

# ST7: Modélisation des risques financiers

## TD2: Théorie du portefeuille avec Markowitz

Romain Perchet  
BNP Paribas Asset Management  
Quant Research Group  
romain.perchet@centralesupelec.fr

21 février 2022

**Exercice 1.** *MVO*. Verification du code et la fonction d'utilité.

$$w_{Markowitz} = \operatorname{argmax}(\bar{\mu}^T w - \lambda w^T \Sigma w) \quad (1)$$

avec  $\bar{\mu}$  est le vecteur de rendement et  $\Sigma$  est la matrice de variance-covariance. On pose :

Dans l'ordre, Equity USA, Equity EMU, Equity Emerging, Bond EUR Sov., Bond USD Sov., Bond EMD LC Sov & Cash

Volatility : [14.3%, 17.4%, 21.2%, 4.3%, 4.0%, 8.4%, 0.5%]

$\bar{\mu} = [6.0\%, 7.0\%, 9.5\%, 1.5\%, 1.3\%, 3.2\%, 0.0\%]$

$$\rho = \begin{pmatrix} 1.0 & 0.82 & 0.78 & 0.10 & 0.00 & 0.50 & 0.00 \\ & 1.00 & 0.85 & 0.12 & 0.08 & 0.63 & 0.00 \\ & & 1.00 & 0.05 & 0.03 & 0.71 & 0.00 \\ & & & 1.00 & 0.65 & 0.20 & 0.00 \\ & & & & 1.00 & 0.23 & 0.00 \\ & & & & & 1.00 & 0.00 \\ & & & & & & 1.00 \end{pmatrix}$$

- Quelle est la valeur du vecteur  $w_{Markowitz}$  avec  $\lambda = 0.5$  en utilisant une formule analytique ?
- Quelle est la valeur de la volatilité de ce portefeuille ?
- Quelle est la valeur du vecteur  $w_{Markowitz}$  en utilisant *cvxpy* en vous basant sur la volatilité obtenue à la question précédente ?
- Quel est l'intérêt de ces deux étapes ?

**Exercice 2.** *Efficient frontier*. En vous basant sur les mêmes hypothèses :

- Tracer la frontière efficiente pour un risque (volatilité) allant de 0% à 25%.

**Exercice 3.** *Constraints*. En vous basant sur les mêmes hypothèses :

- Ajouter une contrainte de positivité de poids. Quelle est la solution de l'exercice 1.a ?
- Ajouter une contrainte de positivité de poids et une contrainte de somme des poids égale à 1. Tracer la frontière efficiente. Quel est le risque maximum ?

**Exercice 4.** *Project*. Mettez en place une stratégie qui optimise chaque mois votre portefeuille.

Chaque mois ( $t$ )<sup>1</sup>, vous estimez  $\bar{\Sigma}_t$  et  $\bar{\mu}_t$  sur 300 entreprises à l'aide de deux ans de rendements quotidiens. Vous pouvez ensuite en déduire la valeur du  $w^*$  optimale à l'aide de ?? pour une valeur de  $\lambda$  vous permettant de retrouver la volatilité obtenue lors du TD1. Comme lors du TD1, vous pouvez calculer la performance quotidienne de votre portefeuille pendant le mois  $t + 1$ .

1. T est la transposée par rapport  $t$  qui indique le mois

- a.** Ajouter une contrainte de positivité de poids. Quel est l'impact en terme de performance ? Quelle est la « tracking error » avec votre indice de référence ? Quelles sont les impacts en terme de risque ? Quelles sont les impacts sur les secteurs (finance, tech....) ?
- b.** Ajouter une contrainte de positivité de poids et une contrainte de somme des poids égale à 1. Mêmes questions
- c.** Vous pouvez mettre en place d'autres estimateurs de  $\bar{\Sigma}_t$  et  $\bar{\mu}_t$  afin d'améliorer votre portefeuille. L'utilisation de données « forward » est interdite. Exercice libre!!!