MDI0001

MATEMÁTICA DISCRETA

UDESC - Centro de Ciências Tecnológicas

Bacharelado em Ciência da Computação

Exercícios
Álgebra de Conjuntos

1. Sejam $A = \{1, 2, 3, \ldots, 8, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ e $D = \{3, 4, 5\}$. Determine um conjunto X tal que:
   (a) X e B são disjuntos
   (b) $X \subseteq D$ e $X \nsubseteq B$
   (c) $X \subseteq A$ e $X \nsubseteq C$
   (d) $X \subseteq C$ e $X \nsubseteq A$
2. Prove:
   (a) $A \subseteq B \Leftrightarrow A \cap \overline{B} = \varnothing$.
   (b) $A \subseteq B \Leftrightarrow \overline{B} \subseteq \overline{A}$.
   (c) $A \subseteq B \Leftrightarrow A - B = \varnothing$.
   (d) $A \cup (A \cap B) = A$
   (e) $A \cap (A \cup B) = A$
3. Assim como podemos definir a diferença em termos da operação de intersecção e do complementar ($A - B = A \cap \overline{B}$), pode-se definir a união $A \cup B$ em termos da operação de intersecção e do complementar. Qual seria essa fórmula?
4. Demonstre que:
   (a) $A = (\overline{B} \cap A) \cup (A \cap B)$
   (b) $(A \cap B) \cup (\overline{A} \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap \overline{B}) = U$
   (c) $(A \cap B) - B = \varnothing$
   (d) $(A \cup B) - B = A - B$
5. Prove que, se $A \subseteq B$ então $2^A \subseteq 2^B$.
6. Sejam A e B conjuntos quaisquer. Mostre:
   (a) A é a união disjunta de $A - B$ e $A \cap B$.
   (b) $A \cup B$ é a união disjunta de $A - B$, $A \cap B$ e $B - A$.
7. Mostre que é possível que $A \cap B = A \cap C$ sem que $B = C$.
8. Prove que $(A \cup B) - (A \cap B) = (A - B) \cup (B - A)$