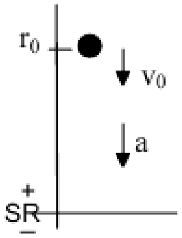
SOL TIRO VERTICAL 1Bach

Desde una azotea de 15 m de altura lanzamos hacia abajo una piedra con una velocidad de 8 m/s. Despreciando el rozamiento con el aire, calcula: [redacted] b) Velocidad en el momento de llegar al suelo.



Tipo de movimiento: MRUA (su velocidad cambia, posee aceleración, la de la gravedad, que es constante)

Datos iniciales: v_0 = - 8 m/s t_0 = 0 s.
r_0 = 15 m. a = - 10 m/s^2

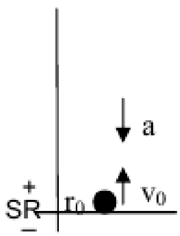
Ecuación de la velocidad $v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = -8 - 10 \cdot t \ \ (m/s)$

Ecuación de movimiento $r = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \ \rightarrow \ \ r = 15 - 8 \cdot t - 5 \cdot t^2 (m)$

a) Cuando llega al suelo, su posición es r = 0 m, ya que hemos puesto ahí el sistema de referencia.
$0 = 15 - 8 \cdot t - 5 \cdot t^2 \ \ \rightarrow \ \ t = 1{,}11 \ s$ tarda en llegar al suelo.

b) Para calcular la velocidad en ese momento, sustituimos el tiempo obtenido en la ecuación de la velocidad.
$v = -8 - 10 \cdot t \ = -8 - 10 \cdot 1{,}11 = -19{,}1 \ m/s$

Lanzamos desde el suelo un objeto hacia arriba con una velocidad de 12 m/s. Calcula: [redacted]) tiempo que tarda en llegar de nuevo al suelo.



Tipo de movimiento: MRUA (su velocidad cambia, posee aceleración, la de la gravedad, que es constante)

Datos iniciales: v_0 = 12 m/s
r_0 = 0 m.
a = - 10 m/s^2
t_0 = 0 s.

Ecuación de la velocidad $v = v_0 + a \cdot t \rightarrow v = 12 - 10 \cdot t \ \ (m/s)$

Ecuación de movimiento $r = r_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 \ \rightarrow \ \ r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 (m)$

a) Cuando llega a su altura máxima, su velocidad se hace cero en ese instante (se detiene, para luego volver a caer). Por tanto, v = 0 m.
$0 = 12 - 10 \cdot t \rightarrow \ \ t = 1{,}2 \ s$ tarda en alcanzar la altura máxima.
Sustituimos ese tiempo en la ecuación de la posición (ec. de movimiento) para calcular la altura a la que se encuentra.
$r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 = 12 \cdot 1{,}2 - 5 \cdot 1{,}2^2 = 7{,}2 \ m$

b) Cuando el objeto llega de nuevo al suelo, su posición será r = 0 m *(Ojo, esto es así porque hemos puesto el S.R. en el suelo; si estuviera puesto en otro sitio, la posición sería otra)* .
$r = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 (m) \ \ \rightarrow \ \ 0 = 12 \cdot t - 5 \cdot t^2 \ \ \rightarrow \ \ t = 2{,}4 \ s$ tarda en volver al suelo
(Nota: la otra solución obtenida, t=0 s, corresponde a la situación inicial, y no es válida como solución de nuestro problema)

---

2. Desde el balcón situado a 14.1m sobre el suelo de una calle, lanzamos un cuerpo verticalmente hacia arriba con una velocidad de 10 m/s. Calcular el tiempo que tarda en llegar al suelo.

Tomamos como origen el punto de lanzamiento y sentido positivo hacia arriba:

ec gral: $h = v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$

$$-14.1 = 10t - 9.81t^2$$

Solución: $t = -0.96s$

$\boxed{t = 3s}$

rc

3. Se lanza un cuerpo hacia arriba verticalmente con una velocidad de 98 m/s, desde el tejado de un edificio de 100 m de altura. Determinar: rc- ri- re

(a) La altura máxima que alcanza desde el suelo.

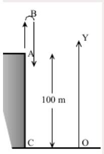
(b) El tiempo cuando pasa por el lugar de lanzamiento.

(c) La velocidad al llegar al suelo.

(d) El tiempo total transcurrido hasta llegar al suelo.

(a)

$$\left.\begin{array}{l} v = v_0 + at \\ e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{pmatrix} t_0 = 0 \\ y_0 = 100 \\ v_0 = 98 \end{pmatrix} \rightarrow \left.\begin{array}{l} v = 98 - 9.8t \\ y = 100 + 98t - \frac{1}{2}9.8t^2 \end{array}\right\}$$



En la altura máxima el cuerpo se para, $v = 0$

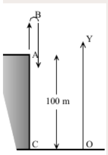
$$0 = 98 - 9.8t \quad \rightarrow \quad t = \frac{98}{9.8} = 10s$$

$$y = 100 + 98\cdot 10 - \frac{1}{2}9.8\cdot 10^2 = 590m \quad \rightarrow \quad \boxed{h = 590m}$$

(b) En el movimiento de caída las ecuaciones son:

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \begin{pmatrix} e_0 = 100 \\ v_0 = 98 \end{pmatrix} \rightarrow 100 = 100 + 98t - \frac{1}{2}9.8t^2 \rightarrow$$

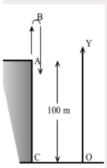
$$\rightarrow \quad t(98 - 4.9t) = 0 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t = 0 \\ \boxed{t = 20s} \end{cases}$$



(c) Al llegar al suelo es:

$$e = e_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 \rightarrow \begin{pmatrix} e_0 = 100 \\ v_0 = 98 \end{pmatrix} \rightarrow -100 = 100 + 98t - \frac{1}{2}9.8t^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow \quad t = \frac{98 \pm \sqrt{98^2 + 4\cdot 4.9\cdot(-100)}}{9.8} = \quad \rightarrow \quad \begin{cases} t = -0.97s \\ \boxed{t = 20.97s} \end{cases}$$



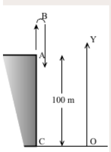
$$v = v_0 + at \quad \rightarrow \quad v = 98 - 9.8\cdot 20.97 = -107.5m/s$$

$(hacia\ abajo)$

$$v = \boxed{-107.53\ m/s}$$

(d)

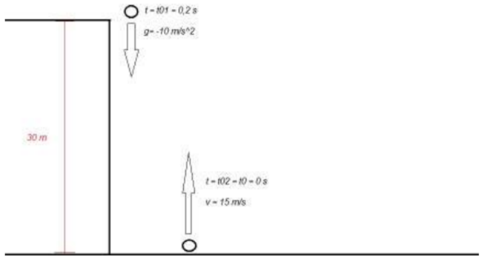
El tiempo total es: $t_{total} = \boxed{20.97\ s}$



7. Desde lo alto de una torre de 30 m de altura se deja caer una piedra 0,2 segundos después de haber lanzado hacia arriba otra piedra desde la base a 15 m/s. Calcula el punto de encuentro entre ambas piedras. Tomar g= 10 m/s^2.

Planteamiento gráfico:

rl



Al dejarse caer la piedra de la torre con 0,2 segundos de demora el tiempo que tardan en encontrarse desde que comienza el movimiento de cada piedra no será el mismo, sin embargo la posición de encuentro si es la misma ya que se encuentran en la misma posición, valga la redundancia.

El sistema de referencia lo tomamos en la vertical de la piedra que se deja caer y en el suelo.

Por lo tanto el procedimiento a seguir es el mismo que para ejercicios anteriores, utilizaremos las fórmulas de la cinemática:

(1) Piedra que se deja caer desde la torre:

$$Y_f = Y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g t_1^2$$

Sabemos g, $v_{0y} = 0$, $Y_0 = 30$ y que Y_f es la posición que queremos calcular:

$$Y_f = 30 + 0 \cdot t + \frac{1}{2}(-10) t_1^2$$

$$Y_f = 30 - 5t_1^2$$

Y sabemos que $t_1 = t_2 - 0{,}2$ ya que al salir con 0,2 segundos de demora tarda menos tiempo que la otra piedra, que ha sido lanzada 0,2 segundos antes, en llegar al punto de encuentro. Por tanto:

$$Y_f = 30 - 5(t_2 - 0{,}2)^2$$

Resolviendo el paréntesis:

$$Y_f = 30 - 5t_2^2 - 0{,}2 + 2t_2 = -5t_2^2 + 2t_2 + 29{,}8$$

(2) Piedra lanzada desde el suelo:

$$Y_f = Y_0 + v_{0y} \cdot t + \frac{1}{2} g t_1^2$$

Sabemos g, $v_{0y} = 15$, $Y_0 = 0$ y que Y_f es la posición que queremos calcular:

$$Y_f = 0 + 15t_2 - 5t_2^2$$

Nos queda un sistema con dos ecuaciones y dos incógnitas:

(1) $Y_f = -5t_2^2 + 2t_2 + 29{,}8$

(2) $Y_f = 15t_2 - 5t_2^2$

Resolvemos por igualación ya que despejar t_2 es muy complicado, por lo tanto hallamos primero el tiempo que tarda la piedra lanzada desde el suelo t_2 para después introducir este tiempo en una de las dos ecuaciones y despejar Y_f .

$$15t_2 - 5t_2^2 = -5t_2^2 + 2t_2 + 29{,}8$$

$$15t_2 - 2t_2 = 29{,}8$$

$$13t_2 = 29{,}8$$

$$t_2 = \frac{29{,}8}{13} = 2{,}29s$$

Por tanto:

$$Y_f = 15t_2 - 5t_2^2 = 15 \cdot 2{,}29 - 5 \cdot 2{,}29^2 =$$

$$\boldsymbol{Y_f = 34{,}35 - 26{,}2205 = 8{,}1295 = 8{,}13\ m}$$

ra

Problema 8.

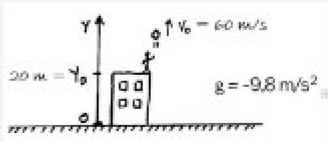
Desde lo alto de una terraza situada a 20 m del suelo se lanza verticalmente una piedra de 20 kg con una velocidad de 60 m/s.

a) Determina la altura máxima que puede alcanzar.

b) El tiempo que tarda en pasar por una altura de 110 m medidos desde el suelo.

c) La velocidad del cuerpo cuando está a 110 m medidos desde el suelo.

Solución:



Situaremos el origen del sistema de referencia en el suelo. Los datos relevantes que aparecen en el enunciado se muestran en el siguiente esquema

Las ecuaciones del movimiento para estos datos son:

$$y = 20 + 60t - 4{,}9t^2$$
$$v = 60 - 9{,}8t$$

a) Cuando el cuerpo alcanza su altura máxima se para, su velocidad es cero. La ecuación de velocidad permite calcular el tiempo que tarda la piedra en parar

$$0 = 60 - 9{,}8t \quad \rightarrow \quad t = \frac{0 - 60}{-9{,}8} \quad \rightarrow \quad t = 6{,}12\ s$$

Conocido este tiempo podemos saber su posición,

$$y = 20 + 60 \cdot 6{,}12 - 4{,}9 \cdot 6{,}12^2 = \ 203{,}7\ m$$

La altura máxima que puede alcanzar es de 203,7 metros.

b) Cuando la posición de la piedra es 110 m, el tiempo que tarda en estar en esa posición es,

$$110 = 20 + 60t - 4{,}9t^2 \ \rightarrow \ -4{,}9t^2 + 60t - 90 = 0 \ \rightarrow \ 4{,}9t^2 - 60t + 90 = 0$$

Las soluciones a esta ecuación de segundo grado son:

$$t_1 = 1{,}8\ s\,; \quad t_2 = 10{,}5\ s$$

En este caso las dos soluciones son válidas pues la piedra estará a 110 m del suelo en dos momentos, el primero mientras sube y el segundo mientras baja.

c) La velocidad de la piedra subiendo (al cabo de 1,8 s) es,

$$v_{(1{,}8)} = 60 - 9{,}8 \cdot 1{,}8 = 42{,}4\ m/s$$

La velocidad de la piedra cayendo (al cabo de 10,5 s) es,

$$v_{(10{,}5)} = 60 - 9{,}8 \cdot 10{,}5 = -\ 42{,}9\ m/s$$