Contagem

Lista

1.

Temos 5 sabores de sorvete, 3 acompanhamentos e 2 coberturas.

Pelo princípio multiplicativo, o total de combinações é $5 \cdot 3 \cdot 2 = 30$.

2.

Excluindo das possibilidades os sorvetes de morango e chocolate e as raspas de chocolate, temos 3 sabores, 2 acompanhamentos e 2 coberturas.

Pelo princípio multiplicativo, o total de combinações é $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$.

3.

Para o número ser menor que 600, o primeiro dígito só pode ser 2 ou 4. Os demais dígitos podem ser qualquer um dos 4 algarismos.

Pelo princípio multiplicativo, temos $2 \cdot 4 \cdot 4 = 32$ números.

4.

Os conectivos lógicos binários relacionam duas proposições, dependendo do valor lógico de cada uma. A tabela-verdade de um conectivo binário pode ser representada da seguinte maneira:

p	q	$p \bullet q$
V	V	X
V	F	X
F	V	X
F	F	X

em que $\bullet$ representa o conectivo e X é o valor lógico, que pode ser V ou F.

Temos, então, 2 possibilidade (V ou F) para cada X. Assim, a quantidade de tabelas verdades distintas que podemos montar é, pelo princípio multiplicativo, $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$. Como cada tabela representa 1 conectivo, temos 16 conectivos.

5.

a)

O primeiro dígito do número só não pode ser 0, logo, temos 9 possibilidades para ele. Não ha restrições para o segundo dígito, então temos 10 possibilidades. Já o último dígito só pode ser 0 ou 5, para que o número seja divisível por 5.

Portanto, temos $9 \cdot 10 \cdot 2 = 180$ números.

b)

O total de números com 3 dígitos é $9 \cdot 10 \cdot 10 = 900$.

Portanto, como 180 destes números são divisíveis por 5, o total de números não divisíveis por 5 é 900 - 180 = 720.

c)

Para um número ser divisível por 4, se o digíto das dezenas for par, o dígito das unidades deve ser 0, 4 ou 8. Se o digíto das dezenas for ímpar, o dígito das unidades deve ser 2 ou 6.

Caso dígito das dezenas par:
Temos 5 possibilidades de dígitos pares para as dezenas e 3 possibilidades para as unidades. Logo, temos $9 \cdot 5 \cdot 3 = 135$ números.

Caso dígito das dezenas ímpar:
Temos 5 possibilidades de dígitos ímpares para as dezenas e 2 possibilidades para as unidades. Logo, temos $9 \cdot 5 \cdot 2 = 90$ números.

Portanto, no total temos $135 + 90 = 225$ números.

d)

Pelo princípio da inclusão e exclusão a cardinalidade do conjunto $4 \cup 5$ (números divisíveis por 4 ou 5) é dada por $|4|$ (qauntidade de números divisíveis por 4) + $|5|$ (quantidade de números divisíveis por 5) - $|4 \cap 5|$ (quantidade de números divisíveis por 4 e 5).

Um número só é divisível por 4 e 5 se for terminado em 0, pois nenhum número terminado em 5 é divisível por 4. E, para ser divisível por 4, o número terminado em 0 deve ter o dígito das dezenas par.

Então, o valor de $|4 \cap 5|$ é $9 \cdot 5 \cdot 1 = 45$.

Então, $|4 \cup 5| = |4| + |5| + |4 \cap 5| = 180 + 225 - 45 = 360$.

e)

Conforme calculado no item d, temos 45 números divisíveis por 4 e 5.

f)

Como temos 900 números com 3 dígitos e, destes, 360 são divisíveis por 4 ou 5, a quantidade de não números não divisíveis por nenhum dos dois é 900 - 360 = 640.

6.

a)

Cada bit tem 2 possibilidades de valores (0 ou 1). Logo, o total de sequências de 8 bits é $2^8 = 256$.

b)

O primeiro e o último bit só têm uma possibilidade de valor, logo, o total de sequências é $1 \cdot 2^6 \cdot 1 = 64$.

c)

A quantidade de sequências que começam ou terminam em 0 é dada pela quantidade que começa com 0 + quantidade que termina com 0 - quantidade que começa e termina com 0.

Total de sequências que começam com 0: $1 \cdot 2^7 = 128$.

Total de sequências que terminam com 0: $2^7 \cdot 1 = 128$.

Portanto, a quantidade que começa ou termina com 0 é $128 + 128 - 64 = 192$.

d)

O segundo bit só tem uma possibilidade de valor, logo, o total de sequências é $2 \cdot 1 \cdot 2^6 = 128$.

e)

Os 3 primeiros bits só têm uma possibilidade de valor, logo, o total de sequências é $1^3 \cdot 2^5 = 32$.

f)

A quantidade de possíveis lugares para o 0 na sequência é 8, logo, só existem 8 sequências com apenas um 0.

g)

Começam com 10: $1^2 \cdot 2^6 = 64$.

Têm 0 como terceiro dígito: $2^2 \cdot 1 \cdot 2^5 = 128$.

Começam com 100 (satisfazem as duas condições): $1^3 \cdot 2^5 = 32$.

Começam com 10 ou têm 0 como terceiro dígito: $64 + 128 - 32 = 160$.

h)

Para a sequência ser um palíndromo, os últimos 4 bits não podem ser escolhidos aleatoriamente. Definidos os 4 primeiros, os 4 últimos só têm uma possibilidade.

Portanto, o total de sequências é $2^4 \cdot 1^4 = 16$.

7.

Cada questão de múltipla escolha tem 4 respostas possíveis, logo, o total de possibilidades para as respostas destas questões é 4^{20}.

Cada questão adicional tem 5 respostas possíveis, logo, o total de possibilidades para as respostas destas questões é 5^{10}.

Como a folha de respostas contém as respostas de todas as questões, o total de possibilidades para ela é $4^{20} \cdot 5^{10} \approx 1,0737418 \cdot 10^{19}$

8.

Supondo que o BASIC não diferencie maiúsculas e minúsculas.

Identificadores de 1 letra: 26. Letra + dígito: $26 \cdot 10 = 260$.

Total: 26 + 260 = 286.

9

a)

A quantidade de estudantes que têm apenas bicicleta é dada por $|B| - |B \cap C| - |B \cap M| + |B \cap C \cap M| = 97 - 53 - 7 + 2 = 39$.

b)

A quantidade de estudantes que não têm nenhum dos três é dada pelo total de alunos menos a quantidade de alunos que possuem algum dos meios de transporte ($|B \cup M \cup C|$).

Pelo princípio da inclusão e exclusão, temos:
$|B \cup M \cup C| = |B| + |M| + |C| - |B \cap M| - |B \cap C| - |M \cap C| + |B \cap M \cap C| = 97 + 28 + 83 - 7 - 53 - 14 + 2 = 136$.

Logo, o total de estudantes que não têm nenhum dos três é 150 - 136 = 14.

10.

a)

O total de produtos é 19, ou seja, $|H \cup G \cup P| = 19$.

Pelo princípio da inclusão e exclusão temos: $|H \cup G \cup P| = |H| + |G| + |P| - |H \cap G| - |H \cap P| - |G \cap P| + |G \cap H \cap P|$.

Ou seja, 19 = 12 + 10 + 11 - 5 - 6 - 5 + $|G \cap H \cap P|$.

Com essa conta, obtemos que o número de produtos que anunciam as três propriedades é 2.

b)

Os produtos que anunciam refrescar o hálito, mas não anunciam reduzir a formação de placas incluem aqueles que anunciam somente refrescar o hálito e aqueles que anunciam somente refrescar o hálito e prevenir a gengivite.

O número de produtos que anunciam somente que refrescam o hálito é $|H| - |H \cap G| - |H \cap P| + |H \cap G \cap P| = 12 - 5 - 6 + 2 = 3$.

O número de produtos que anunciam somente que refrescam o hálito e previnem a gengivite é $|H \cap G| - |H \cap G \cap P| = 5 - 2 = 3$.

O total de produtos que anunciam refrescar o hálito, mas não anunciam reduzir a formação de placas é 3 + 3 = 6.

11.

Não, pois utilizando o princípio da inclusão e exclusão a partir dos números apresentados na tabela, a amostra seria de:

$(425 + 397 + 340) - (284 + 315 + 219) + 147 = 491$ consumidores, e não de 450 como a empresa de pesquisa informou.

12.

$|A \cup B \cup C \cup D| = |A| + |B| + |C| + |D| - |A \cap B| - |A \cap C| - |A \cap D| - |B \cap C| - |B \cap D| - |C \cap D| + |A \cap B \cap C| + |A \cap B \cap D| + |A \cap C \cap D| + |B \cap C \cap D| - |A \cap B \cap C \cap D|$.

13.

Existem 4 naipes no baralho, logo, pelo princípio das casas dos pombos, para se obter pelo menos duas do mesmo naipe é necessário tirar 5 cartas.

14.

Pelo princípio das casas dos pombos, para se obter ao menos dois nomes de pessoas do mesmo sexo é necessário selecionar 3 nomes.

15.

Pares cuja soma resulta em 7: $\{1,6\}, \{2,5\}, \{3,4\}$. Como há 3 pares resultando em 7 sendo que não há repetição de nenhum elemento de $\{1,2,3,4,5,6\}$ em pares diferentes, então podemos utilizar o princípio das casas dos pombos com os 3 conjuntos de pares.

Logo, garante-se que, com 4 elementos, ao menos uma das casas terá dois itens, somando 7, portanto.

16.

Utilizando o mesmo raciocínio do exercício anterior, teremos os seguintes pares que somam 22: $\{2,20\}, \{4,18\}, \{6,16\}, \{8,14\}, \{10,12\}$.

Como há 5 possíveis pares para somar 22, 6 números devem ser extraídos para garantir a soma.