UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS
FACULDADE DE ENGENHARIA ELÉTRICA E COMPUTAÇÃO

EFC 1 - Sistemas LIT e Convolução

Prof. Levy Bocatto

Victor Hugo Picerni Pinto Ferreira RA: 187930

CAMPINAS
20 de outubro de 2020

Sumário

1 Introdução

Este exercício de fixação de conceitos tem por base trabalhar algumas questões relacionadas a Sistemas Lineares Invariantes com o Tempo e os princípios da convolução.

Neste exerc ıcio, iremos estudar alguns aspectos b asicos de um problema de grande relevˆancia na area de processamento de sinais, conhecido como cancelamento de eco, tendo como base os conceitos de convolu c ao e sistemas lineares e invariantes com o tempo (LIT).

2 Respostas - Parte Teórica

O exercício proposto parte de um sinal transmitido e, a partir desse sinal, é gerado um sinal atenuado e deslocado no tempo que chamaremos de eco. A Figura 1 apresenta o sinal s[n] transmitido atravéz de um canal. Ainda nos é dito que o sinal é composto por K amostras.

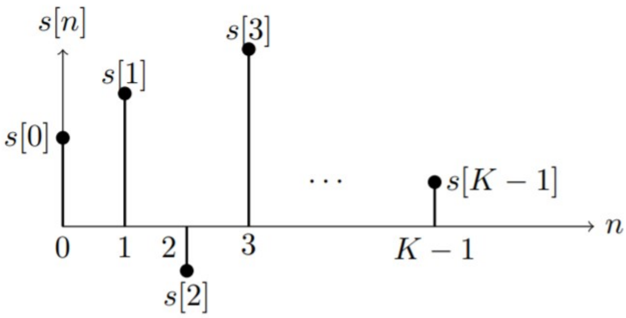


Figura 1: Sinal Transmitido s[n].

Com isso temos os dados de entrada, mas além disso temos também a resposta ao impulso dado pela Figura 2.

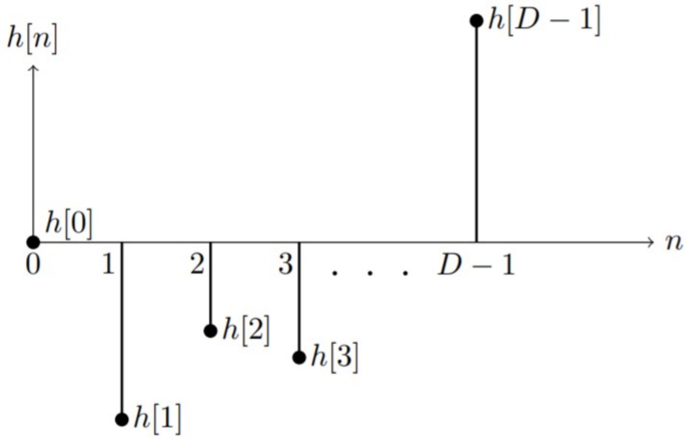


Figura 2: Resposta ao impulso do sistema h[n].

(a) Determine o comprimento P da sequência [n] gerada na saída do canal em função de K e D.

Dado que o sistema tem h[n] e s[n] iguais a zero para n¡0 e observando a convolução, temos que:

$$x[n] = s[n] * h[n] = \sum_{k=0}^{\infty} s[k]h[n-k] = s[0]h[n] + s[1]h[n-1]...$$

Dado que s tem comprimento K, seu ultimo termo não nulo será K-1, assim

...s[K-1]h[n-(K-1)]

Como h tem comprimento D

n - (k - 1) = D - 1

Logo o comprimento da sequência será:

P - 1 = n

n = D + K - 2

P = D + K - 1

(b) Mostre que este procedimento para o cálculo da convolução está correto, identificando quem é a matriz H e o vetor s.

Temos que x pode ser escrito pela matriz:

$$\text{x} = \begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[P-1] \end{bmatrix}$$

Sendo que a partir da equação da convolução, x pode ser escrito por: x[n] = s[0]h[n] +

s[1]h[n - 1] + ... s[K - 1]h[n - (K - 1)]

Logo:

x[0] = s[0]h[0] + s[1]h[-1] + s[2]h[-2] + ... + s[K - 1]h[- K + 1]

x[1] = s[0]h[1] + s[1]h[0] + s[2]h[- 1] + ... + s[K - 1]h[- K + 2]

. . .

x[D] = s[0]h[D] + s[1]h[D - 1] + s[2]h[D - 2] + ... + s[K - 1]h[- K + D + 1]

x[K] = s[0]h[K] + s[1]h[K - 1] + s[2]h[K - 2] + ... + s[K - 1]h[0]

...

x[P - 1] = s[0]h[P - 1] + s[1]h[P - 2] + ... + s[K - 1]h[- K + P]

Com isso, podemos escrever a equação **x = Hs**, com **H** sendo:

$$\mathbf{H}= \begin{bmatrix} h[0] & h[-1] & h[-2] & \dots & h[-K+1] \\ h[1] & h[0] & h[-1] & \dots & h[-K+2] \\ h[2] & h[1] & h[0] & \dots & h[-K+3] \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ h[P-1] & h[P-2] & h[P-3] & \dots & h[-K+P] \end{bmatrix}$$

Com isso, **s** será:

$$\mathbf{s} = \begin{bmatrix} s[0] \\ s[1] \\ s[2] \\ \vdots \\ s[K-1] \end{bmatrix}$$

Porém, são necessárias algumas considerações: - Para n menor que 0 , h[n] = 0;

- As dimensões das matrizes **H** e **s** são diferentes, uma vez que

$$P = D + K - 1$$
$$S = K - 1$$

Assim, é necessário adequar a dimensão de s para que a operação possa ser realizada. Com isso vamos acrecentar zeros na matriz s até que ela tenha a mesma dimensão do vetor x (P-1). Assim,

$$\mathrm{s} = \begin{bmatrix} s[0] \\ s[1] \\ s[2] \\ \vdots \\ s[K-1] \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Logo, x = **H**s pode ser representado por:

$$\begin{bmatrix} x[0] \\ x[1] \\ \vdots \\ x[P-1] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h[0] & 0 & \dots & 0 \\ h[1] & h[0] & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & h[D-1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s[0] \\ s[1] \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

3 Respostas - Parte Computacional

(c) A partir da equação $x[n] = s[n] - 0,3s[n - n_0]$, determine a resposta ao impulso do canal h[n].

A resposta ao impulso pode ser dada ao substituir a entrada s[n] por $delta[n]$. Com isso, temos que ao igualar s[n] a $\delta[n]$.

Com isso temos que: $x[n] = \delta[n] - 0.3\delta[n - n_0]$

De forma que

$$h[0] = 1$$
$$h[n] = -0,3$$

com isso a resposta ao impulso será:

$$h[n] = \begin{cases} 1, & \text{se } n \text{ é } 0 \\ 0.3, & \text{se } n \text{ é } n_0 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

(d) Considerando a situação de cancelamento total do eco, determine a resposta combinada canal-filtro.

Dado que h[n] e w[n] são dois sistemas LIT em série, podemos encontrar a resposta combinada z[n] a partir da convolução entre h[n] e w[n].
De forma que

$$z[n] = h[n] * w[n]$$

assim, uma vez que a saída esperada é apenas s[n], temos que:

$$y[n] = h[n] * w[n] * s[n] = s[n]$$

Concluindo que a convolução $z[n] = h[n] * w[n] = \delta[n]$ uma vez que a função impulso é o elemento neutro da convolução.

(e)Supondo que o canal envolvido na transmissão tenha como parâmetro n_0 = 10 (ver (3)), apresente, então, a resposta combinada para cada um dos filtros usados, ou seja, $g_1[n] = w_1[n] * h[n]$ e $g_2[n] = w_2[n] * h[n]$. A partir das respostas combinadas obtidas, discuta a qualidade de cada um dos filtros tendo em vista o objetivo desejado na tarefa de cancelamento de eco
Temos:
$w_1 = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0.3, (0.3)^2, (0.3)^3, (0.3)^4]$
$w_2 = [1, 1.5, 0.7, 0.2, 0.3]$.
O valor de D deve ser correspondente a $n_0 + 1$, dessa forma $D = 11$ tanto para w_1 quanto para w_2.
Para w_1 há 14 posições, de forma que $K = 14$

Com isso, para w_1 o valor de P será: $P = D + K - 1 = 11 + 14 - 1 = 24$
Para w_1 há 5 posições, de forma que $K = 5$
Já para w_2 o valor de P sera: $P = D + K - 1 = 11 + 5 - 1 = 15$

```
g1 = H*w1
   1.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.09000
   0.02700
   0.00810
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
  -0.09000
  -0.02700
  -0.00810
  -0.00243
```

```
g2 = H*w2
   1.00000
   1.50000
   0.70000
  -0.20000
   0.30000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
  -0.30000
  -0.45000
  -0.21000
   0.06000
  -0.09000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
   0.00000
```

Figura 3: Resposta da convolução h[n]*w[n] a partir dos valores dados;

Como a convolução deve ser igual à função impulso, observando os resultados obtidos pelo programa, podemos ver que a função que mais se aproxima do impulso unitário é g1. Tanto g1 quanto g2 tem alguns ruidos, entretanto o que mais se aproxima (e que tem menor quantidade de ruidos) é g1.

(f) Apresente em um gráfico o sinal x[n] e discuta as diferenças deste sinal em relação a s[n].

Abaixo veremos o sinal de resposta a h[n] e em seguida a comparação entre s[n] e x[n] . Podemos ver que, embora o sinal não seja idêntico, há uma semelhança muito grande, de forma que as diferenças retratam os ecos que surguiram ao transmitir o sinal naquele sistema.

(g) Filtre o sinal x[n] pelos sistemas candidatos w1[n] e w2[n] (cujos coeficientes foram apresentados no item (e)), gerando as sa ıdas y1[n] e y2[n], respectivamente.

Podemos ver nas ultimas páginas o gráfico dos dois sistemas, bem como a resposta dos dois filtros, podendo observar também a melhor eficiência filtro 1 em relação ao filtro 2.

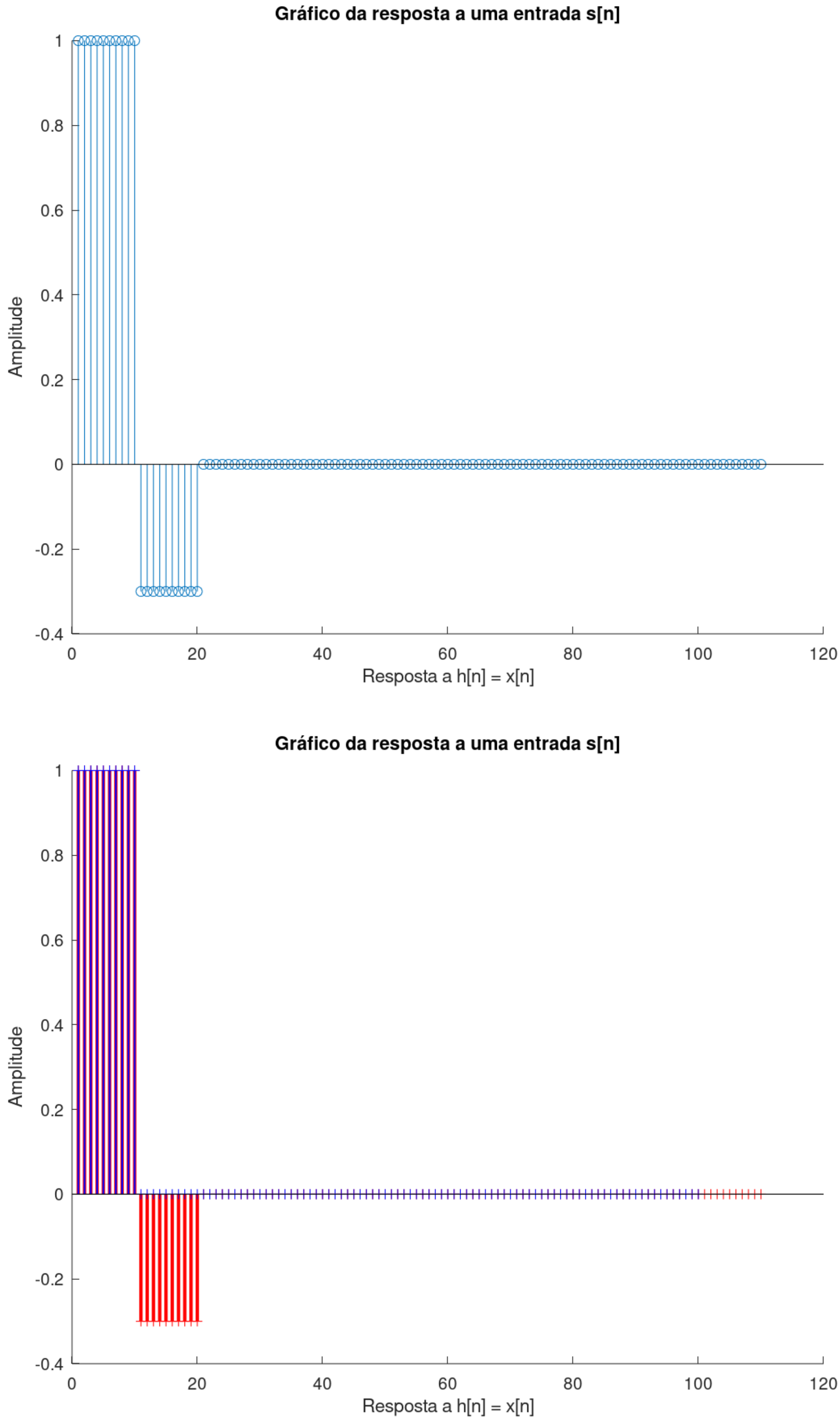


Figura 4: Resposta ao impulso do sistema h[n] a uma entrada s[n].

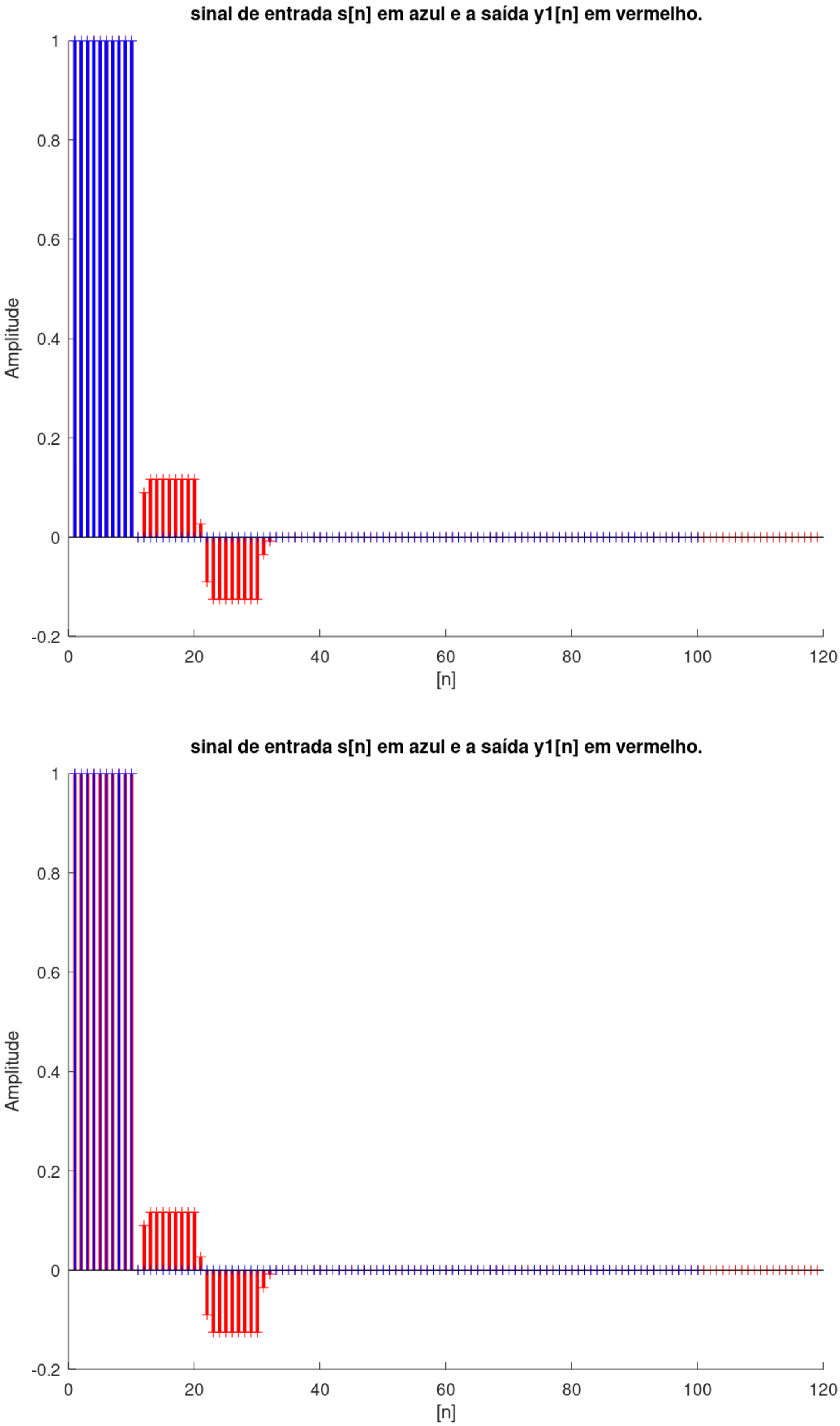
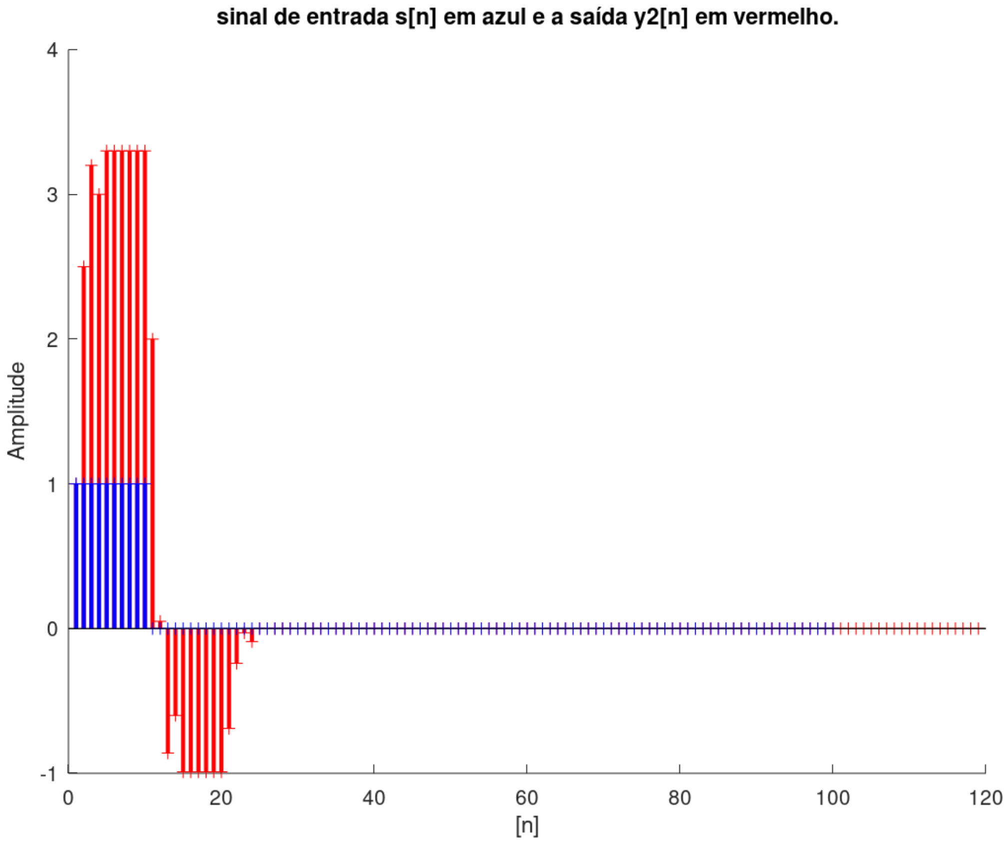


Figura 5: Comparação entre dois sinais, Sendo s[n] a entrada(azul) e y[n] a saída(vermelho) que passou pelo filtro 1



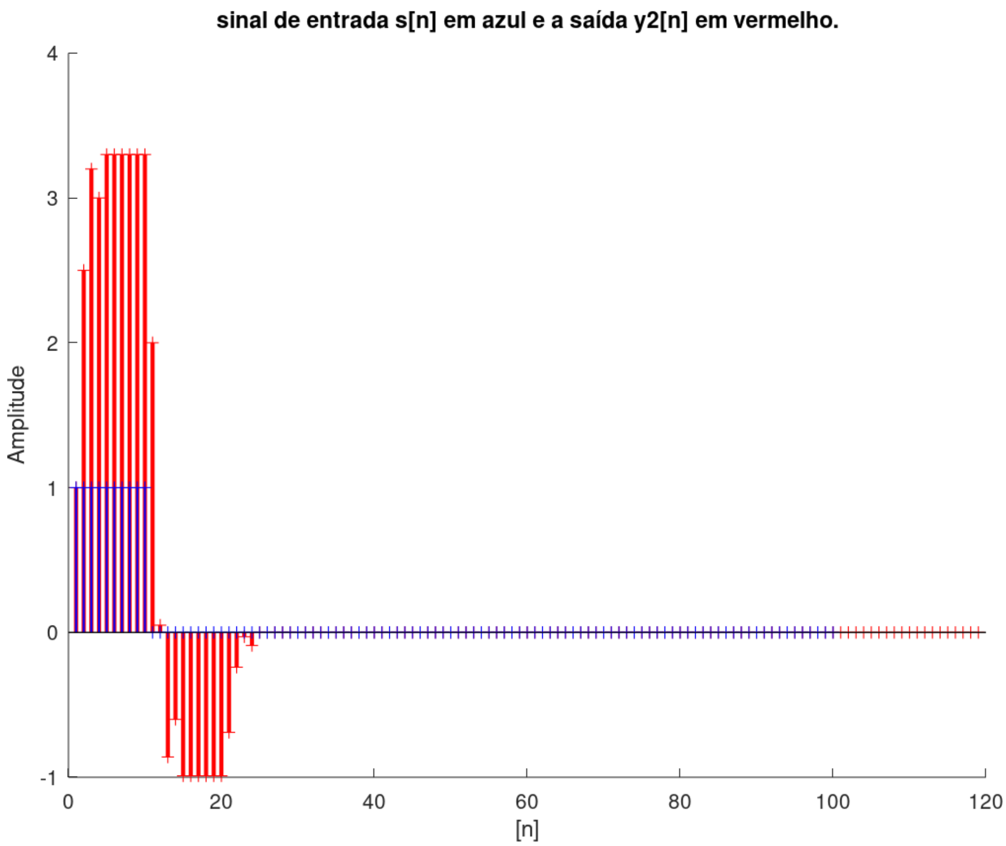


Figura 6: Comparação entre dois sinais, Sendo s[n] a entrada(azul) e y[n] a saída(vermelho) que passou pelo filtro 2