

Universidade de Brasília
Departamento de Engenharia Elétrica
Laboratório de Circuitos Elétricos 2

Análise e implementação do Circuito de Lorenz

Equação 1, tabela 4, pág 1142 de SINGH, Jay Prakash; ROY, Binoy
Krishna. A more chaotic and easily hardware implementable new 3-D
chaotic system in comparison with 50 reported systems. Nonlinear
Dynamics, p. 1-28, 2018

Estudantes:

Roberta Costa Silva - 14/0170723

Victor Matheus da Silva - 16/0054869

Professor:

Vinicius Pinheiro

Novembro
2018

Conteúdo

1	Resumo	1
2	Introdução	1
3	Cálculo Teórico	3
4	Simulação computacional	3
5	Experimento	7
6	Conclusão	8
	Bibliografia	9

1 Resumo

Esse projeto busca entender e comprovar o efeito descoberto por Lorenz por meio da implementação feita com base em Amplificadores Operacionais da equação 1, tabela 4, de SINGH, Jay Prakash; ROY, Binoy Krishna. A more chaotic and easily hardware implementable new 3-D chaotic system in comparison with 50 reported systems. Nonlinear Dynamics. Para isso há de se provar de forma matemática o efeito, simular os fenômenos e implementar o circuito físico para análise real em osciloscópio. Tendo assim uma experiência completa com o estudo de circuitos caóticos e um aprendizado extenso em amplificadores operacionais.

2 Introdução

Existem várias áreas nas quais o estudo de sistemas caóticos é aplicável, como Engenharia, Computação, Biologia, Medicina, etc.[1] Temos como exemplo do valor prático o desenvolvimento de uma técnica derivada da Teoria do caos utilizada tanto no campo da biologia quanto da engenharia denominada "Recurrence Plots", ou Gráficos de Recorrência. Com ela é possível determinar comportamentos de longo período, considerando comportamentos emergentes atuais. Essa técnica pode ser utilizada para categorizar o batimento cardíaco como saudável ou não, ou para analisar o funcionamento de um programa verificando dados coletados em intervalos regulares.[2]

O estudo de sistemas caóticos foi apresentado por Edward N. Lorenz, em 1963, com a análise de equações idealmente determinísticas, com foco em soluções não periódicas, ou seja, que não se repetem com exatidão e que as repetições aproximadas são de duração finita, seguindo o comportamento esperado associado a condições iniciais arbitrárias.[3]

Lorenz notou pela primeira vez o que viria a ser definido como sistema caótico por um erro. Ele trabalhava alimentando os computadores de previsão de tempo, que são obtidas através de equações determinísticas com variáveis precisas de entrada. Um dia, por engano, inseriu no programa valores de entrada com apenas 3 dígitos de precisão, ao contrário de 6 dígitos, como era de costume, e percebeu uma grande divergência na previsão obtida da esperada, dando início às discussões acerca de sistemas caóticos.[4 e 5]

A imagem a seguir é conhecida como o Atrator de Lorenz, sendo o padrão observado por ele na experiência de alteração dos valores de entrada da previsão de tempo.[3] A segunda imagem foi retirada do estudo "The Lorenz Attractor, a Paradigm for Chaos".[6]

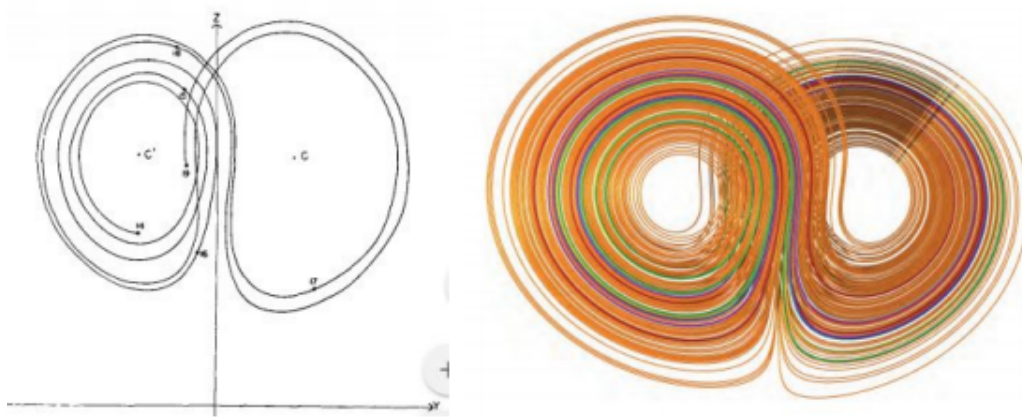


Figura 1: Atrator de Lorenz

O sistema de Lorenz é definido como um sistema de três equações diferenciais não lineares: [3]

$$\dot{x} = a(y - x)$$

$$\dot{y} = rx - y - xz$$

$$\dot{z} = xy - bz$$

Esse conjunto de equações é definido na publicação "Deterministic Nonperiodic Flow", de 1963, com a análise de equações determinísticas idealizadas de sistemas hidrodinâmicos. [3]

3 Cálculo Teórico

Os valores dos parâmetros a , r e b para a simulação e implantação do circuito de forma a obter o resultado do Atrator de Lorenz são: $a=10$, $b=8/3=2.667$ e $r=28$, como indicado na “Table 4 - Different chaotic systems with Lyapunov exponents, Lyapunov dimension, bandwidth and other properties” de [7].

Para o cumprimento do valor dos parâmetros a , r e b , o método permite descobrir quais são os melhores valores para serem utilizados nos componentes do circuito. De acordo com Hiroku Kato e Minsu Bang em A simple circuit implementation of Amp-Op Based Lorenz Attractor [9]. Então:

$$\begin{aligned}C1=C2=C3 &= 0.1\mu F, \\ R1=R2 &= 100k, \\ R5 &= 35.7k\Omega, R3=10k, \\ R4 &= 1M, \\ R6 &= 10k \text{ e} \\ R7 &= 374k\end{aligned}$$

4 Simulação computacional

Para a realização da simulação computacional, por erros durante o procedimento no MultiSim, optou-se por utilizar o LTSpice. O modelo utilizado na simulação é o utilizado por Jim Thompson [8]. Não há muita diferença em relação ao modelo original, exceto que o multiplicador analógico que seria utilizado, MPY634, foi substituído pelo AD633 para que o software trabalhe melhor, pois o antigo estava depreciado[8].

Para isso, Jim modelou o multiplicador por meio do seguinte código no LTSpice, utilizando os parâmetros para as portas descritos na Figura 3, gerando o componente mostrado na Figura 4, para que possa ser utilizado por terceiros sem instalar as bibliotecas[8].

O circuito em si - Figura 5 segue a orientação proposta, perceba que as fontes que alimentam os Amplificadores Operacionais e os Multiplicadores foram parametrizados para que ficasse mais fácil a implementação.

```

***** Rudimentary Behavioral Model of Analog Devices AD633 Analog Multiplier *****
***** Noise, CMRR and Feed-Thru are not modeled *****
*****
*** Per Pin Name X1 X2 Y1 Y2 -VS Z W +VS ***
***
.SUBCKT AD633_JT 1 2 3 4 5 6 7 8
G_GX1 1 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(1,5)-2)))/2*V(ITEMP) }
G_GX2 2 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(2,5)-2)))/2*V(ITEMP) }
G_GY1 3 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(3,5)-2)))/2*V(ITEMP) }
G_GY2 4 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(4,5)-2)))/2*V(ITEMP) }
G_GZ 6 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(6,5)-2)))/2*V(ITEMP) }
RCON_TAG3 7 0 1G
E_E1 ITEMPO VALUE { 1nA*(489.9-2.0842*TEMP+4.3472m*TEMP*TEMP) }
G_G1 N_1 7 VALUE { 30mA*TANH(450*V(N_2, 7))*V(BOUNDS) }
C_C1 N_2 0 100pF
G_GIQ 8 5 VALUE { (1+TANH(22*(V(8,5)-2)))/2*4mA }
R_RNOF2 7 5 1G
C_COUT 7 5 5pF
E_E3 BOUNDS 0 VALUE {
+ (1+TANH(25*(V(8,7)-2.2)))*(1+TANH(25*(V(7,5)-2.2)))/4 }
R_R1 WINT N_2 1.59155K
E_E2 WINT 0 VALUE { V(1,2)*V(3,4)/10+V(6) }
.MODEL D D
D_D1 N_3 N_4 D
F_F1 N_3 8 VF_F1 1
VF_F1 8 N_1 0
D_D2 8 N_3 D
R_RNOF1 8 7 1G
F_F2 8 5 VF_F2 1
VF_F2 N_4 8 0
C_C2 6 5 4pF
C_C3 4 5 4pF
C_C4 3 5 4pF
C_C5 2 5 4pF
C_C6 1 5 4pF
.ENDS AD633_JT
*****

```

Figura 2: Modelo do Multiplicador analógico AD633

AD633_JT PIN ASSIGNMENT			
PIN1	X1	PIN5	-Vs
PIN2	X2	PIN6	Z
PIN3	Y1	PIN7	W
PIN4	Y2	PIN8	+Vs

Figura 3: Descrição das portas do multiplicador analógico AD633



Figura 4: Modelo visual do multiplicador analógico AD633

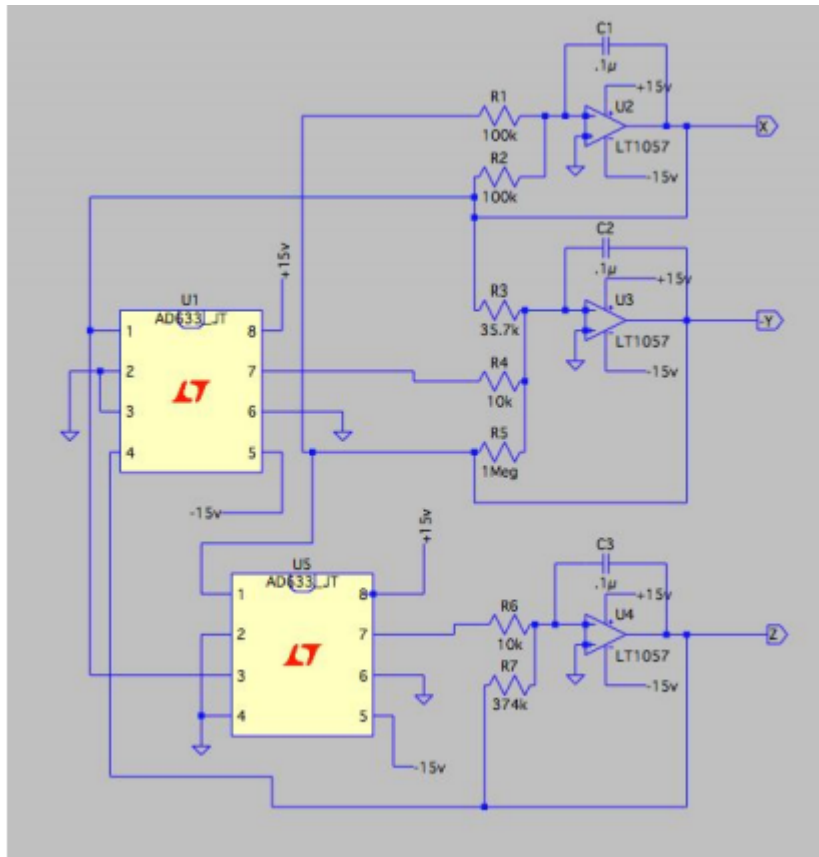


Figura 5: Circuito implementado no modelo de Lorenz

Para gerar a Borboleta do Atrator de Lorenz, basta inspecionar duas tensões de saída do circuito, gerando um gráfico de tensão(x) por tensão(y).

Para isso, há a necessidade de instruir o LTSpice com o comando:

```
.tran 0 10 0 .001 startup
```

Depois de executar o circuito, por padrão ele virá com o eixo x no tempo, para transferi-lo para tensão. Depois de alinhar os eixos corretamente com 2 tensões de saída, apenas temos que medir uma delas.

Neste caso, medimos $V(x)$ no eixo vertical e $V(-y)$ no eixo horizontal. Resultado esperado conforme Figura 6. Se olharmos a forma de onda $V(z)$, por exemplo, no tempo, vê-se algo similar à Figura 7. Para ver a forma de borboleta mais claramente como na Figura 8, basta inverter o eixo x para $V(x)$.

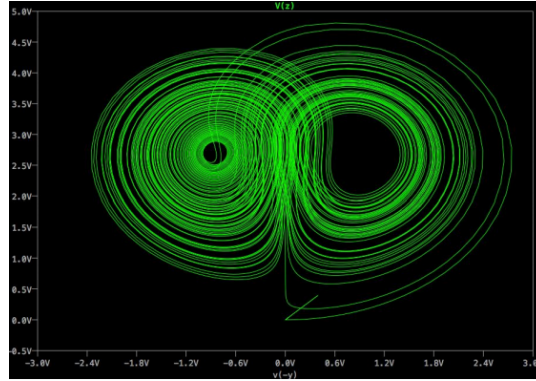


Figura 6: Resultado no transitório do eixo $V(z)$ vertical e $V(-y)$ horizontal

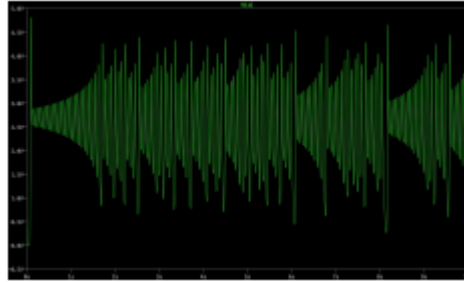


Figura 7: Resultado no transitório do eixo $V(z)$ vertical e tempo horizontal

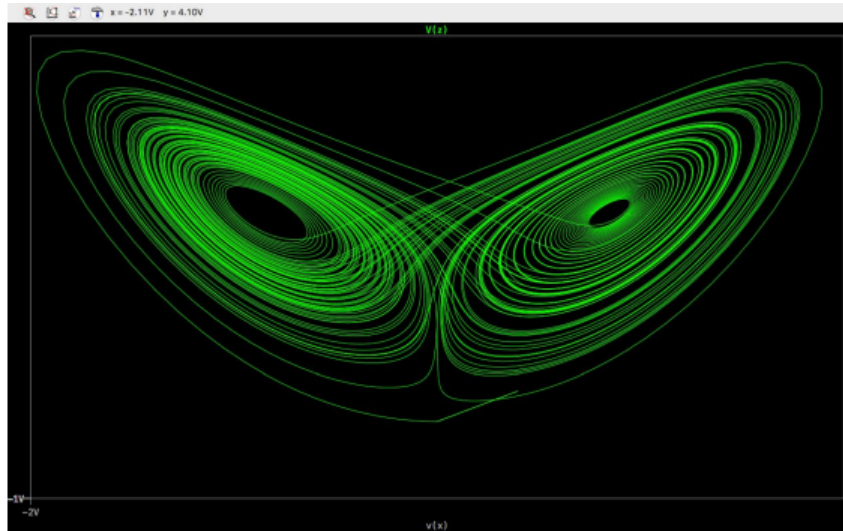


Figura 8: Resultado no transitório do eixo $V(z)$ vertical e $V(x)$ horizontal

5 Experimento

O circuito será implementado seguindo o modelo do circuito simulado conforme a Figura 5, utilizando o multiplicador AD633. É esperado que as formas visualizadas no osciloscópio analisando as duas tensões de saída sejam as obtidas na simulação, conforme a Figura 6.

Componentes necessários para implementação:

- 2 multiplicadores AD633
- 3 amplificadores operacionais
- 3 capacitores de 1uF
- 7 resistores dos valores calculados para simulação

6 Conclusão

O estudo teórico para embasamento da simulação computacional e da implementação foi desafiador, tendo em vista que a Teoria do Caos em si não é abordada nas aulas da disciplina. Ainda assim, o desenvolvimento deste projeto proporcionou o conhecimento de uma área da engenharia em desenvolvimento com várias possibilidades de aplicação. Foi possível ainda a experiência com a usabilidade dos conceitos ensinados na disciplina, como implementação de circuitos, análise de gráficos, teoria de amplificadores operacionais, etc.

Bibliografia

- [1] Skinner JE1, Molnar M, Vybiral T, Mitra M, Application of chaos theory to biology and medicine., Integr Physiol Behav Sci. 1992 Jan-Mar;27(1):39-53
- [2] David M. Curry, Practical application of chaos theory to systems engineering, Procedia Computer Science 8 (2012) 39 – 44
- [3] E. Lorenz, Deterministic nonperiodic flow, J. Atmos. Sci. 20 (1963) 130-141
- [4] J. Gleick, Caos, a criação de uma nova ciência. Tradução de Waltensir Dutra, Rio de Janeiro, Campus (1990)
- [5] E. Lorenz, The problem of deducing the climate from the governing equations, (1964)
- [6] Etienne Ghys, The Lorenz Attractor, a Paradigm for Chaos, Springer Basel AG (2013), Chaos, 1–54
- [7] SINGH, Jay Prakash; ROY, Binoy Krishna. A more chaotic and easily hardware implementable new 3-D chaotic system in comparison with 50 reported systems. Nonlinear Dynamics, p. 1-28, 2018
- [8] THOMPSON, Jim; 10.Creating a Lorenz Butterfly. <http://www.analog-innovations.com/> © 2014
- [9] KATO, Hiroto; BANG, Minsu; A simple circuit implementation of Amp-Op Based Lorenz Attractor. Department of Electrical Engineering, San Jose State University, San Jose, California 95192.