

**Exercícios
Relações**

1. Seja a relação E de \mathbb{Z} para \mathbb{Z} definida a seguir:

$$mEn \Leftrightarrow m - n \text{ é par}$$

- (a) Indique se é verdadeiro ou falso:

() $4E0$

() $2E6$

() $3E - 3$

() $5E2$

- (b) Liste cinco números inteiros que estão relacionados por E com o número 1.

- (c) Prove que, se n é um número inteiro ímpar, então $nE1$.

2. Seja $X = \{a, b, c\}$ e a relação J sobre 2^X como a seguir:

$$\text{Para todo } A, B \in 2^X, AJB \Leftrightarrow |A| = |B|.$$

Indique se é verdadeiro ou falso:

() $\{a\}J\{c\}$

() $\{a, b, c\}J\{a, c\}$

() $\{a, b\}J\{b, c\}$

3. Seja $A = \{3, 4, 5\}$ e $B = \{4, 5, 6\}$ e seja S a relação “menor que”. Ou seja, para $(a, b) \in A \times B$, $aRb \Leftrightarrow a < b$. Explícite todos os pares da relação R e de sua relação inversa, R^{-1}

4. Para cada relação sobre o conjunto $A = \{0, 1, 2, 3\}$ abaixo, indique se é reflexiva, transitiva, simétrica e anti-simétrica. Em caso negativo, indique onde a propriedade falha.

(a) $R_1 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 3 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 0 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 3 \rangle\}$

(b) $R_2 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 1, 1 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$

(c) $R_3 = \{\langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle\}$

(d) $R_4 = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 3, 1 \rangle\}$

(e) $R_5 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle, \langle 1, 2 \rangle\}$

(f) $R_6 = \{\langle 0, 1 \rangle, \langle 0, 2 \rangle\}$

(g) $R_7 = \{\langle 0, 3 \rangle, \langle 2, 3 \rangle\}$

(h) $R_8 = \{\langle 0, 0 \rangle, \langle 1, 1 \rangle\}$

5. A partir das relações do exercício anterior, calcule:

(a) $R_9 = R_1 \cup R_4$

(b) $R_{10} = R_5 - R_6$

(c) $R_{11} = \overline{R_2}$

6. Determine quando as relações abaixo, definidas sobre o conjunto de todas as pessoas, são reflexivas, simétricas, transitivas ou anti-simétricas.

- (a) x é mais alto do que y
- (b) x e y nasceram no mesmo dia
- (c) x tem o mesmo nome próprio de y

7. Determine quando cada uma das relações sobre \mathbb{Z} a seguir são reflexivas, transitivas, simétricas ou anti-simétricas.

- (a) $xSy \Leftrightarrow x \neq y$
- (b) $xTy \Leftrightarrow x * y \geq 1$
- (c) $xMy \Leftrightarrow x$ é múltiplo de y
- (d) $xPy \Leftrightarrow x \geq y^2$