

Lista 7

Victor Sena Molero - 8941317

May 4, 2016

Ex 23. *Festival de Estátuas de Gelo*

Resposta. Dado um m e um vetor a de n inteiros a_1, a_2, \dots, a_n , temos que encontrar um vetor $x \in \mathbb{N}^n$ que minimize $\sum_{i=1}^n x_i$ sujeito a $x^T a = m$. Ou seja, devemos conseguir somar os inteiros dados no vetor a de forma a atingir um valor exatamente m , podendo usar cada valor de a quantas vezes forem necessárias e minimizando a quantidade de somas feitas. Vamos chamar a solução ótima de uma instância com um m dado de $f(m)$.

Temos que $f(0) = 0$ pois não precisamos somar nenhum inteiro para atingir o valor 0. Agora, queremos descobrir o valor de $f(m)$ dados os valores de todas as instâncias menores, ou seja, sabendo os valores para todo $f(x)$ tal que $x < m$. Sabemos que, se temos um vetor de a e queremos atingir a soma m , devemos escolher algum valor de a e colocar nesta soma, porém, após inserir este valor x , temos que conseguir somar $m - x$ com os mesmos valores a do problema anterior, ou seja, este é um subproblema do problema anterior.

Podemos, então, concluir a seguinte recorrência sobre um valor de $f(m)$ quando $m > 0$

$$f(m) = \min_{i=1}^n f(m - a_i) + 1$$

□