Um Desafio Muito Distinto

OBI 2025

Sobre a solução

- A solução resolve todas as subtarefas.
- Complexidade de tempo: $O(P \cdot \log(B - A))$.

Explicação

O problema consiste em verificar quantos números distintos de $[A, B]$ podem ser somados para que o total acumulado seja um número maior ou igual a L. É importante lembrar que queremos maximizar a quantidade de números utilizados, portanto iremos dar preferência para os menores valores desse intervalo. Além disso, quando a soma ultrapassa L, o jogo acaba.

Considere a função $f(x)$ que calcula a soma dos x primeiros números da sequência de A até B (progressão aritmética):

$$f(x) = \frac{(2 \cdot A + x - 1) \cdot x}{2}$$

Sendo assim, para cada uma das P consultas, o problema consiste em encontrar o menor número M tal que:

$$f(M) \geq L$$

Determinar o menor/maior número para que uma função assuma um valor específico remete à busca binária, que pode ser utilizada para resolver esse problema. Para isso, precisamos determinar o nosso intervalo de busca:

- **Menor valor (E)**: 0, pois pode acontecer de não utilizarmos nenhum número (no caso de $A > L$).
- **Maior valor (D)**: $B - A + 1$, que é a quantidade de elementos no intervalo (para caso seja possível somar todos os números de A até B).

Sendo assim, precisamos encontrar o menor valor M tal que:

$$E \leq M \leq D \wedge f(M) \geq L$$

Para cada iteração da busca binária, tentaremos minimizar o valor de M, até finalizar a busca no intervalo para termos a resposta.