Mania de Ímpar

OBI 2025

Sobre a solução

- A solução resolve todas as subtarefas.
- Complexidade de tempo: $O(N \cdot M)$.

Explicação

O problema consiste em determinar a menor quantidade de gotas de chocolate que precisam ser adicionadas aos cookies para que a soma de gotas entre qualquer par de cookies adjacentes seja um número ímpar, além de apresentar a matriz ajustada para esse requisito.

Primeiro, vamos entender o padrão que uma matriz válida para esse requisito segue.

Paridade

A soma entre dois números inteiros será par se e somente se a paridade deles for igual (os dois forem ímpares ou os dois forem pares), e será ímpar se e somente se a paridade deles for diferente.

Sendo assim, considerando um elemento a_{ij} da matriz, todos os números adjacentes (a_{i-1j}, a_{i+1j}, a_{ij-1}, a_{ij+1}) deverão ter paridade diferente de a_{ij}. Considerando essa condição, a matriz seguirá um dos seguintes padrões:

- P = número par
- I = número ímpar

$$\begin{bmatrix} P & I & P & \cdots \\ I & P & I & \cdots \\ P & I & P & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Figura 1: Primeiro padrão.

$$\begin{bmatrix} I & P & I & \cdots \\ P & I & P & \cdots \\ I & P & I & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

Figura 2: Segundo padrão.

Para ajustar a matriz a um dos padrões que cumprem o requisito do problema, devemos verificar o custo necessário (gotas de chocolate) a serem adicionadas a cada elemento que está com a paridade diferente do padrão que estamos testando. O padrão que exigir menor custo de alteração, será o padrão que será utilizado.

Após determinar o padrão a ser utilizado, passamos por cada elemento da nossa matriz e verificamos se a paridade de a_{ij} é a mesma do elemento correspondente da matriz do padrão. Em caso negativo, incrementamos a_{ij} em 1, alterando sua paridade.

Ao final, teremos a matriz padronizada e com o custo mínimo que foi necessário para alterá-la.