MDI0002

MATEMÁTICA DISCRETA

UDESC - Centro de Ciências Tecnológicas

Bacharelado em Ciência da Computação

Exercícios
Álgebras com uma Operação

1. Considere a álgebra $\langle \mathbb{R}, \odot \rangle$ sendo a operação $\odot$ definida por

$$x \odot y = x - y + 3.$$

   Mostre que $\langle \mathbb{R}, \odot \rangle$ não é grupo.

2. Dado o conjunto $IR = \{[a, b] \mid a, b \in \mathbb{R} \wedge a \leq b\}$ e a operação $\oplus : IR \times IR \to IR$ definida a seguir para $x = [a_1, b_1]$ e $y = [a_2, b_2]$:

$$x \oplus y = [a_1 + a_2, b_1 + b_2]$$

   Mostre que $\langle IR, \oplus \rangle$ é monóide. Por que IR não é grupo?

3. O monóide apresentado na questão anterior é abeliano (comutativo)? Justifique.

4. Seja A um conjunto finito e S o conjunto de todas as funções totais $f : A \to A$. Prove que $\langle S, \circ, \iota_A \rangle$, onde $\circ$ é a composição de funções com $g \circ f(x) = g(f(x))$ e ι_A é a função identidade $\iota_A(x) = x$, é um monóide.

5. A partir do conjunto $X = \{v, w, x, y, z\}$, defina:

   a) uma álgebra sobre X que é um grupo.

   b) uma álgebra sobre X que é um monóide, mas não é um grupo.

   c) uma álgebra sobre x que é um semi-grupo comutativo, mas que não é um monóide.

   d) uma operação não fechada sobre X.