Victor Hugo Picerni 187930

teste 1

1)

$$y[n] = \begin{cases} x[n/4 + 3], & n \text{ multiplo de } 4 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Invariante com o tempo?

Para que a função seja invariante com o tempo,

$$y[n - N_0] = x[n - N_0]$$

Tomamos $n$ um numero multipo de 4, de forma que $n = 4 \cdot a$

Com $a$ sendo um número inteiro.

assim:

$$z[n] = x[n - N_0]$$

a saida para $z[n]$ é:

$$z\left[\frac{n}{4} + 3\right] = x\left[\left(\frac{n - N_0}{4}\right) + 3\right]$$

$$= z\left[\frac{4a}{4} + 3\right] = x\left[\left(\frac{4a - N_0}{4}\right) + 3\right]$$

$$= z[a + 3] = x\left[a - \frac{N_0}{4} + 3\right]$$

Mas:

$$y[n - N_0] = x\left[\frac{n}{4} + 3 - N_0\right]$$

assim:

$$y[a - N_0] = x[a + 3 - N_0]$$

concluindo que o sistema é variável com o tempo.

2) sistema LIT com resposta ao impulso:

$$h(t) = 2^{-|t|} u(8 - t)$$

a) O sistema é causal?

Para que um sistema seja causal, $h(t)$ precisa ser zero para $t < 0$,

Para $t = -1$,

$$h(-1) = 2^{-1} u(8 - (-1))$$

$$h(-1) = \frac{1}{2} u(9)$$

Dessa forma, como a resposta para $n < 0$ é diferente de zero, concluímos que o sistema não é causal.

B) O sistema é estável?

Para um sistema estavel:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty$$, ou seja ele deve convergir para um número.

temos que para $u(8 - t)$ é zero para $t > 8$, logo:

$$\int_{-\infty}^{7} 2^{-|t|} dt$$

Vamos dividir a integral em duas partes; de forma a retirarmos o módulo do expoente,
Para isso vamos dividir em $t<0$ e $t>0$

Assim:

$$\int_{-\infty}^{8} 2^{-|t|}\,dt = \int_{-\infty}^{0} 2^{-|-t|}\,dt + \int_{0}^{8} 2^{-t}\,dt$$

$$= \int_{-0}^{\infty} 2^{-t}\,dt + \int_{0}^{8} 2^{-t}\,dt$$

$$= -\frac{2^{-t}}{\ln(2)}\Big|_{0}^{\infty} + -\frac{2^{-t}}{\ln(2)}\Big|_{0}^{8}$$

$$= 0 - \left(-\frac{1}{\ln(2)}\right) + \left(\frac{-2^{-8}}{\ln(2)}\right) - \left(-\frac{1}{\ln(2)}\right)$$

Concluindo que chegaremos a um número finito e positivo, concluindo que é um sistema estável.

c) $x(t) = u(t) - u(t-5)$ como entrada.

temos que

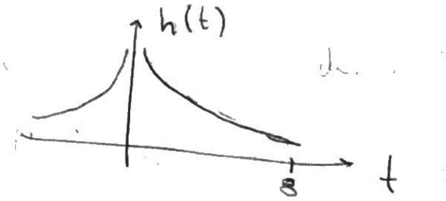
$$y(t) = x(t) * h(t)$$

temos

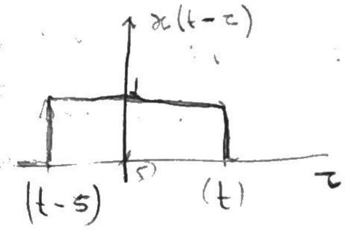
$h(t)$ é não nulo para $h \leq 8$;

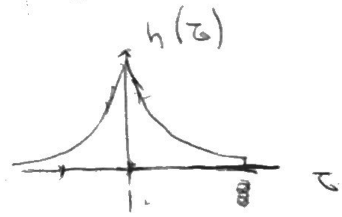
$x(t)$ é não nulo para $0 \leq t \leq 5$.

temos ainda:




Para $x(t-\tau)$ temos




Para $t<0$:

$\tau$ sempre estará negativo,

e $$\int_{(t-5)}^{t} 2^{-|\tau|}\,d\tau = \int_{t-5}^{t} 2^{\tau}\,d\tau$$

$$= \frac{2^{\tau}}{\ln(2)}\Big|_{t-5}^{t} \Rightarrow \boxed{\frac{2^{t} - 2^{t-5}}{\ln(2)}}$$

$\Rightarrow$ 2° Intervalo:

$0 \leq t \leq 5$

$\tau$ pode ser negativo ou positivo.

$, h(\tau) = 2^{-|\tau|} \cdot 1$

$\tau$ variando de $t-5$ até $t$

$$= \int_{t-5}^{0} 2^{\tau}\,d\tau + \int_{0}^{t} 2^{-\tau}\,d\tau$$

$$= \frac{2^{\tau}}{\ln(2)}\Big|_{t-5}^{0} + \frac{-2^{-\tau}}{\ln(2)}\Big|_{0}^{t}$$

$$= \frac{1}{\ln(2)} - \frac{2^{t-5}}{\ln(2)} + \left(\frac{-2^{-t}}{\ln(2)}\right) - \left(-\frac{1}{\ln(2)}\right)$$

$$= \frac{2 - 2^{t} \cdot 2^{-5} - 2^{-t}}{\ln(2)}$$

$$\boxed{= \frac{2 - 2^{t-5} - 2^{-t}}{\ln(2)}}$$

terceiro intervalo:

$5 < t < 8$

$\tau$ assume sempre valores positivos

$$\int_{t-5}^{t} 2^{-|\tau|} d\tau = \int_{t-5}^{t} 2^{-\tau} d\tau$$

$$= \frac{-2^{-\tau}}{\ln(2)}\Bigg|_{t-5}^{t} = \frac{-2^{-t} - (-2^{-t+5})}{\ln(2)}$$

$$\boxed{= \frac{-2^{-t} + 2^{-t+5}}{\ln(2)}}$$

Quarta região

Para $8 < t < 13$

$\tau$ continua sempre positivo.

$$\Rightarrow \int_{t-5}^{8} 2^{-\tau} d\tau$$

obs: Aqui a integral limita o valor de $\tau$ em 8, uma vez que a partir dele, $x(t-\tau) = 0$.

$$\Rightarrow \frac{-2^{-\tau}}{\ln(2)}\Bigg|_{t-5}^{8} \Rightarrow \frac{-2^{-8}}{\ln(2)} + \frac{2^{-t+5}}{\ln(2)}$$

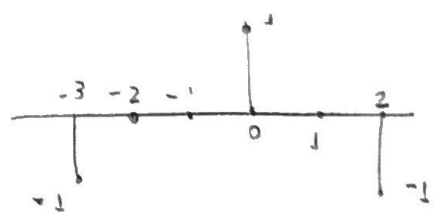
$$= \frac{-2^{-8} + 2^{-t+5}}{\ln(2)}$$

Por fim, a quinta região em que $x(t-\tau) = 0$, logo $y(t) = 0$

temos então:

$$y(t) \begin{cases} \dfrac{2^{t} - 2^{t-5}}{\ln(2)}, & t \leq 0 \\ \dfrac{2 - 2^{t-5} - 2^{-t}}{\ln(2)} & 0 < t \leq 5 \\ \dfrac{-2^{-t} + 2^{-t+5}}{\ln(2)} & 5 < t \leq 8 \\ \dfrac{-2^{-8} + 2^{-t+5}}{\ln(2)} & 8 \leq t \leq 13 \\ 0 & t > 13 \end{cases}$$

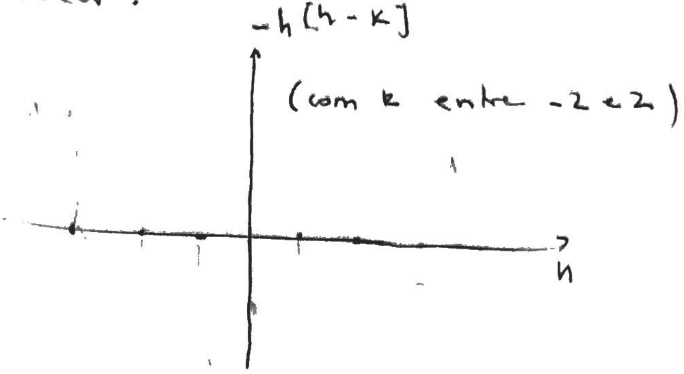
③ $h[n]$




$x[n] = u[n+2] - u[n-2]$

$y[n] = ?$

Devemos primeiramente deslocar o gráfico de forma a ficar:



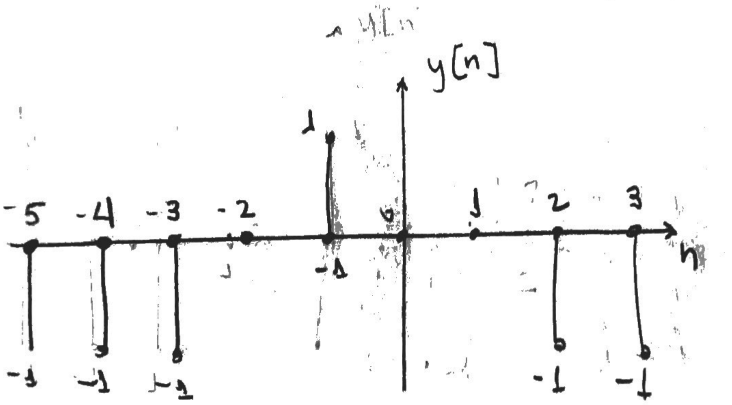

temos assim que

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\, h[n-k]$$

Considerando o degrau de $x[n]$, temos que $x[k] = 1$ para k entre -2 e 2.

Assim

$$y[n] = 1\left(\left[h[n-2]\right] + h[n-1] + h[n] + h[n+1] + h[n+2]\right).$$




Dessa forma temos:

$$y[n] = \begin{cases} -1, & n = -5, -4, -3, 2, 3 \\ 0, & n = -2, 0, 1 \\ 1, & n = -1 \end{cases}$$