Lista de exercícios no. 3

1) Construir uma gramática que gere a linguagem regular

$L = \{w \in \{0,1\}^* \mid w$ contém um número par de 0's e um número par de 1's $\}$

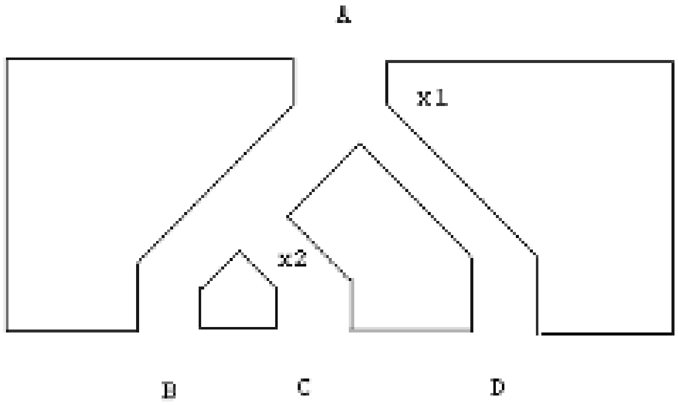
2) Construir gramáticas regulares para as linguagens regulares sobre o alfabeto $\Sigma=\{0,1\}$ dadas a seguir.
   a) $L_1 = 0^+1^+ = \{ 0^n 1^m \mid n,m > 0 \}$
   b) $L_2 = 0^*1^* = \{ 0^n 1^m \mid n,m \geq 0 \}$
   c) $L_3 = (0\,1)^+ = \{ (0\,1)^n \mid n > 0 \}$

3) Descreva os conjuntos denotados pelas expressões regulares sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.
   a) 0 | 10*
   b) (0 | 1)0*
   c) (0011)*
   d) (0 | 1)* 1(0 | 1)*
   e) 0*11*0
   f) 0(0 | 1)*0
   g) $\varnothing$*
   h) (ε | 0) (ε | 1)
   i) (000* | 1)*
   j) (0* | 0*11 (1 | 00*11)*) (ε | 00*)

4) Determine para cada linguagem sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$ abaixo, uma expressão regular que a denote. Admita a convenção $|x|_0$ como sendo o número de símbolos 0 que ocorrem na cadeia $x \in \Sigma^*$.
   a) $\{0\}\ \Sigma^*\ \{1\}$
   b) $\Sigma^*\ \{01\}$
   c) $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_0 \geq 3\}$
   d) $\{ x \in \Sigma^* \mid |x|_1$ é par$\}$
   e) $\{ x \in \Sigma^* \mid x$ não possui dois 0's e não possui dois 1's consecutivos$\}$

5) Construa um autômato finito que reconhece as sentenças das linguagens abaixo sobre o alfabeto $\Sigma = \{0,1\}$.
   a) $L = \{ x \in \{0,1\}^* \mid x$ não possui três 1's consecutivos$\}$
   b) $L = \{ 0^m1^n \mid m \geq 0, n > 0\}$
   c) $L = \{ 0^*\, x\, 1^* \mid x \in \{0,1\}^*$ e $x \neq 101\}$
   d) $L = \{ 0^{2n} \mid n > 0\}$
   e) $L = \{ 0^i1^j \mid i, j > 0$ e $i * j$ é um número par $\}$

6) Considere o brinquedo abaixo:



Bolinhas são jogadas em A. As alavancas x_1 e x_2 causam o desvio da bolinha para a esquerda ou para a direita. Quando uma bolinha atinge a alavanca, causa alteração no estado da alavanca, sendo que a próxima bolinha a atingir a alavanca pegará o caminho oposto.

Pede-se:

a) Modele este brinquedo por um autômato finito, considerando que pode-se denotar uma bolinha em A como entrada 1 e uma sequência de entrada será aceita se a última bolinha cair na saída C.
b) Qual é a linguagem aceita por este autômato finito?

7) Seja o AFN M = < {q0, q1, q2}, {0,1}, δ, q0, {q2} >, com o mapeamento δ dado por:

$\delta(q_0,0) = \{q_1,q_2\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_0\}$
$\delta(q_1,0) = \{q_0,q_1\}$ $\delta(q_1,1) = \{\ \}$
$\delta(q_2,0) = \{q_0,q_2\}$ $\delta(q_2,1) = \{q_1\}$

Pede-se:

a) encontre um AFD equivalente ao AFN M dado.
b) descreva L(M) por uma expressão regular.

8) Seja o AFN M = < Q, Σ, δ,q0, F >, onde

$Q = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$
$\Sigma = \{ 0,1 \}$
$F = \{ q_3 \}$

e o mapeamento δ é dado por:

$\delta(q_0,0) = \{q_0\}$ $\delta(q_0,1) = \{q_1\}$
$\delta(q_1,0) = \{q_2\}$ $\delta(q_1,1) = \{q_1,q_3\}$
$\delta(q_2,0) = \{\ \}$ $\delta(q_2,1) = \{q_2,q_3\}$
$\delta(q_3,0) = \{q_3\}$ $\delta(q_3,1) = \{\ \}$

Pede-se:

a) Construa um AFD M’, a partir de M, tal que L(M) = L(M’)
b) Descreva por uma expressão regular a linguagem L(M).

9) Construa um AFD a partir do AFN M=<{a,b,c,d}, {0,1}, δ,a,{a}> , onde o mapeamento δ é dado por:

	0	1
a	{a,b}	a
b	c	c
c	d	---
d	d	d

10) Construa um AFN que reconhece todas as sentenças sobre o alfabeto {a,b,c} que possuem o mesmo valor quando tais sentenças forem avaliadas da esquerda para a direita ou da direita para a esquerda, de acordo com a tabela de multiplicação não associativa, dada a seguir:

	a	b	c
a	a	a	c
b	c	a	b
c	b	c	a

11) Seja o AFε M, dado por M = < Q,Σ,δ,q_0,F >, onde:
Q = {q_0, q_1, q_2, q_3}
Σ = {0, 1}
F = {q_3}
e o mapeamento δ é dado por:

	0	1	ε
q_0	-	q_0	q_1
q_1	q_3	q_1	q_0
q_2	q_2	-	-
q_3	q_2	q_3	-

Pede-se:

a) Construa um AFN M' sem movimento vazio que seja equivalente a M.
b) A partir do AFN M', construa um AFD M'' que seja equivalente a M.
c) A partir do AFD M'', construa um AFD M''' que seja equivalente a M e que tenha um número mínimo de estados.
d) Escreva a expressão regular que denota L(M).

12) Construa autômatos finitos que reconhecem as sentenças denotadas pelas seguintes expressões regulares:

a) 10 | (0 | 11) 0*1
b) 01 (((10)* | 111)* | 0)* 1
c) 1* | 1* (011)* (1* (011)*)*
d) (0 | 01 | 10)*
e) (11 | 0)* (00 | 1)*

13) Encontre as expressões regulares dos autômatos finitos descritos a seguir:

a) M_a = ({a,b,c}, {0,1}, δ_a, a, {a})

δ_a	0	1
a	a	b
b	c	b
c	a	b

b) Mb = ({a,b,c}, {0,1}, δ_b, a, {b,c})

δ_b	0	1
a	b	c
b	a	c
c	b	a

c) c- Mc = ({a,b}, {0,1}, δ_c, a, {b})

δ_c	0	1
a	b	a
b	a	b

14) Para as expressões regulares obtidas no exercício anterior, encontre expressões regulares mais simples que sejam equivalentes.