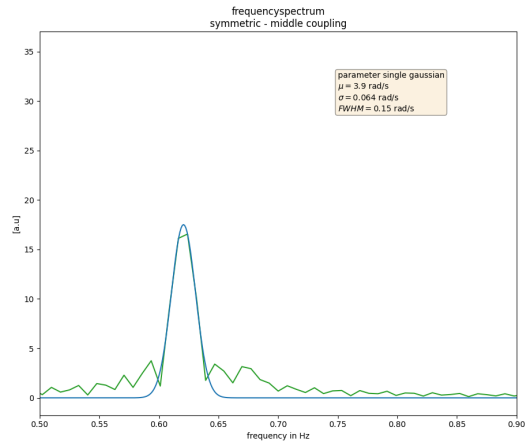


Abbildung 9: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (blau) bei symmetrischen Schwingung bei mittleren Kopplung

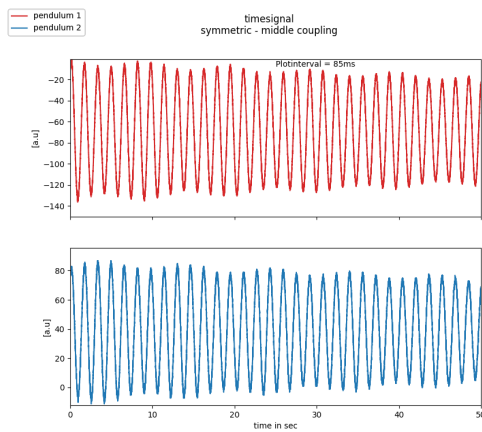


Abbildung 10: Amplitude der symmetrischen Schwingung bei starken Kopplung

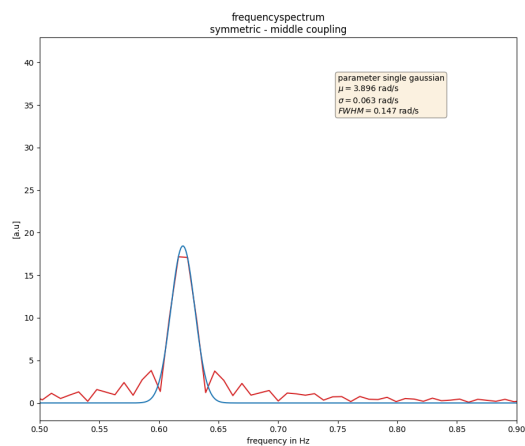


Abbildung 11: Frequenzspektrum (rot) und Gaußkurve (blau) bei symmetrischen Schwingung bei starken Kopplung

### 3.1.4 Asymmetrische Schwingung

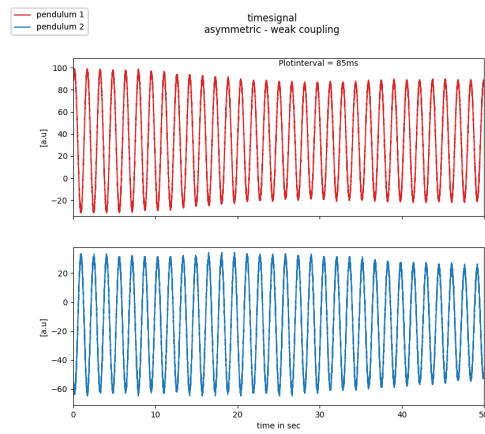


Abbildung 12: Amplitude der asymmetrischen Schwingung bei schwachen Kopplung

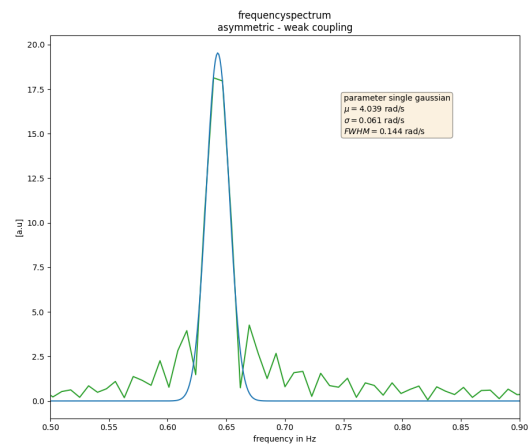


Abbildung 13: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (blau) bei asymmetrischen Schwingung bei schwachen Kopplung

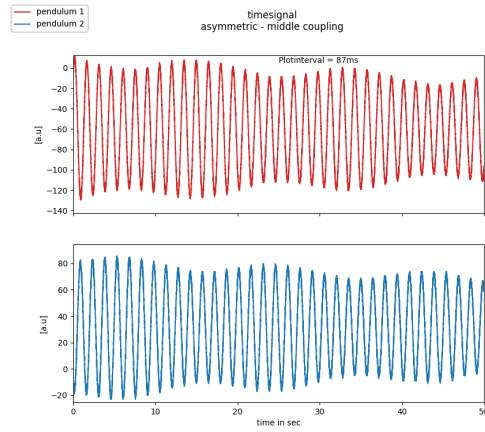


Abbildung 14: Amplitude der asymmetrischen Schwingung bei mittleren Kopplung

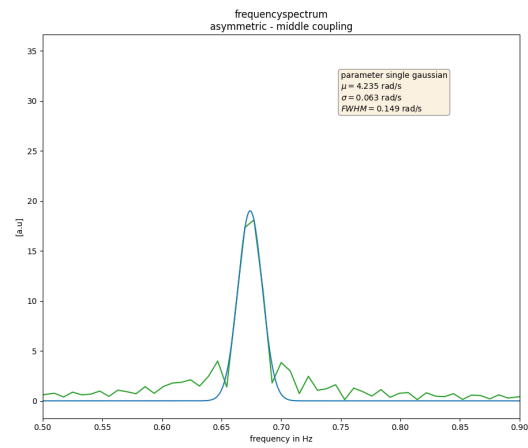


Abbildung 15: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (blau) bei asymmetrischen Schwingung bei mittleren Kopplung

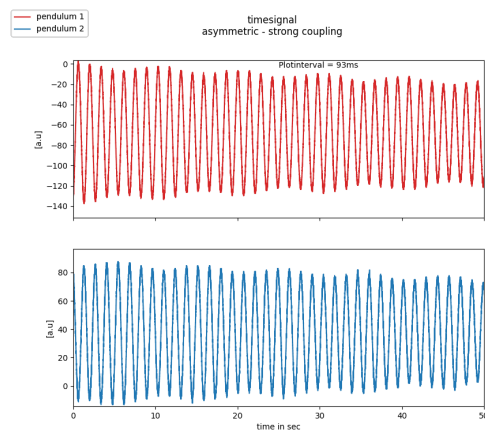


Abbildung 16: Amplitude der asymmetrischen Schwingung bei starken Kopplung

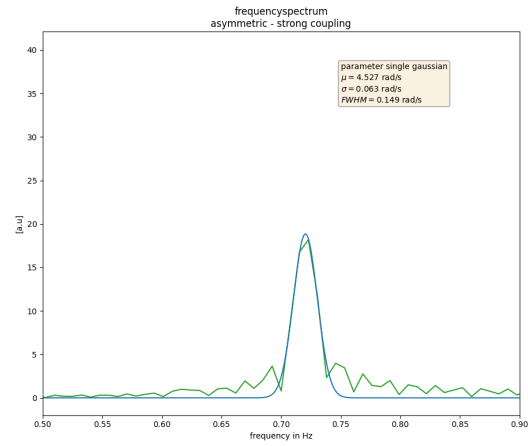


Abbildung 17: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (blau) bei asymmetrischen Schwingung bei starken Kopplung

### 3.1.5 Schwebungsschwingung

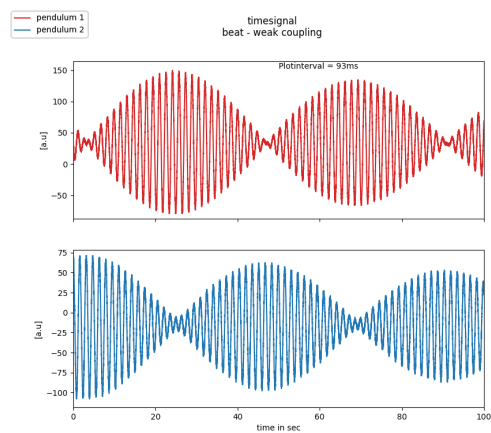


Abbildung 18: Amplitude der Schwebungsschwingung bei schwachen Kopplung

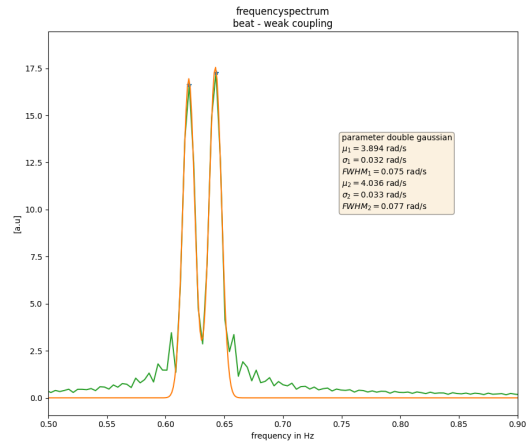


Abbildung 19: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (gelb) bei Schwebungsschwingung bei schwachen Kopplung

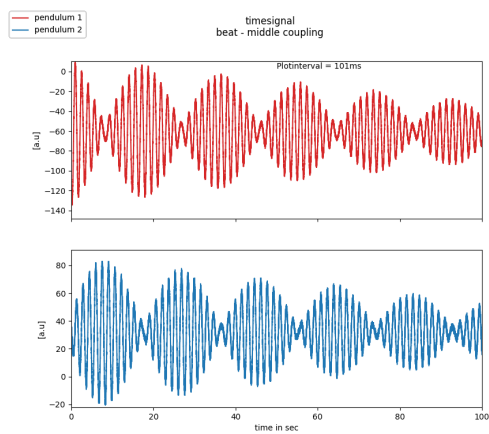


Abbildung 20: Amplitude der Schwebungsschwingung bei mittleren Kopplung

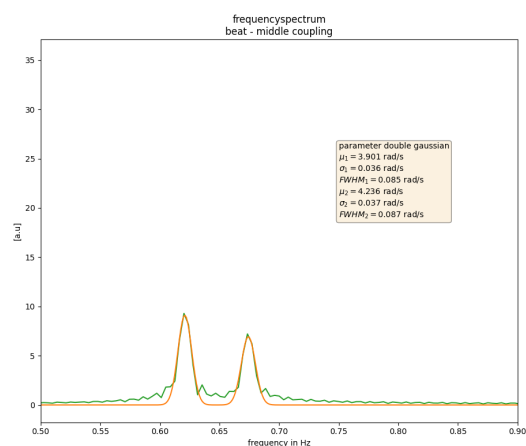


Abbildung 21: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (gelb) bei Schwebungsschwingung bei mittleren Kopplung



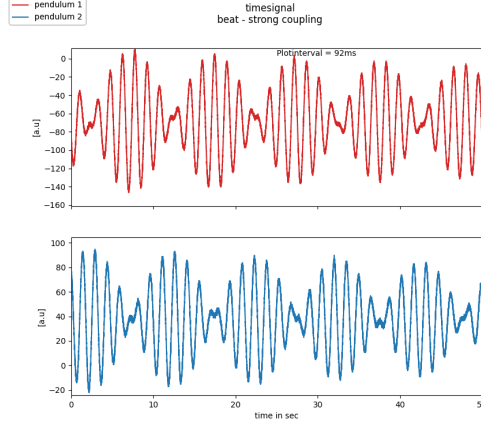


Abbildung 22: Amplitude der Schwebungsschwingung bei starken Kopplung

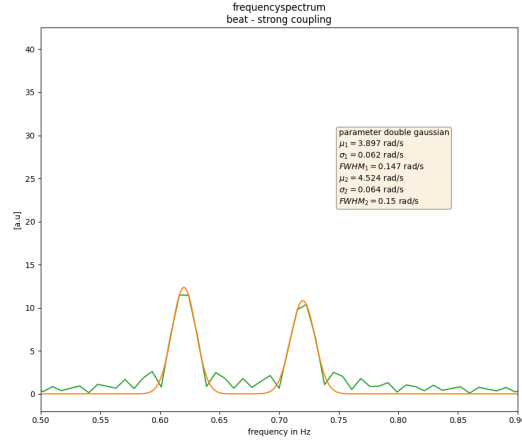


Abbildung 23: Frequenzspektrum (grün) und Gaußkurve (gelb) bei Schwebungsschwingung bei starken Kopplung

### 3.2 Frequenzen

Die  $\mu$  aus der Gaußkurve, die wir auf der Fourier-Transformation geplottet haben bezeichnet unsere Frequenz, wobei  $\omega$  und  $\sigma$  die Fehler  $\Delta\omega_i$  bezeichnet. Ich habe Tabelle 1 mit allen zusammengefassten Ergebnissen erstellt.  $\omega_i$  betragen die Schwingungen von der symmetrischer und antisymmetrischer Schwingung, wobei  $\omega_{i,s}$  betragen die Kreisfrequenzen, die wir von dem Schwebungsschwingung gemessen haben.  $\sigma_i$  indiziert die  $\sigma$ -Abweichung zwischen den symmetrischen Kreisfrequenzen  $\omega_j$  und den Schwebungskreisfrequenzen  $\omega_{k,s}$ , wobei  $i = j = k$ .

Die Schwingungs- und Schwebungsfrequenzen können wir mit 29 und 30 berechnen. Der Fehler für beiden aus dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz ergibt sich auf:

$$\Delta\omega_{I,II} = \frac{\sqrt{(\Delta\omega_1)^2 + (\Delta\omega_2)^2}}{2} \quad (33)$$

In Tabelle 2 kann man die Frequenzen der gemischten Schwingungsformen finden.  $\sigma_I$  beträgt die  $\sigma$ -Abweichung zwischen den Frequenzen  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$ , die wir mithilfe von den Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  berechnet haben und den von uns gemessene und im Messprotokoll berechnete Frequenzen  $\omega_{I,exp}$  und  $\omega_{II,exp}$ .

Tabelle 1: Zusammengefasste Kreisfrequenzen und Vergleich

	Kreisfrequenz $\omega$ [Hz]		
	schwach	mittel	stark
ungekoppelt $\omega_u$	3.88		
Fehler $\Delta\omega_u$	0.06		
symmetrisch $\omega_1$	3.90	3.90	3.90
Fehler $\Delta\omega_1$	0.06	0.06	0.06
antisymmetrisch $\omega_2$	4.04	4.24	4.53
Fehler $\Delta\omega_2$	0.06	0.06	0.06
Schwebung $\omega_{1,s}$	3.89	3.90	3.90
Fehler $\Delta\omega_{1,s}$	0.03	0.04	0.06
Schwebung $\omega_{2,s}$	4.04	4.436	4.5
Fehler $\Delta\omega_{2,s}$	0.03	0.04	0.06

Die  $\sigma$  -Abweichungen berechnet man mit dieser Formel :

$$\frac{|\omega_i - \omega_j|}{\sqrt{(\Delta\omega_i)^2 + (\Delta\omega_j)^2}} \quad (34)$$

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

Tabelle 2: Gemischte Schwingungsformen

	Kreisfrequenz $\omega$ [Hz]		
	schwach	mittel	stark
$\omega_{I,s}$	3.965	4.17	4.20
$\Delta\omega_{I,s}$	0.021	0.03	0.04
$\omega_{I,exp}$	4.0	4.1	4.1
$\Delta\omega_{I,exp}$	0.4	0.4	0.4
$\omega_{II,s}$	0.075	0.17	0.30
$\Delta\omega_{II,s}$	0.021	0.03	0.04
$\omega_{II,exp}$	0.0712	0.167	0.312
$\Delta\omega_{II,exp}$	0.0011	0.003	0.005

Tabelle 3:  $\sigma$ -Abweichungen

	Pendelzustand		
	schwach	mittel	stark
$\sigma_1$ [°]	0.15	0.00	0.00
$\sigma_2$ [°]	0.00	2.72	0.35
$\sigma_I$ [°]	0.12	0.22	0.32
$\sigma_{II}$ [°]	0.18	3.6	0.28

### 3.3 Bestimmung der Kopplungsgrade

Für schwache Kopplungen gilt  $D \gg D'$ . Mit dieser Näherung können wir Gleichung 31 so umformen, um den Kopplungsgrade zu bestimmen:

$$\kappa = \frac{D'}{D} = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{2\omega_1^2} \quad (35)$$

Nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung erhalten wir den Fehler der Kopplungsgrade:

$$\Delta\kappa = \sqrt{\left(\frac{\omega_2}{\omega_1^2}\Delta\omega_2\right)^2 + \left(\frac{\omega_2^2}{\omega_1^3}\Delta\omega_1\right)^2} \quad (36)$$

Die Kopplungsgrade lauten:

$$\kappa_{\text{schwach}} = 0,037 \pm 0,023 \quad (37)$$

$$\kappa_{\text{mittel}} = 0,091 \pm 0,025 \quad (38)$$

$$\kappa_{\text{stark}} = 0,175 \pm 0,027 \quad (39)$$

### 3.4 Verhältnisse von Kopplungsgraden

Um die Verhältnisse der kopplungsgrade zu berechnen sollen wir zuerst die Quotienten jeder Kopplungsgrad-permutation berechnen:

$$\lambda_{i,j} = \frac{\kappa_i}{\kappa_j}; \quad i \neq j \quad (40)$$

Nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung beträgt der Fehler:

$$\Delta\lambda_{i,j} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\kappa_i}{\kappa_j}\right)^2 + \left(\frac{\kappa_i\Delta\kappa_j}{\kappa_j^2}\right)^2} \quad (41)$$

Für die Verhältnis der Längequadrate gilt analog:

$$s = \frac{l_i^2}{l_j^2} \quad (42)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta s_{i,j} = \sqrt{\left(\frac{2l_i}{l_j}\Delta l_i\right)^2 + \left(\frac{2l_i^2}{l_j^3}\Delta l_j\right)^2} \quad (43)$$

In Tabelle 4 habe ich alle Verhältnisse zusammengefasst.

Tabelle 4: Verhältnisse zwischen Kopplungsgrade und Abweichungen

	Kopplung schwach,mittel	Kopplung schwach, stark	Kopplung mittel, stark
$\lambda$	0.40	0.21	0.52
$\Delta\lambda$	0.28	0.13	0.16
$s$	0.432	0.238	0.552
$\Delta s$	0.011	0.006	0.009

In Tabelle 5 sind die  $\sigma$ -Abweichungen  $\sigma_{s,\lambda}$  zwischen  $\lambda$  und  $s$  zu finden. Die sind mithilfe von Formel 34 berechnet.

Tabelle 5: Kopplung  $\sigma$ -Abweichungen

	Kopplung		
	schwach,mittel	schwach,stark	mittel,stark
$\sigma_{s,\lambda} [\sigma]$	0.11	0.22	0.20

Alle Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

## 4 Zusammenfassung und Diskussion

### 4.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir zwei Pendel zunächst ungekoppelt und danach mit drei verschiedenen Kopplungsstärken die symmetrische, antisymmetrische und schwebungspendel untersucht. Wir haben auch die Kopplung zweier elektrischer Schwingkreise mithilfe eines Oszilloskops beobachtet.

In der Auswertung haben wir zunächst alle gemessenen Frequenzspektren und Amplituden sortiert. Danach haben wir alle Kreisfrequenzen in Tabellen 1 und 2 zusammengefasst.  $\omega_i$  sind die Kreisfrequenzen, die wir aus den Fouriertransformationen von den symmetrischen und antisymmetrischen Schwingungen bestimmt haben, wobei  $\omega_{i,s}$  stammen aus den Schwebungsschwingungen. Die Abweichungen zwischen beiden Schwingungen haben wir in Tabelle 3 eingetragen.

$\omega_{I,exp}$  und  $\omega_{II,exp}$  haben wir während der Versuch aus den Periodendauern berechnet, wobei  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  wurden mithilfe von Formeln 29 und 30 berechnet. Die Abweichungen zwischen den beiden sind in Tabelle 3 zu finden.

Im nächsten Teil des Versuchs haben wir die Kopplungsgrade mithilfe von Formel 31 bestimmt, die kann man in Tabelle 6 finden.

Tabelle 6: Kopplungsgrade tabellarisch

	Kopplung		
	schwach	mittel	stark
$\kappa [-]$	0.037	0.091	0.175
$\Delta\kappa [-]$	0.023	0.025	0.027

Im letzten Teil haben wir die Verhältnisse zwischen den Kopplungsgraden und auch die Verhältnisse der Längequadrate berechnet und in Tabelle 4 eingetragen. Die Abweichungen zwischen beiden kann man in Tabelle 5 finden.

### 4.2 Diskussion

In diesem Versuch haben wir verstanden, dass die Frequenz von einem symmetrischen gekoppelten Pendel dieselbe ist, unabhängig von der Kopplungsstärke. Wir haben  $\omega_1 = (3,90 \pm 0,06)Hz$  bei jeder Kopplungsstärke gemessen. Der relative Fehler beträgt  $\Delta\omega_{1,rel} = 1,5\%$ , was bedeutet, dass unsere Messung präzise war. Ein ungekoppeltes Pendel hat praktisch die gleiche Kreisfrequenz  $\omega_u = (3,88 \pm 0,06)Hz$  wie das symmetrische Pendel mit einer  $\sigma$ -Abweichung von  $\sigma_{u,1} = 0,24\sigma$ , deutlich weniger als  $1\sigma$  ist.

Gegensätzlich hängt die Kreisfrequenz von dem antisymmetrischen Pendel von der Kopplungsstärke ab. Je stärker die Kopplung, desto größer die Kreisfrequenz.

Wir haben die Kreisfrequenzen  $\omega_1$  und  $\omega_2$  einmal aus der symmetrischen und antisymmetrischen Schwingung und einmal aus der Schwebungsschwingung bestimmt. Die relativen Fehler zwischen beiden betragen c.a. 1% und die Abweichungen zwischen  $0,00\sigma$  und  $0,35\sigma$ , was irrelevante Abweichungen sind. Die einzige größere Abweichung ist diese zwischen  $\omega_2$  und  $\omega_{2,s}$ , die  $2,72\sigma$  beträgt. Ich behaupte, dass etwas bei der Schwebungsschwingungsmessung schiefgelaufen ist. Das richtige Ergebnis sollte  $\omega_2$  sein, da wenn wir die  $\omega_2$  mit der Formel 30 berechnen, zwischen  $\omega_{I,exp}$  und  $\omega_{I,s}$  gibt es die Abweichung von  $3,6\sigma$  und zwischen  $\omega_{II,exp}$  und  $\omega_I$  die Abweichung  $0,10\sigma$ . Das zeigt direkt, dass genau die Messung von  $\omega_{I,s}$  falsch wurde.  $\omega_{I,s}$  ist mithilfe von  $\omega_{1,s}$  und  $\omega_{2,s}$  berechnet und  $\omega_{I,s}$  mithilfe von  $\omega_1$  und  $\omega_2$ .

Es ist auch nochmal bei den  $\omega_I$  und  $\omega_{II}$  zu sehen, dass die Abweichungen zwischen den "theoretischen" Werten und den experimentellen Werten unter  $0,5\sigma$  liegen. Die relativen Fehler von  $\omega_{I,s}$  liegen unter 1,01%, wobei diese von  $\omega_{II,s}$  zwischen 10% und 28% liegen. Die relativen Fehler von  $\omega_{I,exp}$  betragen c.a. 9% und von  $\omega_{II,exp}$  c.a. 1,5%. Die berechnete Abweichungen liegen alle außer einer unter  $0,5\sigma$ , was gut ist, aber die relativen

Fehler sind schon ziemlich groß bei den "theoretischen" Werten. Die einzige Abweichung, die größer als  $1\sigma$  ist, beträgt  $3,6\sigma$ . Wie im obigen Abschnitt diskutiert, ist sie wahrscheinlich wegen einer falschen Messung entstanden.

Es ist noch zu bemerken, dass sowohl  $\omega_1$ , als auch  $\omega_I$  bei verschiedenen Kopplungsstärken gleich sind, wobei  $\omega_2$  und  $\omega_{II}$  größer bei stärkerer Kopplung werden.

Aus dem letzten Teil haben wir gezeigt, dass das Verhältnis zwischen zwei Kopplungsgraden dem Verhältnis der Längequadrate entspricht. Die Kopplungsgrade haben ziemlich große relative Fehler, zwischen 15% und 62%. Deswegen sind auch die relativen Fehler von den Verhältnissen zwischen den Kopplungsgraden größer, zwischen 30% und 70%. Die Verhältnisse der Längequadrate haben kleinere relative Fehler mit c.a. 2%. Die Abweichungen zwischen beiden liegen unter  $0.22\sigma$ , was eine irrelevante Abweichung ist, aber wegen der ziemlich großen relativen Fehler von den Kopplungsgraden sind unsere Ergebnisse nicht zufriedenstellend.

Im Versuch haben wir sehr viele Fehlerquellen übersprungen. Wir haben den Luftwiderstand nicht berechnet, wir haben nicht berücksichtigt, dass das Pendel nicht nur in der x-y-Ebene schwingt und wir haben auch eine Klein-Winkel-Näherung verwendet, die unsere Ergebnisse verfälscht. Wenn wir diese berücksichtigt haben und die Anzahl von Messungen erhöht haben, würden wir kleinere Fehler und bessere Endergebnisse haben.

Grundsätzlich lieferte der Versuch die erwarteten Ergebnisse. Jedoch aufgrund des großen relativen Fehlers ist es schwer zu behaupten, dass er erfolgreich verlief. Um präzisere Ergebnisse zu erhalten, sind weitere Schritte erforderlich, wie zuvor erwähnt. Trotzdem war der Versuch interessant, da er uns ermöglichte, unsere Kenntnisse in Mechanik und Wellen auf praktische Weise zu vertiefen.