7) $f(x) = \sqrt{\dfrac{6}{x-1} - \dfrac{6}{x} - 1}$

1º mmc

$$f(x) = \sqrt{\frac{6x - 6(x-1) - x(x-1)}{x(x-1)}}$$

2º O que está na raiz precisa ser ≥ 0. Logo

$$\frac{6x - 6(x-1) - x(x-1)}{x(x-1)} \geq 0 \qquad \frac{\cancel{6x} - \cancel{6x} + 6 - x^2 + x}{x^2 - x} \geq 0$$

$$\frac{-x^2 + x + 6}{x^2 - x} \geq 0$$. Com a restrição de que $x^2 - x \neq 0$

$x^2 - x = 0$

$S: 1 + 0 = 1$ Raízes $x = 1$ ou $x = 0$

$P: 1 \cdot 0 = 0$

Então a restrição para o denominador é

$x \neq 1$ e $x \neq 0$

Para que $\dfrac{-x^2 + x + 6}{x^2 - x} \geq 0$ seja verdade. Logo o numerador e o denominador precisam ter o mesmo sinal $\oplus$ ou $\ominus$

Analisando as funções separadamente

Numerador de f(x):

$g(x) = -x^2 + x + 6$

Achando as raízes

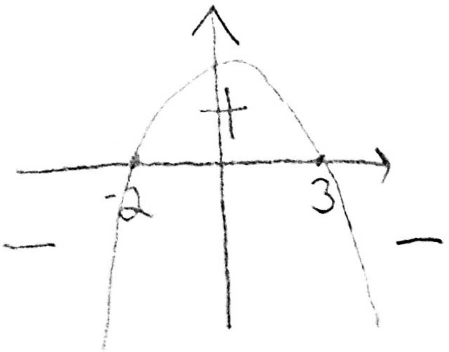
$\Delta = 1^2 - 4.(-1).(6)$ $\quad \Delta = 1 + 24$ $\quad \Delta = 25$

$x = \frac{-1 \pm 5}{-2}$ $\quad x_I = \frac{-1+5}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$ $\quad x_{II} = \frac{-1-5}{-2} = \frac{-6}{-2} = 3$

Gráfico da função (esboço)

$a < 0$ logo

g(x)



Denominador de f(x)

$h(x) = x^2 - x$

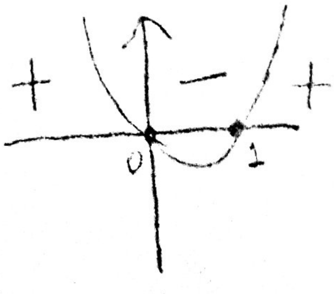
Achando as raízes

$x^2 - x = 0$ $\quad \Delta = (-1)^2 - 4.1.0$ $\quad \Delta = 1$

$x = \frac{1 \pm 1}{2}$ $\quad x_I = \frac{0}{2} = 0$ $\quad x_{II} = \frac{2}{2} = 1$

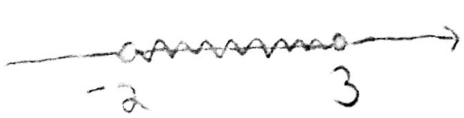
Gráfico da função (esboço)

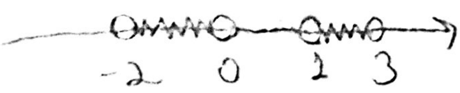
$a > 0$ logo



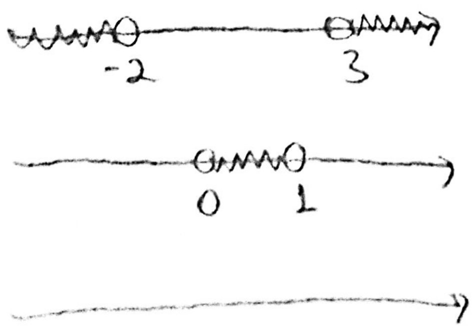
Achando as soluções

Para $g(x)$ e $h(x)$ Positivas

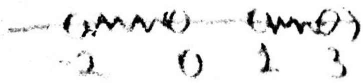




Para $g(x)$ e $h(x)$ Negativas



A solução é a união para quais $g(x) \cap h(x)$ foram positiva e $g(x) \cap h(x)$ foram negativa. Como $g(x) \cap h(x)$ para os negativos é igual ao vazio, a solução é $g(x) \cap h(x)$ no qual ambos deram positivo



* Analisando as raízes. Como na restrição tínhamos que $x \neq 1$ e $x \neq 0$. Logo estes não entram na solução.

Portanto $S = [-2,0) \cup (1,3]$