

Versuch 233

Fourieroptik

Viktor Ivanov

21. Februar 2024

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	2
1.1 Motivation	2
1.2 Physikalische Grundlagen	2
1.2.1 Beugung	2
1.2.2 Kurze Erinnerung von Fourierreihen und Fourierintegralen	2
1.3 Fourierdarstellung der Fraunhoferschen Beugung	3
1.4 Fouriertransformierte des Einzelpalts	5
1.5 Fouriertransformierte des Doppelpalts	6
2 Messprotokoll und Durchführung des Versuchs	6
3 Auswertung	16
3.1 Einzelpalt	16
3.2 Begungsstruktur des Doppelpalts	20
3.3 Betrachtung der Objektbilder	21
3.4 Fourierbild des Doppelpalts	24
4 Zusammenfassung und Diskussion	26
4.1 Zusammenfassung	26
4.2 Diskussion	27
5 Anhang	28
5.1 Quellen	28
5.2 Python-Code	28

1 Einleitung

1.1 Motivation

Das Ziel dieses Versuchs ist zu lernen, Objekt- und Beugungsbilder identifizieren zu können, ein Gefühl für die Intensitätsverhältnisse bei Einzel- und Doppelspalt zu bekommen und FFT-s bei Einzel- und Doppelspalt besser zu verstehen.

1.2 Physikalische Grundlagen

1.2.1 Beugung

Die Beugung, die wir kennen ist die Fresnelschen Beugung. Die in Abbildung 1 a) zu sehen ist. Das ist der allgemeine Fall, wo die Lichtquelle in einem endlichen Abstand von dem Spalt sich befindet. Die Fraunhofersche Beugung ist ein idealer Fall von Beugung, wo die Lichtbündel parallel zum Spalt fallen. Das passiert, wenn das Licht in einem unendlichen Abstand sich befindet, aber wir können diesen Effekt reproduzieren, wobei wir eine Linse verwenden, um das Licht parallel zu machen. Um ein Bild bei der Fraunhofersche Beugung zu beobachten, braucht man noch eine Linse, um die Beobachtungsebene aus dem Unendlichen auf einen endlichen Abstand zu verlegen, Abbildung 1 b), unten. Die Größe der Struktur hängt von der Brennweite der verwendeten Linse ab. Eine Detailansicht von der Fraunhoferschen Beugung findet man in Abbildung 2. Die Lichtbündel laufen in einer bestimmten Richtung α und folgende Amplitude ist beobachtet:

$$E_\infty(\alpha) = \int_{-d/2}^{+d/2} E_0 e^{i(\omega t - kl)} dy \quad (1)$$

Wobei hier d der Spaltenabstand ist, E_0 die Amplitude des Lichts, die Phase $\phi = \omega t$ und Wellenlänge λ . $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ist der Betrag des Vektors. l ist definiert als:

$$l = R + y \sin \alpha \quad (2)$$

Wenn wir den Integral ausführen, erhalten wir, dass:

$$E_\infty(\alpha) = E_0 e^{i(\omega t - kl)} \frac{\sin x}{x} d \quad (3)$$

Durch Quadrieren der Gleichung bestimmen wir die Intensität:

$$I_\infty \propto \frac{\sin^2 x}{x^2} \quad (4)$$

Wobei hier die sinc Funktion gegeben ist durch:

$$\text{sinc } x = \frac{\sin x}{x} \quad (5)$$

1.2.2 Kurze Erinnerung von Fourierreihen und Fourierintegralen

Eine Funktion kann von ihren Basisfunktionen dargestellt werden. Für periodische Funktionen ist die Fourier-Reihe sehr nützlich, was der Form

$$f(x) \sim \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \left(\frac{2\pi}{T} nx \right) + b_n \sin \left(\frac{2\pi}{T} nx \right) \right) \quad (6)$$

hat. Wobei hier T die Amplitude ist. Die Koeffizienten kann man so darstellen:

$$a_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cdot \cos \left(\frac{2\pi}{T} nx \right) dx \quad \text{für } n \geq 0 \quad (7)$$

$$b_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(x) \cdot \sin \left(\frac{2\pi}{T} nx \right) dx \quad \text{für } n \geq 1 \quad (8)$$

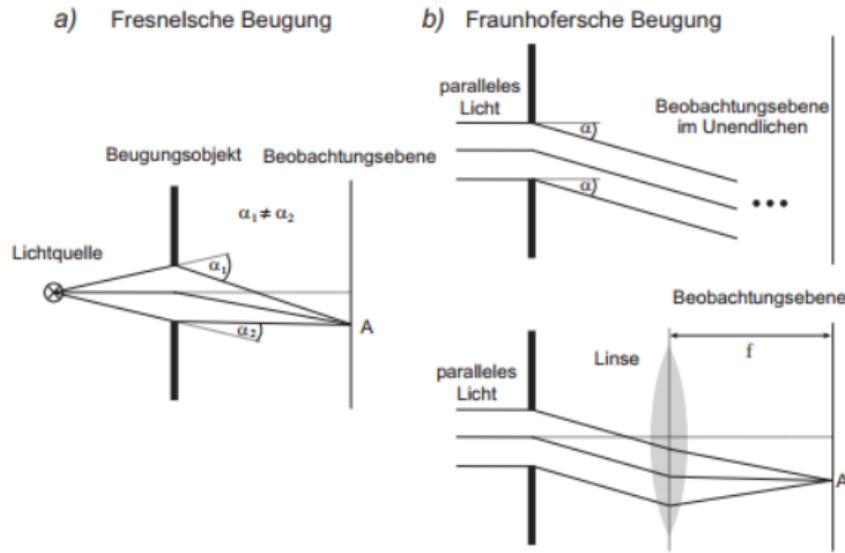


Abbildung 1: a) Fresnelsche Beugung. b) Fraunhofersche Beugung

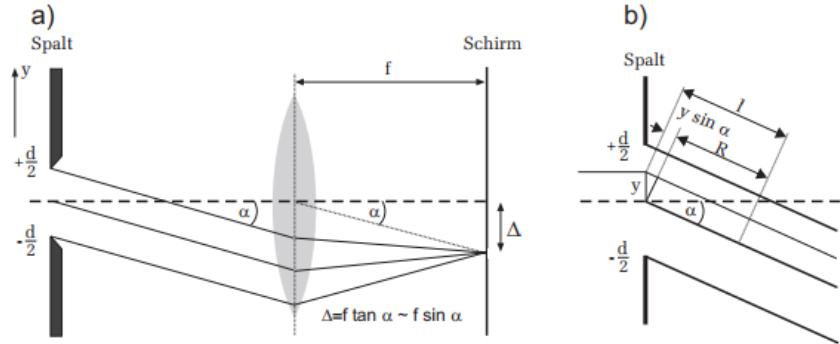


Abbildung 2: Detaillierte Bild von der Fraunhoferschen Beugung

Fourier-Reihen können nur periodische Funktionen approximieren, aber man kann aus einer periodischen Funktion eine nichtperiodische erhalten, wobei die Periode gegen unendlich geht. Wenn die Fourierreihe in ein Integral übergeht kann ein nichtperiodisches Signal fouriertransformiert werden.

Die kontinuierliche Fouriertransformation ist definiert durch:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(k) e^{ikx} dk \quad (9)$$

Die Rücktransformation kann man so durchführen:

$$F(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx \quad (10)$$

1.3 Fourierdarstellung der Fraunhoferschen Beugung

Jetzt formulieren wir die Fraunhoferschen Beugung etwas allgemeiner. Wir können eine beliebige Öffnung nehmen und es mit Licht bestrahlen, wie in Abbildung 3 zu sehen ist. Um die elektrische Feldstärke auf Punkt P zu bestimmen, nehmen wir ein differentielles Flächenelement $dS(x = 0, y, z)$ und betrachten die davon ausgehende

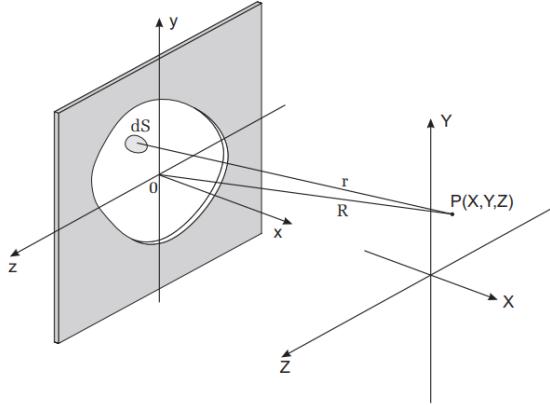


Abbildung 3: Beugung an einer beliebigen Öffnung

Welle. Für die Feldstärke am Ort P gilt:

$$dE = \epsilon \frac{e^{ikr}}{r} dS \quad (11)$$

Wobei ϵ die Quellstärke pro Einheitsfläche bezeichnet.

Der Abstand zwischen dS und $P(X, Y, Z)$ ist:

$$r = \sqrt{[X^2 + (Y - y)^2 + (Z - z)^2]} \quad (12)$$

Wenn die Öffnung viel kleiner als der Abstand OP ist, dürfen wir die Näherung $R=OP$ verwenden. Da $R = \sqrt{[X^2 + Y^2 + Z^2]}$ sehen wir, dass der Abstand zwischen dS und $P(X, Y, Z)$ auch durch

$$r = R \sqrt{[1 + (y^2 + z^2)/R^2 - 2(Yy + Zz)/R^2]} \quad (13)$$

dargestellt werden kann. Im Fernfeld ist R viel größer als den Dimensionen der Öffnung und der Term $(y^2 + z^2)/R^2$ ist vernachlässigbar. Für den Abstand bekommen wir dann:

$$r = R \left[1 - \underbrace{2(Yy + Zz)/R^2}_{\xi} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

Wenn wir dann die Relation $\sqrt{1 - \xi} = 1 - \xi/2$, die für kleine ξ gilt verwenden, erhalten wir endlich für den Abstand:

$$r = R [1 - (Yy + Zz)/R^2] \quad (15)$$

Wenn wir 15 in 11 ersetzen, erhalten wir für die elektrische Feldstärke am Ort P schließlich:

$$E(R) = \epsilon \frac{e^{ikR}}{R} \int \int e^{-\frac{ik}{R}(Yy + Zz)} dy dz \quad (16)$$

Bis jetzt haben wir ϵ als eine Konstante berücksichtigt, was aber nicht der Fall ist. Wegen der Inhomogenität der Transmission hängt die Quellstärke ϵ vom Betrag und von der Phase vom Ort ab. Für ϵ gilt:

$$\epsilon(y, z) = A(y, z) = A_0(y, z) e^{i\varphi(y, z)} \quad (17)$$

Wobei hier ist $A(y, z)$ die Öffnungsfunktion. Das elektrische Feld kann als

$$E(Y, Z) = \iint_S A(y, z) \underbrace{e^{-\frac{ik}{R}(Yy + Zz)}}_{const} dy dz \quad (18)$$

dargestellt werden.

Schließlich gilt es für das elektrische Feld:

$$E(k_y, k_z) = \iint_S A(y, z) e^{-i(k_y y + k_z z)} dy dz \quad (19)$$

Wobei hier sind k_y und k_z die Raumfrequenzen:

$$k_y = k \frac{Y}{R} = k \sin \phi \quad (20)$$

$$k_z = k \frac{Z}{R} = k \sin \theta \quad (21)$$

1.4 Fouriertransformierte des Einzelpalts

In Abbildung 4 sehen wir eine Einzelpaltpunktfunction. Die Fouriertransformierte davon beträgt:

$$F(k_y) = \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ik_y y} dy = -\frac{1}{ik_y} e^{-ik_y y} \Big|_{-d/2}^{d/2} = \frac{1}{ik_y} \left(e^{ik_y d/2} - e^{-ik_y d/2} \right) \quad (22)$$

Wenn wir die Eulersche Formel verwenden, erhalten wir:

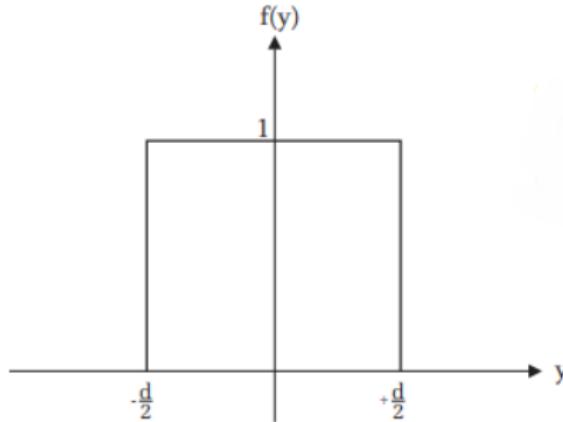


Abbildung 4: Einzelpaltpunktfunction

$$F(k_y) = d \frac{\sin(k_y d/2)}{(k_y d/2)} \equiv \text{sinc}(k_y d/2)d \quad (23)$$

Die Nullstellen dieser Funktion liegen am:

$$k_y = \frac{2\pi n}{d} \quad (24)$$

Für die Intensität I erhalten wir:

$$I(k_y) = F(k_y)^2 = d^2 \frac{\sin^2(k_y d/2)}{(k_y d/2)^2} \quad (25)$$

Mithilfe des Fouriertheorems bekommen wir aus 23 Rückwärts wieder die Spaltfunktion:

$$f(y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(k_y) e^{ik_y y} dk_y \quad (26)$$

Wenn wir $F(k_y)$ in 26 einsetzen, und ein Symmetieargument benutzen, erhalten wir:

$$f(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{+\infty} \frac{\sin(k_y d/2)}{(k_y d/2)} \cos(k_y y) dk_y \quad (27)$$

Das ist ein analytisch nicht lösbares Integral, aber wir können die obere Grenze anders setzen, damit wir es lösen können. Unser modifiziertes Integral lautet:

$$f_{\text{mod}}(y) = \frac{d}{\pi} \int_0^{k_{y,n}} \frac{\sin(k_y d/2)}{(k_y d/2)} \cos(k_y y) dk_y \quad (28)$$

1.5 Fouriertransformierte des Doppelspalts

Wenn wir ein Doppelspalt mit der Spaltbreite d und Spaltabstand g betrachten, haben wir eine Öffnungsfunktion wie in Abbildung 5, deren Fouriertransformierte so aussieht:

$$F(k_y) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(y) e^{-ik_y y} dy \quad (29)$$

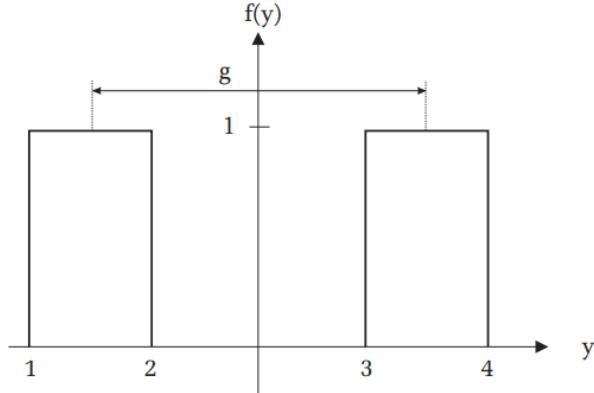


Abbildung 5: Doppelspaltfunktion

Wenn wir das Integral für beide Einzelspalte berechnen, erhalten wir für die Fouriertransformierte:

$$F(k_y) = 2 \cos(k_y g/2) d \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \quad (30)$$

Für die Intensität ergibt sich:

$$I(k_y) = 4 \cos^2(k_y g/2) d^2 \frac{\sin^2(k_y d/2)}{(k_y d/2)^2} \quad (31)$$

Analog zu dem Einzelspalt-Fall erhalten wir das modifizierte Bild des Doppelspalts:

$$F_{\text{mod}}(y) = 2 \frac{\pi}{d} \int_0^{k_{y,n}} \cos(k_y g/2) \frac{\sin(k_y d/2)}{k_y d/2} \cos(k_y y) dk_y \quad (32)$$

2 Messprotokoll und Durchführung des Versuchs

Das Messprotokoll befindet sich auf der nächsten Seite.

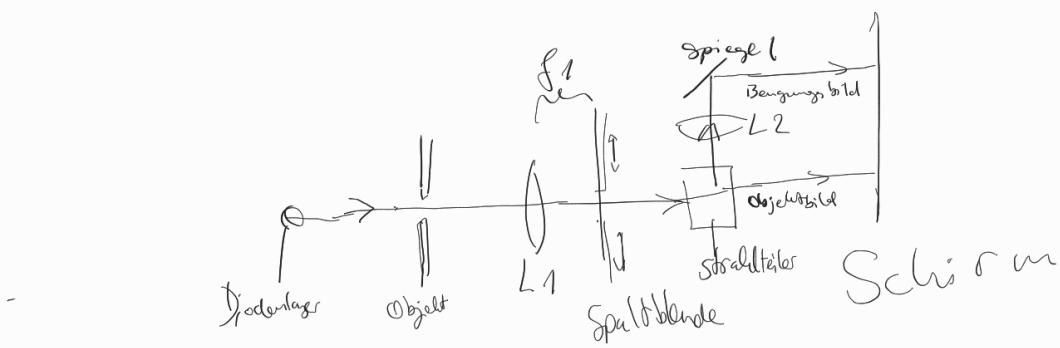
27.11.23.

Messprotokol
Versuch 233
Foucaultoptik

Viktor Ivanov
Dame Dcontsay

I. Messaufbau

- Diodenlaser 532nm
- Beugungsobjekte: Spalte, Doppelspalte, Gitter, Kreuzgitter, Spalt mit gaußförmigem Transmissionprofil
- Verschiedene sphärische Linsen
- Strahlteiler
- Gravfilter
- Spiegel
- Verschiedene Fester Ränder
- Feinjustierbare Verschieberinge
- Symmetrisch öffnender Analysierspalt
- Verschiedene schmale Metallstreifen als Modellblenden
- CMOS-Kamera mit PC und Monitor zur Aufnahme von Beugungsbildern und Objektbildern
- Fehler der Uhr am Spalt: 0,02 mm



Skizze 1: Versuchsaufbau

II. Durchführung

- Einfachspaltblende wird auf Höhe zwischen Lichtquelle und Linse 1 (L_1) platziert.
- Die Linse 2 (L_2) hinter dem Strahlteiler und der Spiegel wird so verstellt, dass der Strahl vom Beugungsbild parallel zu den vom Objektbild bis zum Schirm verläuft und die Bilder schärfer sind.

II-1 Quantitative Bedachtnahme am Einfachspalt

- Es wird das Beugungsbild auf den Kamerausensor abgebildet und durch Verstellung von L_2 scharf gestellt
- Es wird die Belichtungszeit so eingestellt, dass das Hauptmaximum nicht in Sättigung liegt und Bild 1 aufgenommen

- Es wird Bild 2 aufgenommen
und ist hier das Stampfmaximum
in Sättigung
- Platziieren Cursor auf S. Minimum und messen Pixelzahl ab.
Vomieren Spaltbreite, bis Maximum dann verschwindet und messen Spaltbreite.

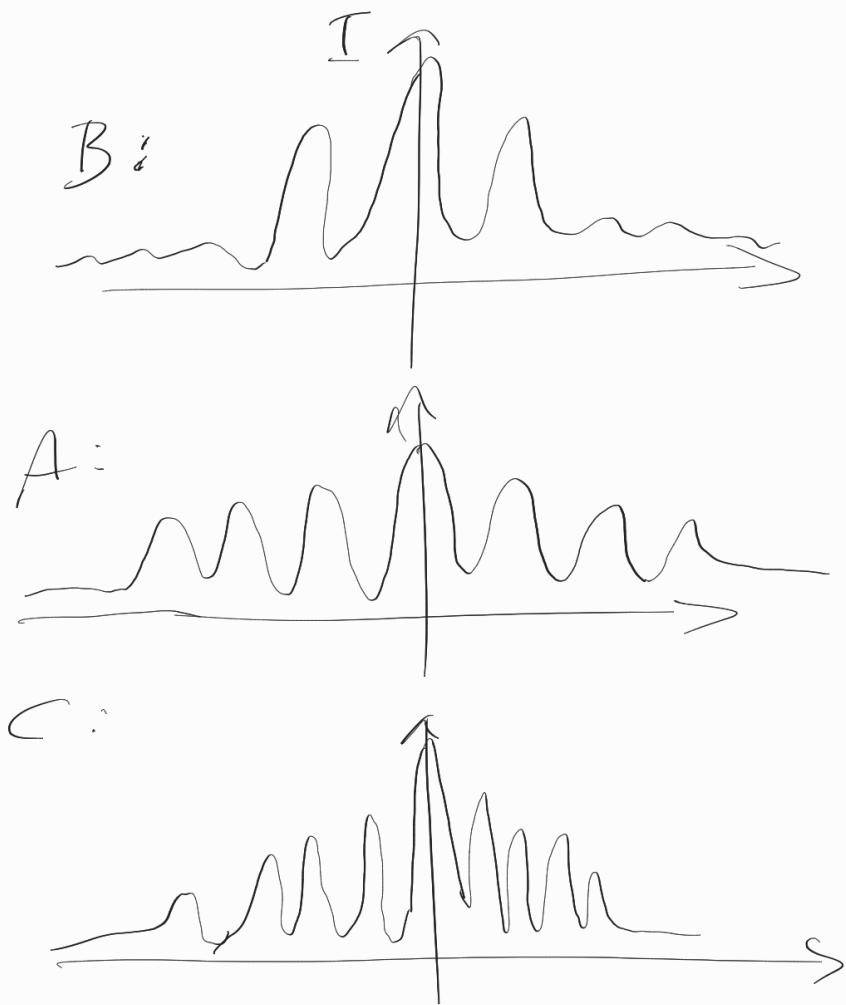
Tabelle 1: Pixelzahl & Spaltbreite

Messung	Pixel	Spaltbreite [mm]
1	884	1,69
	809	0,89
2	807	0,89
	734	0,711
3	734	0,711
	658	0,517
4	658	0,517
	580	0,249

Auswertung der Messdaten von
den Bildern mit Gwyddion

I.2 Doppelspalt

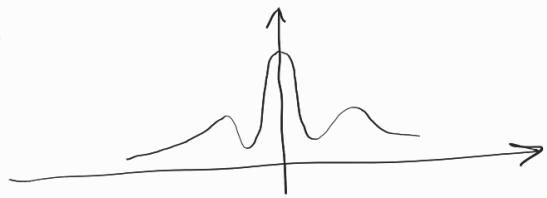
- Wie kennt man einen Doppelspalt?
- Muster / Strukturen für λ -
verschiedene Doppelspalte
zeichnen



Skizze 2: Doppelspaltmuster



Dieser Mehrfachspalt liefert dasselbe Bild wie ein Einfachspalt, der der Realisierung des Sensors kleiner ist als der Abstand der Spalte



- Wir haben nachjustiert, da L_2 bewegt wurde.

Tab 2: 2. Erfassung

Mess. Nr.	Pixel	Spaltbreite [mm]
1	983	1,281
	908	1,071
2	908	1,071
	833	0,92
3	833	0,92
	757	0,727
4	757	0,727
	678	0,551
5	678	0,551
	603	0,371

04.12.23 / Versuchsteil 2

3. Wir stellen das Beugungsbild scharf, indem wir Linse 2 verschieben. (Beobachter auf Schirm)

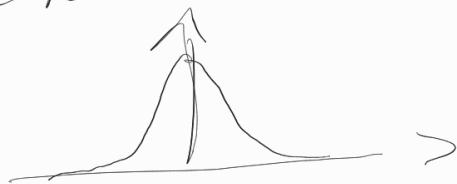
Wir stellen das Spaltbild scharf, indem wir den Spalt entlang der Schiene verschieben und das Bild auf dem Monitor beobachten.

Wir öffnen langsam den Analysespalt:
Beobachtungen

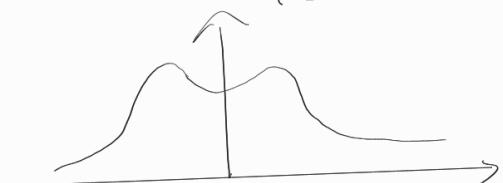
Tabelle 3: Beobachtungen beim Schließen des Spalts

Max. Ord.	Spaltbild	Beugungsbild
0	einheitl. Helligkeit	Wir sehen das Maximum 0.-Ordnung
± 1	Seitlich 2 höhere Intensitäten, eine kleinere in der Mitte	Wir sehen das Maximum 1.-Ordnung
± 2	Seitlich und mittig höhere Intensitäten, kleinere dazwischen	Wir sehen das Maximum 0.-Ordnung
± 3	Seitlich und mittig höhere Intensitäten, kleinere dazwischen	Wir sehen das Maximum 0.-Ordnung

0. Ord.



$\pm 1.$ Ord.



$\pm 2.$ Ord.



$\pm 3.$ Ord.



Skizze 3: Muster bei Schieben des Spalts

Während der Analyzerspalt geöffnet wird werden Bilder aufgenommen und diese mit dem Programm Gwyddion verbessert, indem es die Förenden Strukturen entfernt durch eine Fourier Transformation und Filtrierung entfernen,

- Messung der Bildweite b wird aus der Differenz von der Position der Linse und der fokussierenden Linsen abgeschätzt, also schließt man a gesetzt, also Fehler der Fehler mit $\sqrt{2}$. Fehler der Fokusmessung. $b = (31 \pm \sqrt{2} 0,5) \text{ cm}$

Länge der Kamera: $L_K = 10,6 \text{ cm}$

Brennweite $f_1 = 80 \text{ mm}$ (Hesteler)

In den Tabellen zur Analyse ist die linke Spalte die Position in x-Richtung und die zweite die Höhe der Intensität

$$0,2 \cdot 10^3 \text{ Pix}$$

$$3, \frac{45 \mu\text{m}}{1 \text{ Pix}} \cdot 0,2 \cdot 10^3 \text{ Pix} = 0,69 \text{ mm}$$

• Spaltbreite wird bestimmt, indem das Spaltbild bei ganz geöffnetem Analysenzahl beobachtet wird, Spaltabstand: $d_{sp} = 0,69 \text{ mm}$

Doppelspalt

Wer benutzen den Doppelspalt und messen die Spaltweite mit weit geöffneter linker Spalt:

$$b_1 = 760 - 480 = (28 \pm 10) \text{ Pixel}$$

rechter Spalt:

$$b_2 = 1120 - 960 = (160 \pm 10) \text{ Pixel}$$

$$\Delta b_i = \sqrt{\Delta a_i^2 + \Delta a_s^2}; \Delta b_s = \sqrt{\Delta a_s^2 / m_s}$$

$$\Delta d = \frac{1}{2} \sqrt{\Delta b_1^2 + \Delta b_2^2}$$

$$\rightarrow d = \frac{b_1 + b_2}{2} = (121 \pm 14) \text{ pix}$$

$$\Delta g = \sqrt{\Delta a_g^2 + \Delta g_s^2}$$

$$g = 960 - 760 = 200 \pm 10 \text{ pix}$$

$$\text{Spaltbreite} : d = (144 \pm 14) \text{ pix}$$

$$\text{Spaltabstand} : g = (200 \pm 10) \text{ pix}$$

Analysespalt Doppelspalt
öffnung bei Bild 1:
Bild 2:

$$S_1 = (0,1 \pm 0,02) \text{ mm}$$

$$S_2 = (0,05 \pm 0,02) \text{ mm}$$

3 Auswertung

3.1 Einzelpalt

In diesem Teil wollen wir sowohl die Lagen von den Maxima und Minima, als auch die gemessenen Intensitätsverhältnisse mit den theoretischen Werten vergleichen.

Zuerst wollen wir die Eichung bestimmen und feststellen, wie viele Pixel auf der Kamera 1 mm in der Fourierebene entsprechen. Wir sollen die Öffnung des Spaltes gegen den Ort während eines Minimumzustands plotten. Der Diagramm ist in Abbildung 6 dargestellt.

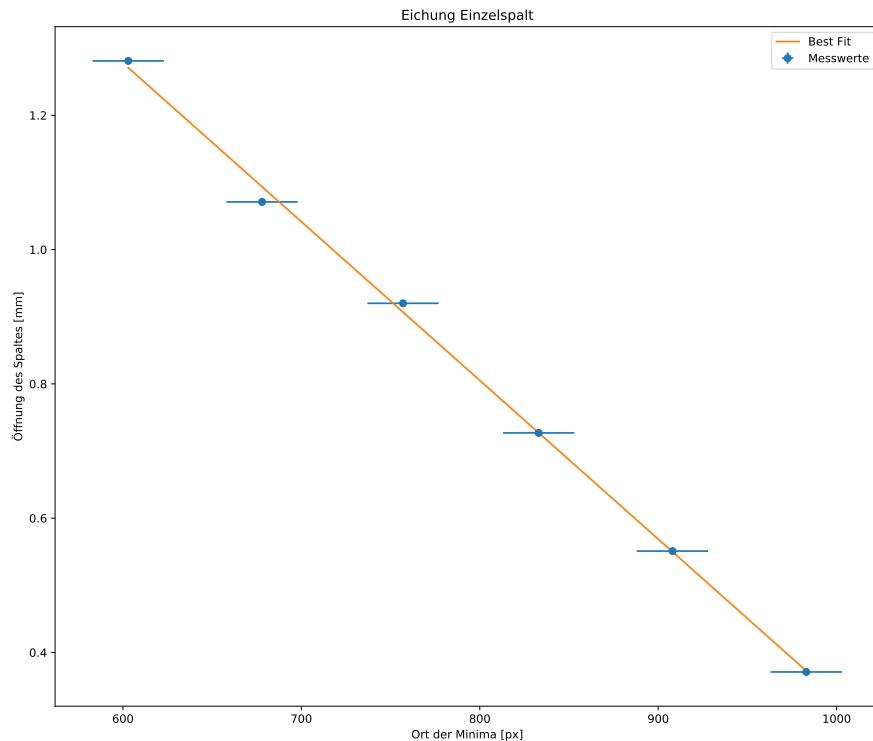


Abbildung 6: Eichungsgesetz

Der Betrag der Steigung entspricht der Eichung. Die Eichung beträgt:

$$|E| = (2,36 \pm 2 - 10^{-6}) \frac{\mu m}{px} \quad (33)$$

Jetzt sollen wir die Minima und Maxima gegen die Ordnungszahl plotten. Wir haben die Daten nicht richtig während des Versuchs gespeichert, deshalb habe ich Gwyddion auf meinem PC heruntergeladen und die Daten noch einmal ausgewertet.

Wir haben die Minima und Maxima von der linken Seite des Hauptmaximums in Abbildung 7 dargestellt und von der rechten in Abbildung 8. Um die Steigung $\frac{s}{n}$ zu bestimmen, verwenden wir folgende Formel:

$$\left| \frac{s}{n} \right| = \frac{|(\frac{x}{n})_1| - |(\frac{x}{n})_2|}{2} \quad (34)$$

Nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung erhalten wir für den Fehler der Steigung:

$$\Delta \left| \frac{s}{n} \right| = \sqrt{\left(\Delta \left(\frac{x}{n} \right)_1 \right)^2 + \left(\Delta \left(\frac{x}{n} \right)_2 \right)^2} \quad (35)$$

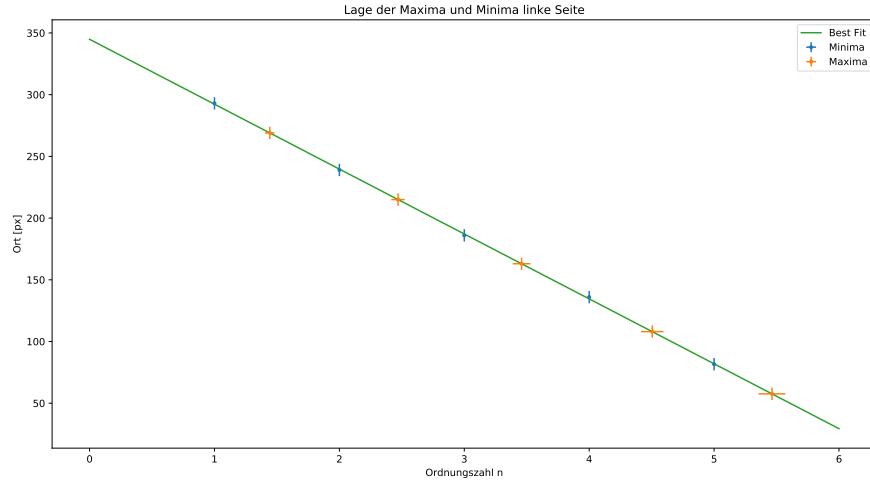


Abbildung 7: Minima und Maxima gegen Ordnungszahl, linke Seite

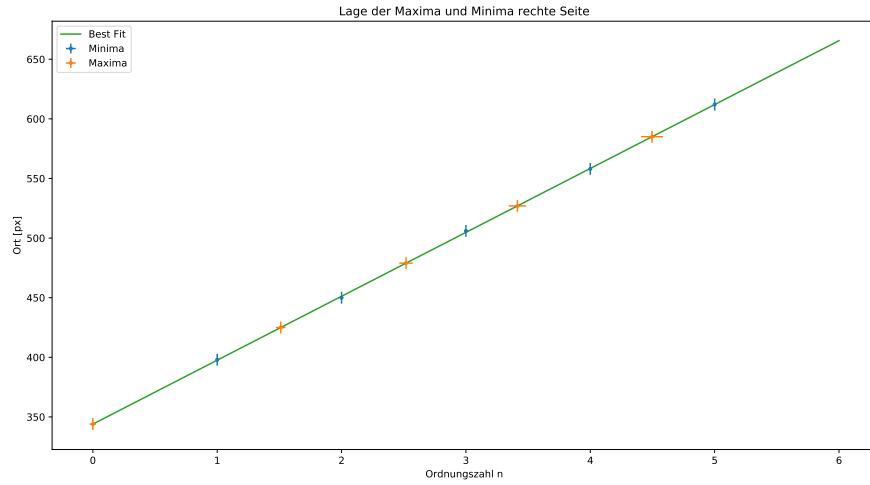


Abbildung 8: Minima und Maxima gegen Ordnungszahl, rechte Seite

Wenn wir den Mittelwert von beiden Steigungen berechnen erhalten wir:

$$\left| \frac{s}{n} \right| = (53,09 \pm 0,184) px = (125,3 \pm 0,4) \mu m \quad (36)$$

Mithilfe der Steigung können wir die Spaltweite des Beugungsspalts bestimmen. Wir wissen, dass für den Abstand von der Mitte des Spalts s gilt:

$$s = f \tan \alpha \quad (37)$$

Wobei f die Brennweite ist. Für kleine Winkel können wir folgende Näherung verwenden:

$$s = f \sin \alpha \quad (38)$$

Für Minima am Einzelpunkt gilt die Beziehung:

$$\sin \alpha = n \frac{\lambda}{d} \quad (39)$$

Daraus folgt, dass:

$$s = f n \frac{\lambda}{d} \quad (40)$$

$$\Rightarrow \frac{s}{n} = \frac{\lambda f}{d} \quad (41)$$

Dabei lautet die Formel für die Spaltbreite:

$$d = \left(\frac{s}{n} \right)^{-1} \lambda f \quad (42)$$

Die Brennweite beträgt $f_1 = 80\text{mm}$ (vom Hersteller). Die Wellenlänge (von der Praktikumsanleitung) beträgt $\lambda = 532\text{nm}$.

Der Fehler der Spaltbreite beträgt:

$$\Delta d = \frac{dn}{s} \Delta \left(\frac{s}{n} \right) \quad (43)$$

Für die Spaltbreite erhalten wir:

$$d = (339,7 \pm 1,0)\mu\text{m} \quad (44)$$

Die Gerade der Minima kann man so berechnen:

$$p = mn + c \quad (45)$$

Wobei $m = \frac{x}{n}$.

Der Fehler beträgt:

$$\Delta c = \sqrt{p^2 + m^2} \quad (46)$$

Wir erhalten:

$$c = (345 \pm 5)\text{pix} \quad (47)$$

Nach Umformung gilt für die experimentellen Positionen der Maxima n_{exp} :

$$n_{exp} = \frac{x - c}{m} \quad (48)$$

Wobei x die Lage der Maxima ist. Um die Lagen der Maxima und Steigungen zu bestimmen haben wir das Diagramm, das in Abbildung 9 dargestellt ist, verwendet. Der Fehler beträgt:

$$\Delta n_{exp} = \sqrt{\frac{(\Delta x)^2 + (\Delta c)^2}{(x - c)^2} + \left(\frac{\Delta m}{m} \right)^2} \quad (49)$$

Um die theoretischen Positionen der Maxima zu bestimmen, sollen wir Folgendes berechnen:

$$n_{theo} = n + \frac{1}{2} - \frac{1}{(n + \frac{1}{2}\pi^2)} \quad (50)$$

Tabelle 4: Theoretische und experimentelle Ordnungen der Maxima

Ordnung der Minima	n_{exp}	Δn_{exp}	n_{theo}	σ - Abweichung [σ]
1	1.50	0.13	1.43	0.54
2	2.52	0.13	2.46	0.46
3	3.43	0.13	3.47	0.31
4	4.53	0.13	4.48	0.38

Die experimentellen und theoretischen Ergebnisse und ihre Abweichungen sind in Tabelle 4 dargestellt.
Die Abweichung haben wir mithilfe der folgenden Formel berechnet:

$$Abw = \frac{|n_{theo} - n_{ex}|}{\Delta n_{ex}} [\sigma] \quad (51)$$

Alle Werte liegen innerhalb der 1σ -Bereich und die relativen Fehler liegen zwischen 2,9% und 8,6%. Die Abweichungen sind insignifikant, aber die relativen Fehler sind zu hoch. Wir sehen, dass die Maxima nicht genau zwischen den zwei Minima liegen, aber sie liegen näher an der Mitte mit jeder nächsten Ordnung.

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

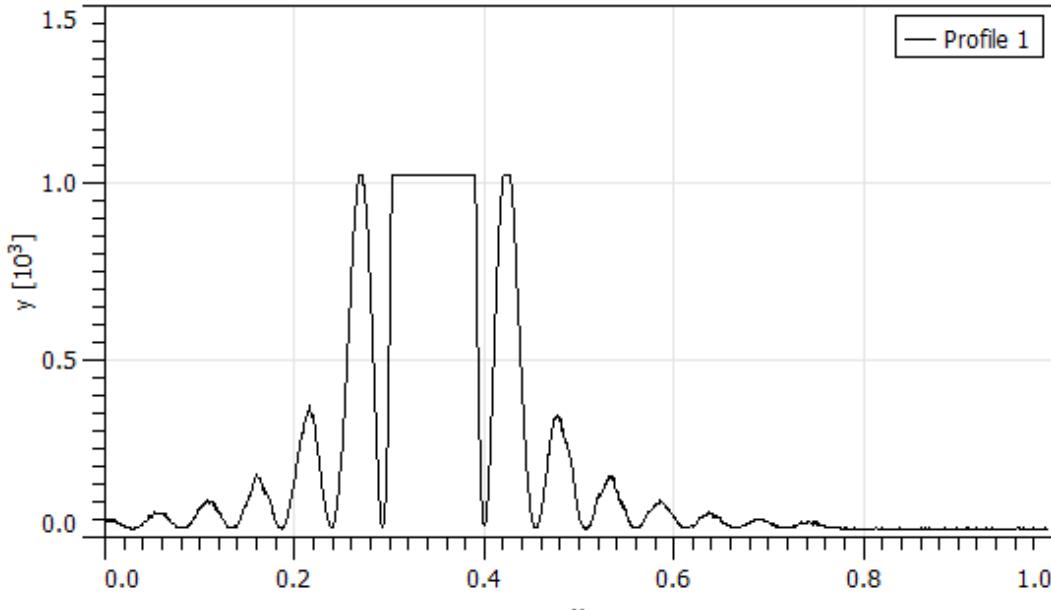


Abbildung 9: Nebenmaximadiagramm

Jetzt ermitteln wir die Intensitätsverhältnisse der gemessenen Nebenmaxima relativ zum Maximum 0-ter Ordnung.
Das Verhältnis zwischen dem Hauptmaximum und dem ersten Nebenmaximum ist gegeben durch:

$$u = \frac{I_0 - I_{grund}}{I_1 - I_{grund}} = \frac{1010 - 21}{67 - 21} = 21,5 \quad (52)$$

Die Intensitäten von linken und rechten Peaks sind gleich. Der Fehler beträgt:

$$\Delta u = \sqrt{\left(\frac{\Delta I_1}{I_2 - I_{grund}} \right)^2 + \left(\frac{I_1 - I_{grund}}{(I_2 - I_{grund})^2} \Delta I_2 \right)^2 + \left(\frac{I_1 - I_2}{I_2 - I_{grund}} \Delta I_{grund} \right)^2} \quad (53)$$

Ich habe einen Fehler von 3 pix jeder Messung gewählt, dabei das Verhältnis beträgt:

$$u = 21,5 \pm 1,9 \quad (54)$$

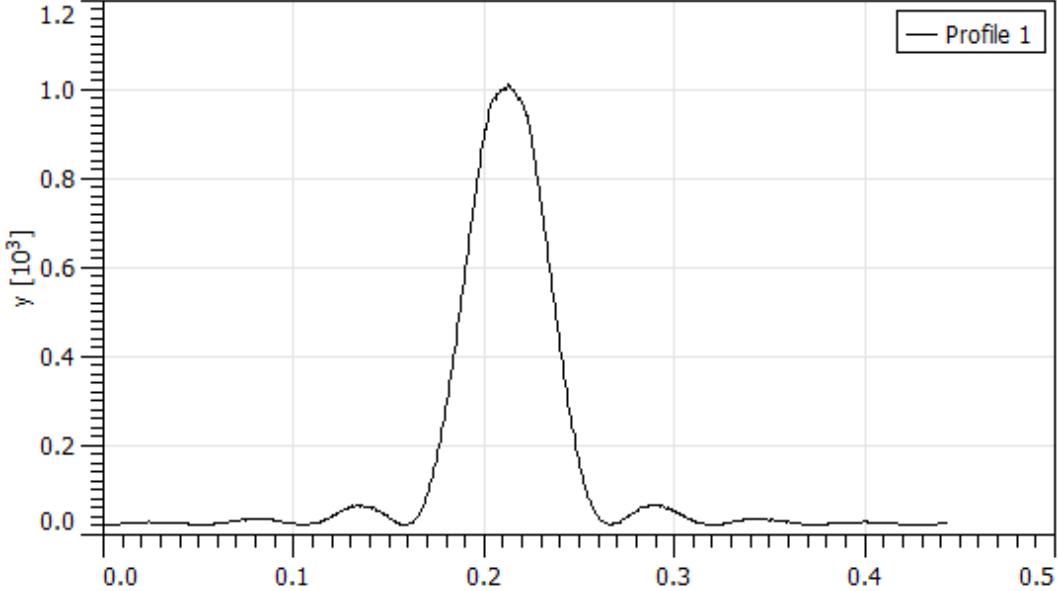


Abbildung 10: Hauptmaximumdiagramm

Ich habe aus Diagrammen 9 und 10 die Verhältnisse zwischen den Nebenmaxima berechnet und die mit dem Verhältnis u^{-1} multipliziert und damit die experimentellen Verhältnisse bestimmt. Die habe ich in Tabelle 5 mit den theoretischen Werten verglichen.

Die theoretischen Werte habe ich mit der folgenden Formel berechnet:

$$I(x) = \text{sinc}(x_n)^2 \quad (55)$$

Wobei für die Extrema gilt:

$$x_n = \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi - \frac{1}{(n + \frac{1}{2})\pi} \quad (56)$$

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

Tabelle 5: Theoretische und experimentelle Intensitätverhältnisse

Ordnung der Maxima	u_{exp}	Δu_{exp}	u_{theo}	σ - Abweichung [σ]
0	1	0	1	0
1	0.047	0.004	0.047	0.17
2	0.0152	0.0014	0.0165	0.97
3	0.0061	0.0006	0.0083	3.6
4	0.0033	0.0004	0.0050	4.2

3.2 Begungsstruktur des Doppelspalts

In diesem Abschnitt haben wir einen Doppelspalt verwendet. In Aufgabe 4 im Messprotokoll haben wir die Spaltbreite $d = (144 \pm 14)\text{pix}$ berechnet und den Spaltabstand $g = (200 \pm 10)\text{pix}$. Das Verhältnis v kann man mithilfe folgender Formel berechnen:

$$v = \frac{g}{d} \quad (57)$$

Mit dem Fehler

$$\Delta v = v \sqrt{\frac{\Delta g^2}{g^2} + \frac{\Delta d^2}{d^2}} \quad (58)$$

Das Endergebnis beträgt:

$$v = 1.39 \pm 0,17 \quad (59)$$

Die theoretischen Werte des Doppelspalts berechnet man mit dieser Formel:

$$I(x) = \frac{\sin(x)^2}{x^2} \cos\left(\frac{gx}{d}\right)^2 \quad (60)$$

In Abbildung 11 ist die experimentelle Funktion des Doppelspaltbilds dargestellt, wobei in Abbildung 12 die theoretische Funktion dargestellt ist. Die Verhältnisse habe ich in Tabelle 6 dargestellt:

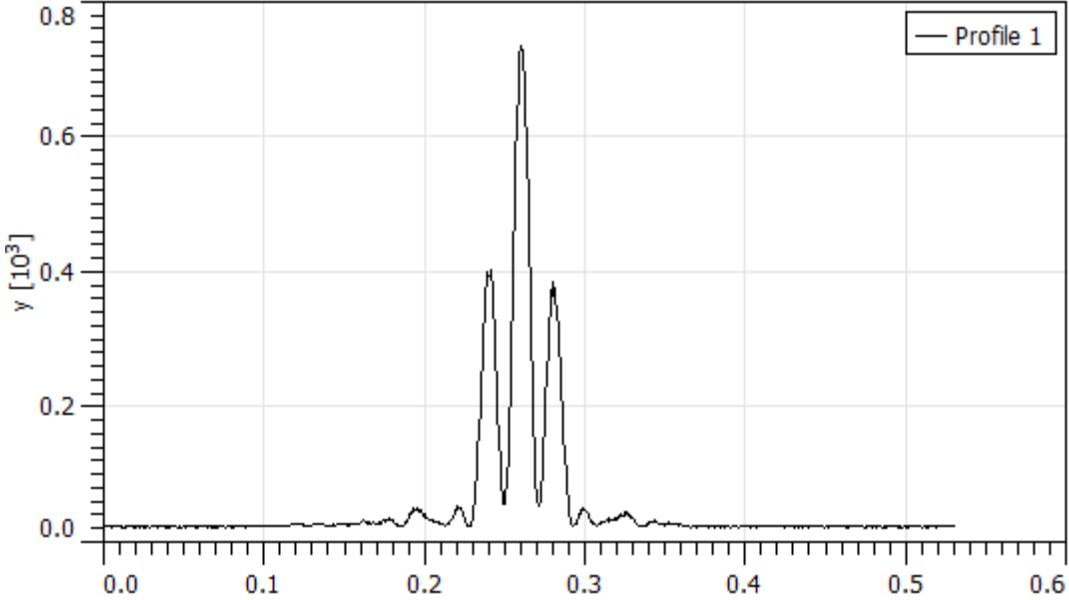


Abbildung 11: Doppelspalt experimentelle Funktion

Tabelle 6: Vergleich zwischen experimentelle und theoretische Intensitätverhältnisse Doppelspalt

Ordnung der Maxima	u_{exp}	Δu_{exp}	u_{theo}	Δu_{theo}	σ - Abweichung [σ]
0	1		1		0
1	0.499	0.004	0.21	0.05	5.8
2	0.050	0.004	0.06	0.05	0.20

Wir beobachten eine ziemlich große Abweichung bei dem ersten Nebenmaximum. Der Grund dafür besprechen wir in der Diskussion.

3.3 Betrachtung der Objektbilder

In Abbildung 13 sind die Objektbilder bei verschiedenen Einstellungen des Analysierspalts geplottet. Links von 0. bis 3. Ordnung und rechts bei 3., 4. und 40. Ordnung.

In Abbildungen 14, 15 und 16 sind unsere normierte, experimentell gemessene Objektbilder des Einzelspalts bei erster, zweiter, dritter, vierter und einer höheren n-ter Ordnung dargestellt.

Wir beobachten, dass bei den ersten vier Ordnungen die Anzahl der Wiggles gleich mit den theoretischen Abbildungen ist. Die Lage bei den ersten drei Ordnungen ist auch gleich, aber bei der vierten Ordnung ist unsere Abbildung ein bisschen verzerrt, wir sehen, dass die Minima auf der rechten Seite mit höherer Intensität als diese auf der linken Seite liegen. Das könnte daran liegen, dass es schwierig für uns war den Doppelspalt genau parallel zum Boden zu stellen. Bei einer Drehung des Spalts, auch mit einem kleinen Winkel, beobachtet man auch eine

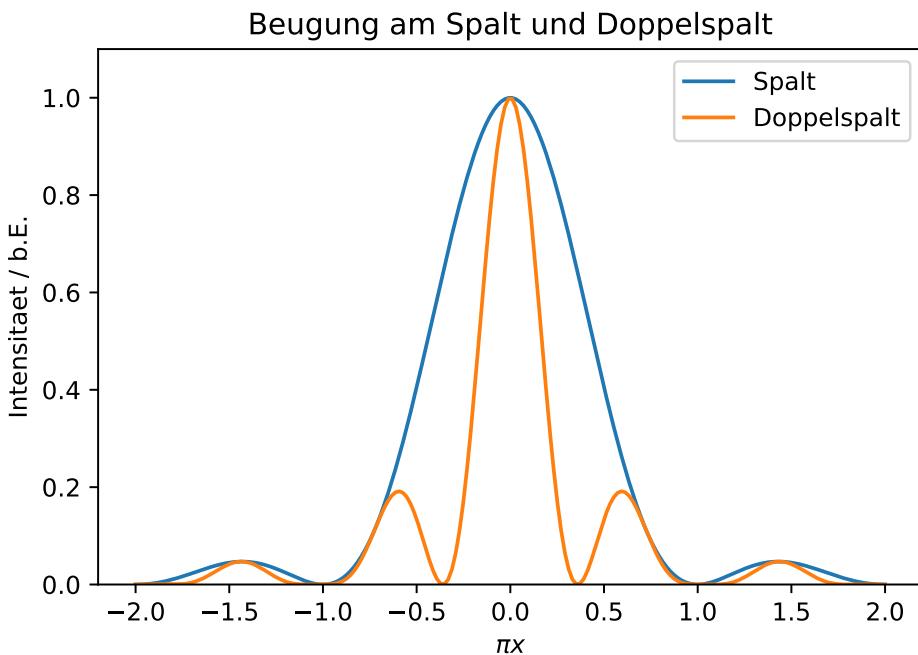


Abbildung 12: Doppelspalt theoretische Funktion

Verschiebung der Intensitäten, wie in unserem Fall. Die Intensitäten bei größeren x sind höher als diese bei kleineren x.

Diese Verzerrung sieht man viel bei dem modifizierten Objektbild bei höherer Ordnungszahl n. Da unser Signal ziemlich verzerrt ist, beobachten wir keine parallele Gerade, sondern einen großen Peak auf der rechten Seite. Das Bild ist nicht so symmetrisch wie beim theoretischen Fall. Die Anzahl der Wiggles kann bei dieser Ordnung nicht bestimmt werden, da die Messung nicht so präzis ist.

Die Intensitäten der Maxima und Minima bei der 0-ter, erster und zweiter Ordnung sind gleich wie diesen in den theoretischen Abbildungen. Bei einem fast geschlossenem Analysierspalt ist die Intensität in der Mitte höher als wenn es weit geöffnet ist. Das liegt daran, dass bei geöffnetem Spalt das Licht in der Mitte destruktiv interferiert und dabei ist die Intensität kleiner, wobei bei einer sehr kleinen Öffnung wir eine konstruktive Interferenz beobachten und dabei ist die Intensität größer. Die genauen Intensitäten, die ich mithilfe von konstruierten Balken innerhalb der Python Skript gemessen habe, kann man in Tabelle 6 finden. In der Tabelle sind auch die σ -Abweichungen zwischen den oben gerechneten theoretischen Intensitäten und den experimentellen dargestellt.

Die Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentellen Ergebnisse liegen in dem 1σ -Bereich außer dem Minimum von der Beugung ersten Ordnung, der $2,1\sigma$ beträgt.

Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion. .

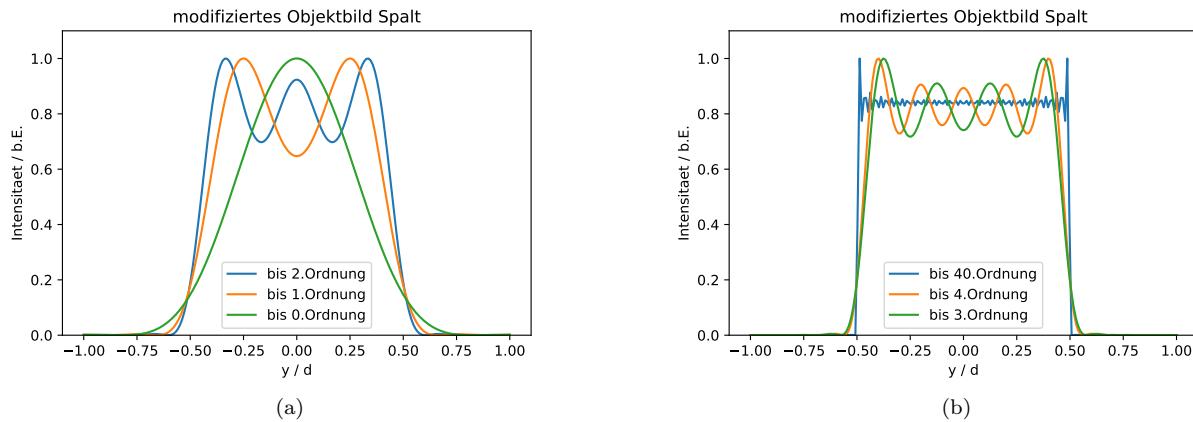


Abbildung 13: Modifiziertes Objektbild bei Maxima 0. bis 3. Ordnung (a), bis 40. Ordnung (b)

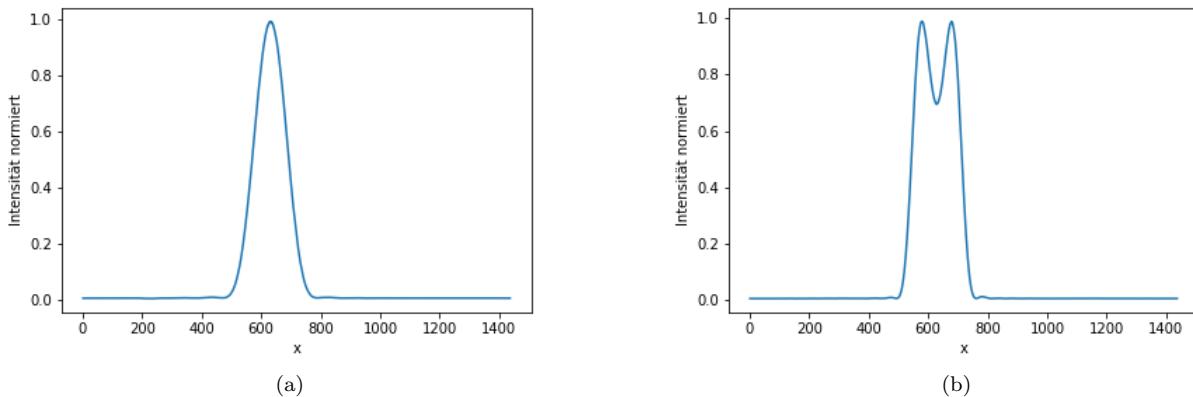


Abbildung 14: Experimentelles modifiziertes Objektbild bei Maxima 0. Ordnung (a) 1. Ordnung (b)

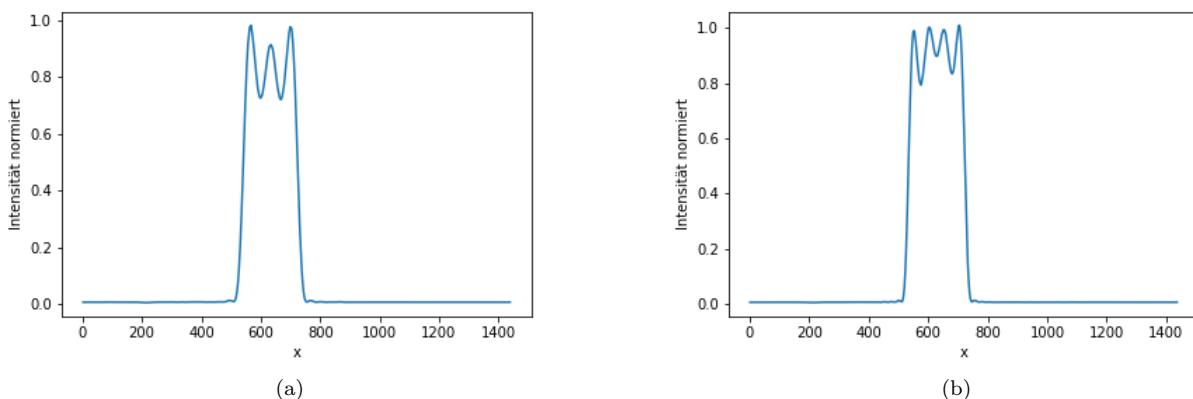


Abbildung 15: Experimentelles modifiziertes Objektbild bei Maxima 2. Ordnung (a) , 3. Ordnung (b)

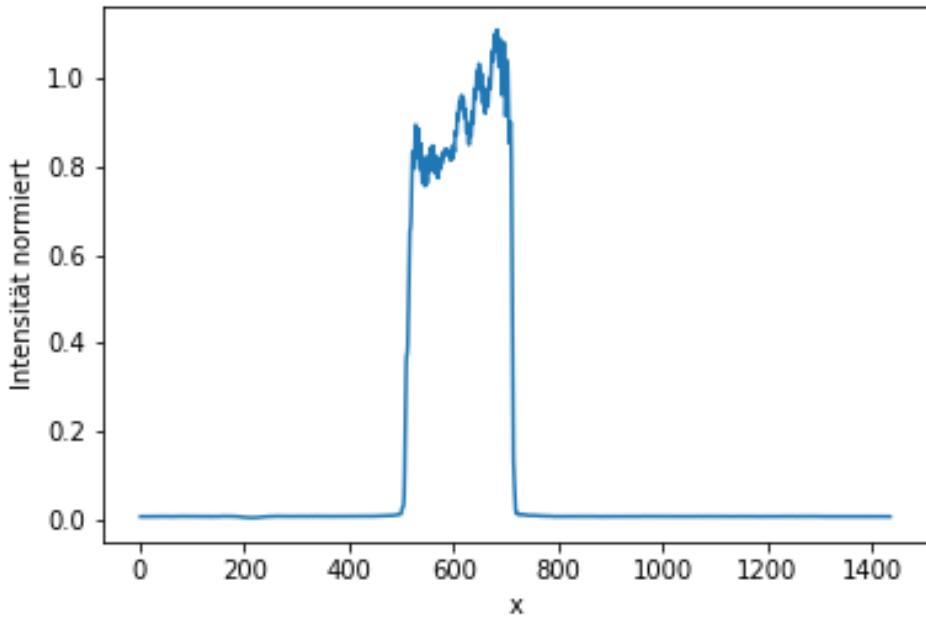


Abbildung 16: Experimentelles modifiziertes Objektbild bei Maxima höhere n. Ordnung

Tabelle 6: Vergleich zwischen den theoretischen und experimentell gemessenen Intensitäten

Ordnung der Maxima	Beschreibung	Exp. Verhältnis zum 0 Max	Fehler der Verhältnis	Theor. Verhältnis zum 0. Max	Fehler der Verhältnis	σ - Abweichung [σ]
0	0 Maximum	1	0	1	0	0
1	linke Maximum	1.00	0.02	1.00	0.02	0
1	Minimum	0.71	0.02	0.65	0.02	2.1
1	rechte Maximum	1.00	0.02	1.00	0.02	0
2	linke Maximum	1.00	0.02	1.00	0.02	0
2	linke Minimum	0.73	0.02	0.70	0.02	1.1
2	mittlere Maximum	0.93	0.02	0.92	0.02	0.35
2	rechte Minimum	0.72	0.02	0.70	0.02	0.71
2	rechte Maximum	1.00	0.02	1.00	0.02	0

3.4 Fourierbild des Doppelspalts

Im letzten Teil des Versuchs haben wir das Bild des Doppelspalts mit der Kamera angesehen. Wir haben langsam den Analysierspalt zudreht und wir haben gesehen, wie die rechteckigen Profile zu Gauß'sche Profilen verschwinden. Wir haben zwei Fälle untersucht. Bei Fall a) sind nur noch die 1-ten Beugungsmaxima sichtbar, bei Fall b) sind auch die 1-ten Beugungsmaxima ausgeblendet und nur ein flaches Plateau ist sichtbar.

In Abbildung 17 sind unsere experimentell erhaltene Bilder dargestellt. Auf der linken Seite sind die zwei gaussähnlichen Profile dargestellt, wobei auf der rechten Seite sehen wir das Plateau.

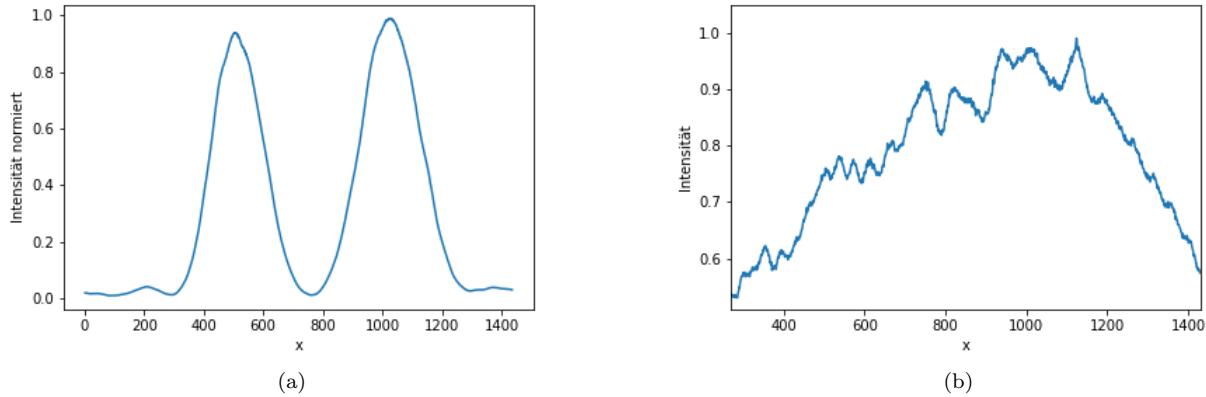


Abbildung 17: Experimentelles modifiziertes Objektbild am Doppelspalt gaussähnlichen Profilen (links), Plateau (rechts)

Wir haben mithilfe des Python Skripts bestimmt, dass die Doppelstruktur für Fall b) endgültig bei $n = 0,45$ verschwindet. In Abbildung 18 a) und b) sind die theoretischen Darstellungen des modifizierten Objektbilds von Doppelspalt bei $n=1$ in a) und $n=0,45$ b) dargestellt. Die habe ich mithilfe eines Python Skripts, das im Anhang zu finden ist, geplottet.

Die theoretischen Werte von den Raumfrequenzen k_y haben wir mithilfe von folgender Formel berechnet:

$$k_{y,\text{theo}} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha = \frac{2\pi n}{d} \quad (61)$$

Wobei d der Spaltabstand beträgt.

Nach der Gauß'schen Fehlerfortpflanzung beträgt der Fehler:

$$\Delta k_{y,\text{theo}} = k_{y,\text{theo}} \sqrt{\frac{\Delta n^2}{n^2} + \frac{\Delta d^2}{d^2}} \quad (62)$$

Die experimentellen k_y haben wir mithilfe folgender Formel berechnet:

$$k_{y,exp} = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{s_i}{L_1} \quad (63)$$

Wobei s_i die Öffnungen des Analysierspalts sind.

Der Fehler beträgt:

$$\Delta k_{y,exp} = k_{y,exp} \sqrt{\frac{\Delta s_i^2}{s_i^2}} \quad (64)$$

Im Messprotokoll haben wir die Werte von der Brennweite zu $f_1 = 80\text{mm}$ hingeschrieben und die Wellenlänge $\lambda = 532\text{nm}$. $s_1 = (0,1 \pm 0,01)\text{mm}$ ist die Öffnung des offenen Analysierspalts. $s_2 = (0,06 \pm 0,02)\text{mm}$ ist die Öffnung bei Abbildung 17 (b), mit einem fast geschlossenen Spalt. $d = (144 \pm 14)\text{pix} = (497 \pm 50)\mu\text{m}$ beträgt den Spaltabstand. Die zusammengefassten Daten sind in Tabelle 7 dargestellt.

Tabelle 7: Zusammengefasste Raumfrequenzen k_y

Fall	$k_y, exp \left[\frac{1}{mm} \right]$	$k_y, theo \left[\frac{1}{mm} \right]$	σ - Abweichung [σ]		
a)	14.8	0.7	12.6	1.3	1.4
b)	7.4	0.74	5.7	0.6	1.7

Wir beobachten Abweichungen im 2σ -Bereich von für beide Fälle, was keine sehr große Abweichungen sind. Möglicherweise sind unsere Messungen der Öffnungen des Analysierspalts s_i nicht genau. Die Ergebnisse besprechen wir in der Diskussion.

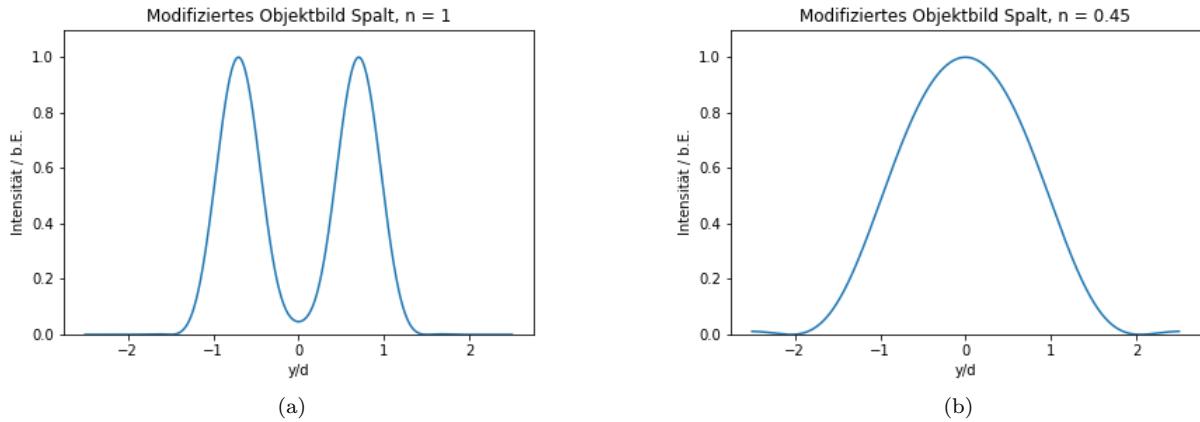


Abbildung 18: Theoretisches modifiziertes Objektbild am Doppelspalt mit $n=1$ (a) , $n=0,13$ (b)

4 Zusammenfassung und Diskussion

4.1 Zusammenfassung

Eine zusammengefasste Durchführung des Versuchs liegt im Messprotokoll.

Bei der Auswertung haben wir angefangen, den Einzelpunkt zu analysieren. Erstens haben wir die Eichung $|E| = (2,36 \pm 2 - 10^{-6}) \frac{\mu m}{px}$ durch Plotten einer Funktion von der Breite des Analysierspalts gegenüber der Position der Minima berechnet. Danach haben wir in Abbildungen 7 und 8 die Minima und Maxima von beiden Seiten des Hauptmaximums gegen die Ordnungszahl geplottet, um die Steigung $|\frac{s}{n}| = (53,09 \pm 0,184)px$ zu bestimmen. Mithilfe der Steigung und Formel 42 haben wir die Spaltbreite $d = (339,7 \pm 1,0)\mu m$ berechnet. Wir haben dann mithilfe von Formeln 48 und 50 die experimentellen und theoretischen Positionen der Maxima im Vergleich zu den Minima berechnet. Die Ergebnisse und die σ -Abweichungen sind in Tabelle 4 zusammengefasst. Im letzten Teil dieses Abschnitts habe ich mit der Formel 55 die theoretischen Verhältnisse zwischen den Intensitäten bestimmt. Um die experimentellen zu bestimmen, habe ich mit dem Cursor direkt die Daten aus Gwiddion in Formel 52 eingesetzt. Die zusammengefassten Ergebnisse sind in Tabelle 5 dargestellt.

Im nächsten Abschnitt habe ich die Intensitätsverhältnisse bei Doppelspalt mithilfe von Formel 57 berechnet. Die zusammengefassten Ergebnisse und die Abweichungen zwischen den theoretischen und experimentellen Werten sind in Tabelle 6 dargestellt. Die experimentellen und die theoretischen Beugungen sind in Abbildungen 11 und 12 dargestellt.

Im nächsten Abschnitt habe ich die verschiedenen experimentell gemessenen Beugungsstrukturen bei verschiedenen Ordnungen mit den in Python berechneten theoretischen Beugungsstrukturen verglichen. Am Ende des Abschnitts habe ich in dem Python Skript die Intensitäten der Minima und Maxima bestimmt und mit den experimentellen verglichen. Die zusammengefassten Ergebnisse der Intensitäten der ersten drei Ordnungen und die Abweichungen kann man in Tabelle 6 finden.

Im letzten Abschnitt haben wir das Bild des Doppelspalts untersucht. Wir haben die Objektbilder beobachtet zuerst wenn nur die 1-ten Beugungsmaxima beider Spalte zur Abbildung beitragen (Fall a)) und danach wenn die Gittermaxima abgeschnitten sind, Fall b). Wir haben im Python Skript auch die theoretischen Objektbilder bestimmt und daraus den $n = 0,45$ Wert. Wir haben Formeln 61 und 63 verwendet um die theoretischen und experimentellen k_y -Werte zu bestimmen. Die zusammengefassten Daten und ihre Abweichungen sind in Tabelle 7 dargestellt.

4.2 Diskussion

Im ersten Abschnitt haben wir für die Lagen der Maxima sehr gute Ergebnisse mit Abweichungen unter 1σ . Die Fehler sind aber groß. Das liegt daran, dass ich einen Fehler von 5 Pixeln gewählt habe. Ich konnte nicht ziemlich genau die Minima und Maxima mit dem Cursor identifizieren, aber ein Fehler von 3 Pixeln würde auch realistisch sein und auch würde genauere Ergebnisse ergeben.

Für die Intensitätsverhältnisse sehen wir, dass die Abweichungen für die ersten zwei Nebenmaxima unter dem 1σ -Bereich liegen, wobei die nächsten immer größer und größer sind. Das liegt daran, dass die Kamera auch Grundgeräusche wie Lampenlicht aufnimmt. Ich habe versucht in der Formel 52 mit der Einführung von I_{grund} das von jedem Maximum rauszunehmen, aber schon bei dem dritten Maximum das Geräusch beträgt mehr als 10% der Intensität und bei vierten liegt er schon bei c.a.30%. Jetzt merke ich, dass ich bei jedem nächsten Nebenmaximum das neue Ergebnis mit dieser von den letzten Nebenmaxima multipliziert habe, aber ich habe das bei der Fehler nicht betrachtet. Wenn ich auch die vorherigen Fehler betrachte, bekomme ich die Ergebnisse in Tabelle 8:

Tabelle 8: Modifizierte Tabelle 5

Ordnung der Maxima	u_{exp}	Δu_{exp}	u_{theo}	σ - Abweichung [σ]
0	1	0	1	0
1	0.047	0.004	0.047	0.17
2	0.0152	0.0043	0.0165	0.30
3	0.0061	0.0044	0.0083	0.5
4	0.0033	0.0044	0.0050	0.4

Wir sehen, dass die Abweichungen eigentlich nicht so groß sind, einfach sind die akkumulierten Fehler am Ende viel zu groß.

Im zweiten Abschnitt haben wir einen sehr großen Fehler bei den Intensitätsverhältnissen von erster Ordnung bei dem Doppelspalt. Es gibt zwei mögliche Gründe dafür. Erstens haben wir für die theoretischen Werte eine Näherung wegen der sinc Funktion verwendet, was zu ungenauerer Ergebnissen führen kann. Zweitens ist es möglich, dass wir die Spaltbreiten oder Spaltabstände nicht richtig gemessen haben, was zu dieser signifikanten Abweichung führen könnte. Bei der Intensität 2-er Ordnung liegt die Abweichung innerhalb der 1σ -Bereich.

Im dritten Abschnitt haben wir ziemlich nah aussehende experimentellen Bilder zu den theoretischen Objektbildern aufgenommen. Nur das Bild bei großen Ordnung wurde verzerrt, was, wie schon in der Auswertung besprochen, liegt daran, dass der Doppelspalt nicht 100% parallel zum Boden platziert wurde und daher sehen wir kein symmetrisches Bild.

Bei den Intensitätsverhältnissen beobachten wir eine Abweichung größer als 1 nur bei dem Minimum bei der ersten Ordnung. Das ist wahrscheinlich wegen desselben Grundes wie bei den signifikanten Abweichungen im letzten Abschnitt, wahrscheinlich ist das ein systematischer Fehler. Die Geräte sind ziemlich präzis und deshalb glaube ich, dass ein Gerätfehler nicht wirklich möglich ist.

Im letzten Abschnitt haben wir ein nicht so gutes Bild bei Fall b) aufgenommen, aber das ist zu erwarten, da die Intensitäten ziemlich niedrig sind und es gibt Lichtgeräusch von außerhalb des Versuchs.

Bei dem Raumfrequenzen k_y Vergleich beobachten wir Abweichungen von c.a. $1,5\sigma$. Das könnte daraus stammen, dass wir nicht genau die Öffnungsgrößen der Analysierspalts gelesen haben. Die Messuhr war ziemlich klein, was zu systematischen Fehlern führen konnte.

Im Allgemeinen war dieser Versuch nicht sehr erfolgreich. Wir hatten ein Problem mit der Datenspeicherung und ich habe alle Daten ein zweites Mal mit Gwiddion bearbeitet. Für die großen Abweichungen bei den Intensitätsverhältnissen habe ich auch keine gute Erklärung und würde eine Wiederholung brauchen, um unseren Fehler identifizieren zu können. Sonst sind unsere Ergebnisse in Ordnung und ich habe einige neue Sachen während der Auswertung gelernt.

5 Anhang

5.1 Quellen

Alle Informationen, die ich im Protokoll verwendet habe, stammen aus der Praktikumsanleitung, Ausgabe 4.2023.

5.2 Python-Code

Der Python-Code befindet sich auf der nächsten Seite.

Fourieroptik

February 21, 2024

```
[1]: import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.optimize import curve_fit
from uncertainties import ufloat as uf
import uncertainties.unumpy as unp
```

```
[2]: #Bestimmung der Eichung
#px = np.array([884, 809, 809, 734, 734, 658, 658, 580])
px=np.array([580,658,734,809,884])
dPx = np.array([20, 20, 20, 20, 20])
#off = np.array([0.249, 0.517, 0.517, 0.711, 0.711, 0.89, 0.89, 1.69])
off = np.array([1.69, 0.89, 0.711, 0.517, 0.249])
dOff = 0.005
#Fitten
def linear(x, a, off):
    return a*x + off
print(off)
popt, pcov = curve_fit(linear, px, off)
```

[1.69 0.89 0.711 0.517 0.249]

```
[3]: #Bestimmung der Eichung
#px=np.array([603,678,757,833,908,983])
#dPx = np.array([20, 20, 20, 20, 20, 20])
#off = np.array([1.281,1.071, 0.92, 0.727, 0.551, 0.371])
#dOff = 0.005
#Fitten
#def linear(x, a, off):
#    return a*x + off
#print(off)
#popt, pcov = curve_fit(linear, px, off)
```

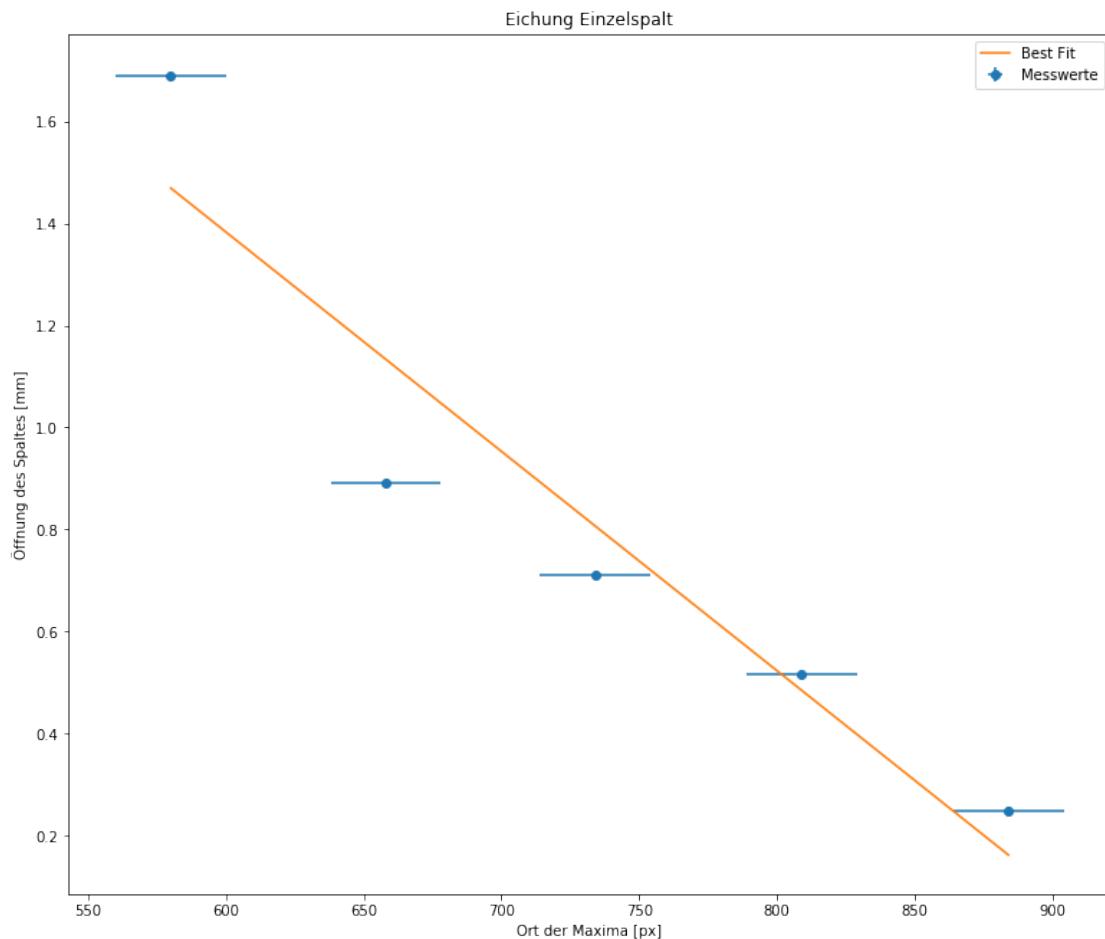
```
[4]: #Plotten
plt.figure(figsize = (13,11))
plt.title("Eichung Einzelspalt")
plt.errorbar(px, off, dOff, dPx, fmt = "o", label = "Messwerte")
plt.ylabel("Öffnung des Spaltes [mm]")
plt.xlabel("Ort der Maxima [px]")
```

```

plt.plot(px, linear(px, *popt), label = "Best Fit")
plt.legend(loc = "best")
E = popt[0]
dE = pcov[0][0]
print("Steigung = (" + str(round(popt[0] * 10**3,6)) + "±" +
str(round(pcov[0][0] * 10**3, 6)) + ") mikro m/px")

```

Steigung = (-4.299764±0.000729) mikro m/px



```

[37]: #Bestimmung der Eichung
px=np.array([603,678,757,833,908,983])
dPx = np.array([20, 20, 20, 20, 20, 20])
off = np.array([1.281,1.071, 0.92, 0.727, 0.551, 0.371])
dOff = 0.005
#Fitten
def linear(x, a, off):
    return a*x + off
print(off)

```

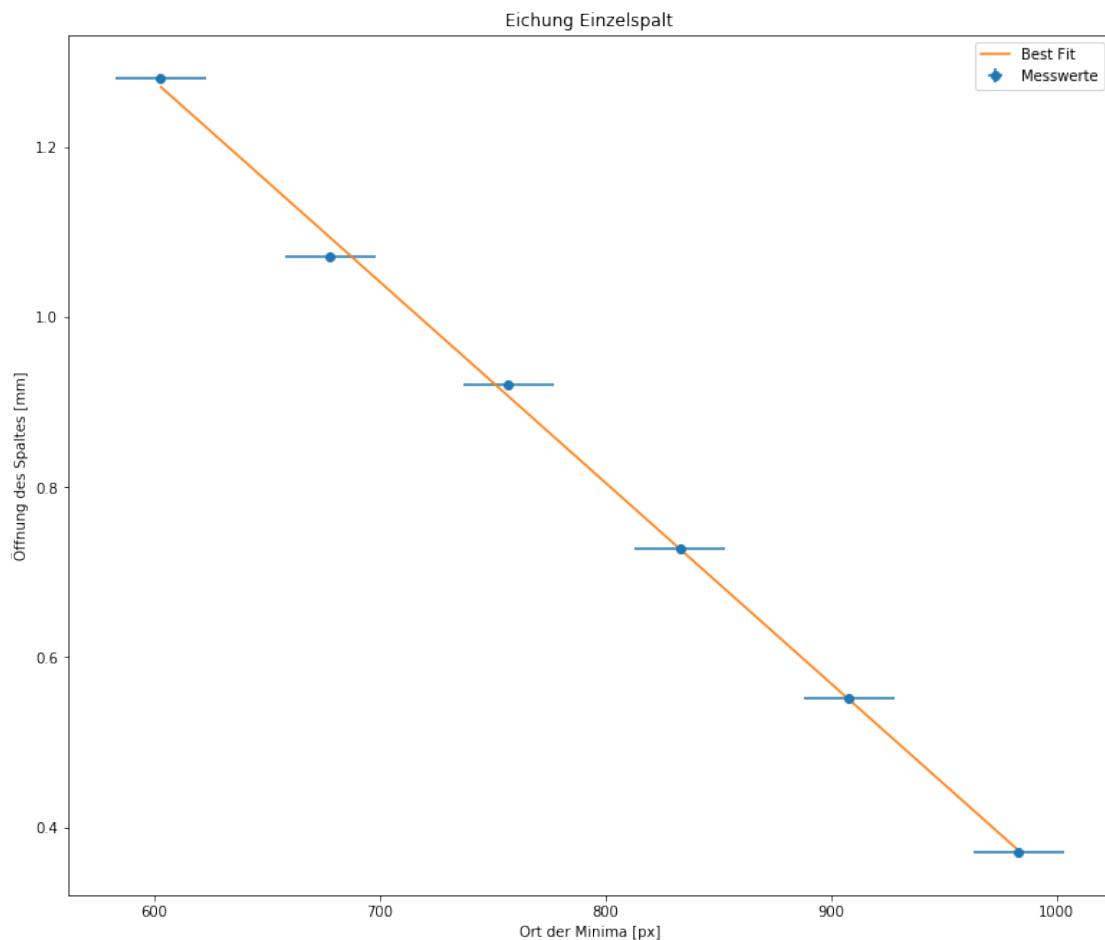
```
popt, pcov = curve_fit(linear, px, off)
```

```
[1.281 1.071 0.92  0.727 0.551 0.371]
```

[38]: #Plotten

```
plt.figure(figsize = (13,11))
plt.title("Eichung Einzelspalt")
plt.errorbar(px, off, dOff, dPx, fmt = "o", label = "Messwerte")
plt.ylabel("Öffnung des Spaltes [mm]")
plt.xlabel("Ort der Minima [px]")
plt.plot(px, linear(px, *popt), label = "Best Fit")
plt.legend(loc = "best")
E = popt[0]
dE = pcov[0][0]
print("Steigung = (" + str(round(popt[0] * 10**3,6)) + "±" +
      str(round(pcov[0][0] * 10**3, 6)) + ") mikro m/px")
plt.savefig(r"Eichungeinz.pdf", format = "pdf")
```

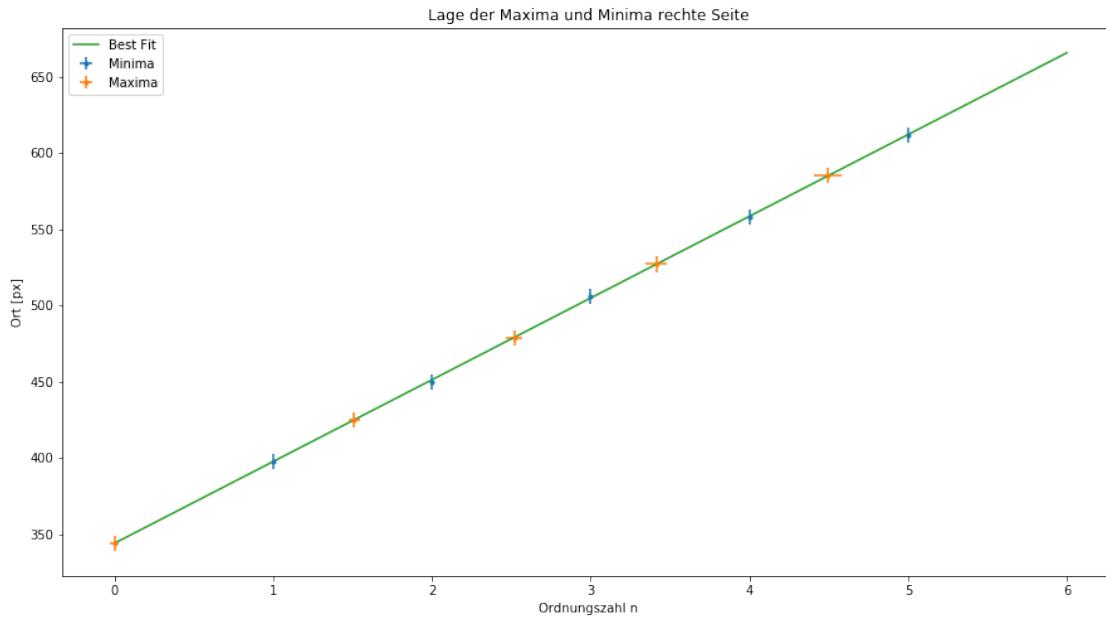
Steigung = (-2.363726±2e-06) mikro m/px



```
[7]: #Minima gegen Ordnungszahl plotten rechte seite
nMinr = np.arange(1,6)
dnMinr = 0
pxMinr = np.array([398, 450, 506, 558, 612])
dpxMinr = 5
pxMaxr = np.array([344, 425, 479, 527, 585])
dpxMaxr = 5
popt, pcov = curve_fit(linear, nMinr, pxMinr)
a = popt[0]
dA = pcov[0][0]
b = popt[1]
nMaxr = (pxMaxr - b) / a
dnMaxr = np.sqrt(2/a**2 + ((pxMaxr - b)/a**2)**2)
```

```
[8]: #Plotten
plt.figure(figsize = (15,8))
plt.title("Lage der Maxima und Minima rechte Seite")
plt.errorbar(nMinr, pxMinr, dpxMinr, fmt = ".", label = "Minima")
plt.errorbar(nMaxr, pxMaxr, dpxMaxr, fmt = ".", label = "Maxima")
plt.ylabel("Ort [px]")
plt.xlabel("Ordnungszahl n")
plt.plot(np.linspace(0,6,2), linear(np.linspace(0,6,2), *popt), label = "BestFit")
plt.legend(loc = "best")
plt.savefig(r"Lage der Maxima und Minima rechts.pdf", format = "pdf")
print("Steigung = (" + str(round(popt[0],6)) + "\pm" + str(round(pcov[0][0],6)) + " px")
for i in range(nMaxr.size):
    print(str(round(nMaxr[i], 2)).replace(".", ",") + " \pm " + str(round(dnMaxr[i], 2)).replace(".", ","))
```

Steigung = (53.6±0.106667) px
-0,0 ± 0,03
1,51 ± 0,04
2,52 ± 0,05
3,41 ± 0,07
4,5 ± 0,09



```
[9]: #Minima gegen Ordnungszahl plotten rechte seite
nMin = np.arange(1,6)
dnMin = 0
pxMin = np.array([293, 239, 186, 136, 81.6])
dpxMin = 5
pxMax = np.array([269, 215, 163, 108, 57.6])
dpxMax = 5
popt, pcov = curve_fit(linear, nMin, pxMin)
a = popt[0]
dA = pcov[0][0]
b = popt[1]
nMax = (pxMax - b) / a
dnMax = np.sqrt(2/a**2 + ((pxMax - b)/a**2)**2)
```

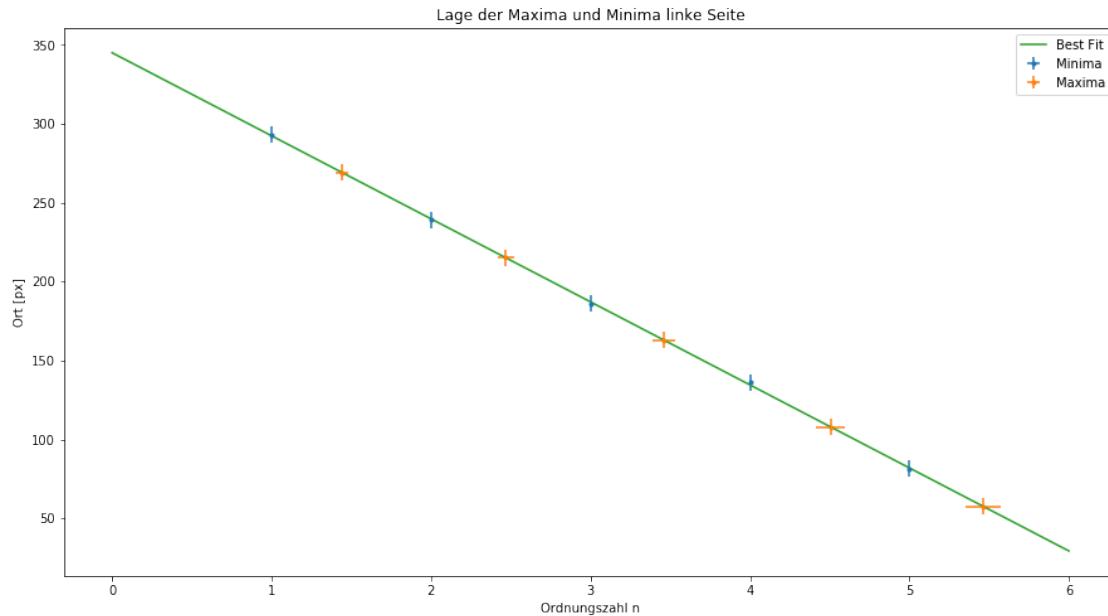
```
[10]: #Plotten
plt.figure(figsize = (15,8))
plt.title("Lage der Maxima und Minima linke Seite")
plt.errorbar(nMin, pxMin, dpxMin, fmt = ".", label = "Minima")
plt.errorbar(nMax, pxMax, dpxMax, fmt = ".", label = "Maxima")
plt.ylabel("Ort [px]")
plt.xlabel("Ordnungszahl n")
plt.plot(np.linspace(0,6,2), linear(np.linspace(0,6,2), *popt), label = "BestFit")
plt.legend(loc = "best")
plt.savefig(r"Lage der Maxima und Minima links.pdf", format = "pdf")
print("Steigung = (" + str(round(popt[0],6)) + "\u00b1" + str(round(pcov[0][0],6)) + ") px")
```

```

for i in range(nMax.size):
    print(str(round(nMax[i], 2)).replace(".", ",") + " $\pm$ " +_
          str(round(dnMax[i], 2)).replace(".", ","))

```

Steigung = (-52.58±0.1508) px
 1,44 ± 0,04
 2,47 ± 0,05
 3,46 ± 0,07
 4,5 ± 0,09
 5,46 ± 0,11



```

[11]: #Doppelspalt
D = 200
dD = 10
G = 636
dG = 14
V = G/D
dV = V*np.sqrt((dD/D)**2+(dG/G)**2)
print("v=", V, dV)

```

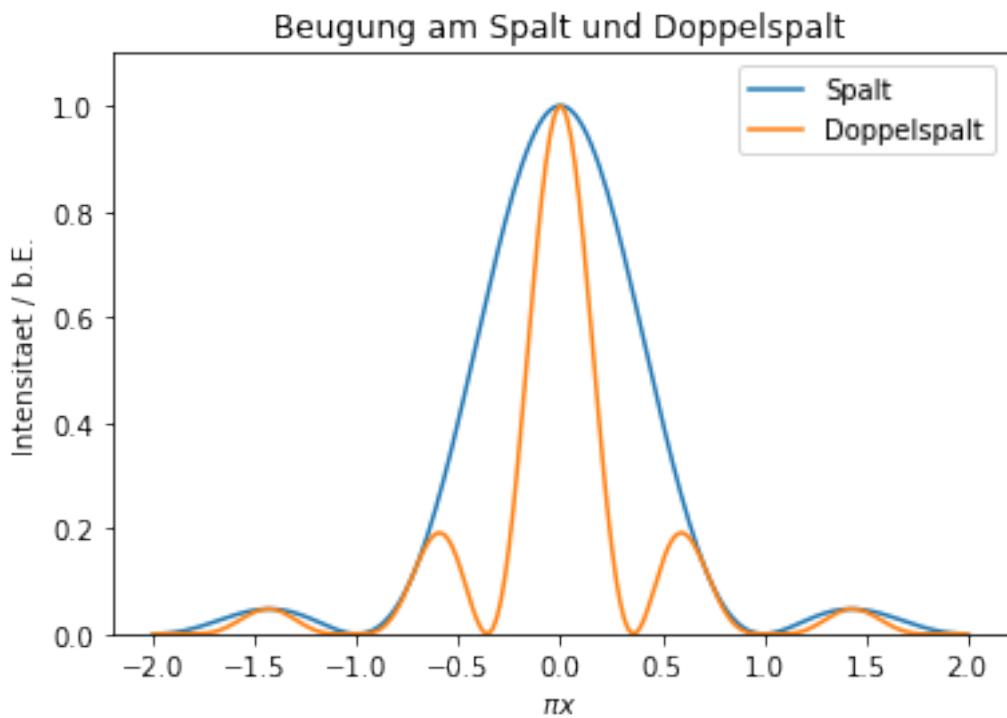
v= 3.18 0.17372679701186

```

[59]: #Berechnung der Beugungsbilder
def beugung_spalt(x):
    def beugung_spalt(x):
        return np.sinc(x)**2
    def beugung_doppelspalt(x):
        return np.sinc(x)**2*np.cos(np.pi * v * x)**2

```

```
[60]: #Anzahl a der Nebenmaxima die dargestellt werden sollen:  
a=1  
#Verhaeltnis Spaltabstand zu Spaltbreite:  
v=1.39  
x=np.linspace(-(a+1),a+1,200)  
plt.plot(x,beugung_spalt(x),label='Spalt')  
plt.plot(x,beugung_doppelspalt(x),label='Doppelspalt')  
plt.xlabel('$\pi x$')  
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')  
plt.title('Beugung am Spalt und Doppelspalt')  
plt.ylim((0,1.1))  
plt.legend()  
plt.savefig("Beugung_spalt_doppelspalt.pdf", format="pdf")
```



```
[14]: #Verhältnisse  
h_0theo = 1  
h_1theo = 0.13  
h_2theo = 0.04  
h_0exp = 716  
h_1exp = 351  
h_2exp = 36  
V1 = h_1exp/h_0exp  
V2 = h_2exp/h_0exp
```

```
print(V1,V2)
```

0.49022346368715086 0.05027932960893855

```
[15]: S_1 = (0.540-0.13)/0.005  
       S_2 = (0.042-0.04)/0.005  
       print(S_1,S_2)
```

82.0 0.40000000000000036

```
[16]: from scipy.optimize import curve_fit as cf
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
def spalt(k):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d=1
n1=1
n2=2
n3=3
n4=40

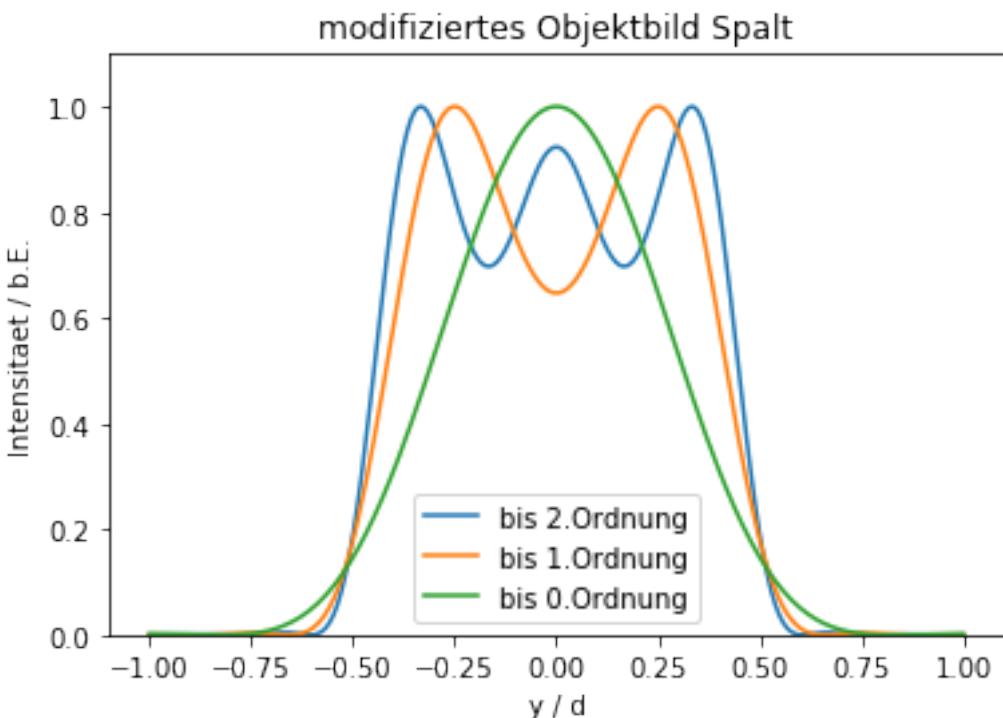
Y=np.linspace(-1,1,200)*d
from scipy.integrate import quad

f3_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n3/d)
    f3_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f3_modifiziert=f3_modifiziert/np.max(f3_modifiziert)
plt.plot(Y,f3_modifiziert,label='bis 2. Ordnung')
f2_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n2/d)
    f2_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f2_modifiziert=f2_modifiziert/np.max(f2_modifiziert)
plt.plot(Y,f2_modifiziert,label='bis 1. Ordnung')
f1_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n1/d)
```

```

f1_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f1_modifiziert=f1_modifiziert/np.max(f1_modifiziert)
plt.plot(Y,f1_modifiziert,label='bis 0.Ordnung')
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig("spalt1.pdf", format="pdf")

```



```

[17]: from scipy.optimize import curve_fit as cf
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
def spalt(k):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
n4=4
n5=5
n40=40

Y=np.linspace(-1,1,200)*d
from scipy.integrate import quad

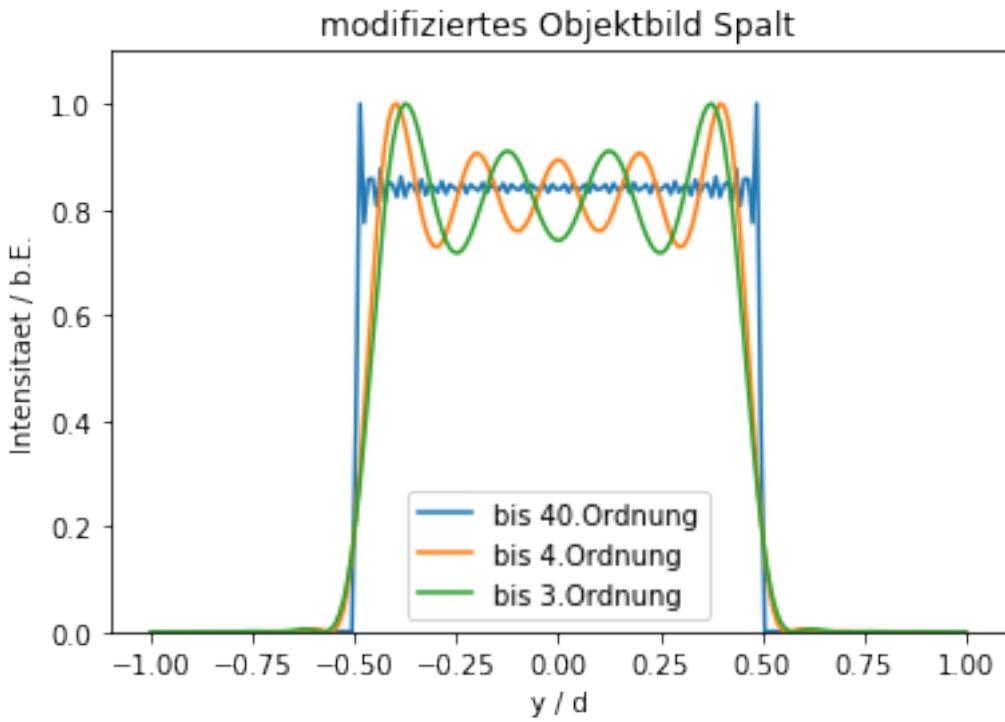
```

```

f40_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n40/d)
    f40_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f40_modifiziert=f40_modifiziert/np.max(f40_modifiziert)
plt.plot(Y,f40_modifiziert,label='bis 40. Ordnung')

f5_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n5/d)
    f5_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f5_modifiziert=f5_modifiziert/np.max(f5_modifiziert)
plt.plot(Y,f5_modifiziert,label='bis 4. Ordnung')
f4_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(spalt, 0, 2*np.pi*n4/d)
    f4_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f4_modifiziert=f4_modifiziert/np.max(f4_modifiziert)
plt.plot(Y,f4_modifiziert,label='bis 3. Ordnung')
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Spalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig("spalt2.pdf", format="pdf")

```



```
[18]: from scipy.optimize import curve_fit as cf
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
def doppelspalt(k):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
g=2
n1=1
n2=2
n3=3

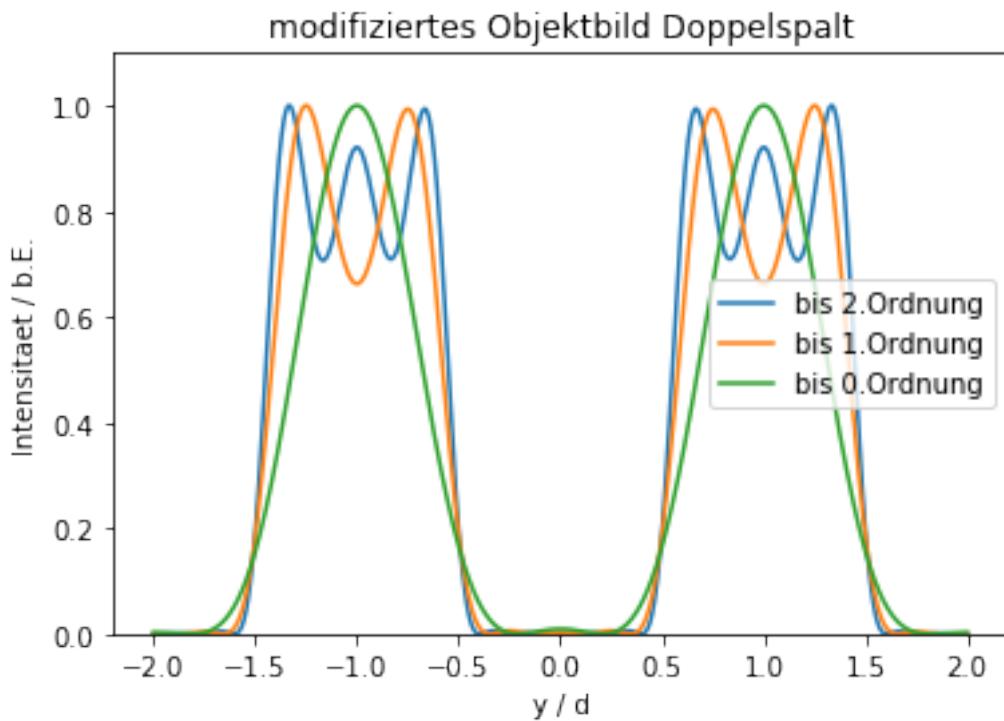
Y=np.linspace(-2,2,1000)*d
from scipy.integrate import quad

f3_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n3/d)
    f3_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f3_modifiziert=f3_modifiziert/np.max(f3_modifiziert)
plt.plot(Y,f3_modifiziert,label='bis 2. Ordnung')
f2_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
```

```

y=Y[i]
result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n2/d)
f2_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f2_modifiziert=f2_modifiziert/np.max(f2_modifiziert)
plt.plot(Y,f2_modifiziert,label='bis 1.Ordnung')
f1_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n1/d)
    f1_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f1_modifiziert=f1_modifiziert/np.max(f1_modifiziert)
plt.plot(Y,f1_modifiziert,label='bis 0.Ordnung')
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Doppelspalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig("doppelspalt1.pdf", format="pdf")

```



```
[19]: from scipy.optimize import curve_fit as cf
import matplotlib.pyplot as plt
```

```

import numpy as np
def doppelspalt(k):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
g=2
n4=4
n5=5
n40=40

Y=np.linspace(-2,2,1000)*d
from scipy.integrate import quad

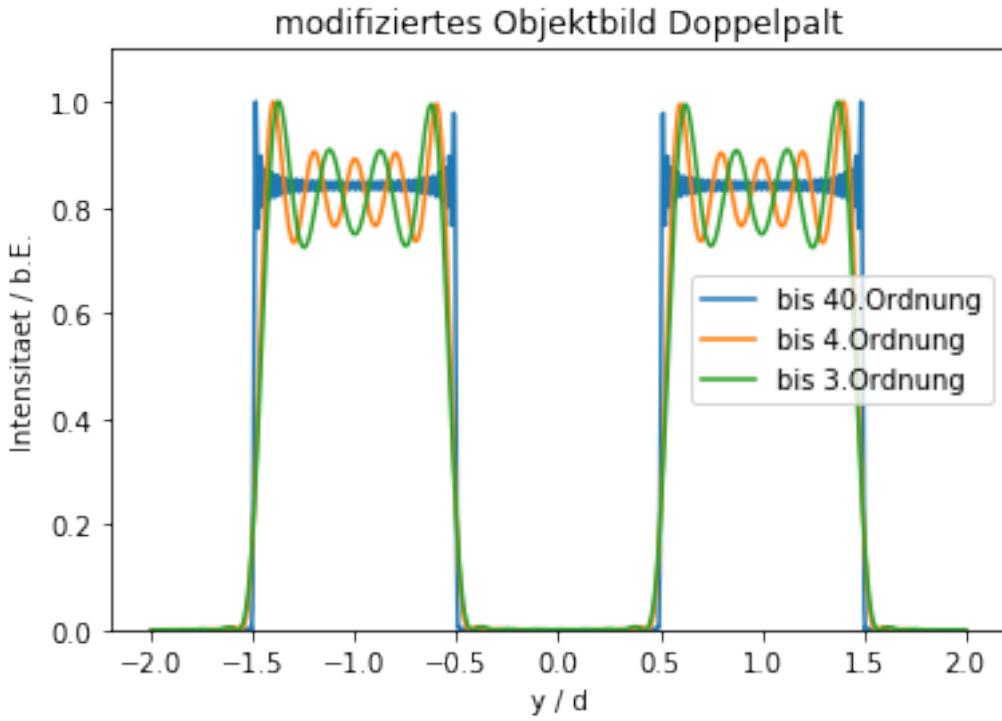
f40_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n40/d)
    f40_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f40_modifiziert=f40_modifiziert/np.max(f40_modifiziert)
plt.plot(Y,f40_modifiziert,label='bis 40. Ordnung')

f5_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n5/d)
    f5_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f5_modifiziert=f5_modifiziert/np.max(f5_modifiziert)
plt.plot(Y,f5_modifiziert,label='bis 4. Ordnung')
f4_modifiziert=[]
for i in range(len(Y)):
    y=Y[i]
    result, error = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n4/d)
    f4_modifiziert.append(result**2)
#Kurve auf 1 normieren:
f4_modifiziert=f4_modifiziert/np.max(f4_modifiziert)
plt.plot(Y,f4_modifiziert,label='bis 3. Ordnung')
plt.xlabel('y / d')
plt.ylabel('Intensitaet / b.E.')
plt.title('modifiziertes Objektbild Doppelpalt')
plt.ylim((0,1.1))
plt.legend()
plt.savefig("doppelspalt2.pdf", format="pdf")

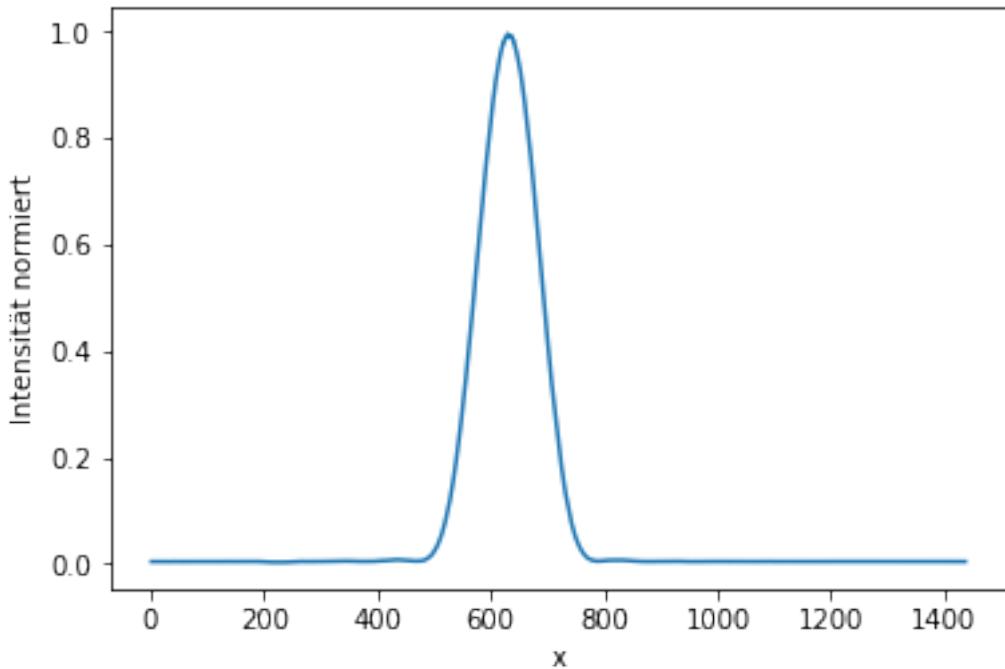
```

/usr/local/lib/python3.7/dist-packages/ipykernel_launcher.py:17:
IntegrationWarning: The maximum number of subdivisions (50) has been achieved.
If increasing the limit yields no improvement it is advised to analyze
the integrand in order to determine the difficulties. If the position of a

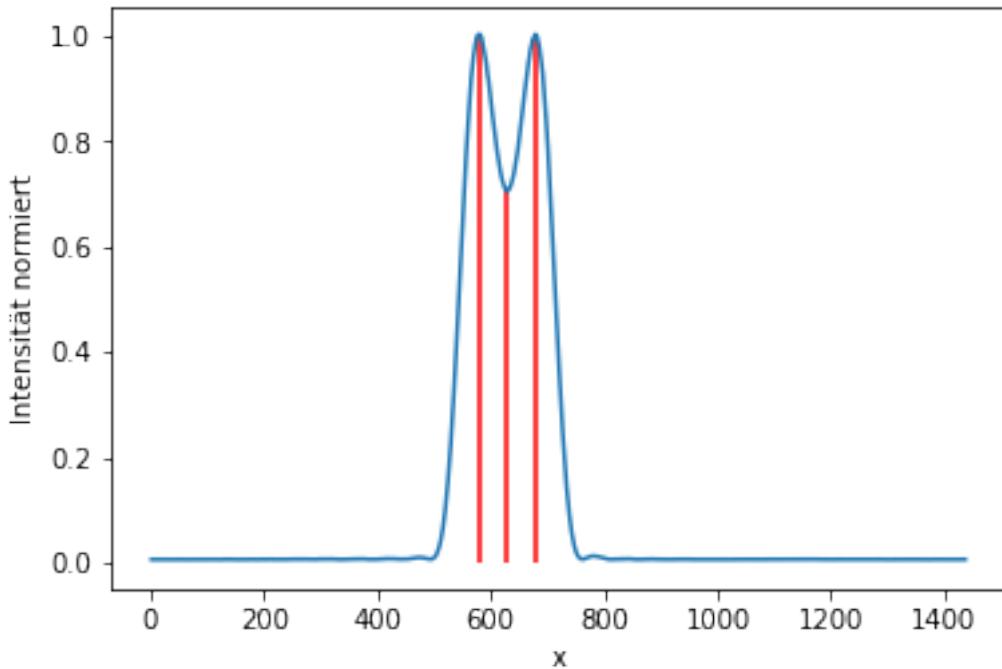
local difficulty can be determined (singularity, discontinuity) one will probably gain from splitting up the interval and calling the integrator on the subranges. Perhaps a special-purpose integrator should be used.



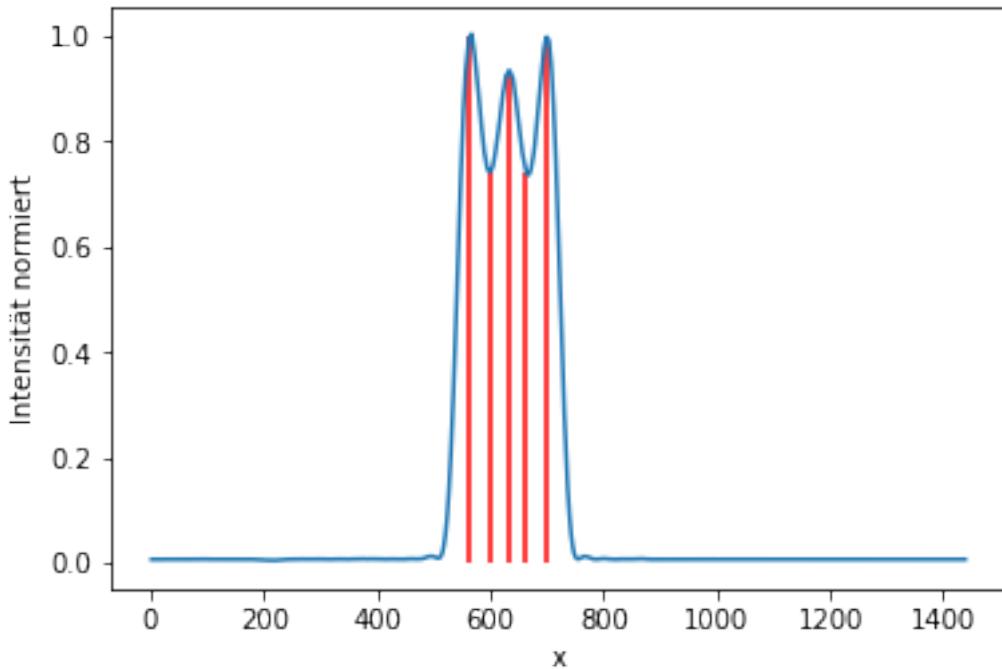
```
[21]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT00rdnungtext",  
                   skiprows = 2, usecols = (0))  
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT00rdnungtext",  
               skiprows = 2, usecols = (1))  
plt.plot(x,y/826)  
plt.xlabel(r"x")  
plt.ylabel(r"Intensität normiert")  
plt.savefig(r"expSpalt1.png", format = "png")
```



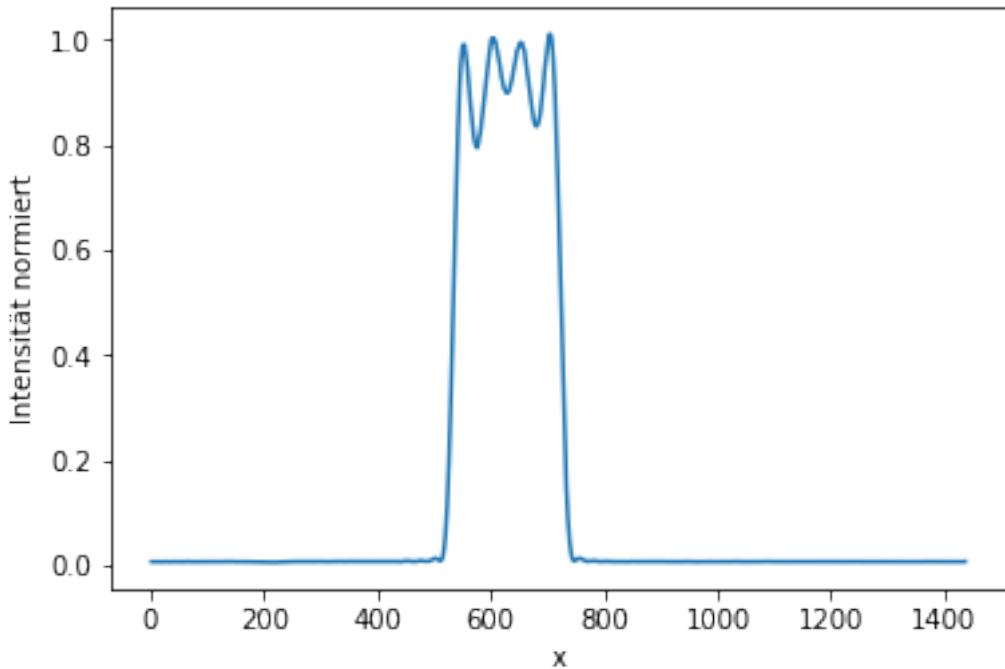
```
[22]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT10rdnungtext",  
                   skiprows = 2, usecols = (0))  
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT10rdnungtext",  
               skiprows = 2, usecols = (1))  
plt.plot(x,y/630)  
plt.xlabel(r"x")  
plt.ylabel(r"Intensität normiert")  
plt.vlines(580, 0, 1, "r")  
plt.vlines(628, 0, 0.71, "r")  
plt.vlines(680, 0, 1, "r")  
plt.savefig(r"expSpalt2.png", format = "png")
```



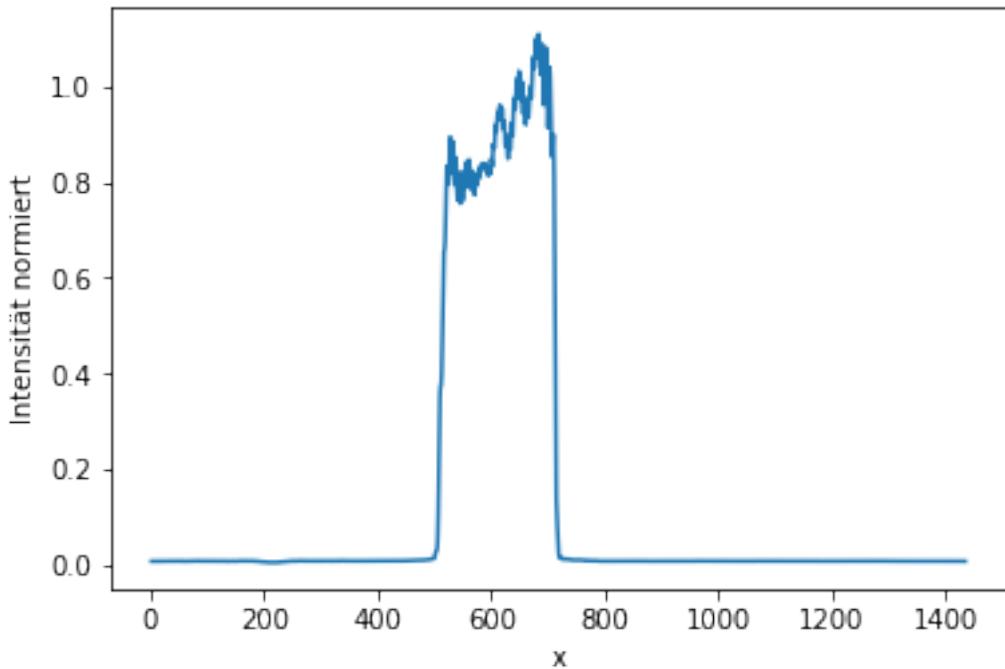
```
[23]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT20rdnungtext",  
                   skiprows = 2, usecols = (0))  
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT20rdnungtext",  
               skiprows = 2, usecols = (1))  
plt.plot(x,y/612)  
plt.xlabel(r"x")  
plt.ylabel(r"Intensität normiert")  
plt.vlines(562, 0, 1, "r")  
plt.vlines(600, 0, 0.74, "r")  
plt.vlines(631, 0, 0.93, "r")  
plt.vlines(662, 0, 0.74, "r")  
plt.vlines(700, 0, 1, "r")  
plt.savefig(r"expSpalt3.png", format = "png")
```



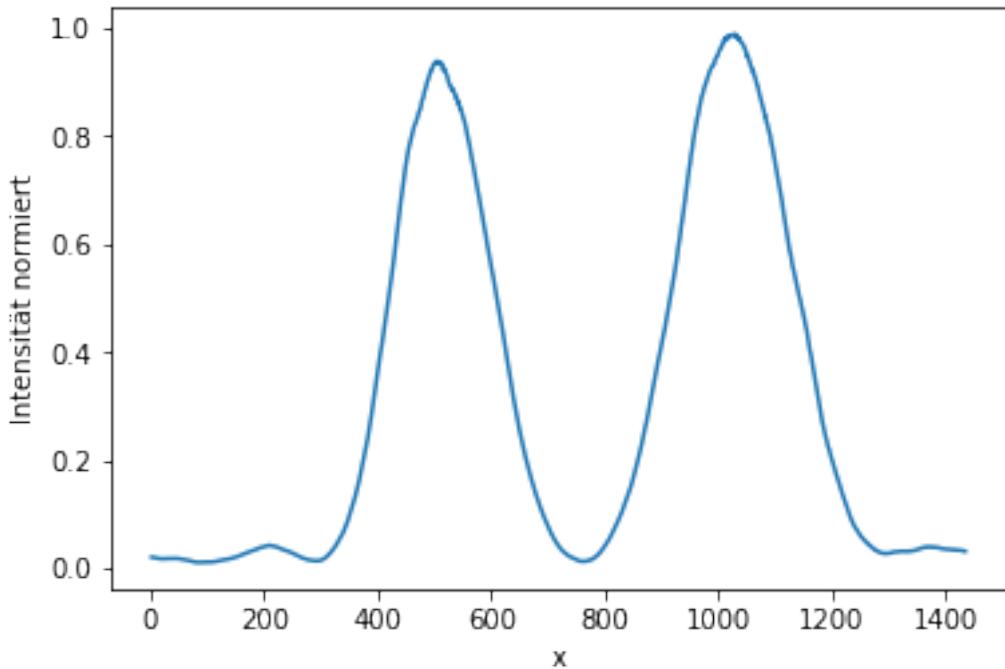
```
[24]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT30rdnungPOSix",  
                   skiprows = 2, usecols = (0))  
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFT30rdnungPOSix",  
                   skiprows = 2, usecols = (1))  
plt.plot(x,y/550)  
plt.xlabel(r"x")  
plt.ylabel(r"Intensität normiert")  
plt.savefig(r"expSpalt4.png", format = "png")
```



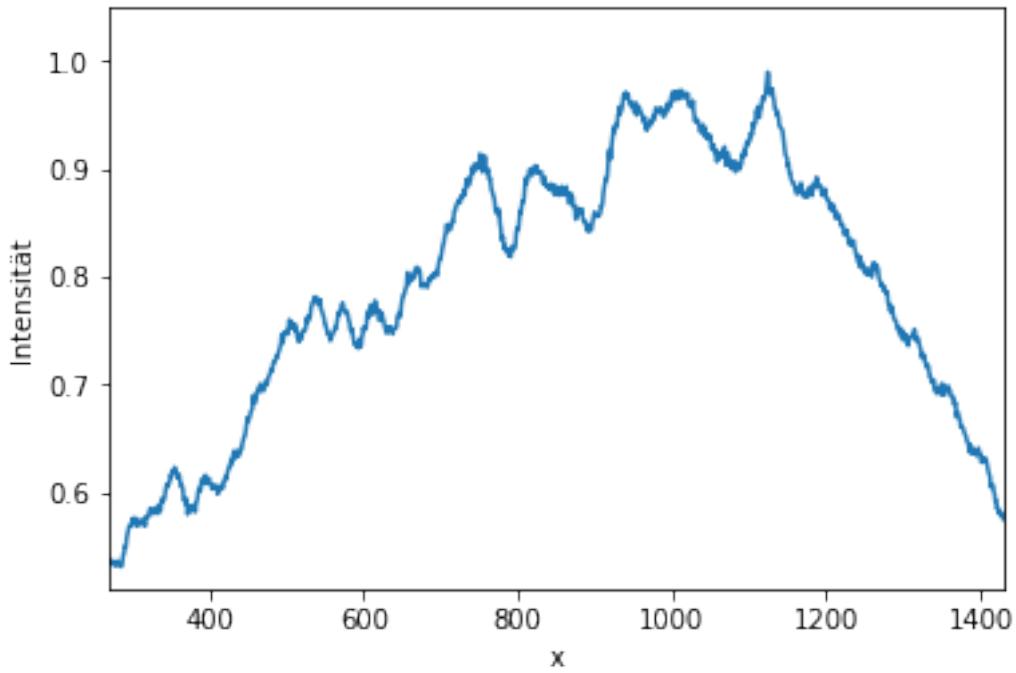
```
[25]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFTmaxtext", skiprows = 2, usecols = (0))
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/FFTmaxtext", skiprows = 2, usecols = (1))
plt.plot(x,y/500)
plt.xlabel(r"x")
plt.ylabel(r"Intensität normiert")
plt.savefig(r"expSpaltn.png", format = "png")
```



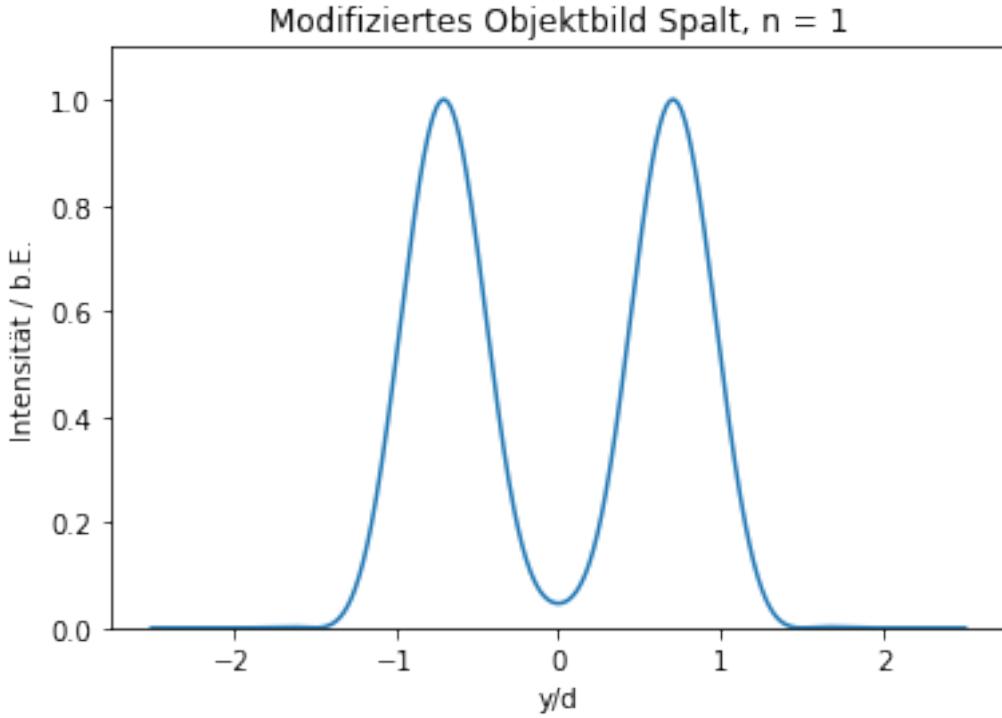
```
[26]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/DoppelspaltFFTGauss(bild_
→1)text", skiprows = 2, usecols = (0))
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/DoppelspaltFFTGauss(bild_
→1)text", skiprows = 2, usecols = (1))
plt.plot(x,y/600)
plt.xlabel(r"x")
plt.ylabel(r"Intensität normiert")
plt.savefig(r"expdoppelspalt1.png", format = "png")
```



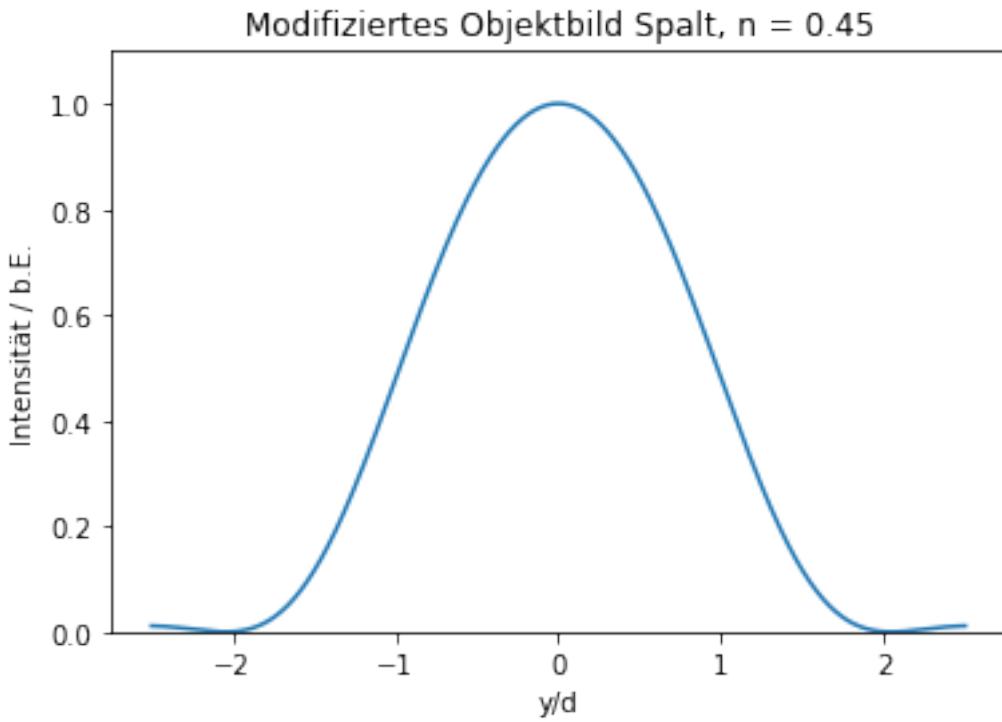
```
[27]: x = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/
    ↪DoppelspaltFFTkeinsignal(bild2)text", skiprows = 2, usecols = (0))
y = np.loadtxt(r"/home/urz/fphys/eh301/Pap2/233/danni/
    ↪DoppelspaltFFTkeinsignal(bild2)text", skiprows = 2, usecols = (1))
plt.plot(x,y/67)
plt.xlim((270,1430))
plt.ylim((0.51,1.05))
plt.xlabel(r"x")
plt.ylabel(r"Intensität")
plt.savefig(r"expdoppelspalt2.png", format = "png")
```



```
[28]: #Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d = 1 #spaltbreite
g = 1.38*d
n = 1 #Integrationsbereich
Y = np.linspace(-2.5,2.5,800)*d
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert1 = []
for i in range(len(Y)):
    y = Y[i]
    result1, error1 = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args = (y,))
    f_modifiziert1.append(result1**2)
f_modifiziert1 = f_modifiziert1/np.max(f_modifiziert1)
plt.plot(Y, f_modifiziert1)
plt.xlabel("y/d")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.title("Modifiziertes Objektbild Spalt, n = " + str(n))
plt.ylim((0,1.1))
# plt.vlines(-0.17, 0, 0.7, "r")
plt.savefig(r"theodoppelspalt1.png", format = "png")
```



```
[67]: #Integrand
def spalt(k,y):
    return d/np.pi*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
def doppelspalt(k,y):
    return d/np.pi*np.cos(k*g/2)*np.sin(k*d/2)/(k*d/2)*np.cos(y*k)
d = 1 #spaltbreite
g = 1.38*d
n = 0.45 #Integrationsbereich
Y = np.linspace(-2.5,2.5,800)*d
from scipy.integrate import quad
f_modifiziert1 = []
for i in range(len(Y)):
    y = Y[i]
    result1, error1 = quad(doppelspalt, 0, 2*np.pi*n/d, args = (y,))
    f_modifiziert1.append(result1**2)
f_modifiziert1 = f_modifiziert1/np.max(f_modifiziert1)
plt.plot(Y, f_modifiziert1)
plt.xlabel("y/d")
plt.ylabel("Intensität / b.E.")
plt.title("Modifiziertes Objektbild Spalt, n = " + str(n))
plt.ylim((0,1.1))
#plt.vlines(-0.17, 0, 0.7, "r")
plt.savefig(r"theodoppelspalt2.png", format = "png")
```



```
[77]: #ky
d = 496.8/10**3 #mm
dd = 50/10**3
n = 0.45
dn = 0.02
a = 0.05
da = 0.005
L = 80 #mm
l = 532/10**6 #mm
kytheo = (2*np.pi*n)/d
dkytheo = kytheo*np.sqrt((dn/n)**2+(dd/d)**2)
kyexp = (2*np.pi*a)/(l*L)
dkyexp = kyexp*np.sqrt((da/a)**2)
S44 = (kytheo-kyexp)/np.sqrt(dkytheo**2+dkyexp**2)
print(kytheo,dkytheo)
print(kyexp,dkyexp)
print(S44)
```

5.691291039111944 0.6261596580736096
 7.381561686066243 0.7381561686066243
 -1.746215900047334

```
[72]: #ky
d = 496.8/10**3 #mm
dd = 50/10**3
n = 1
dn = 0.02
a = 0.1
da = 0.005
L = 80 #mm
l = 532/10**6 #mm
kytheo = (2*np.pi*n)/d
dkytheo = kytheo*np.sqrt((dn/n)**2+(dd/d)**2)
kyexp = (2*np.pi*a)/(l*L)
dkyexp = kyexp*np.sqrt((da/a)**2)
S44 = (kytheo-kyexp)/np.sqrt(dkytheo**2+dkyexp**2)
print(kytheo,dkytheo)
print(kyexp,dkyexp)
print(S44)
```

```
12.647313420248764 1.2977671616301103
14.763123372132487 0.7381561686066243
-1.4171453602848378
```

```
[ ]:
```