EA614 - Análise de Sinais

Teste 1

Questão 1

$$y[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{4}+3\right], & n \text{ múltiplo de } 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

*Saída deslocada: $y[n-n_0] = \begin{cases} x\left[\frac{(n-n_0)}{4}+3\right], & (n-n_0) \text{ múltiplo de } 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$

*Saída para uma entrada deslocada:

Seja $z[n] = x[n-n_0]$ a nova entrada do sistema. Então, a saída, denotada por $y_{n_0}[n]$, é dada por:

$$y_{n_0}[n] = \begin{cases} z\left[\frac{n}{4}+3\right], & n \text{ múltiplo de } 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

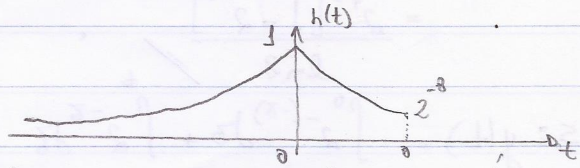
$$\Downarrow$$

$$y_{n_0}[n] = \begin{cases} x\left[\frac{n}{4}+3-n_0\right], & n \text{ múltiplo de } 4 \\ 0, & \text{c.c.} \end{cases}$$

Como $y_{n_0}[n] \neq y[n-n_0]$, o sistema não é invariante com o tempo.

Questão 2

$$h(t) = 2^{-|t|}\, u(8-t)$$



a) Conforme vemos no gráfico, $h(t) \neq 0$ para $t<0$. Logo, a saída do sistema no instante t depende de valores da entrada em instantes futuros, $x(t+t')$, $t'>0$. Por isso, o sistema não é causal.

b) Para que o sistema seja estável, $h(t)$ tem de ser absolutamente integrável.

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt = \int_{-\infty}^{0} 2^{-(-t)}\,dt + \int_{0}^{8} 2^{-t}\,dt$$

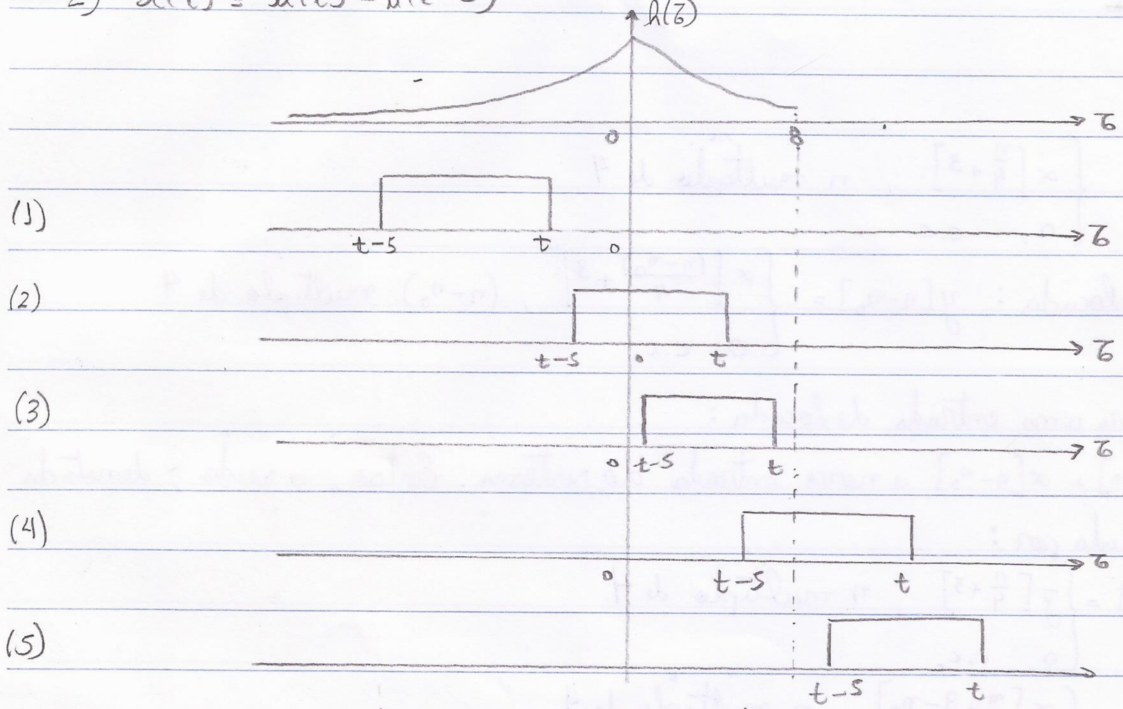
Ora, $\int 2^t\,dt = \int e^{\ln 2^t}\,dt = \int e^{t\ln 2}\,dt$ $\quad u = t\ln 2,\ du = \ln 2\,dt \Rightarrow \int e^u \frac{du}{\ln 2} = \frac{1}{\ln 2} e^{t\ln 2}$

$$= \frac{1}{\ln 2} 2^t$$

Então, $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\,dt = \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^t \Big|_{-\infty}^{0} - \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^{-t}\Big|_{0}^{8} = \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 2}\left[2^{-8}-1\right] = \frac{1}{\ln 2}\left[2-2^{-8}\right]$

Como o resultado é finito, concluímos que o sistema é, de fato, estável.

c) $x(t) = u(t) - u(t-5)$



(1) $t \leq 0$: $y(t) = \int_{t-5}^{t} 2^{-(-\tau)} \, d\tau = \frac{1}{\ln 2} \cdot 2^{+\tau} \Big|_{t-5}^{t} = \frac{1}{\ln 2}\left[2^{+t} - 2^{+(t-5)}\right]$

$= \frac{2^{+t}\left[1 - 2^{-5}\right]}{\ln 2}$

(2) $0 < t \leq 5$: $y(t) = \int_{t-5}^{0} 2^{-(-\tau)} \, d\tau + \int_{0}^{t} 2^{-\tau} \, d\tau = \frac{1}{\ln 2} 2^{+\tau} \Big|_{t-5}^{0} + \frac{1}{\ln 2}\left(-2^{-\tau}\right)\Big|_{0}^{t}$

$= \frac{1}{\ln 2}\left(1 - 2^{t-5}\right) - \frac{1}{\ln 2}\left[2^{-t} - 1\right] = \frac{1}{\ln 2} - \frac{2^{t-5}}{\ln 2} - \frac{2^{-t}}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 2}$

$= \frac{2 - 2^{-t} - 2^{t-5}}{\ln 2}$

(3) $5 < t \leq 8$: $y(t) = \int_{t-5}^{t} 2^{-\tau} \, d\tau = \frac{-1}{\ln 2} 2^{-\tau} \Big|_{t-5}^{t} = \frac{-1}{\ln 2}\left(2^{-t} - 2^{-(t-5)}\right)$

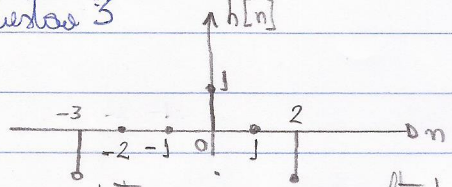
$= \frac{1}{\ln 2}\left[2^{-(t-5)} - 2^{-t}\right]$

(4) $8 < t \leq 13$: $y(t) = \int_{t-5}^{8} 2^{-\tau} \, d\tau = \frac{-1}{\ln 2} 2^{-\tau} \Big|_{t-5}^{8} = \frac{-1}{\ln 2}\left[2^{-8} - 2^{-(t-5)}\right]$

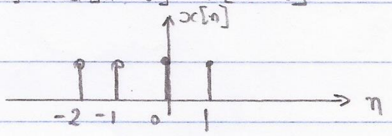
Então, $y(t) = \frac{1}{\ln 2}\left(2^{-(t-5)} - 2^{-8}\right)$

(5) $t > 13$: $y(t) = 0$, pois não há mais interseção não-nula entre $x(\tau)$ e $h(t-\tau)$.

Questão 3



$x[n] = u[n+2] - u[n-2]$



Vamos determinar o resultado da convolução entre $x[n]$ e $h[n]$.

$x[n] * h[n] = x[n] * \{\delta[n] - \delta[n+3] - \delta[n-2]\}$

$= x[n] - x[n+3] - x[n-2]$