Problemas de MCU

1. Un coche entra en una rotonda circular y comienza a dar vueltas a una velocidad lineal constante de 45 km/h. Si a esa velocidad tarda 5 s en dar una vuelta, calcula el radio de la rotonda.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad v = 45\,\mathrm{km/h} \qquad T = 5\,\mathrm{s}$$

$$v = \frac{45\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 12{,}5\,\mathrm{m/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{5} = 0{,}4\pi\,\mathrm{rad/s}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow R = \frac{v}{\omega} = \frac{12{,}5}{0{,}4\pi} = \frac{31{,}25}{\pi}\,\mathrm{m} = 9{,}947\,\mathrm{m}$$

$$\boxed{R = 9{,}947\,\mathrm{m}}$$

2. Una niña nada en forma de círculos a velocidad constante en una piscina municipal. Calcula su velocidad angular en rpm si tarda en recorrer media circunferencia 8 s.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \varphi_F = 0{,}5\,\text{vueltas} \qquad t = 8\,\mathrm{s}$$

$$\varphi_F = 0{,}5\,\cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{1\,\cancel{\text{vuelta}}} = \pi\,\mathrm{rad}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \omega \cdot t = \omega \cdot t \Rightarrow \omega = \frac{\varphi_F}{t} = \frac{\pi}{8} = 0{,}125\pi\,\mathrm{rad/s}$$

$$\omega = \frac{0{,}125\cancel{\pi\,\mathrm{rad}}}{\mathrm{s}} \cdot \frac{1\,\mathrm{rev}}{2\cancel{\pi\,\mathrm{rad}}} \cdot \frac{60\,\cancel{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{min}} = \frac{3{,}75\,\mathrm{rev}}{\mathrm{min}} = 3{,}75\,\mathrm{rpm}$$

$$\boxed{\omega = 3{,}75\,\mathrm{rpm}}$$

3. Un helicóptero de la policía está vigilando la seguridad de un concierto y para ello está continuamente dando vueltas en una trayectoria circular horizontal a velocidad constante. Calcula la distancia lineal que habrá recorrido después de una hora y media, si su frecuencia de rotación es 0,01 Hz y su radio de circunferencia mide 50 m.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad t = 1{,}5\,\mathrm{h} \qquad f = 0{,}01\,\mathrm{Hz} \qquad R = 50\,\mathrm{m}$$

$$t = 1{,}5\,\cancel{\mathrm{h}} \cdot \frac{3600\,\mathrm{s}}{1\,\cancel{\mathrm{h}}} = 5400\,\mathrm{s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f = 2\pi \cdot 0{,}01 = 0{,}02\pi\,\mathrm{rad/s}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \omega \cdot t = \omega \cdot t = 0{,}02\pi \cdot 5400 = 108\pi\,\mathrm{rad}$$

$$s_F = \varphi_F \cdot R = 108\pi \cdot 50 = 5400\pi\,\mathrm{m} = 16964{,}6\,\mathrm{m}$$

$$\boxed{s_F = 16964{,}6\,\mathrm{m}}$$

4. El dueño de un perro le deja con la correa atada a una farola. Para distraerse hasta que le libere su dueño, el perro rodea la farola describiendo un movimiento circular cuyo radio de curvatura es el que le permite la correa, en este caso de 7 m. Calcula el tiempo que tardará en completar 5 vueltas y un cuarto si su velocidad lineal constante es 2,5 m/s.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad R = 7\,\mathrm{m} \qquad \varphi_F = 5{,}25\,\mathrm{vueltas} \qquad v = 2{,}5\,\mathrm{m/s}$$

$$\varphi_F = 5{,}25\,\cancel{\mathrm{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{1\,\cancel{\mathrm{vuelta}}} = 10{,}5\pi\,\mathrm{rad}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{2{,}5}{7} = 0{,}357\,\mathrm{rad/s}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \omega \cdot t = \omega \cdot t \Rightarrow t = \frac{\varphi}{\omega} = \frac{10{,}5\pi}{0{,}357} = 29{,}412\pi\,\mathrm{s} = 92{,}4\,\mathrm{s}$$

$$\boxed{t = 92{,}4\,\mathrm{s}}$$

5. Una persona que se encuentra en un tiovivo experimenta un movimiento circular a velocidad angular constante de 0,4π rad/s. Al cabo de 1 minuto y 45 segundos recorrió 21 vueltas completas y 35° de circunferencia. Calcula la posición angular inicial del movimiento.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \omega = 0{,}4\pi\,\mathrm{rad/s} \qquad t = 1\,\mathrm{min} + 45\,\mathrm{s} \qquad \varphi_F = 21\,\mathrm{vueltas} + 35^\circ$$

$$t = 60 + 45 = 105\,\mathrm{s}$$

$$\varphi_F = 21\,\cancel{\mathrm{vueltas}} \cdot \frac{360^\circ}{1\,\cancel{\mathrm{vuelta}}} + 35^\circ = 7595\cancel{^\circ} \cdot \frac{\pi\,\mathrm{rad}}{180\cancel{^\circ}} = 42{,}194\pi\,\mathrm{rad}$$

$$\varphi_F = \varphi_0 + \omega \cdot t \Rightarrow \varphi_0 = \varphi_F - \omega \cdot t = 42{,}194\pi - 0{,}4\pi \cdot 105 = 42{,}194\pi - 42\pi = 0{,}609\,\mathrm{rad}$$

$$\boxed{\varphi_0 = 0{,}609\,\mathrm{rad}}$$

6. Calcula la frecuencia de rotación de las ruedas de un coche, cuando el vehículo se desplaza a una velocidad lineal constante de 81 km/h. El diámetro de las ruedas es de 0,6 m.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad v = 81\,\mathrm{km/h} \qquad d = 0{,}6\,\mathrm{m}$$

$$v = \frac{81\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 22{,}5\,\mathrm{m/s}$$

$$d = 2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{d}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3\,\mathrm{m}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{22{,}5}{0{,}3} = 75\,\mathrm{rad/s}$$

$$\omega = 2\pi \cdot f \Rightarrow f = \frac{75}{2\pi} = \frac{37{,}5}{\pi}\,\mathrm{Hz} = 11{,}937\,\mathrm{Hz}$$

$$\boxed{f = 11{,}937\,\mathrm{Hz}}$$

7. El premio de una ruleta se encuentra en el instante inicial del movimiento circular en una posición angular de 3/4 de vuelta con respecto del origen. Calcula la velocidad angular constante que debe llevar la ruleta para conseguir que esta dé 5 vueltas y media con respecto del origen en un tiempo de 25 s. De conseguirlo, el concursante podrá ganar el premio.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \varphi_0 = 0,75\,\text{vueltas} \qquad \varphi_F = 5{,}5\,\text{vueltas} \qquad t = 25\,\text{s}$$

$$\varphi_0 = 0{,}75\,\cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{vuelta}}} = 1{,}5\pi\,\text{rad}$$

$$\varphi_F = 5{,}5\,\cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{vuelta}}} = 11\pi\,\text{rad}$$

$$\varphi_F = \varphi_0 + \omega \cdot t \Rightarrow \omega = \frac{\varphi_F - \varphi_0}{t} = \frac{11\pi - 1{,}5\pi}{25} = \frac{9{,}5\pi}{25} = 0{,}38\pi\,\text{rad/s} = 1{,}194\,\text{rad/s}$$

$$\boxed{\omega = 1{,}194\,\text{rad/s}}$$

8. En una exhibición de animales, una jinete hace que su caballo se desplace describiendo una trayectoria circular a una velocidad lineal constante de 33 km/h con un radio de circunferencia de 15 m. Calcula el periodo de oscilación del movimiento.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad v = 33\,\text{km/h} \qquad R = 15\,\text{m}$$

$$v = \frac{27\,\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\,\text{m}}{1\,\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\,\text{s}} = 7{,}5\,\text{m/s}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{7{,}5}{15} = 0{,}5\,\text{rad/s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{0{,}5} = 4\pi\,\text{s} = 12{,}56\,\text{s}$$

$$\boxed{T = 12{,}56\,\text{s}}$$

9. Imaginemos que la Luna describe una órbita circular y a velocidad constante alrededor de la Tierra. Sabiendo que su periodo de rotación es de 27 días, calcula el espacio angular total que recorre la Luna en 2 años y medio.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad T = 27\,\text{días} \qquad t = 2{,}5\,\text{años}$$

$$T = 27\,\cancel{\text{días}} \cdot \frac{24\,\cancel{\text{h}}}{1\,\cancel{\text{día}}} \cdot \frac{3600\,\text{s}}{1\,\cancel{\text{h}}} = 2{,}333 \cdot 10^6\,\text{s}$$

$$t = 2{,}5\,\cancel{\text{años}} \cdot \frac{365\,\cancel{\text{días}}}{1\,\cancel{\text{año}}} \cdot \frac{24\,\cancel{\text{h}}}{1\,\cancel{\text{día}}} \cdot \frac{3600\,\text{s}}{1\,\cancel{\text{h}}} = 7{,}884 \cdot 10^7\,\text{s}$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2{,}333 \cdot 10^6} = 8{,}573 \cdot 10^{-7}\pi\,\text{rad/s}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \omega \cdot t = \omega \cdot t \Rightarrow \varphi_F = 8{,}573 \cdot \cancel{10^{-7}}\pi \cdot 7{,}884 \cdot \cancel{10^7} = 67{,}590\pi \,\text{rad} = 212{,}34 \,\text{rad}$$

$$\boxed{\varphi_F = 212{,}34 \,\text{rad}}$$

10. Un hámster corre a velocidad constante dentro de una rueda con una pegatina en su exterior que marca la posición de un punto fijo en la rueda. Al comenzar a cronometrar el movimiento de la pegatina, la posición angular de esta es de $3/4\pi$ rad. Calcula el número de vueltas que recorre la pegatina en 16 minutos. El hámster corre linealmente a 4,5 km/h y el radio de la rueda es de 15 cm.

 Resolución:

 Datos: $\varphi_0 = 3/4\pi \,\text{rad} = 0{,}75\pi \,\text{rad}$ $\quad t = 16 \,\text{min}$ $\quad v = 4{,}5 \,\text{km/h}$ $\quad R = 15 \,\text{cm}$

$$\varphi_0 = 0{,}75\cancel{\pi\,\text{rad}} \cdot \frac{1 \,\text{vuelta}}{2\cancel{\pi\,\text{rad}}} = 0{,}375 \,\text{vueltas}$$

$$t = 16 \cancel{\text{min}} \cdot \frac{60 \,\text{s}}{1 \cancel{\text{min}}} = 960 \,\text{s}$$

$$v = \frac{4{,}5 \cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000 \,\text{m}}{1 \cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1 \cancel{\text{h}}}{3600 \,\text{s}} = 1{,}25 \,\text{m/s}$$

$$R = 15 \cancel{\text{cm}} \cdot \frac{1 \,\text{m}}{100 \cancel{\text{cm}}} = 0{,}15 \,\text{m}$$

$$v = \omega \cdot R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} = \frac{1{,}25}{0{,}15} = 8{,}333 \,\text{rad/s}$$

$$\omega = \frac{8{,}333 \cancel{\text{rad}}}{\text{s}} \cdot \frac{1 \,\text{vuelta}}{2\pi \cancel{\text{rad}}} = 1{,}326 \,\text{vueltas/s}$$

$$\varphi_F = \varphi_0 + \omega \cdot t = 0{,}375 + 1{,}326 \cdot 960 = 1273{,}335 \,\text{vueltas}$$

$$\boxed{\varphi_F = 1273{,}335 \,\text{vueltas}}$$

Problemas de MCUA

1. Un objeto describe una trayectoria circular de forma uniformemente acelerada a $0{,}046 \,\text{rad/s}^2$ partiendo del reposo. Tras 118 s, el objeto ha completado 160 vueltas y 67° de circunferencia en el desplazamiento. Calcula la posición angular inicial del objeto.

 Resolución:

 Datos: $\alpha = 0{,}046 \,\text{rad/s}^2$ $\quad \omega_0 = 0$ $\quad \varphi_F = 160 \,\text{vueltas} + 67°$ $\quad t = 118 \,\text{s}$

$$\varphi_F = 160 \cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{360°}{1 \cancel{\text{vuelta}}} + 67° = 5766\cancel{7°} \cdot \frac{\pi \,\text{rad}}{18\cancel{0°}} = 320{,}372\pi \,\text{rad}$$

$$\varphi_F = \varphi_0 + \cancelto{0}{\omega_0 \cdot t} + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow \varphi_0 = \varphi_F - \frac{1}{2}\alpha t^2 = 320{,}372\pi - \frac{1}{2} \cdot 0{,}046\pi \cdot 118^2 = 1006{,}101 \,\text{rad}$$

$$\boxed{\varphi_0 = 1006{,}101 \,\text{rad}}$$

2. Un ventilador de aspas logra que estas giren a 240 rpm, partiendo del reposo. Calcula su aceleración angular si tarda 16 s en llegar a esa velocidad máxima.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \omega_F = 240\,\mathrm{rpm} \qquad \omega_0 = 0 \qquad t = 16\,\mathrm{s}$$

$$\omega_F = 240\,\mathrm{rpm} = \frac{240\,\cancel{\mathrm{rev}}}{\cancel{\mathrm{min}}} \cdot \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{1\,\cancel{\mathrm{rev}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{min}}}{60\,\mathrm{s}} = 8\pi\,\mathrm{rad/s}$$

$$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F}{t} = \frac{8\pi}{16} = 0{,}5\pi\,\mathrm{rad/s^2} = 1{,}571\,\mathrm{rad/s^2}$$

$$\boxed{\alpha = 1{,}571\,\mathrm{rad/s^2}}$$

3. Si un gato que parte del reposo comienza a correr en círculos de radio 15 m, llegando a acelerar de forma constante hasta alcanzar los 40,5 km/h en un tiempo de 22 s, calcula la velocidad angular en rpm que poseía el gato a la mitad del tiempo mencionado.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \omega_0 = 0 \qquad R = 15\,\mathrm{m} \qquad v_F = 40{,}5\,\mathrm{km/h} \qquad t = 22\,\mathrm{s}$$

$$v_F = \frac{40{,}5\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 11{,}25\,\mathrm{m/s}$$

$$v_F = \omega_F \cdot R \Rightarrow \omega_F = \frac{v_F}{R} = \frac{11{,}25}{15} = 0{,}75\,\mathrm{rad/s}$$

$$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F}{t} = \frac{0{,}75}{22} = 0{,}034\,\mathrm{rad/s^2}$$

$$t_{\mathrm{mitad}} = \frac{t}{2} = \frac{22}{2} = 11\,\mathrm{s}$$

$$\omega_{\mathrm{mitad}} = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t_{\mathrm{mitad}} = \alpha \cdot t_{\mathrm{mitad}} = 0{,}034 \cdot 11 = 0{,}374\,\mathrm{rad/s}$$

$$\omega_{\mathrm{mitad}} = \frac{0{,}374\,\cancel{\mathrm{rad}}}{\cancel{\mathrm{s}}} \cdot \frac{1\,\mathrm{rev}}{2\pi\,\cancel{\mathrm{rad}}} \cdot \frac{60\,\cancel{\mathrm{s}}}{1\,\mathrm{min}} = \frac{11{,}22}{\pi}\,\mathrm{rpm} = 3{,}571\,\mathrm{rpm}$$

$$\boxed{\omega_{\mathrm{mitad}} = 3{,}571\,\mathrm{rpm}}$$

4. Calcula cuánto tiempo tardan las aspas de un molino en dar 26 vueltas y un cuarto si se sabe que partiendo del reposo alcanza una velocidad angular de $0{,}6\pi$ rad/s a los 46 s de aceleración constante.

   Resolución:

$$\text{Datos:} \qquad \varphi_F = 26{,}25\,\text{vueltas} \qquad \omega_0 = 0 \qquad \omega_F = 0{,}6\pi\,\mathrm{rad/s} \qquad t = 46\,\mathrm{s}$$

$$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F}{t} = \frac{0{,}6\pi}{46} = 0{,}013\pi\,\mathrm{rad/s^2}$$

$$\varphi_F = 26{,}25\,\cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\mathrm{rad}}{1\,\cancel{\text{vuelta}}} = 52{,}5\pi\,\mathrm{rad}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \cancelto{0}{\omega_0} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2\varphi_F}{\alpha}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 5{,}25\cancel{\pi}}{0{,}013\cancel{\pi}}} = 28{,}42\,\mathrm{s}$$

$$\boxed{t = 28{,}42\,\mathrm{s}}$$

5. En el acelerador de partículas del CERN un protón se desplaza en una trayectoria circular de forma acelerada, llegando desde el reposo a su velocidad angular máxima de $7{\cdot}10^4$ rad/s en 0,042 s. Si el electrón recorre en total un distancia lineal de 6000 km, calcula el radio de la circunferencia que describe.

   Resolución:

   $$\text{Datos:} \qquad \omega_0 = 0 \qquad \omega_F = 7 \cdot 10^4 \,\mathrm{rad/s} \qquad t = 0{,}042\,\mathrm{s} \qquad s_F = 6000\,\mathrm{km}$$

   $$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F}{t} = \frac{7 \cdot 10^4}{0{,}042} = 1{,}667 \cdot 10^6\,\mathrm{rad/s^2}$$

   $$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \cancelto{0}{\omega_0} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 1{,}667 \cdot 10^6 \cdot 0{,}042^2 = 1470{,}294\,\mathrm{rad}$$

   $$s_F = 6000\,\cancel{\mathrm{km}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} = 6 \cdot 10^6\,\mathrm{m}$$

   $$s_F = \varphi_F \cdot R \Rightarrow R = \frac{s_F}{\varphi_F} = \frac{6 \cdot 10^6}{1470{,}294} = 4080{,}816\,\mathrm{m}$$

   $$\boxed{R = 4080{,}816\,\mathrm{m}}$$

6. Calcula la aceleración angular con la que frena una rueda si en el instante inicial su velocidad lineal es de 135 km/h y esta se ve reducida hasta los 81 km/h tras 38 s. El diámetro de la rueda mide 0,6 m.

   Resolución:

   $$\text{Datos:} \qquad v_0 = 135\,\mathrm{km/h} \qquad v_F = 81\,\mathrm{km/h} \qquad t = 38\,\mathrm{s} \qquad d = 0{,}6\,\mathrm{m}$$

   $$d = 2 \cdot R \Rightarrow R = \frac{d}{2} = \frac{0{,}6}{2} = 0{,}3\,\mathrm{m}$$

   $$v_0 = \frac{135\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 37{,}5\,\mathrm{m/s}$$

   $$v_0 = \omega_0 \cdot R \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{37{,}5}{0{,}3} = 125\,\mathrm{rad/s}$$

   $$v_F = \frac{81\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 22{,}5\,\mathrm{m/s}$$

   $$v_F = \omega_F \cdot R \Rightarrow \omega_F = \frac{v_F}{R} = \frac{22{,}5}{0{,}3} = 75\,\mathrm{rad/s}$$

   $$\omega_F = \omega_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F - \omega_0}{t} = \frac{75 - 125}{38} = \frac{-50}{38} = -1{,}316\,\mathrm{rad/s^2}$$

   $$\boxed{\alpha = -1{,}316\,\mathrm{rad/s^2}}$$

7. Una centrifugadora realiza un movimiento circular acelerado, de forma que, partiendo del reposo, tarda 52 s en llegar a completar 37,75 vueltas. Calcula el tiempo que necesita para alcanzar una velocidad angular de 87 rpm, teniendo en cuenta que acelera de forma constante.

Resolución:

Datos: $\omega_0 = 0$ $t = 52\,\text{s}$ $\varphi_F = 37{,}75\,\text{vueltas}$ $\omega_F = 87\,\text{rpm}$

$$\varphi_F = 37{,}75\,\cancel{\text{vueltas}} \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{vuelta}}} = 75{,}5\pi\,\text{rad}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \cancelto{0}{\omega_0} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 \Rightarrow \alpha = \frac{2\varphi_F}{t^2} = \frac{2 \cdot 75{,}5\pi}{52^2} = 0{,}056\pi\,\text{rad/s}^2$$

$$\omega_F = 87\,\text{rpm} = \frac{87\,\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\,\text{s}} = 2{,}9\pi\,\text{rad/s}$$

$$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t \Rightarrow t = \frac{\omega_F}{\alpha} = \frac{2{,}9\cancel{\pi}}{0{,}056\cancel{\pi}} = 51{,}786\,\text{s}$$

$$\boxed{t = 51{,}786\,\text{s}}$$

8. Una ciclista lleva una velocidad lineal de 63 km/h en el momento en el que llega a una cuesta hacia abajo. Gracias a la cuesta, consigue acelerar de forma constante sus ruedas a 2,3 rad/s^2. Sabiendo que el radio de las ruedas es de 0,25 m, calcula la velocidad angular que tendrán a los 20 s desde que entró en la cuesta.

Resolución:

Datos: $v_0 = 63\,\text{km/h}$ $\alpha = 2{,}3\,\text{rad/s}^2$ $t = 20\,\text{s}$ $R = 0{,}25\,\text{m}$

$$v_0 = \frac{63\,\cancel{\text{km}}}{\cancel{\text{h}}} \cdot \frac{1000\,\text{m}}{1\,\cancel{\text{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{h}}}{3600\,\text{s}} = 17{,}5\,\text{m/s}$$

$$v_0 = \omega_0 \cdot R \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{17{,}5}{0{,}25} = 70\,\text{rad/s}$$

$$\omega_F = \omega_0 + \alpha \cdot t = 70 + 2{,}3 \cdot 20 = 116\,\text{rad/s}$$

$$\boxed{\omega_F = 116\,\text{rad/s}}$$

9. Un grupo de familiares se monta en una noria. En ese momento, la noria parte del reposo y acelera de forma constante hasta llegar a girar a 33 rpm. Calcula el número de vueltas que da la noria una vez alcanzó esa velocidad angular si tardó 44 s en llegar a ella.

Resolución:

Datos: $\omega_0 = 0$ $\omega_F = 33\,\text{rpm}$ $t = 44\,\text{s}$

$$\omega_F = 33\,\text{rpm} = \frac{240\,\cancel{\text{rev}}}{\cancel{\text{min}}} \cdot \frac{2\pi\,\text{rad}}{1\,\cancel{\text{rev}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\text{min}}}{60\,\text{s}} = 0{,}11\pi\,\text{rad/s}$$

$$\omega_F = \cancelto{0}{\omega_0} + \alpha \cdot t = \alpha \cdot t \Rightarrow \alpha = \frac{\omega_F}{t} = \frac{0{,}11\pi}{44} = 0{,}03\pi\,\text{rad/s}^2$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \cancelto{0}{\omega_0} \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \frac{1}{2} \cdot 0{,}03\pi \cdot 44^2 = 29{,}04\pi\,\text{rad}$$

$$\varphi_F = 29{,}04\cancel{\pi\,\text{rad}} \cdot \frac{1\,\text{vuelta}}{2\cancel{\pi\,\text{rad}}} = 14{,}52\,\text{vueltas}$$

$$\boxed{\varphi_F = 14{,}52\,\text{vueltas}}$$

10. Un tren está a 2,3 km de distancia de la estación donde debe frenar antes del límite final de la vía. Si se desplaza a 200 km/h, calcula el valor de la aceleración angular de sus ruedas para poder frenar a tiempo sin chocar. El radio de las ruedas es de 0,5 m.

    Resolución:

    Datos: $s_F = 2{,}3\,\mathrm{km}$ $\quad v_0 = 216\,\mathrm{km/h}$ $\quad R = 0{,}5\,\mathrm{m}$

$$s_F = 2{,}3\,\cancel{\mathrm{km}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} = 2300\,\mathrm{m}$$

$$s_F = \varphi_F \cdot R \Rightarrow \varphi_F = \frac{s_F}{R} = \frac{2300}{0{,}5} = 4600\,\mathrm{rad}$$

$$v_0 = \frac{216\,\cancel{\mathrm{km}}}{\cancel{\mathrm{h}}} \cdot \frac{1000\,\mathrm{m}}{1\,\cancel{\mathrm{km}}} \cdot \frac{1\,\cancel{\mathrm{h}}}{3600\,\mathrm{s}} = 60\,\mathrm{m/s}$$

$$v_0 = \omega_0 \cdot R \Rightarrow \omega_0 = \frac{v_0}{R} = \frac{60}{0{,}5} = 120\,\mathrm{rad/s}$$

$$\cancelto{0}{\omega_F} = \omega_0 + \alpha \cdot t \Rightarrow 0 = \omega_0 \cdot t \Rightarrow t = \frac{-\omega_0}{\alpha}$$

$$\varphi_F = \cancelto{0}{\varphi_0} + \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \omega_0 \cdot t + \frac{1}{2}\alpha \cdot t^2 = \omega_0 \cdot \left(\frac{-\omega_0}{\alpha}\right) + \frac{1}{2}\alpha \cdot \left(\frac{-\omega_0}{\alpha}\right)^2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \varphi_F = -\frac{\omega_0^2}{\alpha} + \frac{\omega_0^2}{2\alpha} = -\frac{\omega_0^2}{2\alpha} \Rightarrow \alpha = -\frac{\omega_0^2}{2\varphi_F} = -\frac{120^2}{2 \cdot 4600} = -1{,}565\,\mathrm{rad/s^2}$$

$$\boxed{\alpha = -1{,}565\,\mathrm{rad/s^2}}$$