Lista 1

Victor Sena Molero - 8941317

22 de agosto de 2016

1 Exercícios

Ex 2. *Considere o problema* Escalonamento. *Faça uma análise mais rigorosa do algoritmo* Escalonamento-Graham, *e mude a análise vista em aula de modo a obter uma razão melhor que 2. Para cada m, exiba uma instância onde tal razão é atingida.*

Resposta. □

Ex 3. *Prove que se G é um grafo k-conexo e seja G' o grafo que resulta de G acrescentando-se um novo vértice e arestas ligando esse vértice a todos os vértices de G. Prove que G' é $(k+1)$-conexo.*

Resposta. Seja G um grafo k-conexo e G' o grafo gerado ao adicionar, em G um novo vértice v adjacente a todos os outros.

Se G é completo, ele tem $k+1$ vértices e G' é um completo com $k+2$ vértices, logo, é $(k+1)$-conexo. Se G não é completo, suponha, por absurdo, que G' não seja $(k+1)$-conexo. Assim, é possível obter um conjunto S de k ou menos vértices que separa G'. Este conjunto não pode estar contido em G, pois o vértice v mantém o grafo conexo, logo, $v \in S$. Assim, existe um conjunto $S - v$ que separa $G' - v$, ou seja G tem um conjunto separador com k vértices, um absurdo.

Logo, G' é $(k + 1)$-conexo. $\square$

Ex 4. *Se G é um grafo k-conexo ($k \geq 2$) então qualquer conjunto de k vértices de G pertence a um mesmo circuito de G. (Tal circuito pode conter outros vértices adicionais além dos k vértices fixados.) [Sugestão e dica em aula.]*

Resposta. Seja G um grafo k-conexo. Vamos provar, por indução em k, que qualquer conjunto de k vértices de G pertence a um mesmo circuito de G para todo $k \geq 2$.

Se $k = 2$, então o grafo é 2-conexo e, segundo o teorema 9.6, todo par de vertice pertence a um conjunto em comum.

Se $k > 2$, assuma que a tese vale para todo grafo $(k - 1)$-conexo. Escolha um vértice qualquer v de G. Queremos que este vértice pertenca ao mesmo circuito que qualquer conjunto de tamanho $k - 1$. Seja $G' = G - v$. Se v pertence a um conjunto separador de tamanho k em G, então G' é $(k-1)$-conexo. Se não, G' é k-conexo e, portanto, $(k-1)$-conexo (já que $k > 2$). Assim, G' é sempre $(k - 1)$-conexo e vale a hipótese de indução. Qualquer conjunto de $k - 1$ vértices de G' pertence a um circuito em comum. $\square$