Victor Hugo Picerni 187930

Teste 5

Questão 1

$x[n]$ Discreto a partir de $x(t)$, taxa de amostragem de 12KHz.
Queremos enxergar Freq separadas de no máximo 8Hz ao analisar $X(K)$.
Determine o menor valor de N.

Como o sinal é amostrado a 12KHz, $f_s = 12KHz$;
Queremos ainda amostras a cada 8Hz, logo $f_1 = 8Hz$.

Sabemos que a DFT de N pontos de $x[n]$ desenvolve amostras de $X(e^{j\Omega})$ nas Frequências

$$\Omega_K = \frac{2\pi K}{N}, \text{ com } K = 0, 1 \ldots N-1$$

Sabemos também que $\Omega = W_1 T_s$

$$= 2\pi f_1 T_s = \frac{2\pi f_1}{f_s}$$

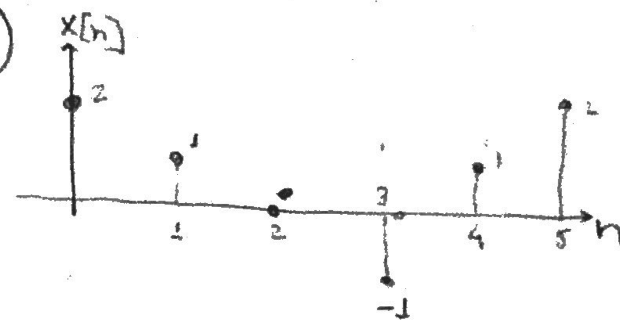
Com isso:

$$\frac{2\pi K}{N} = \frac{2\pi f_1}{f_s} \Rightarrow N = \frac{12000}{8} \cdot K$$

$N = 1500 \cdot K$, com $K = 0, 1 \ldots$

Logo, para o menor N, temos $K = 1$ e ficamos com $\boxed{N = 1500}$

2



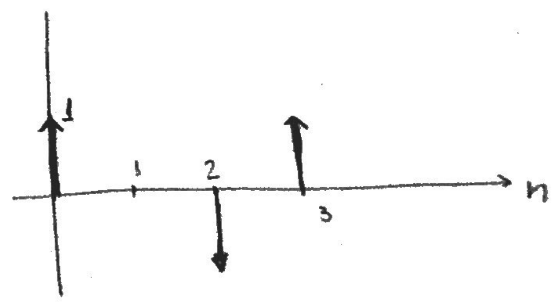
a) Convolução circular

$y_c[n] = x[n] \circledN h[n]$, com

$h[n] = \delta[n] - \delta[n-2] + \delta[n-3]$

e $N = 6$

temos $h[n]$:



$y[n] = x[n] * h[n] =$

$x[n] * \delta[n] - x[n] * \delta[n-2] +$
$x[n] * \delta[n-3]$

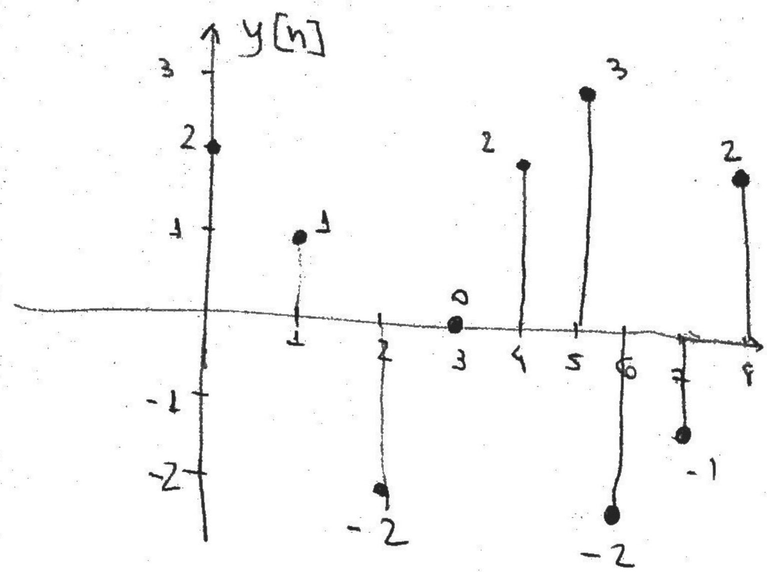
$y[n] = x[n] - x[n-2] + x[n-3]$

Dessa Forma, iremos somar as réplicas de $y[n]$ deslocados entre n de 0 a 6.

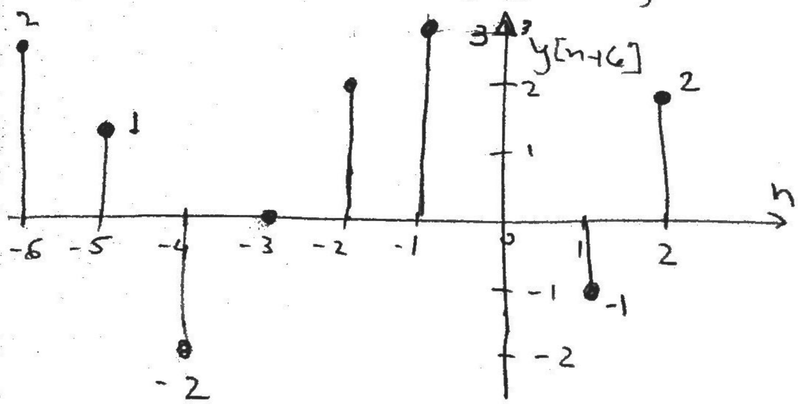
$$y_c[n] = \sum_{r=-\infty}^{\infty} y[n - rN],$$

$0 \leq n \leq N-1$

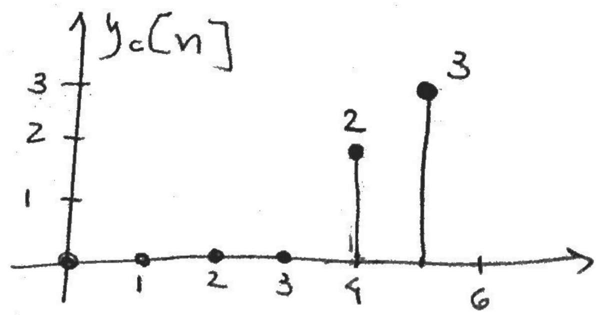
Assim, temos:



Analizando agora $y[n+6]$



Ao somarmos $y[n]$ com $y[n+6]$ obtemos $y_c[n]$, como sendo:



(b) Para convolução circular igual a convolução linear N deve ser maior que o comprimento da sequência resultante;

Sabemos que o comprimento da sequência é:

$$6 \Rightarrow x[n] \quad 4 \Rightarrow h[n]$$

$$N \geq (6+4-1) \Rightarrow N \geq 9$$

(3)

$x[n]$ sinal real com $N = 80$ amostras

calcular dft em $X(k)$, $k = 0, 1, \dots N-1$

Com $X(20) = \sqrt{2} - j\pi$

$X(k)$ é espelhado em um eixo de simetria em $\Omega = \pi$.

logo: $X(k) = X^*(N-k)$

$$X(N-k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N} \cdot n(N-k)}$$

$$\Rightarrow X(N-k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] \cdot e^{+j\frac{2\pi}{N} nk}$$

$$X^*(N-k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N} nk}$$

mas

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N} nk}$$

Com isso, temos que:

$$X^*(N-k) = X(k)$$

Sendo assim:

$$X(60) = X^*(20) = \sqrt{2} + j\pi$$

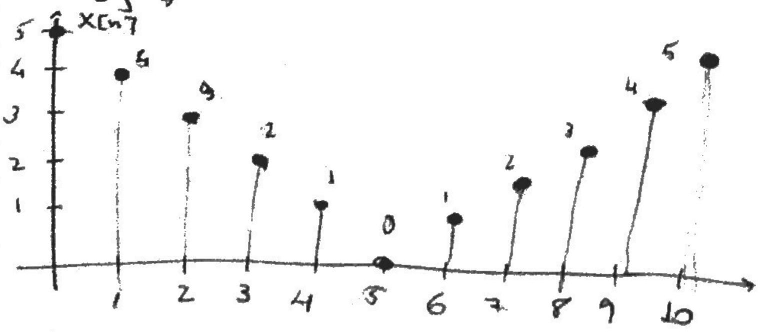
(4) $N=4$ amostras da sequência $x[n]$ com $M=11$.

a) Para o calculo da FFT em matlab se usa a DFT, que não retorna a resposta correta por exigir um número de pontos maior que o comprimento da sequência.
Como no caso $M > N$, o comprimento será maior que o numero de pontos e resultará em um resultado incorreto.

(b) $x[n] = \begin{cases} 5-n & 0 \leq n \leq 5 \\ n-5 & 5 < n \leq 10 \end{cases}$

Determinar $y[n]$ fornecida como entrada para FFT para que o resultado seja o desejado.

temos:



Queremos $y[n]$ com $N=4$

Com isso temos $N < M$, portanto

$$Y(e^{j\Omega}) = X(e^{j\Omega})$$

$$Y(e^{j\Omega}) = \sum_{n=0}^{N-1} y(n) e^{\frac{-j2\pi kn}{N}}$$

$$= \sum_{n=0}^{M-1} x[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{N}} = X(e^{j\Omega})$$

Com isso:

$$\sum_{n=0}^{3} y(n) e^{\frac{-j2\pi kn}{4}} = \sum_{n=0}^{10} x[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{4}}$$

$$= \sum_{n=0}^{3} x[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{4}} + \sum_{n=4}^{7} x[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{4}} + \sum_{n=8}^{11} x[n] e^{\frac{-j2\pi kn}{4}}$$

Substituindo os indices dos somatorios, temos:

$$\sum_{n=0}^{3} y(n) e^{\frac{-j2\pi kn}{4}} = \sum_{n=0}^{3} (x[n] + x[n+4] + x[n+8]) \cdot e^{-j\frac{2\pi kn}{4}}$$

Com isso:

$$\boxed{y[n] = x[n] + x[n+4] + x[n+8]}$$