

Exercícios
Álgebra de Conjuntos

(I) Prove as seguintes propriedades da união de conjuntos:

1. Comutatividade: $A \cup B = B \cup A$.
2. Idempotência: $A \cup A = A$.
3. Elemento Neutro: $A \cup \emptyset = A$.
4. Elemento Absorvente: $A \cup \mathcal{U} = \mathcal{U}$.
5. Associatividade: $A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$.

(II) Prove as seguintes propriedades da intersecção de conjuntos

1. Comutatividade: $A \cap B = B \cap A$.
2. Idempotência: $A \cap A = A$.
3. Elemento Neutro: $A \cap \mathcal{U} = A$.
4. Elemento Absorvente: $A \cap \emptyset = \emptyset$.
5. Associatividade: $A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$.

(III) Qual o elemento absorvente da operação de produto cartesiano? (Um elemento é dito absorvente se, ao operá-lo com qualquer outro, o resultado sempre será o elemento absorvente.)

(IV) Prove:

- | | |
|---|--|
| 1. $A - B \subseteq A$ | 6. $A \cap \overline{B} = \emptyset \wedge A \cap B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$ |
| 2. $A - B = A \Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$ | 7. $A \cup B = B \wedge A \cap B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset$ |
| 3. $(A - B) \cap B = \emptyset$ | 8. $A \cup B = \emptyset \Rightarrow A = \emptyset \wedge B = \emptyset$ |
| 4. $A \cap B = A - (A - B)$ | 9. $A \subseteq B \Leftrightarrow \overline{B} \subseteq \overline{A}$ |
| 5. $\overline{(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap \overline{B})} = (\overline{A} \cap B) \cup (A \cap \overline{B})$ | |

(V) Verifique se a operação de diferença de conjuntos satisfaz ou não as seguintes propriedades para quaisquer conjuntos A, B, C :

1. Elemento Neutro, ou seja, se existe algum conjunto E tal que $A - E = A = E - A$.
2. Idempotência, ou seja, se $A - A = A$.
3. Comutatividade, ou seja, se $A - B = B - A$.
4. Associatividade, ou seja, se $A - (B - C) = (A - B) - C$.