Lista 2

Victor Sena Molero - 8941317

28 de agosto de 2016

1 Exercícios

Ex 3. *Construa instâncias do* MinCC *com custos unitários, ou seja, instâncias* $(E, \mathcal{S}, c)$ *com* $c_S = 1$ *para todo* S *em* $\mathcal{S}$*, para as quais o custo da cobertura produzida pelo algoritmo* MinCC-Chvátal *pode chegar arbitrariamente perto de* $H_n \text{opt}(E, \mathcal{S}, c)$*, onde* $n := |E|$.

Resposta. Não sei :(□

Ex 4. *Lembre-se que* $\ln x$ *é a primitiva da função* $\frac{1}{x}$*. Usando esse fato, deduza que* $H_n \leq 1 + \ln n$*. Conclua que o algoritmo* MinCC-Chvátal *é uma* $O(\log n)$*-aproximação polinomial para o* MinCC.

Resposta. Se $\ln n$ é primitiva de $\frac{1}{n}$, pela Soma de Riemann, para qualquer m inteiro positivo e partição $x_0 < x_1 < \cdots < x_m$ do intervalo $[1, n]$ temos que existe uma sequência c onde $c_i \in [x_{i-1}, x_i]$ para todo $i \leq n$ inteiro positivo tal que $\ln n = \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{c_i}(x_i - x_{i-1})$.

Podemos escolher $m = n-1$ e tal partição como sendo $x_0 = 1 < x_1 = 2 < \cdots < x_{n-1} = n$

e escrever $\ln n = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\bar{c}_i}(i+1-i)$ para alguma sequência $\bar{c}$. E, com isso, temos

$$\ln n \geq \sum_{i=1}^{n-1} \frac{i}{i+1} = H_n - 1$$

, já que $\bar{c}_i \leq i+1$ para todo i, portanto

$$H_n \leq \ln n + 1$$

.

Com isso, concluimos que $H_n = O(\lg n)$, portanto, MinCC-Chvátal é uma $O(\log n)$-aproximação polinomial para o MinCC. $\square$