

Lista 3

Victor Sena Molero - 8941317

12 de setembro de 2016

1 Exercícios

Ex 8. *Considere o problema MINPART, notas de aula EXTRA-6... Prove que esse algoritmo guloso tem razão de aproximação $6/5$ e que essa razão é justa. Se não conseguir obter $6/5$, prove a melhor razão menor que 2 que você conseguir.*

Resposta. Dada uma instância I de MIN-PART(X, w), seja $n := |X|$. Sabemos que se $n \leq 3$, o algoritmo proposto consegue uma solução ótima. Basta agora mostrar que para $n > 3$ ele consegue uma $6/5$ aproximação. Definimos ainda $M = w(X)/2$. Suponha que $n \geq 5$. Seja X_1, X_2 o particionamento formado pelo algoritmo, assumimos, s.p.g., que $w(X_1) \geq w(X_2)$ e que x_u é o último item colocado em X_1 . Temos,

$$w(X_1) - w_u \leq w(X_2)$$

$$w(X_1) \leq w(X_2) + w_u$$

$$w(X_1) \leq w(X) - x(X_1) + w_u$$

$$w(X_1) \leq w(X)/2 + w_u/2$$

, portanto,

$$w(X_1) \leq M + w_u/2$$

exatamente como indicado em notas de aula, agora, temos que,

$$2M = w(X) = \sum_{i=1}^n w_i \geq \sum_{i=1}^n w_u \geq n * w_u$$

, ou seja,

$$w_u/2 \leq M/n \leq M/5$$

, e, mais uma vez, seguindo o raciocínio das notas de aula, temos que

$$w(X_1) \leq M + w_u/2 \leq M + M/5 = 6M/5 \leq \frac{6}{5} \text{opt}(X, w)$$

, assim, se $n \geq 5$, o algoritmo proposto é uma $\frac{6}{5}$ -aproximação para MIN-PART(X,w) com $n \neq 4$. Falta provar que a razão se mantém quando $n = 4$. □