

# Lista 7

Victor Sena Molero - 8941317

5 de maio de 2016

## Ex 23. Festival de Estátuas de Gelo

*Resposta.* Dado um  $m$  e um vetor  $a$  de  $n$  inteiros  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , temos que encontrar um vetor  $x \in \mathbb{N}^n$  que minimize  $\sum_{i=1}^n x_i$  sujeito a  $x^T a = m$ . Ou seja, devemos conseguir somar os inteiros dados no vetor  $a$  de forma a atingir um valor exatamente  $m$ , podendo usar cada valor de  $a$  quantas vezes forem necessárias e minimizando a quantidade de somas feitas. Vamos chamar a solução ótima de uma instância com um  $m$  dado de  $f(m)$ .

Temos que  $f(0) = 0$  pois não precisamos somar nenhum inteiro para atingir o valor 0. Agora, queremos descobrir o valor de  $f(m)$  dados os valores de todas as instâncias menores, ou seja, sabendo os valores para todo  $f(x)$  tal que  $x < m$ . Sabemos que, se temos um vetor de  $a$  e queremos atingir a soma  $m$ , devemos escolher algum valor de  $a$  e colocar nesta soma, porém, após inserir este valor  $x$ , temos que conseguir somar  $m - x$  com os mesmos valores  $a$  do problema anterior, ou seja, este é um subproblema do problema anterior.

Podemos, então, concluir a seguinte recorrência sobre um valor de  $f(m)$  quando  $m > 0$

$$f(m) = \min_{i=1}^n f(m - a_i) + 1$$

Para isso, podemos criar uma tabela que memoriza o resultado da função para todo  $m$  e calcular os valores dela crescentemente em  $m$ , sabendo que  $f(0) = 0$ , ou seja, podemos aplicar programação dinâmica.

Para calcular cada um dos valores, precisamos iterar por todo o vetor  $a$ , ou seja, cada cálculo de estado custa  $O(n)$ . Já que temos  $m$  estados para calcular, o tempo total de execução do programa será  $O(nm)$ .

Eu tive minha submissão aceita no URI, meu user lá é Victor Sena Molero. Segue o código submetido no juiz, em C. □

```
1 #include <bits/stdc++.h>
2
3 using namespace std;
4 typedef unsigned long long int ull;
5 typedef long long int ll;
6
7 #ifndef ONLINE_JUDGE
8 #define DEBUG(...) {fprintf(stderr, __VA_ARGS__);}
```

```

9  #else
10 #define DEBUG(...) {}
11 #endif
12
13 const int N = 30;
14 const int K = 1123456;
15
16 int memo[K];
17 int turn;
18 int n, m;
19 int v[N];
20 int t;
21
22 int main () {
23     scanf("%d", &t);
24     while (turn++ < t) {
25         scanf("%d %d", &n, &m);
26         for (int i = 0; i < n; i++)
27             scanf("%d", &v[i]);
28
29         memo[0] = 0;
30         for (int i = 1; i <= m; i++) {
31             memo[i] = K;
32             for (int j = 0; j < n; j++)
33                 if (v[j] <= i)
34                     memo[i] = min(memo[i], memo[i-v[j]]+1);
35         }
36         printf("%d\n", memo[m]);
37     }
38 }

```

**Ex 24.** *LISA - Pocket Money*

*Resposta.*

□