

Versuch 245

Induktion

Viktor Ivanov

12. August 2024

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	2
1.1	Motivation	2
1.2	Physikalische Grundlagen	2
1.2.1	Induktionsgesetz	2
1.2.2	Induktionsgesetz bei periodischem Feldstrom	2
1.3	Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation	2
2	Messprotokoll und Durchführung des Versuchs	3
3	Auswertung	8
3.1	Induktionsgesetz	8
3.1.1	Induktionsgesetz bei konstantem Strom	8
3.1.2	Induktionsgesetz bei konstanter Drehfrequenz	9
3.2	Induktionsspannung bei periodischen Feldstrom	10
3.3	Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation	12
3.4	Zusammenfassung und Diskussion	13
3.4.1	Zusammenfassung	13
3.4.2	Diskussion	14
4	Anhang	15
4.1	Quellen	15
4.2	Python-Code	15

1 Einleitung

1.1 Motivation

In diesem Versuch überprüfen wir das Induktionsgesetz mithilfe einer rotierenden Flachspule. Am Ende des Versuchs werden wir das Erdmagnetfeld und den Inklinationwinkel in Heidelberg durch Kompensation bestimmen.

1.2 Physikalische Grundlagen

1.2.1 Induktionsgesetz

Wenn man die magnetische Flussdichte verändert, wird ein elektrisches Feld induziert. Bei einem Magnetfeld B , Kreisfrequenz ω , magnetischen Fluss Φ , Spulenfläche A und Windungszahl N beträgt die induzierte Spannung:

$$U_i(t) = -\frac{d}{dt}\Phi = -BAN\omega \sin(\omega t) \quad (1)$$

Diese Gleichung kommt aus der Maxwell'schen Gleichung:

$$\nabla \times \vec{E} = -\vec{B} \quad (2)$$

Nach Verwendung vom Stokes'schen Gesetz erhalten wir das erzeugte elektrische Feld:

$$\Phi = \int_A \vec{B} d\vec{A} \quad (3)$$

Da wir mit einer Spule mit mehreren Windungen arbeiten werden, berücksichtigen wir auch die Spulenzahl N :

$$U_{ind} = -N\dot{\Phi} \quad (4)$$

Wenn wir 3 in 4 einsetzen, erhalten wir die schon bekannte Gleichung 1.

1.2.2 Induktionsgesetz bei periodischem Feldstrom

Wenn durch die Helmholtzspule ein Wechselstrom mit der Kreisfrequenz Ω fließt, beträgt die induzierte Spannung:

$$U_{ind} = U_m \sin(\Omega t) \quad (5)$$

Wobei

$$U_m = BAN\Omega \cos(\alpha) \quad (6)$$

Der Winkel α ist der Winkel zwischen dem B-Feld der Helmholtzspule und der Flächennormale der Flachspule. Im Versuch wird es üblich, die Formel vom "theoretischen Wert" des B-Felds zu verwenden,

$$B = \frac{8\mu_0 NI}{r\sqrt{125}} \quad (7)$$

Wobei μ_0 die magnetische Feldkonstante ist, und r der Spulenradius.

1.3 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

Wegen des B-Feldes der Erde wird eine Spannung in der Spule induziert. Man kann dabei aus dieser Spannung durch Drehen der Spule das Erdmagnetfeld bestimmen. Die Feldlinien des B-Feldes kann man in Abbildung 1 a) finden und die Zerlegung in Horizontal- und Vertikalkomponenten in c). Die Inklination α beträgt in Heidelberg c.a. 66° .

Es gilt, dass:

$$\tan\alpha = \frac{B_V}{B_H} \quad (8)$$

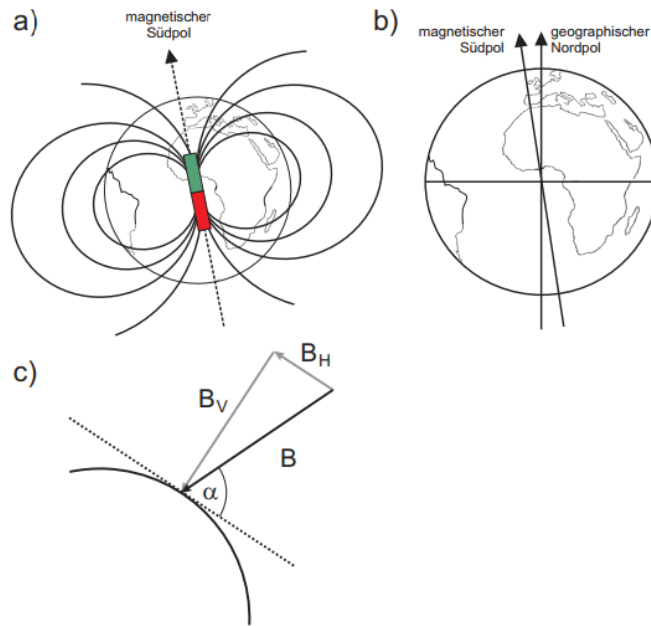


Abbildung 1: a) Schematischer Verlauf des Erdmagnetfelds. b) Die Abweichung von der Dipolachse und der Rotationsachse der Erde wird als Deklination bezeichnet und beträgt $11,5^\circ$. c) Zerlegung des B -Feldes in eine Horizontal- und eine Vertikalkomponente.

2 Messprotokoll und Durchführung des Versuchs

Das Messprotokoll befindet sich auf der nächsten Seite.

13.05.24

Versuch 245 Induktion

Danre Droutsas
Viktor Ivanov

Messprotokoll

I. Messaufbau

- Oszilloskop (1)
- Leistungsfunktionsgenerator (2)
- Antriebsmotor mit Treibriemen (3)
- Netzteil (4)
- Multimeter (5)
- Kompass (6)
- RC-Filter (7)

- Helmholtzspule mit einer im Zentrum drehbar gelagerten⁽⁸⁾

↓
Durchmesser 295mm

Abstand der Spulen 147mm

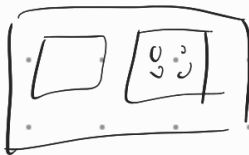
Windungszahl pro Spule 124

Induktionsspule



Windungszahl 4000
Fläche $41,7 \text{ cm}^2$

1



(2)



(8)



(3)



(5)



(6)

Skizzen: Versuchsaufbau

II Vorversuch

III Induktionsgesetz

Mess#	f [Hz]	Δf [Hz]	U_{ind} [V]	ΔU_{ind} [V]
1	3	0,2	2,25	0,1
2	5,9	0,1	4,32	0,1
3	8,24	0,1	6,08	0,1
4	12,2	0,1	8,88	0,1
5	14,65	0,1	10,5	0,1

Power supply:

$$I = 4 \text{ A}$$

$$U = 10,1 \text{ V}$$

$$U = 10,2 \text{ V}$$

$$U = 10,2 \text{ V}$$

Tabelle 1: Abhängigkeit f von U

Mess#	U [V]	ΔU [V]	I [A]	ΔI [A]	U_{ind} [V]	ΔU_{ind} [V]
1	1,4	0,05	0,5	0,05	1,22	0,1
2	2,6		1,0		2,14	
3	3,8		1,5		3,02	
4	5,2		2,0		4,06	
5	6,3		2,5		4,88	
6	7,5		3,0		5,84	
7	8,9		3,5		6,86	
8	10,1		4,0		7,72	
9	11,2		4,5		8,56	

U_{ind} : Spannung vom Oszilloskop gemessen

Tabelle 2: Abhängigkeit B von U bei konst. f

$$\text{konst } f = 10,57 \pm 0,1 \text{ Hz}$$

IV Induktionsspannung bei periodischem Feldstrom

$M_{\text{oss}} \#$	$U_{\text{ind}} [\text{V}]$	$\Delta U_{\text{ind}} [\text{V}]$	$\alpha [^\circ]$	$\Delta \alpha [^\circ]$	$\Omega [\text{Hz}]$	$\Delta \Omega [\text{Hz}]$
1	9,68	0,1	0	2,5	99,8	0,6
2	8,32		30		99,1	
3	4,48		60		99,2	
4	0,65		90		99,3	
5	5,48		120		99,4	
6	8,80		150		99,6	
7	9,64		180		99,4	

Tabelle 3: Abhängigkeit Winkel α von U_{ind} .

$M_{\text{oss}} \#$	$U_{\text{ind}} [\text{V}]$	$\Delta U_{\text{ind}} [\text{V}]$	$\Omega [\text{Hz}]$	$\Delta \Omega [\text{Hz}]$	$U_{\text{gem}} [\text{V}]$	$\Delta U_{\text{gem}} [\text{V}]$	$I_{\text{gem}} [\text{A}]$	$\Delta I_{\text{gem}} [\text{A}]$
1	7,2	0,1	21,83	0,1	4,74	0,01	1,311	0,01
2	8,8		40,16		4,79		0,873	
3	9,28		60,42		4,82		0,619	
4	9,52		80,80		4,84		0,475	
5	9,68		98,13		4,84		0,394	
6	9,76		121,9		4,84		0,320	
7	9,48		142,8		4,85		0,275	
8	9,84		162,3		4,85		0,241	
9	9,84		181,5		4,85		0,217	
10	9,84		202,7		4,84		0,193	
11	9,92		396,1		4,85		0,099	
12	9,92		601,4		4,85		0,066	
13	9,92		801,2		4,86		0,049	
14	10,0		957,8		4,86		0,041	
15	10,0		1200		4,88		0,033	
16	10,0		1393		4,88		0,028	0,0001
17	10,0		1587		4,89		0,0246	
18	10,1		1757		4,91		0,0222	
19	10,2		2008		4,92		0,0191	

Tabelle 7: Messung der Ind. Spannung im Abh. von
Wechselspannungsfrequenz ω bei $\alpha = 0^\circ \pm 0,25^\circ$

V Bestimmung der Erdmagnetfelds durch Kompensation

Frequenz: $f = 15,8 \pm 0,3 \text{ Hz}$

$$U_{\text{ind}} = 158 \pm 1 \text{ mV}$$

Bei $I = 56,46 \pm 1 \text{ mA}$ erreichen wir ein Minimum

$$U_{\text{ind mit Komp.}} = 58 \pm 1 \text{ mV}$$

Bender

3 Auswertung

3.1 Induktionsgesetz

3.1.1 Induktionsgesetz bei konstantem Strom

In diesem Versuch haben wir anschließend die induzierte Spannung über die Frequenz und den Spulenstrom aufgemessen. Wir haben die Spannung gegen die Frequenz in einem Diagramm dargestellt und eine lineare Funktion angepasst. Der Fit kann man in Abbildung 2 finden.

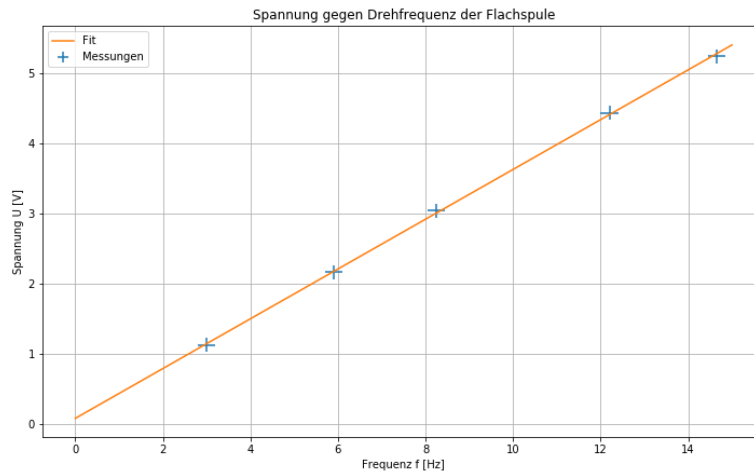


Abbildung 2: Induzierte Spannung gegen Frequenz

Nach 1 beträgt in unserem Fall die maximale Spannung:

$$U_m = 2\pi BANf \quad (9)$$

Daher beträgt das B-Feld:

$$B = \frac{m}{2\pi AN} \quad (10)$$

Nach dem Gauß'schen Fehlerfortpflanzungsgesetz beträgt der Fehler:

$$\Delta B = B \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2} \quad (11)$$

Aus der Praktikumsanleitung haben wir die Werte für die Windungszahl und die Fläche abgelesen, die im Teil I vom Messprotokoll, "Messaufbau", stehen. Das magnetische Feld beträgt dann:

$$B_{exp,1} = (3,39 \pm 0,10) \cdot 10^{-3} T \quad (12)$$

Nach Gleichung 7 haben wir den theoretischen Wert des B-Feldes berechnet, mit dem Fehler:

$$\Delta B_{theo} = B_{theo} \frac{\Delta I}{I} \quad (13)$$

$$B_{theo} = (3,0 \pm 0,3) \cdot 10^{-3} T \quad (14)$$

Die σ -Abweichung berechnet man mithilfe folgender Formel:

$$\sigma = \frac{|a - b|}{\sqrt{(\Delta a)^2 + (\Delta b)^2}} \quad (15)$$

Sie beträgt:

$$\sigma_{B,1} = 0,92\sigma \quad (16)$$

Wir können durch die χ^2 -Abweichung die Güte des Fits quantitativ untersuchen. Die χ^1 -Summe beträgt:

$$\chi^2 = \sum_i^N \left(\frac{\text{Funktionswert}_i - \text{Messwert}_i}{\text{Fehler}_i} \right)^2 \quad (17)$$

Die reduzierte χ_{red}^2 -Summe berechnet man, indem man die χ^2 -Summe durch die Anzahl der Freiheitsgrade teilt:

$$\chi_{red}^2 = \frac{\chi^2}{\# \text{Freiheitsgrade}} \quad (18)$$

Für die Güte des Fits haben wir folgende Werte berechnet:

$$\chi_1^2 = 0,36 \quad (19)$$

$$\chi_{red,1}^2 = 0,12 \quad (20)$$

$$\text{Fitwahrscheinlichkeit}_1 = 95\% \quad (21)$$

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

3.1.2 Induktionsgesetz bei konstanter Drehfrequenz

In diesem Teil des Versuchs haben wir eine Drehfrequenz von $f = (10,57 \pm 0,10) \text{ Hz}$ gewählt und den Strom variiert. Die gemessenen Daten haben wir in Python eingesetzt und eine lineare Funktion angepasst. Das Diagramm ist in Abbildung 3 zu finden.

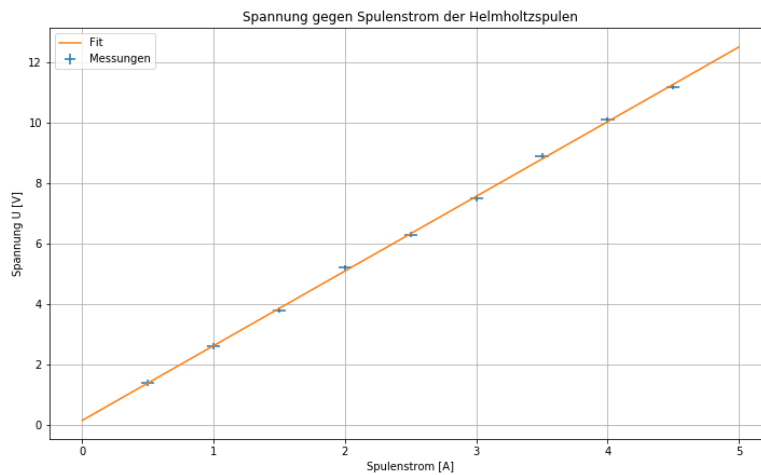


Abbildung 3: Induktionsspannung gegen Spulenstrom

Für die Güte des Fits haben wir folgende Werte berechnet:

$$\chi^2_2 = 3,9 \quad (22)$$

$$\chi^2_{red,2} = 0,56 \quad (23)$$

$$Fitwahrscheinlichkeit_2 = 79\% \quad (24)$$

Wir beobachten, dass das B-Feld proportional zum Strom nach 3.1.1 ist und auch nach Abbildung 3 ist die Induktionsspannung proportional zum B-Feld, daher ist die Spannung proportional zum Strom.

3.2 Induktionsspannung bei periodischen Feldstrom

In diesem Versuchsteil haben wir die Abhängigkeit vom Winkel α von der Induktionsspannung untersucht. Wir haben eine Wechselspannung von $\Omega = (100 \pm 1)Hz$ gewählt und den Winkel variiert. Der Betrag der Spannung beträgt:

$$|U_M| = a|\cos\alpha| \quad (25)$$

Wobei a ein Fitparameter ist. Wir bestimmen ihn, wobei wir die Funktion 25 ab den Daten aus Tabelle 3 im Messprotokoll anpassen. Das Diagramm mit der angepassten Funktion findet man in Abbildung 4. Der Fitparameter

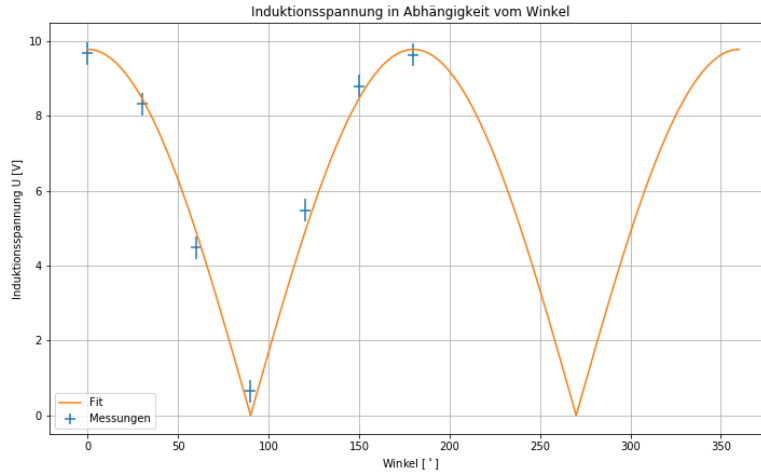


Abbildung 4: Induktionsspannung gegen Winkel

beträgt:

$$a = (9,78 \pm 0,15)V \quad (26)$$

- Kleine Bemerkung: Abbildung 4 sieht wie eine Approximation der Batman-logo aus.

Für die Güte des Fits haben wir folgende Werte berechnet:

$$\chi^2_3 = 12,2 \quad (27)$$

$$\chi^2_{red,3} = 2,0 \quad (28)$$

$$Fitwahrscheinlichkeit_3 = 6,0\% \quad (29)$$

Die Güte des Fits besprechen wir in der Diskussion.

Anschließend haben wir das Verhältnis zwischen angelegte Spannung und induzierte Spannung als Funktion der

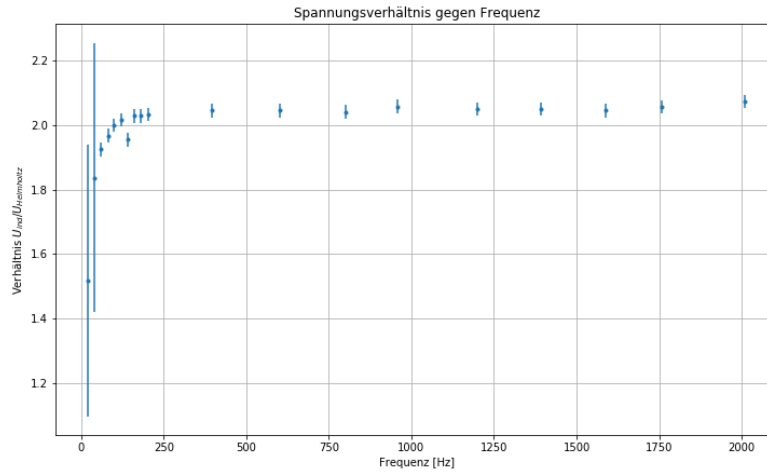


Abbildung 5: Spannung gegen Frequenz

Wechselspannungsfrequenz dargestellt, Abbildung 5. Es ist zu sehen, dass sie ungefähr konstant bleiben. Die Widerstände mithilfe der Ohm'schen Gesetz bestimmt:

$$R = \frac{U}{I} \quad (30)$$

Die Widerstände und Frequenzen habe ich in einem Diagramm eingesetzt und eine lineare Funktion angepasst, Abbildung 6. Für die Güte des Fits haben wir folgende Werte berechnet:

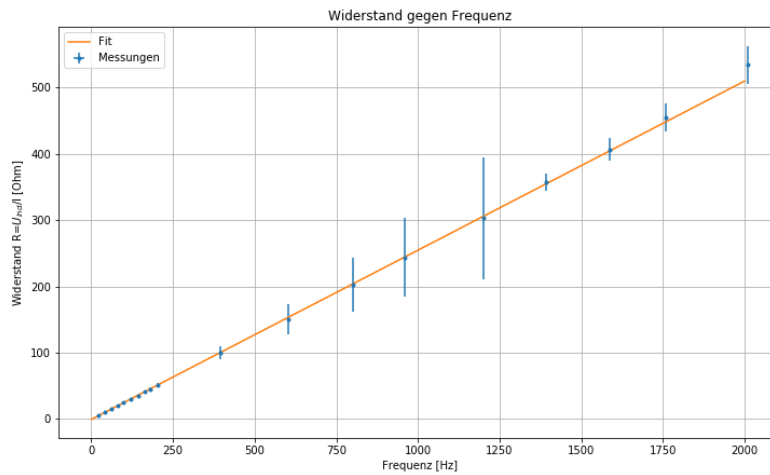


Abbildung 6: Widerstand gegen Frequenz

$$\chi_4^2 = 2,3 \quad (31)$$

$$\chi_{red,4}^2 = 0,13 \quad (32)$$

$$Fitwahrscheinlichkeit_4 = 100\% \quad (33)$$

Die Güte des Fits besprechen wir in der Diskussion.
Die Steigung beträgt:

$$m = (0,255 \pm 0,005) \frac{\Omega}{Hz} \quad (34)$$

Mithilfe folgender Formel können wir die Induktivität bestimmen:

$$L = \frac{b}{2\pi} \quad (35)$$

Der Fehler lautet:

$$\Delta L = \frac{\Delta b}{2\pi} \quad (36)$$

Die Induktivität der Helmholtzspule beträgt:

$$\boxed{L = (4,06 \pm 0,07) \cdot 10^{-2} H} \quad (37)$$

Das Ergebnis besprechen wir in der Diskussion.

3.3 Bestimmung des Erdmagnetfeldes durch Kompensation

In diesem Versuchsteil haben wir den Aufbau nördlich gerichtet. Zuerst haben wir eine Messung ohne Kompensation gemacht und die Induktionsspannung und Drehfrequenz bestimmt, danach haben wir die Messung mit Kompensation gemacht, wo wir ein Potentiometer eingeschaltet haben und die Spulenstrom so geregelt, sodass das induzierte Signal minimal wurde, dann haben wir der Kompensationsstrom, die verbleibende Induktionsspannung und die Drehfrequenz im Messprotokoll geschrieben.

Um den Betrag des B-Feldes zu bestimmen, verwenden wir die Formel 1:

$$|B_{Erde}| = \frac{U}{4\pi N A f} \quad (38)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta |B_{Erde}| = |B_{Erde}| \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (39)$$

Das Endergebnis beträgt:

$$\boxed{|B_{Erde}| = (4,8 \pm 0,3) \cdot 10^{-5} T} \quad (40)$$

Der theoretische Wert beträgt:

$$|B_{Erde,theo}| = 4,890 \cdot 10^{-5} T \quad (41)$$

Die σ -Abweichung zwischen theoretischen und experimentellen Wert beträgt:

$$\boxed{\sigma_{B,Erde} = 0,38\sigma} \quad (42)$$

Aus dem zweiten Abschnitt haben wir die vertikalen und horizontalen Komponenten bestimmt aus den Formeln:

$$B_V = \frac{8\mu_0 N I}{\sqrt{125}r} \quad (43)$$

$$(44)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta B_V = \frac{8\mu_0 \Delta I N}{\sqrt{125}r} \quad (45)$$

und

$$B_H = \frac{U_{ind}}{2\pi ANf} \quad (46)$$

$$(47)$$

Mit dem Fehler:

$$\Delta B_H = B_H \cdot \sqrt{\left(\frac{\Delta U_{ind}}{U_{ind}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} \quad (48)$$

Wir erhalten für die vertikale Komponente:

$$B_V = (4,28 \pm 0,08)10^{-5}T \quad (49)$$

und für die horizontale Komponente:

$$B_H = (3,50 \pm 0,13)10^{-5}T \quad (50)$$

Aus Gleichung 8 können wir dann den Inklinationswinkel bestimmen, wobei der Fehler lautet:

$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{B_H\Delta B_V}{B_H^2 + B_V^2}\right)^2 + \left(\frac{B_V\Delta B_H}{B_H^2 + B_V^2}\right)^2} \quad (51)$$

Der Inklinationswinkel beträgt dabei:

$$\alpha = (89,182 \pm 0,019)^o \quad (52)$$

Die σ -Abweichung zwischen theoretischen und experimentellen Wert beträgt:

$$\sigma_\alpha = 1228\sigma \quad (53)$$

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

3.4 Zusammenfassung und Diskussion

3.4.1 Zusammenfassung

In diesem Versuch haben wir zuerst auf zwei Weisen das magnetische Feld einer Spule bestimmt, einmal durch Drehung der inneren Spule mit verschiedenen Frequenzen und einmal theoretisch aus den Eigenschaften der Helmholtzspule. Beide Ergebnisse sind in 12 und 14 zu finden, die Abweichung zwischen denen beträgt $0,92\sigma$. Die χ^2_{red} -Wert und Fitwahrscheinlichkeit der Funktion habe ich auch bestimmt, wie auch bei jedem Diagramm, das schreibe ich bei den anderen Diagrammen nicht wieder, da es nicht sehr relevant zum Versuch ist.

Im zweiten Abschnitt des Versuchs haben wir noch einmal das Induktionsgesetz verwendet, eine Funktion der Spannung gegen die Frequenz gezeichnet und gezeigt, dass der Strom proportional zur Spannung ist.

Im nächsten Abschnitt haben wir die Induktionsspannung gegen den Winkel geplottet und danach die Spannung gegen die Frequenz dargestellt. Am Ende haben wir die Widerstände gegen die Frequenzen geplottet und eine lineare Funktion angepasst. Aus den beiden Fitparameter der angepassten Funktionen habe ich die Induktivität der Helmholtzspule berechnet.

Im letzten Versuchsteil habe ich das Erdmagnetfeld durch Kompensation bestimmt. Zuerst habe ich den Betrag des Magnetfeldes aus der induzierten Spannung und der Drehfrequenz bestimmt.

Danach haben wir ein Potenziometer eingeschaltet und den Spulenstrom (oder auch Kompensation) so geregelt, sodass das induzierte Signal minimal wird. Aus den gemessenen Werte habe ich auch den Inklinationswinkel in Heidelberg gemessen und mit dem theoretischen Wert verglichen, 52.

3.4.2 Diskussion

Im ersten Versuchsteil beträgt der relative Fehler den theoretischen Wert des B-Felds 10% und den experimentellen Wert 2,9%. Die σ -Abweichung zwischen den beiden beträgt $0,92\sigma$. Die relativen Fehler sind nicht sehr groß, besonders bei dem experimentellen Wert, und die σ -Abweichung ist kleiner als 1σ , daher insignifikant. Um die Fehler kleiner zu machen, sollen wir eine genauere Messung des Stroms machen, da der Fehler des theoretischen Ergebnisses nur davon abhängt. Um das experimentellen Ergebnis genauer zu machen, sollen wir mehr Messungen machen. Der reduzierte χ^2 -Wert ist viel kleiner als 1, daher ist die Funktion ein bisschen overfittet (die Fehler sind vielleicht ein bisschen zu groß bei dem experimentellen Wert).

Im zweiten Abschnitt haben wir auch ein bisschen overfitteten Funktion, aber der χ^2 -Wert ist näher an 1, daher ist das akzeptierbar.

Wir sehen, dass die Funktion in Abbildung 3 fast durch den Ursprung geht, daher können wir einen systematischen Messfehler bei diesem und letzten Abschnitt ausschließen. Wir erkennen, dass die Spannung proportional zum Strom ist.

Wir sehen, dass der Fit der Funktion der Induktionsspannung gegen den Winkel nicht perfekt ist, da die χ^2_{red} -Wert 2 ist und die Fitwahrscheinlichkeit beträgt 6%. Das bedeutet aber nicht, dass es keine Korrelation zwischen der Funktion und unsere Daten gibt, sondern dass wir ein bisschen zu kleine Fehler abgeschätzt haben.

Beim Frequenz-Widerstand Graph, Abbildung 6, haben wir wieder einen sehr kleinen χ^2_{red} -Wert. Das ist so, da wir den Fehler von 0,1 Ampere für fast die ganze Messung verwendet haben, bis wir gesehen haben, dass der Fehler vom Multimeter kleiner ist und erst dann es geändert haben. Trotzdem beträgt der Fehler der Fitparameter nur 2%.

Die Induktivität hat einen Fehler von 1,7%. Wir haben keinen Wert, um das zu vergleichen, aber ich glaube, dass der Fehler in der richtigen Ordnung sein sollte, da wir bei einem Diagramm ein bisschen overfittet haben und bei den anderen ein bisschen underfittet.

Der letzte Abschnitt hat schlechtere Ergebnisse als die andere. Der Betrag des Magnetfelds hat einen relativen Fehler von 6,2% und die σ -Abweichung zwischen den Erwartungswert des B-Felds ist $0,38\sigma$. Das bedeutet, dass wir die Spule wirklich in der Süd-Nord-Richtung eingestellt haben, sonst würden wir ein viel kleineres B-Feld messen (in unserem Fall ist das gemessene Feld ein bisschen kleiner, daher ist es möglich, dass der Winkel nicht perfekt ist, aber das liegt auch in dem Fehler).

Bei der Messung der einzelnen B-Feld Komponenten ist aber etwas schiefgelaufen, da wir einen viel größeren Inklinationwinkel gemessen haben. Der Grund für die extrem große Abweichung sind aus einer Seite die sehr kleinen relativen Fehler. Wir haben einen Winkel $\varphi = 0$ der nördlichen Richtung angenommen und keinen Fehler berücksichtigt, wobei aus dem letzten Abschnitt wir gezeigt haben, dass die Positionierung der Spule nicht perfekt ist. Aus der anderen Seite ist die Abweichung so groß, da es sehr schwierig ist, mit Sicherheit das Minimum aus dem Oszilloskop zu bestimmen. Aus dem Python-Skript habe ich berechnet, dass die Kompensation c.a. $I_{Komp} = (15,4 \pm 1) mA$ betragen soll, um eine Abweichung, die weniger als 1σ beträgt, zu erreichen. Bei Änderung des Stroms kann man fast keine Änderung im Oszilloskop beobachten. Hier sprechen wir über einen sehr ungenaueren Versuchsaufbau und einen systematischen Fehler.

Ein besseres Ergebnis könnten wir erreichen, wenn wir einen besseren Kompass verwenden und in die richtige Richtung der Spule positionieren. Wenn wir ein präziseres Oszilloskop verwenden, um den Strom genauer messen zu können, werden wir sicherlich bessere Ergebnisse erhalten. In unserem Fall ist es vielleicht das Wichtigste, viel mehr Zeit zu verbrauchen, um das Minimum genauer zu erkennen. Das erste Mal haben wir das wahrscheinlich ein bisschen zu schludrig gemacht.

Im Allgemeinen war der Versuch einigermaßen erfolgreich. Wir hatten einige große Abweichungen und nicht komplett präzise Fehlerabschätzungen, aber wir haben die Fehlerquellen besprochen und Verbesserungen des Versuchs angeboten.

Das Experiment war interessant, da er uns erinnert, dass das magnetische Feld immer uns durchgeht und da es unsere Leben immer stützt.

4 Anhang

4.1 Quellen

Alle Informationen, die ich im Protokoll verwendet habe, stammen aus der Praktikumsanleitung, Ausgabe 4.2023 und Wikipedia.com.

4.2 Python-Code

Der Python-Code befindet sich auf der nächsten Seite.

August 11, 2024

```
[1]: #Importiere nützliche Module
%matplotlib inline
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
from scipy.optimize import curve_fit
import scipy.integrate as integrate
from scipy.stats import chi2

[2]: N_1 = 4000 #Windungszahl Induktionsspule
N = 124 #Windungszahl einer Helmholtz
r = 147e-3
A = 41.7e-4 #Fläche Induktionsspule in m^2
mu_0 = 4*np.pi*1e-7

#Spannung gegen Frequenz grafisch auftragen
f = np.array([3,5.9,8.24,12.2,14.65]) #Hz
sig_f = np.ones(5)*0.2 #Hz
U_1 = np.array([2.25,4.32,6.08,8.88,10.5])/2#V
sig_U_1 = np.ones(5)*0.1#V
I = 4 #A
sig_I = 0.5
#Anpassung linearer Funktion
def linear(x,a,b):
    return a*x + b
popt,pcov = curve_fit(linear,f,U_1,sigma=sig_U_1,absolute_sigma=True)

#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(f,U_1,xerr = sig_f,yerr = sig_U_1,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
x = np.linspace(0,15,1000)
plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.title("Spannung gegen Drehfrequenz der Flachspule")
plt.xlabel("Frequenz f [Hz]")
plt.ylabel("Spannung U [V]")
plt.legend()
plt.savefig("Uigegenfa.png",format="png")
```



```

m = popt[0]
sig_m = np.sqrt(pcov[0][0])
print("Steigung m: ",m,"+/-",sig_m)

#Berechne B-Feld über Steigung
B = m/(2*np.pi*A*N_1)
sig_B = B*sig_m/m
print("B= ",B,"+/-",sig_B)

#Vgl mit den theoretisch zu erwartenden Werte
B_th = 8*mu_0*N*I/(np.sqrt(125)*r)
sig_B_th = B_th*sig_I/I
print("Btheo= ",B_th,"+/-",sig_B_th)

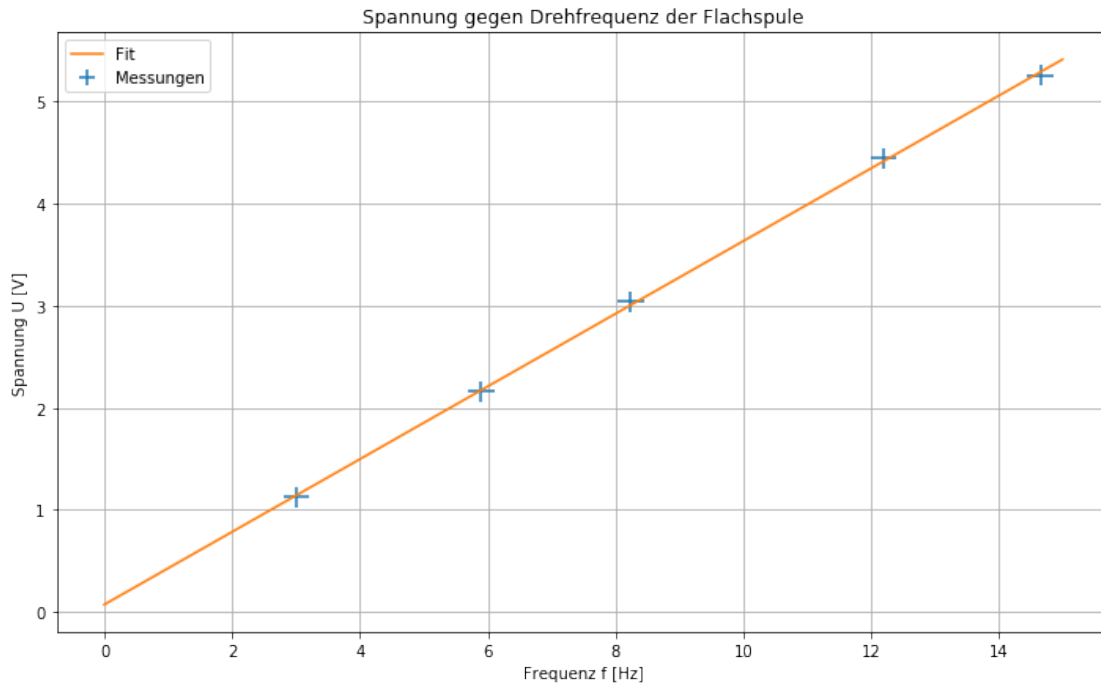
#Abweichung zwischen beiden
def literatur_Vergleich(name,mess,sig_mess,lit,sig_lit):
    print(name," : ")
    print("Absolute Abweichung: ",np.abs(mess-lit))
    print("Prozentualer Fehler ",np.abs(mess-lit)/mess)
    print("Sigma: ",np.abs(mess-lit)/np.sqrt(sig_mess**2 + sig_lit**2))
literatur_Vergleich("Ex und Theo B ",B,sig_B,B_th,sig_B_th)

```

```

Steigung m:  0.35564973473221795 +/- 0.010651200262321288
B=  0.0033934900055128192 +/- 0.00010163016616367658
Btheo=  0.003033955358124583 +/- 0.0003792444197655729
Ex und Theo B  :
Absolute Abweichung:  0.00035953464738823623
Prozentualer Fehler  0.10594834427216882
Sigma:  0.9157183387379498

```



```
[3]: # Berechnung von chi2 und chi2_red für die Fit-Funktion
# Differenzen zwischen den gefitteten Werten bei den Messpunkten und den
# Messwerten
chi2_ = np.sum(((U_1 - linear(f, *popt)) / sig_U_1) ** 2)

# Freiheitsgrade (Anzahl der Datenpunkte - Anzahl der Parameter)
dof = len(U_1) - len(popt)

# Reduziertes Chi-Quadrat
chi2_red = chi2_ / dof

# Ausgabe der Ergebnisse
print('Chi2 = ', chi2_)
print('Chi2_red = ', chi2_red)

# Fit-Wahrscheinlichkeit
prob = round(1 - chi2.cdf(chi2_, dof), 2) * 100
print('Wahrscheinlichkeit = ' + str(prob) + '%')
```

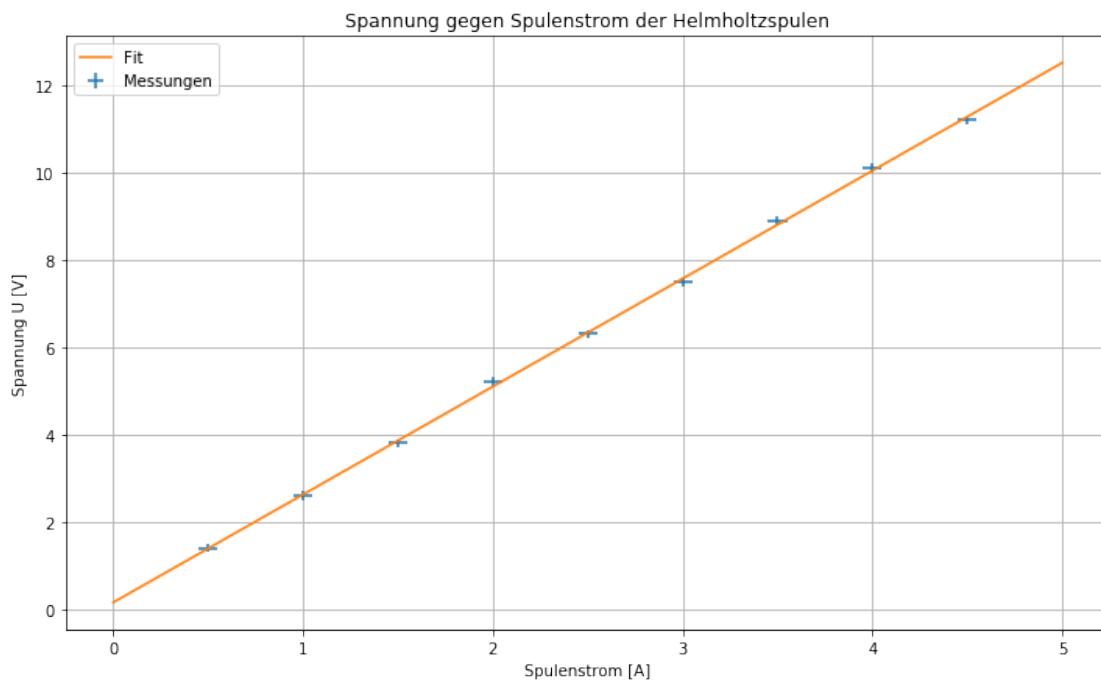
```
Chi2 = 0.3570220632613523
Chi2_red = 0.11900735442045075
Wahrscheinlichkeit = 95.0%
```

```
[4]: #Spannung gegen Spulenstrom
I = np.array([0.5,1,1.5,2,2.5,3,3.5,4,4.5])
```

```

sig_I = 0.05
U_M = np.array([1.4,2.6,3.8,5.2,6.3,7.5,8.9,10.1,11.2])
sig_U_M = np.ones(9)*0.1
#Anpassung einer linearen Funktion
def linear(x,a,b):
    return a*x + b
popt,pcov = curve_fit(linear,I,U_M,sigma=sig_U_M,absolute_sigma=True)
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(I,U_M,xerr = sig_I,yerr = sig_U_M,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
x = np.linspace(0,5,1000)
plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.title("Spannung gegen Spulenstrom der Helmholtzspulen")
plt.xlabel("Spulenstrom [A]")
plt.ylabel("Spannung U [V]")
plt.legend()
plt.savefig("AAUgegenStrom.png",format="png")

```



```

[5]: # Chi2- und Chi2_red-Berechnung
chi2_ = np.sum(((U_M - linear(I, *popt)) / sig_U_M) ** 2)
dof = len(U_M) - len(popt) # Freiheitsgrade
chi2_red = chi2_ / dof
print('Chi2 = ', chi2_)
print('Chi2_red = ', chi2_red)

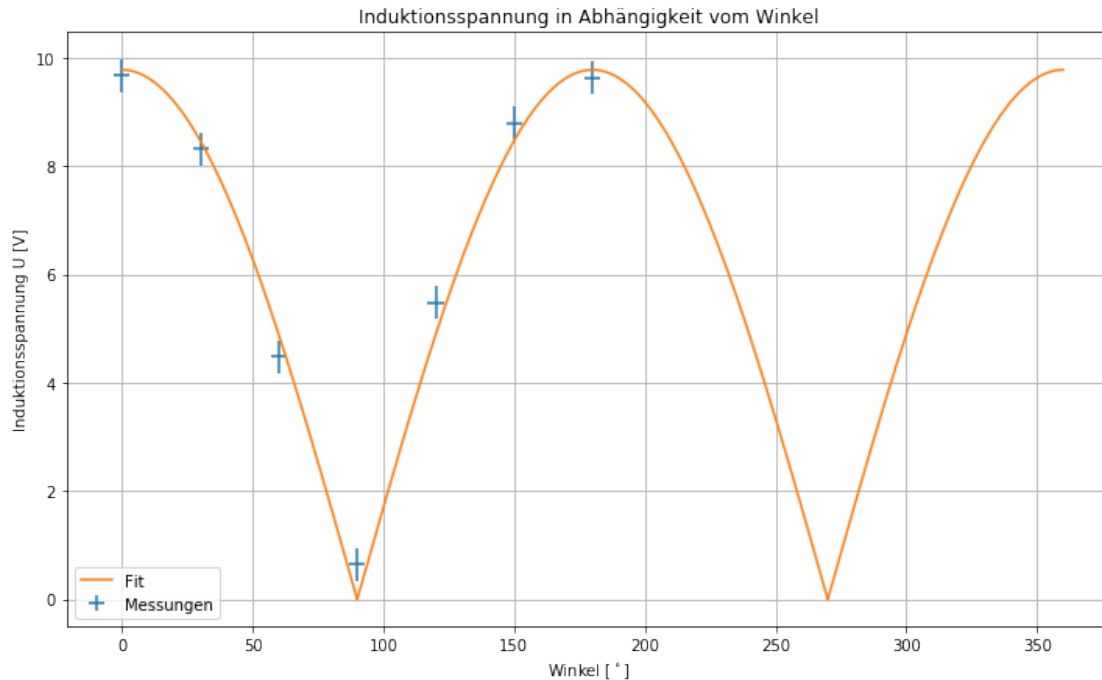
```

```
# Fitwahrscheinlichkeit
prob = round(1 - chi2.cdf(chi2_, dof), 2) * 100
print('Wahrscheinlichkeit = ' + str(prob) + '%')
```

```
Chi2 = 3.933333333333353
Chi2_red = 0.5619047619047647
Wahrscheinlichkeit = 79.0%
```

```
[6]: #Gemessene Spannung als Funktion des Winkels grafisch auftragen
winkel = np.arange(0,210,30) #deg
sig_winkel = np.ones(7)*3
U_i = np.array([9.68,8.32,4.48,0.65,5.48,8.8,9.64]) #V
sig_U_i = np.ones(7)*0.3
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(winkel,U_i,xerr=sig_winkel,yerr_
    ↳=sig_U_i,fmt="none",label="Messungen")
plt.grid()
plt.title("Induktionsspannung in Abhängigkeit vom Winkel")
plt.xlabel("Winkel [ $^\circ$ ]")
plt.ylabel("Induktionsspannung U [V]")
#Anpassung einer Betragskosinusfunktion
def bcos(x,a):
    return a*np.abs(np.cos(np.radians(x)))
popt,pcov = curve_fit(bcos,winkel,U_i,sigma=sig_U_i,absolute_sigma = True)
x = np.linspace(0,360,100000)
plt.plot(x,bcos(x,*popt),label="Fit")
plt.legend()
plt.savefig("SpannungWinkel.png",format="png")
print("Fitparameter a: ",popt[0],"+/-",np.sqrt(pcov[0][0]))
```

```
Fitparameter a: 9.7815887281072 +/- 0.14999999921369794
```



```
[7]: # Chi2- und Chi2_red-Berechnung
chi2_ = np.sum(((U_i - bcos(winkel, *popt)) / sig_U_i) ** 2)
dof = len(U_i) - len(popt) # Freiheitsgrade
chi2_red = chi2_ / dof
print('Chi2 = ', chi2_)
print('Chi2_red = ', chi2_red)

# Fitwahrscheinlichkeit
prob = round(1 - chi2.cdf(chi2_, dof), 2) * 100
print('Wahrscheinlichkeit = ' + str(prob) + '%')
```

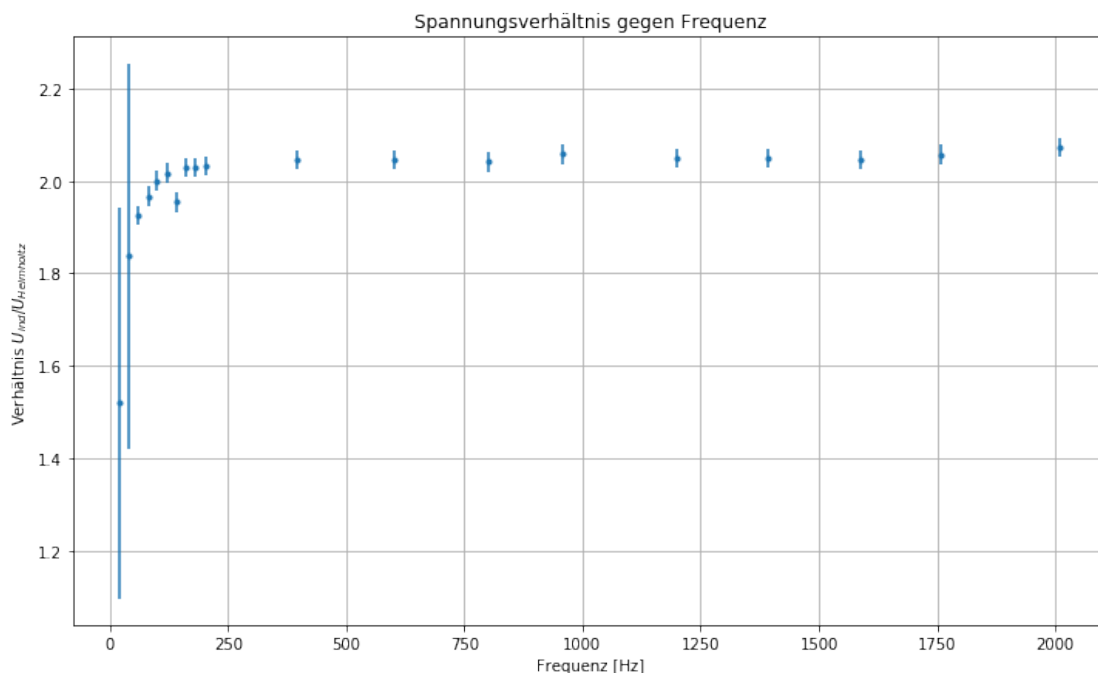
```
Chi2 = 12.219864551183209
Chi2_red = 2.036644091863868
Wahrscheinlichkeit = 6.0%
```

```
[8]: #Verhältnis von induzierter und angelegter Spannung als Funktion von der
      ↳ Frequenz grafisch darstellen
f = np.array([21.83,40.16,60.42,80.8,98.23,121.9,142.8,162.3,181.5,202.7,396.
      ↳ 1,601.4,801.2,957.8,1200,1393,1587,1757,2008])#Hz
sig_f = np.concatenate((np.ones(14)*0.06,np.ones(5)*2))
U_H = np.array([4.74,4.79,4.82,4.84,4.84,4.84,4.85,4.85,4.85,4.84,4.85,4.85,4.
      ↳ 86,4.86,4.88,4.88,4.89,4.91,4.92])#V
sig_U_H = np.ones(len(U_H))*0.01
sig_U_H[f==60] = 0.01
```

```

U_i = np.array([7.2,8.8,9.28,9.52,9.68,9.76,9.48,9.84,9.84,9.84,9.92,9.92,9.
    ↳92,10,10,10,10,10.1,10.2])#V
sig_U_i = np.concatenate((np.array([2.0,2.0]),np.ones(len(U_i)-2)*0.1))
I = np.array([1.311,0.873,0.619,0.475,0.394,0.320,0.275,0.241,0.217,0.193,0.
    ↳099,0.066,0.049,0.041,0.033,0.028,0.0246,0.0222,0.0191])
sig_I = np.concatenate((np.ones(15)*0.01,np.ones(4)*0.001))
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(f,U_i/U_H,xerr=sig_f,yerr =U_i/U_H * np.sqrt((sig_U_H/U_H)**2_
    ↳+(sig_U_i/U_i)**2) ,fmt=".",label="Messungen")
plt.grid()
plt.title("Spannungsverhältnis gegen Frequenz")
plt.xlabel("Frequenz [Hz]")
plt.ylabel("Verhältnis  $U_{ind}/U_{Helmholtz}$ ")
plt.savefig("IndAngFreq.png",format="png")

```



```

[9]: #Widerstand gegen Frequenz grafisch darstellen
R = U_i/I
sig_R = R*np.sqrt((sig_U_i/U_i)**2 + (sig_I/I)**2)
#Plot
plt.figure(figsize=(12,7))
plt.errorbar(f,R,xerr=sig_f,yerr =sig_R ,fmt=".",label="Messungen")
plt.grid()
plt.title("Widerstand gegen Frequenz")
plt.xlabel("Frequenz [Hz]",size=10)

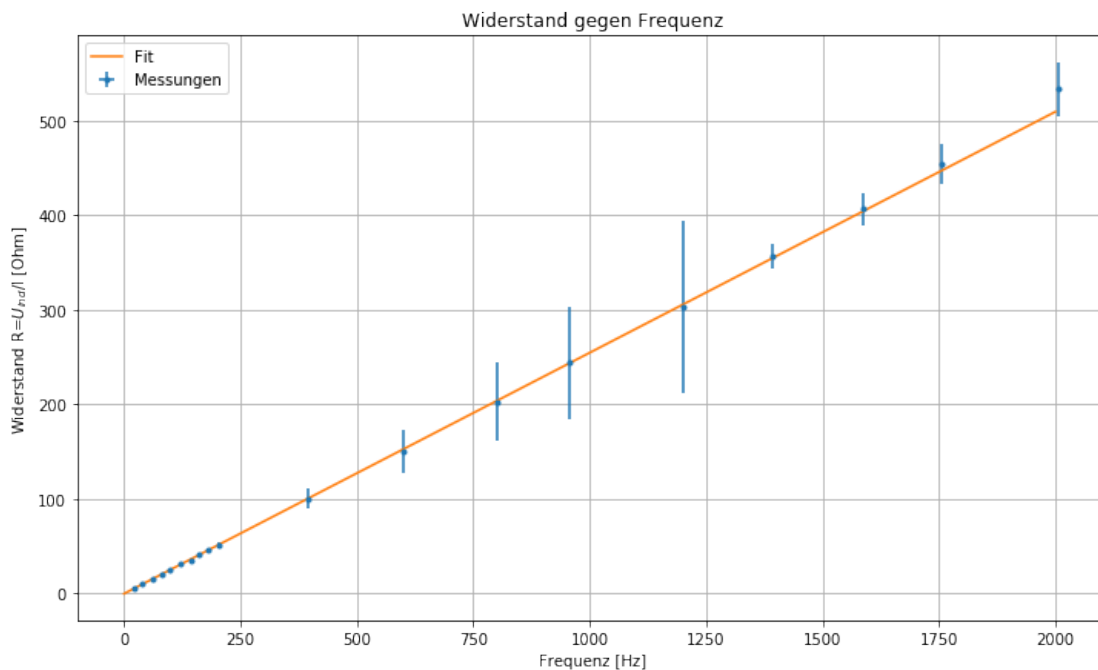
```

```

plt.ylabel("Widerstand R=$U_{ind}$/I [Ohm]",size=10)
#Anpassung einer linearen Funktion
def linear(x,a,b):
    return a*x + b
popt,pcov = curve_fit(linear,f,R,sigma=sig_R,absolute_sigma=True)
x = np.linspace(0,2000,10000)
plt.plot(x,linear(x,*popt),label="Fit")
plt.legend()
plt.savefig("WidFreq.png",format="png")
print("Fitparameter: ",popt[0],"+/-",np.sqrt(pcov[0][0]))

```

Fitparameter: 0.25508727186659425 +/- 0.004549598541724511



```

[10]: # Chi2- und Chi2_red-Berechnung
chi2_ = np.sum(((R - linear(f, *popt)) / sig_R) ** 2)
dof = len(R) - len(popt) # Freiheitsgrade
chi2_red = chi2_ / dof
print('Chi2 = ', chi2_)
print('Chi2_red = ', chi2_red)

# Fitwahrscheinlichkeit
prob = round(1 - chi2.cdf(chi2_, dof), 2) * 100
print('Wahrscheinlichkeit = ' + str(prob) + '%')

```

Chi2 = 2.2946916837986544
Chi2_red = 0.13498186375286203

Wahrscheinlichkeit = 100.0%

```
[11]: #Bestimmung der Induktivität
L = popt[0]/(2*np.pi)
sig_L = np.sqrt(pcov[0][0])/(2*np.pi)
print("L= ",L,"+/-",sig_L)
```

L= 0.040598400237394645 +/- 0.0007240910969991346

```
[12]: #Bestimmung des Betrags des Erdmagnetfeldes ohne Kompensation
U_i = 158e-3 #V
sig_U_i = 10e-3
f = 15.8 #Hz
sig_f = 0.3
B_B = U_i/(N_1*A*4*np.pi*f)
sig_B_B = B_B*np.sqrt((sig_U_i/U_i)**2 + (sig_f/f)**2)
print("Betrag des Erdmagnetfeldes B= ",B_B,"+/-",sig_B_B)
#Bestimmung der vertikalen B-Feld-Komponente
I = 0.46e-3 #A
sig_I = 1e-3
B_ver = 8*mu_0*N*I/(np.sqrt(125)*r)
sig_B_ver = 8*mu_0*N*sig_I/(np.sqrt(125)*r)
print("Vertikales B= ",B_ver,"+/-",sig_B_ver)
#Bestimmung horizontale B-Feld-Komponente
U_R = 58e-3
sig_U_R = 1e-3
f = 15.8
sig_f = 0.5
B_hor = U_R/(2*np.pi*A*N_1*f)
sig_B_hor = B_hor*np.sqrt((sig_U_R/U_R)**2 + (sig_f/f)**2)
print("Horizontales B= ",B_hor,"+/-",sig_B_hor)
#Bestimmung Inklinationwinkel
alpha = np.rad2deg(np.arctan(np.rad2deg(B_ver/B_hor)))
sig_alpha = np.sqrt((B_hor*sig_B_ver/(B_hor**2 +B_ver**2))**2 + (B_ver*sig_B_hor/
↪ (B_hor**2 +B_ver**2))**2)
print("Inklinationwinkel ",alpha,"+/-",sig_alpha)
```

Betrag des Erdmagnetfeldes B= 4.770831627454896e-05 +/- 3.152464841331245e-06

Vertikales B= 3.48904866184327e-07 +/- 7.584888395311458e-07

Horizontales B= 3.502635878384608e-05 +/- 1.2622652383001426e-06

Inklinationwinkel 29.71492460374635 +/- 0.021655627735261085

```
[13]: #Vergleich mit Literaturwerten
literatur_Vergleich("Betrag ",B_B,sig_B_B,48908.7e-9,0)
literatur_Vergleich("Horizontal ",B_hor,sig_B_hor,20446.2e-9,0)
literatur_Vergleich("Vertikal ",B_ver,sig_B_ver,44429.9e-9,0)
literatur_Vergleich("Inklination ",alpha,sig_alpha,65,0)
```


Betrag :
Absolute Abweichung: 1.2003837254510405e-06
Prozentualer Fehler 0.025160890578136193
Sigma: 0.38077624521393044
Horizontal :
Absolute Abweichung: 1.4580158783846076e-05
Prozentualer Fehler 0.4162624746072763
Sigma: 11.55078848838519
Vertikal :
Absolute Abweichung: 4.4080995133815674e-05
Prozentualer Fehler 126.3410155779473
Sigma: 58.11686716585575
Inklination :
Absolute Abweichung: 35.285075396253646
Prozentualer Fehler 1.1874529673820888
Sigma: 1629.372088752718

[]: