

Exercícios
Indução Matemática

1. Prove por indução que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$

$$1 * 1! + 2 * 2! + 3 * 3! + \dots + n * n! = (n + 1)! - 1$$

2. Prove por indução que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$

$$1 + 8 + 27 + \dots + n^3 = (1 + 2 + \dots + n)^2$$

3. Prove por indução que, para qualquer natural $n > 6$, vale $n^2 > 5n + 10$.
4. Prove por indução que, para qualquer $n \in \mathbb{N}$, $2^n + (-1)^{n+1}$ é divisível por 3.
5. Descreva o conjunto B indutivamente definido como segue:

- $2 \in B, 3 \in B$
- se $b \in B$, então $2b \in B$ e $3b \in B$

6. Relativamente à operação de exponenciação x^n , para um número real x .

- (a) Defina indutivamente a exponenciação em termos de multiplicações sucessivas.
(b) Detalhe a aplicação da função definida para $n = 4$.

7. Relativamente à operação de multiplicação de dois números naturais.

- (a) Defina indutivamente a multiplicação de naturais em termos de adições sucessivas.
(b) Detalhe a aplicação da função definida para a multiplicação de 2 e 3.

8. Prove usando o princípio da indução matemática que

$$\sum_{k=1}^n k^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$$

9. Prove que, para todo natural $n \geq 2$, n é número primo ou é um produto de números primos.
10. O que está errado na seguinte “demonstração” por indução matemática?

Vamos provar que, para qualquer inteiro positivo n , n é igual a 1 mais n . Suponha que $P(k)$ é verdadeira, ou seja,

$$k = k + 1$$

Somando 1 aos dois lados dessa equação, obtemos:

$$k + 1 = k + 2$$

Portanto $P(k + 1)$ também é verdadeira.