Universitat de Barcelona
Facultat de Matemàtiques i Informàtica

GRAU DE MATEMÀTIQUES

Treball final de grau

EL MEU TFG

Autor: Víctor Rubio Jiménez

Director: Dr. Ignasi Mundet
Realitzat a: Departament de matemàtiques i informàtica

Barcelona, 19 de febrer de 2025

Abstract

My wonderful abstract.

Resum

- Explicar diferència entre Continu i Diferenciable i totes les restriccions
- Explicar C1 i mobius
- Mirar tor ambient space isometric embeddings square flat torus
- MIrar article Nash, Gromov
- Mirar quin Cn agafa al paper band

Agraïments

blablabla

Índex

Capítol 1

Introducció

Objectius del treball

- explicats

Estructura de la memòria

tremendo

Guia de lectura

faig servir incrustació, que potser hauria de dir immersió?

Capítol 2

Comencem

Capítol 3

Teorema Nash-Kuiper C1

3.1 Explicació del Sung-Jin Oh

Teorema 3.1.1. *Sigui (M, g) una superfície, $N \geq \dim M + 1$ i $u : M \to \mathbb{R}^N$ una incrustació estrictament curta, és a dir, tal que la longitud de cada vector en M s'escurça (estrictament) sota ∇u. Aleshores u es pot aproximar uniformement per incrustacions isomètriques C^1.*

Per exemple, l'homotècia $\mathbb{S}^2 \to \varepsilon \mathbb{S}^2$ amb $\varepsilon \in (0, 1)$ és una aplicació *curta*.

Observació 3.1.2. De fet, qualsevol incrustació C^2 isomètrica $u : \mathbb{S}^2 \hookrightarrow \mathbb{R}^3$ ha de ser igual a la incrustació estàndar $\mathbb{S}^2 \hookrightarrow \{x \in \mathbb{R}^3 : |X| = 1\}$ fins translació i rotació.

Això és demostra amb *integració convexa*.

Sung-Jin Oh demostra aquí el Baby Nash theorem. Sigui $D = \{x \in \mathbb{R}^2 : |x| < 1\}$ el disc unitat, i $g = g_{ij}(x)$ una mètrica de D. Una aplicació $u : D \to \mathbb{R}^n$ és una *immersió* si $\nabla u(x)$ és injectiva per tot x. La mètrica en D induïda per u és de la forma

$$\nabla u^{\intercal}(x) \nabla u(x) = \begin{pmatrix} \nabla_1 u \nabla_1 u & \nabla_1 u \nabla_2 u \\ \nabla_2 u \nabla_1 u & \nabla_2 u \nabla_2 u \end{pmatrix}$$

Diem que l'aplicació és *isomètrica* si $\nabla u^{\intercal} \nabla u = g$, i diem que és *(estrictament) curta* si $\nabla u(x) \nabla u(x) - g(x) \leq 0$ per tot $x \in D$.

Teorema 3.1.3. *Sigui $n \geq 4$ i $u : D \to \mathbb{R}^n$ una immersió isomètrica estrictament curta. Per qualsevol $\varepsilon > 0$, existeix una immersió isomètrica C^1 $\tilde{u} : D \to \mathbb{R}^n$ tal que $\|u - v\|_{C^0(D)} < \varepsilon$.*

Observació 3.1.4. Aquest teorema necessita que la codimensió sigui com a mínim 2.

La manera de demostrar aquest resultat és a través d'un mètode iteratiu amb passos altament oscl·lants. Sigui $u_1 = u + U$ amb

$$U = \sum_{I \in \mathcal{I}} U_I$$

Volem que cada component U_I^j sigui complex, per tal que oscil·li com $e^{ix \cdot \xi}$ però el resultat del sumatori sigui real. Així, imposem per cada $I \in \mathcal{I}$ que exiteixi $\overline{I} \in \mathcal{I}$ tal que

$$U_{\overline{I}} = \overline{U}_I, \quad \overline{\overline{I}} = I.$$

Capítol 4

Paper Mobius strip

Capítol 5

Conclusions

Hem apres un munt

Bibliografia

Autor1, A., & Autor2, B. (ANY). *Nom del treball.* Cambridge University Press.