

PROJETO DE FONTE DE BAIXÍSSIMA CORRENTE AUTO-POLARIZADA PARA CIRCUITOS INTEGRADOS CMOS DE BAIXO CONSUMO

Relatório Final de
pesquisa de Iniciação Científica
PIBIC 2021/2022

Aluno: Victor Sabiá Pereira Carpes
Orientador: Prof. Márcio Cherem Schneider, Dr.

Departamento de Engenharia Elétrica e Eletrônica
Curso de Graduação em Engenharia Eletrônica
Universidade Federal de Santa Catarina
Brasil

Sumário

Resumo	2
Lista de Figuras	3
Lista de Siglas e Acrônimos	4
1 Introdução	6
1.1 Objetivo	6
2 Material e Métodos	7
2.1 Análise da estrutura SCM	7
2.2 Projeto do núcleo da fonte de corrente	8
2.2.1 Equações de projeto	9
2.2.2 Associações do transistor unitário	10
2.2.3 Simulações dos SCMs com fontes de corrente ideais	11
2.3 Simulações do núcleo	12
2.4 Fonte de corrente completa	13
2.4.1 Redução da corrente do núcleo	14
2.4.2 Simulações da fonte de corrente completa	14
3 Resultados e Discussão	17
Notas	18
Referências	20

Resumo

Este trabalho apresenta os estudos realizados ao longo dos anos de 2021 e 2022 no Laboratório de Circuitos Integrados (LCI) no projeto de uma fonte de corrente auto-polarizada baseada na estrutura *Self Cascode* MOSFET (SCM). A caracterização do SCM é feita através do modelo *Advanced Compact* MOSFET (ACM) desenvolvido por (SCHNEIDER; GALUP-MONTORO, 2010), a partir da qual a fonte de corrente é projetada. O circuito final é baseado na topologia apresentada por (CAMACHO-GALEANO; GALUP-MONTORO; SCHNEIDER, 2005) e foi implementado em simulação na tecnologia 180 nm da TSMC. Apresenta, para uma tensão de saída fixa em 1,8 V, uma corrente de saída 1,37 pA, um consumo máximo de 133 pW e uma regulação de linha média indo de 2,96 %/V até 3,77 %/V para diferentes tensões de saída. A sua sensibilidade média à temperatura na faixa de 0 °C até 100 °C é de 1,75 %/°C e na faixa de 0 °C até 60 °C é de 1,01 %/°C.

Palavras Chave: CMOS, MOSFET, ACM, *Low Power*, Fonte de Corrente, Design Analógico, Circuitos Integrados.

Lista de Figuras

2.1	Diagrama da estrutura SCM.	7
2.2	Gráfico da equação (2.7).	8
2.3	Curvas características teóricas de SCM_{12} e SCM_{34}	10
2.4	Curvas características simuladas de SCM_{12} e SCM_{34}	12
2.5	Circuito VFCM.	12
2.6	Diferentes topologias para o núcleo da fonte de corrente.	12
	(a) Núcleo simples.	12
	(b) Núcleo modificado.	12
2.7	Gráfico da regulação de linha do núcleo.	13
2.8	Gráfico da sensibilidade térmica do núcleo para tensão de alimentação fixa em $V_{dd} = 1,8\text{ V}$	13
2.9	Espelho de corrente de Wilson melhorado com razão 15:1.	14
2.10	Circuito completo da fonte de corrente.	14
2.11	Gráfico da regulação de linha da fonte completa para diferentes tensões de saída.	15
2.12	Gráfico da sensibilidade térmica da fonte completa para $V_{dd} = V_{out} = 1,8\text{ V}$	15
2.13	Fonte de corrente com carga.	16
2.14	Gráfico da regulação de linha da fonte de corrente completa para $V_{out} = V_{dd}$	16

Lista de Siglas e Acrônimos

ACM *Advanced Compact MOSFET*. 2

CMOS *Complementary Metal–Oxide–Semiconductor*. 0, 2

LCI Laboratório de Circuitos Integrados. 2

MOSFET *Metal–Oxide–Semiconductor Field Effect Transistor*. 2, 4

PIBIC Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica. 0

SBCS *Self-Biased Current Source*. 6

SCM *Self Cascode MOSFET*. 1–3, 7–12

TSMC *Taiwan Semiconductor Manufacturing Company*. 2, 6, 9

UICM *Unified Current-Control Model*. 8, 18

VFCM *Voltage-Follower Current Mirror*. 3, 12

Os códigos utilizados para as extrações de parâmetros, dimensionamento de componentes, geração de gráficos e elaboração deste próprio documento podem ser encontrados livremente no seguinte endereço:

https://github.com/victorscarpes/relatorio_ic_lci

Capítulo 1

Introdução

Quando se trata de circuitos integrados, as células mais fundamentais são os espelhos e fontes de corrente, sendo eles responsáveis pela polarização dos outros blocos do circuito. Com avanços na miniaturização dos circuitos, cada vez mais as fontes de baixa corrente se mostram importantes. Nesta escala, uma boa regulação de linha e sensibilidade à temperatura se tornam muito complicadas, sendo necessário utilizar muita área e/ou transistores de dimensões muito extremas.

1.1 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo a exploração de uma topologia de *Self-Biased Current Source* (SBCS) de (CAMACHO-GALEANO; GALUP-MONTORO; SCHNEIDER, 2005) para o projeto de uma fonte que opere nas proximidades de 1 pA.

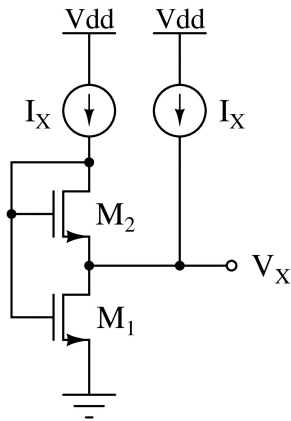
Simulações para caracterização da regulação de linha e sensibilidade térmica serão apresentadas através do simulador Virtuoso da Cadence na tecnologia de 180 nm da *Taiwan Semiconductor Manufacturing Company* (TSMC).

Capítulo 2

Material e Métodos

2.1 Análise da estrutura SCM

Nesta seção, a estrutura SCM da figura 2.1 será analisada através do modelo de (SCHNEIDER; GALUP-MONTORO, 2010). A dedução vai seguir um raciocínio similar ao apresentado em (CAMACHO-GALEANO; GALUP-MONTORO; SCHNEIDER, 2005).



Como $V_{DG1} = V_{SG2}$, vamos ter $i_{r1} = i_{f2}$. Além disso, como temos $V_{GD2} = 0$, também teremos $i_{r2} = 0$.

Equacionando as correntes que passam por cada um dos transistores:

$$2I_X = I_{SH} \cdot S_1 \cdot (i_{f1} - i_{r1}) \quad (2.1)$$

$$I_X = I_{SH} \cdot S_2 \cdot i_{f2} \quad (2.2)$$

Figura 2.1: Diagrama da estrutura SCM.

onde I_{SH} é a corrente específica dos transistores (assumida a mesma para ambos) e S_1 e S_2 são as razões de aspecto de cada transistor.

Dividindo (2.1) por (2.2) e substituindo $i_{r1} = i_{f2}$, vamos obter a seguinte equação:

$$2 = \frac{S_1 \cdot (i_{f1} - i_{f2})}{S_2 \cdot i_{f2}} \quad (2.3)$$

Substituindo $i_{f1} = \alpha_{12} \cdot i_{f2}$ em (2.3) e isolando α_{12} nós obtemos

$$\alpha_{12} = 1 + 2 \cdot \frac{S_2}{S_1} \quad (2.4)$$

Podemos ver de (2.4) que a razão entre i_{f1} e i_{f2} é uma constante,¹ isto é, ao especificarmos i_{f2} , i_{f1} é implicitamente fixo também. Por isso, vamos

nos referir ao nível de inversão do transistor superior (i_{f2}) como nível de inversão do SCM como um todo.

Vamos utilizar (2.4) na próxima seção quando estivermos projetando o núcleo da fonte de corrente mas, antes disso, vamos aplicar as equações do *Unified Current-Control Model* (UICM)² no SCM. Para isso, precisamos definir a seguinte função:

$$F(i) = \sqrt{1+i} + \ln(\sqrt{1+i} - 1) - 2 \quad (2.5)$$

Aplicando as equações do UICM nos transistores M_1 e M_2 podemos chegar na seguinte expressão:

$$V_X = \phi_t [F(\alpha_{12} \cdot i_{f2}) - F(i_{f2})] \quad (2.6)$$

que, se lembramos de (2.2), nos permite escrever V_X em função de I_X da seguinte forma:

$$V_X(I_X) = \phi_t \left[F\left(\frac{\alpha_{12} \cdot I_X}{I_{SH} \cdot S_2}\right) - F\left(\frac{I_X}{I_{SH} \cdot S_2}\right) \right] \quad (2.7)$$

Para fim de ilustração, a figura 2.2 mostra o gráfico de (2.7) para os valores $I_{SH} = 150 \text{ nA}$, $\alpha_{12} = 2$ e $S_2 = 0,01$.

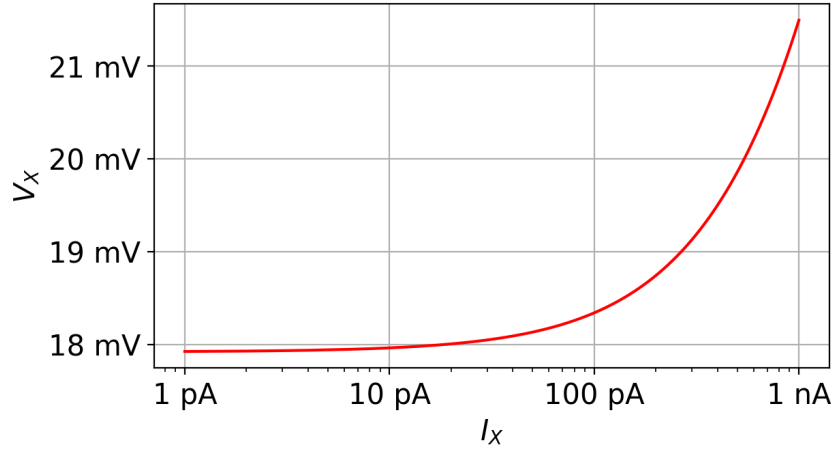


Figura 2.2: Gráfico da equação (2.7).

Vamos utilizar (2.4) e (2.6) para o projeto do núcleo da fonte de corrente e vamos utilizar (2.7) para plotar as curvas associadas ao projeto.

2.2 Projeto do núcleo da fonte de corrente

Até então nós consideramos a estrutura SCM como uma fonte de tensão controlada por corrente, isto é, $V_X = f(I_X)$, mas nada nos impede de considerar a relação de forma inversa, isto é, $I_X = g(V_X)$.³ Vamos gerar

essa tensão V_X através de outro SCM (com transistores M_3 e M_4 no lugar de M_1 e M_2 respectivamente) que tenha a mesma corrente I_X . Vamos nos referir ao primeiro SCM por SCM_{12} e ao segundo por SCM_{34} .

Se SCM_{34} for idêntico a SCM_{12} , a restrição de mesma corrente I_X e mesma tensão V_X será respeitada para qualquer par (I_X, V_X) . Por esse motivo, vamos escolher razões de aspecto diferentes, para que a intersecção das curvas dos dois SCMs seja um único ponto e ele seja o ponto de operação desejado.

Os transistores M_1 , M_2 , M_3 e M_4 vão ser constituídos de associações em série ou paralelo de transistores unitários. O nosso transistor unitário (vamos nos referenciar a ele por M_0) vai ter dimensões $W = 220 \text{ nm}$ e $L = 19,995 \text{ }\mu\text{m}$, que são as dimensões extremas (W mínimo e L máximo) da tecnologia 180 nm da TSMC.⁴ A tensão de limiar foi extraída seguindo a metodologia apresentada em (SIEBEL; SCHNEIDER; GALUP-MONTORO, 2012) e a partir das equações apresentadas em (SCHNEIDER; GALUP-MONTORO, 2010) a corrente específica de folha I_{SH} foi calculada.

2.2.1 Equações de projeto

Nesta subseção vamos desenvolver as equações de projeto do núcleo da fonte de corrente. Os resultados numéricos intermediários serão apresentados para fins ilustrativos mas todas as equações foram implementadas em um programa Python que extrai I_{SH} através de dados de simulação e calcula diretamente (sem os arredondamentos intermediários necessários para colocar os valores neste relatório) as razões de aspecto dos transistores, além de como associar o transistor unitário para alcançar tais razões de aspecto.

Como temos mais graus de liberdades do que restrições de projeto, vamos definir algumas variáveis. Primeiro, vamos definir os níveis de inversão de cada SCM no ponto de operação. Vamos colocar SCM_{12} em inversão moderada com $i_{f2} = 10$ e SCM_{34} em inversão fraca com $i_{f4} = 0,01$. Vamos também fixar $\alpha_{12} = 2$. A corrente alvo vai ser $I_X = 20 \text{ pA}$ que vai ser posteriormente reduzida por um espelho de corrente e a corrente de folha extraída foi $I_{SH} = 139,97 \text{ nA}$. Quando não especificado, a temperatura é assumida $26,85^\circ\text{C}$.

Aplicando (2.2) em SCM_{12} podemos chegar em

$$S_2 = \frac{I_X}{I_{SH} \cdot i_{f2}} \approx 1,429 \times 10^{-5} \quad (2.8)$$

Através de (2.4) aplicada em SCM_{12} podemos isolar e calcular S_1 :

$$S_1 = \frac{2S_2}{\alpha_{12} - 1} \approx 2,858 \times 10^{-5} \quad (2.9)$$

Utilizando (2.6) aplicada em SCM_{12} podemos calcular V_X :

$$V_X = \phi_t [F(\alpha_{12} \cdot i_{f2}) - F(i_{f2})] \approx 43,99 \text{ mV} \quad (2.10)$$

Aplicando (2.6) em SCM_{34} e lembrando que V_X é o mesmo para ambos os SCMs, podemos calcular α_{34} numericamente:

$$V_X = \phi_t [F(\alpha_{34} \cdot i_{f4}) - F(i_{f4})] \Rightarrow \alpha_{34} \approx 5,425 \quad (2.11)$$

Por analogia, podemos repetir (2.8) e (2.9) em SCM_{34} para obtermos S_3 e S_4 :

$$S_4 = \frac{I_X}{I_{SH} \cdot i_{f4}} \approx 1,429 \times 10^{-2} \quad (2.12)$$

$$S_3 = \frac{2S_4}{\alpha_{34} - 1} \approx 6,459 \times 10^{-3} \quad (2.13)$$

Temos todas as razões de aspecto dos transistores dos dois SCMs. A figura 2.3 mostra o gráfico de (2.7) para ambos os SCMs onde podemos identificar o ponto de operação em $I_X \approx 20,08 \text{ pA}$ e $V_X \approx 44,03 \text{ mV}$, em concordância com as equações de projeto.

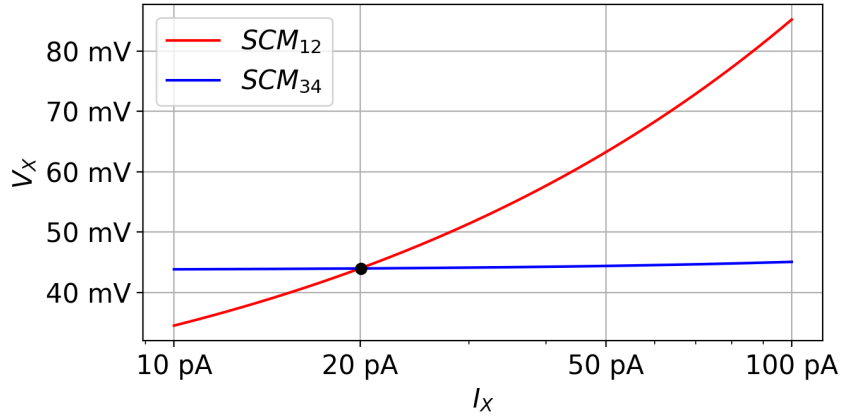


Figura 2.3: Curvas características teóricas de SCM_{12} e SCM_{34} .

2.2.2 Associações do transistor unitário

Para alcançarmos as razões de aspecto calculadas, vamos associar M_0 com $W = 220 \text{ nm}$ e $L = 19,995 \text{ }\mu\text{m}$. M_1 vai ser a associação em série de 385 transistores M_0 , nos resultando na seguinte razão de aspecto:

$$S'_1 = \frac{W}{385 \cdot L} \approx 2,858 \times 10^{-5} \quad (2.14)$$

um valor que difere de (2.9) em 0,0035 %.

M_2 vai ser uma associação de 770 transistores M_0 em série, resultando na seguinte razão de aspecto:

$$S'_2 = \frac{W}{770 \cdot L} \approx 1,429 \times 10^{-5} \quad (2.15)$$

um valor que difere de (2.8) em 0,0035 %.

M_3 vai ser uma associação de 2 transistores M_0 em série, resultando na seguinte razão de aspecto:

$$S'_3 = \frac{W}{2 \cdot L} \approx 5,501 \times 10^{-3} \quad (2.16)$$

um valor que difere de (2.13) em 14,82 %.

Por fim, M_4 vai ser simplesmente M_0 , resultando na seguinte razão de aspecto:

$$S'_4 = \frac{W}{L} \approx 1,101 \times 10^{-2} \quad (2.17)$$

um valor que difere de (2.12) em 23 %.

Os erros associados a S_3 e S_4 se mostraram consideravelmente altos. Isso se dá pelo fato de usarmos associações apenas em série ou apenas em paralelo⁵ e, nesses dois casos na qual a quantidade de transistores utilizada é baixa, os erros tendem a aumentar. Mas, pelo fato de ambos os valores terem sido menores do que os esperados, podemos ver de (2.7) que isso vai tender a diminuir I_X , o que nos facilita a vida posteriormente.

2.2.3 Simulações dos SCMs com fontes de corrente ideais

Vamos traçar as curvas características dos SCMs através da simulação, utilizando as fontes de corrente ideais. Tais curvas podem ser vistas na figura 2.4 onde podemos verificar o ponto de operação em $I_X \approx 14,14 \text{ pA}$ e $V_X \approx 43,32 \text{ mV}$.

O valor de V_X deu extremamente próximo do valor teórico, diferindo em apenas 0,26 %. Como previsto, as discrepâncias entre as razões de aspecto de SCM_{34} resultaram numa diminuição da corrente em 29,58 %.

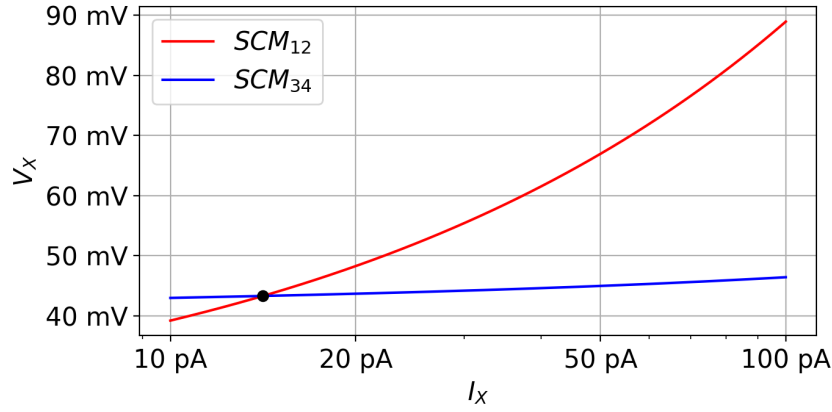


Figura 2.4: Curvas características simuladas de SCM_{12} e SCM_{34} .

2.3 Simulações do núcleo

Para podermos garantir que as tensões e correntes de ambos os SCMs sejam iguais, vamos precisar de uma estrutura chamada *Voltage-Follower Current Mirror* (VFCM). A topologia de um VFCM simples é apresentada na figura 2.5. Utilizando a dedução apresentada em (CAMACHO-GALEANO; GALUP-MONTORO; SCHNEIDER, 2005) vemos que, quando os ramos esquerdo e direito apresentam transistores idênticos, temos $V_X = V_Y$ e $I_X = I_Y$, exatamente o que precisamos.

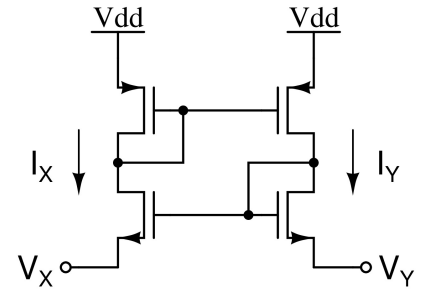
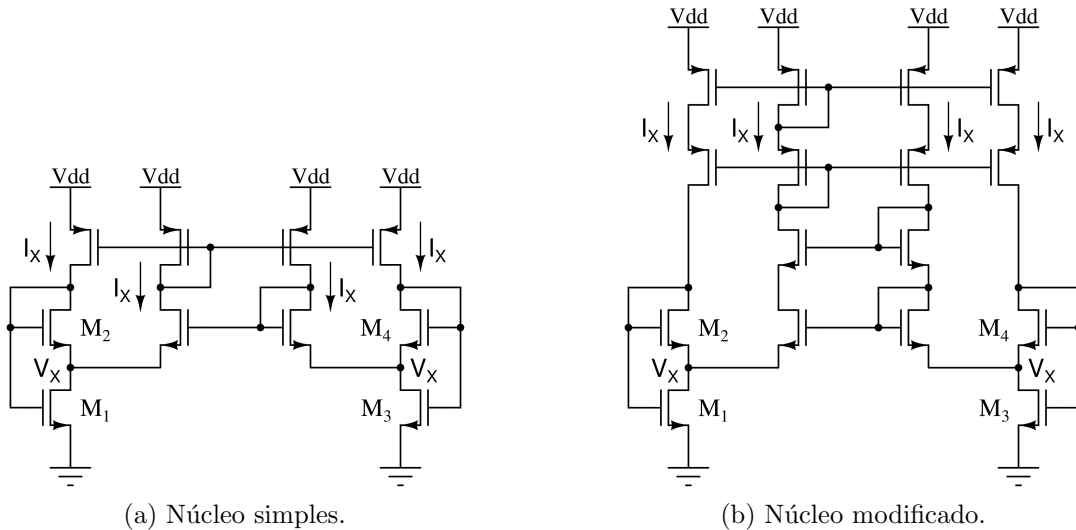


Figura 2.5: Circuito VFCM.



(a) Núcleo simples.

(b) Núcleo modificado.

Figura 2.6: Diferentes topologias para o núcleo da fonte de corrente. Imagens (a) e (b) mostram respectivamente as estruturas simples e modificada do núcleo da fonte de corrente.

Podemos ver na figura 2.6(a) o núcleo simples apresentado em (CAMACHO-

GALEANO; GALUP-MONTORO; SCHNEIDER, 2005) e na figura 2.6(b) uma versão modificada que troca todos os espelhos simples por espelhos *cascode*. A topologia da figura 2.6(b) é a que foi adotada neste trabalho.

Vamos analisar a regulação de linha do núcleo. A figura 2.7 mostra a corrente de referência para diferentes valores da tensão de alimentação. Na alimentação nominal de 1,8 V a corrente foi $I_X = 14,6 \text{ pA}$, condizente com o valor obtido na figura 2.4 e a potência consumida foi 104,4 pW. A sensibilidade média⁶ na faixa de 700 mV até 1,8 V foi de 3,24 %/V.

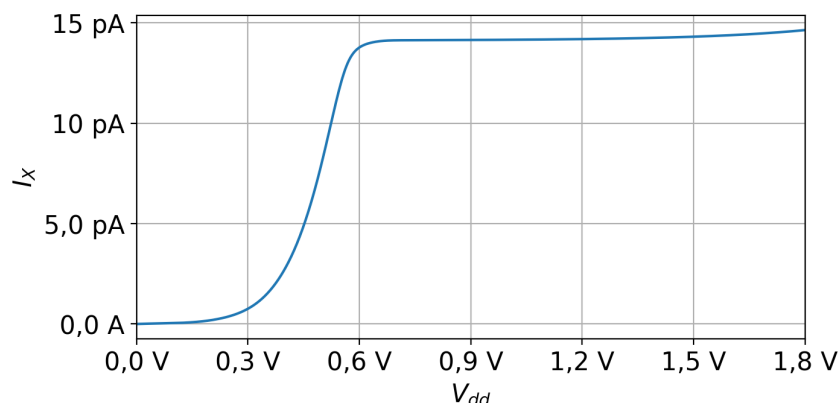


Figura 2.7: Gráfico da regulação de linha do núcleo.

Vamos analisar a sensibilidade térmica do núcleo com a alimentação fixa em 1,8 V. A figura 2.8 mostra como a corrente I_X varia com a temperatura. A sensibilidade média na faixa de 0 °C até 100 °C foi de 1,36 %/°C e na faixa de 0 °C até 60 °C foi de 0,45 %/°C.

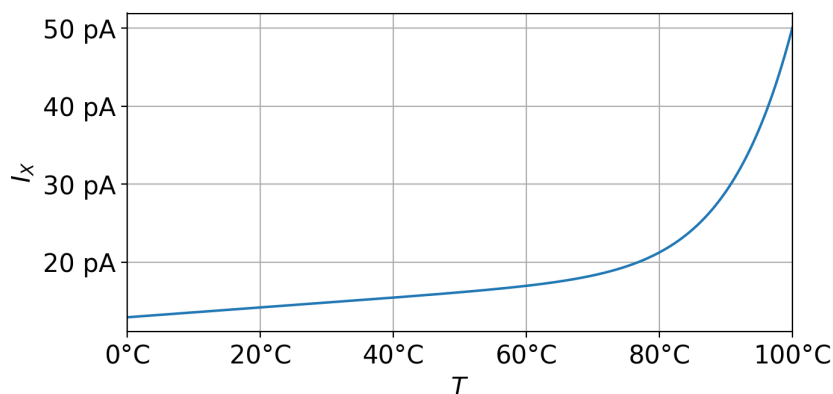


Figura 2.8: Gráfico da sensibilidade térmica do núcleo para tensão de alimentação fixa em $V_{dd} = 1,8 \text{ V}$.

2.4 Fonte de corrente completa

Nesta seção vamos apresentar a topologia completa da fonte de corrente além de demonstrar simulações de caracterização do circuito.

2.4.1 Redução da corrente do núcleo

Temos uma referência de corrente de aproximadamente 15 pA. Para atingirmos o objetivo proposto de 1 pA, vamos cascatear o núcleo com um espelho de corrente de razão 15:1. A topologia utilizada é a apresentada em (WILSON, 1981) e reproduzida na figura 2.9. Os transistores M_{1m} são a associação de 5 transistores com $W = 1\text{ }\mu\text{m}$ e $L = 19,995\text{ }\mu\text{m}$ em paralelo e os transistores M_{2m} são associações de 3 transistores de mesmas dimensões em série.

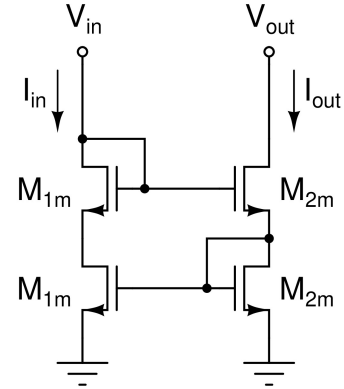


Figura 2.9: Espelho de corrente de Wilson melhorado com razão 15:1.

Cascadeando o núcleo da figura 2.6(b) com o espelho de corrente da figura 2.9 resulta na fonte de corrente completa que pode ser vista na figura 2.10.

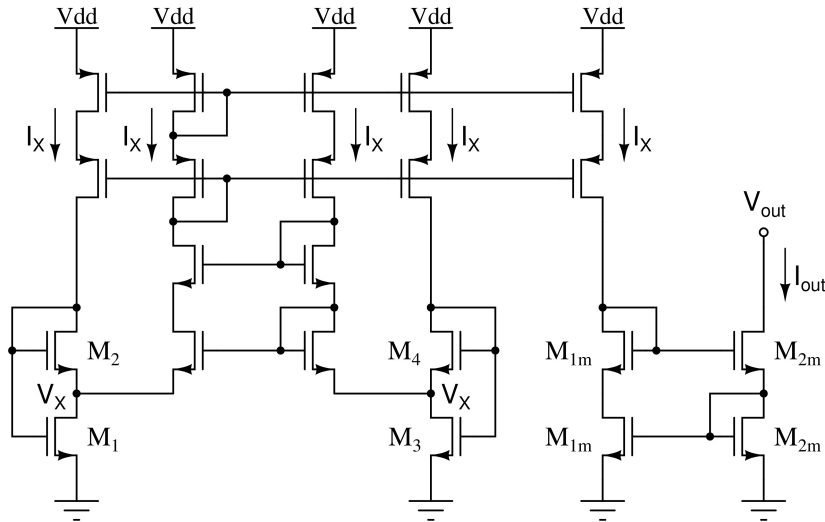


Figura 2.10: Circuito completo da fonte de corrente.

Vamos analisar as sensibilidades da fonte de corrente a variações na tensão de alimentação e temperatura.

2.4.2 Simulações da fonte de corrente completa

Vamos analisar a regulação de linha desta fonte de corrente variando a alimentação V_{dd} de 0 V até 1,8 V para 6 valores diferentes de V_{out} . As curvas da regulação de linha podem ser vistas na figura 2.11. Na tabela 2.1 podemos verificar a corrente de saída para alimentação nominal de 1,8 V e a sensibilidade média à alimentação na faixa de 700 mV até 1,8 V para cada uma das tensões de saída.

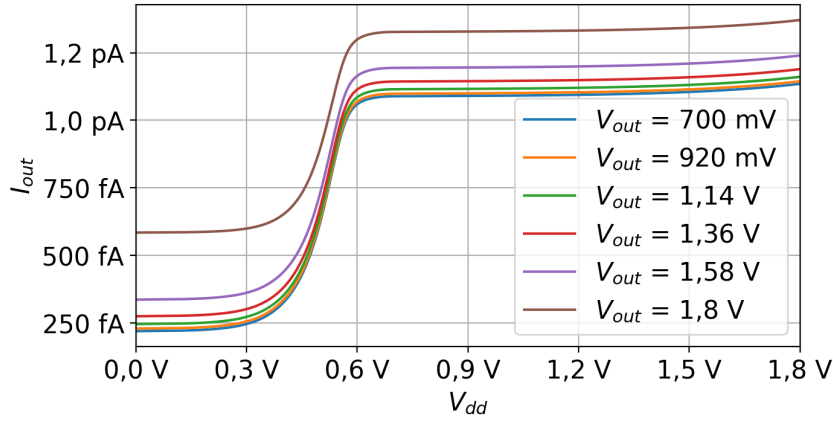


Figura 2.11: Gráfico da regulação de linha da fonte completa para diferentes tensões de saída.

V_{out}	700 mV	920 mV	1,14 V	1,36 V	1,58 V	1,8 V
$I_{out} _{V_{dd}=1,8 \text{ V}}$	1,135 pA	1,144 pA	1,161 pA	1,189 pA	1,239 pA	1,371 pA
$\overline{\delta I_{out}}$	3,77 %/V	3,74 %/V	3,68 %/V	3,59 %/V	3,43 %/V	2,96 %/V

Tabela 2.1: Tabela com as correntes de saída para alimentação nominal e sensibilidades médias em relação à alimentação de 700 mV até 1,8 V para diferentes valores da tensão de saída.

Vamos analisar a sensibilidade térmica da fonte completa para a condição $V_{dd} = V_{out} = 1,8 \text{ V}$. A temperatura foi variada de 0°C até 100°C . A figura 2.12 nos mostra como a corrente de saída varia com a temperatura nas condições descritas. Podemos ver um comportamento similar ao apresentado em 2.8, isto é, uma variação aproximadamente linear que depois de certo ponto tende a crescer da uma taxa maior. Diferente dos resultados resultantes da figura 2.12, vemos uma faixa “linear” menor, algo refletido na sensibilidade térmica média obtida de $1,75 \text{ }^\circ\text{C}/^\circ\text{C}$ na faixa de 0°C até 100°C , um valor maior do que o obtido com o núcleo sozinho.

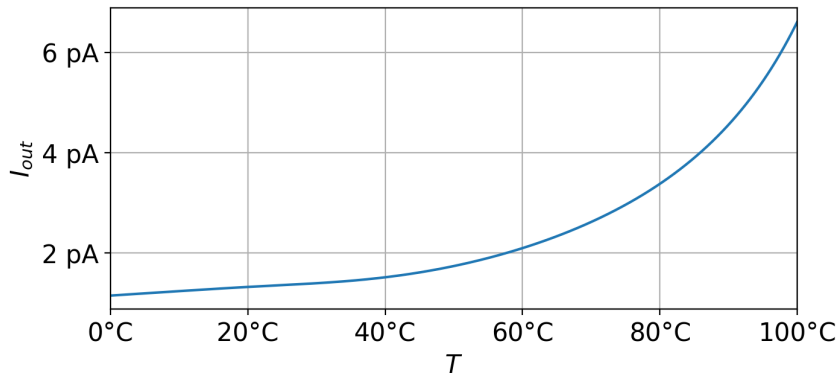


Figura 2.12: Gráfico da sensibilidade térmica da fonte completa para $V_{dd} = V_{out} = 1,8 \text{ V}$.

A fonte de corrente é do tipo *sink*, isto é, a sua carga fica conectada entre a alimentação V_{dd} e a saída da fonte, como pode ser visto na figura 2.13. Até agora, os gráficos de regulação de linha foram traçados partindo do pressuposto de que a tensão de saída é mantida fixa independente das variações na alimentação. O diagrama da figura 2.13 nos permite ver que, dependendo da carga, a tensão de saída poderia variar com a alimentação.⁷ Vamos analisar o pior caso o possível, isto é, o caso da carga ser um curto-circuito e $V_{out} = V_{dd}$.

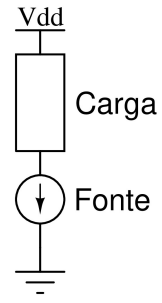


Figura 2.13: Fonte de corrente com carga.

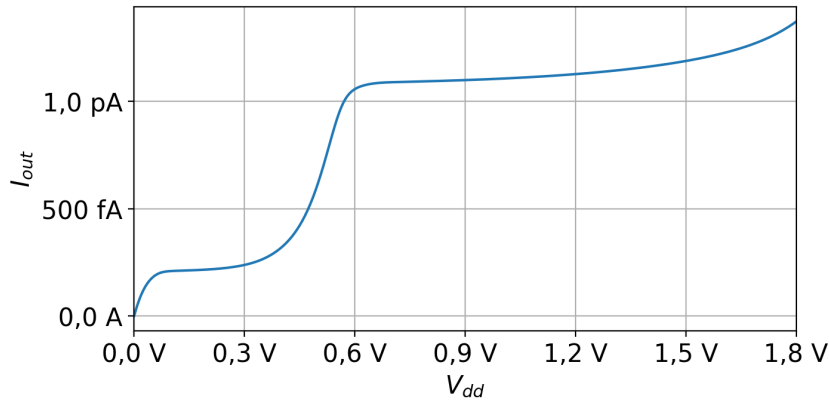


Figura 2.14: Gráfico da regulação de linha da fonte de corrente completa para $V_{out} = V_{dd}$.

Podemos ver na figura 2.14 que a regulação se tornou consideravelmente pior. A sensibilidade média à alimentação na faixa de 700 mV até 1,8 V foi de 20,9 %/V. A potência total consumida pelo circuito nesta configuração foi 133,1 pW.

Capítulo 3

Resultados e Discussão

Este projeto apresentou especificações bem soltas. A única verdadeira restrição era conseguir uma corrente nas proximidades de 1 pA, um objetivo que foi alcançado. O projeto também tentou alcançar uma boa regulação de linha e baixa sensibilidade térmica, mas nenhum valor máximo foi estipulado *a priori*. Por isso, a avaliação final das sensibilidades foi feita com certo grau de subjetividade. Foi alcançada uma corrente de saída de 1,371 pA com uma sensibilidade à alimentação que não ultrapassa 4 %/V e uma sensibilidade térmica de 1,75 %/°C.

Um problema apresentado pelo projeto é a baixa regulação de linha quando a tensão de saída varia junto com a alimentação. Analisamos o pior caso, isto é, quando a carga é um curto-circuito ($V_{out} = V_{dd}$) e medimos uma sensibilidade de 20,9 %/V. Mesmo sem uma especificação numérica para a regulação é difícil aceitar uma sensibilidade tão elevada. Para se remediar tal problema poderia se isolar V_{out} de V_{dd} . Isso poderia ser realizado através de um projeto de alguma carga adaptativa que consiga manter a tensão de saída aproximadamente constante.⁸

Notas

- ¹ A razão entre i_{f1} e i_{f2} depende das razões de aspecto dos transistores S_1 e S_2 , mas esses parâmetros não variam durante a operação do circuito. Uma vez decididas as razões de aspecto durante o projeto, α_{12} é fixado e inalterável.
- ² O desenvolvimento das equações do UICM pode ser encontrado em (SCHNEIDER; GALUP-MONTORO, 2010).
- ³ Estamos assumindo que a função $f(\cdot)$ é uma função injetiva de forma que exista $g(\cdot) = f^{-1}(\cdot)$. Quais são as funções não é de importância, o importante é que existe um mapeamento um para um entre I_X e V_X .
- ⁴ As dimensões extremas foram escolhidas depois de certa tentativa e erro para que as associações de transistores não envolvam quantidades absurdas de transistores.
- ⁵ A decisão de não misturar associações em série e em paralelo foi feita com objetivo de se manter o projeto relativamente simples. Como é descrito no texto logo em seguida, as discrepâncias acabam sendo vantajosas.
- ⁶ Vamos definir o que exatamente está sendo referido por sensibilidade média. Suponhamos que queremos medir a sensibilidade média de uma função $f(x)$ em relação à sua variável independente $x \in [a, b]$. Para isso, precisamos analisar a sensibilidade local que é definida da seguinte forma:

$$\delta f(x) = \frac{1}{f(x)} \cdot \frac{df(x)}{dx} = \frac{f'(x)}{f(x)} \quad (\text{N.1})$$

Como queremos a sensibilidade média, precisamos calcular o valor médio de $\delta f(x)$ em $x \in [a, b]$, que é dado pela seguinte integral:

$$\overline{\delta f} = \frac{1}{b-a} \int_a^b \delta f(x) dx = \frac{1}{b-a} \int_a^b \frac{f'(x)}{f(x)} dx \quad (\text{N.2})$$

Adotando a substituição $u = f(x)$ podemos resolver a integral e chegar em um resultado que, quando expresso em porcentagem, assume a seguinte forma:

$$\overline{\delta f} = \frac{100\%}{b-a} \cdot \ln \left| \frac{f(b)}{f(a)} \right| \quad (\text{N.3})$$

Toda vez que alguma sensibilidade média for citada ao longo do resto do texto, essa é a forma com a qual tal sensibilidade é calculada.

⁷ Por exemplo, se assumirmos uma carga puramente resistiva R_L , podemos verificar que

$$V_{out} = V_{dd} - R_L I_{out} \quad (\text{N.4})$$

A tensão de saída depende da alimentação de duas formas. A primeira é o termo linear em (N.4). A segunda é através de I_{out} que depende de V_{dd} além de depender também do próprio V_{out} .

⁸ Podemos utilizar (N.4) para obtermos uma relação que uma carga adaptativa R_L perfeita precisaria obedecer. Para isso, vamos derivar ambos os lados de (N.4) em relação a V_{dd} :

$$\frac{\partial V_{out}}{\partial V_{dd}} = 1 - \frac{\partial R_L}{\partial V_{dd}} \cdot I_{out} - R_L \left(\frac{\partial I_{out}}{\partial V_{dd}} + \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{out}} \cdot \frac{\partial V_{out}}{\partial V_{dd}} \right) \quad (\text{N.5})$$

Como queremos que V_{out} e V_{dd} estejam isolados um do outro, vamos substituir $\frac{\partial V_{out}}{\partial V_{dd}} = 0$ em (N.5), nos resultando em

$$\frac{\partial R_L}{\partial V_{dd}} \cdot I_{out} + R_L \cdot \frac{\partial I_{out}}{\partial V_{dd}} = 1 \quad (\text{N.6})$$

Se (N.6) é válida para qualquer valor de V_{dd} e I_{out} , a isolação seria perfeita de forma incondicional. Se (N.6) é válida apenas no ponto desejado de operação, a isolação seria apenas local. Caso a tensão de alimentação seja relativamente bem ajustada, tal aproximação local poderia ser considerada aceitável.

Referências

CAMACHO-GALEANO, E. M.; GALUP-MONTORO, C.; SCHNEIDER, M. C. A 2-nW 1.1-V self-biased current reference in CMOS technology. **IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs**, v. 52, n. 2, p. 61–65, 2005. DOI: [10.1109/TCSII.2004.842059](https://doi.org/10.1109/TCSII.2004.842059).

SCHNEIDER, M. C.; GALUP-MONTORO, C. **CMOS Analog Design Using All-Region MOSFET Modeling**. Reino Unido: Cambridge University Press, 2010. ISBN 9780521110365.

SIEBEL, O. F.; SCHNEIDER, M. C.; GALUP-MONTORO, C. MOSFET threshold voltage: Definition, extraction, and some applications. **Microelectronics Journal**, v. 43, n. 5, p. 329–336, 2012. Special Section NANOTECH 2011. ISSN 0026-2692. DOI: [10.1016/j.mejo.2012.01.004](https://doi.org/10.1016/j.mejo.2012.01.004).

WILSON, B. Current mirrors, amplifiers and dumpers. **Wireless World**, Reino Unido, v. 87, n. 1551, p. 47–50, dez. 1981. ISSN 0043-6062.