

Metodos Analiticos Para Redes Sociais

Victor Waszczynski

17 de Setembro 2023

1 Rede complexa de transcrição das interações entre operões no organismo E. coli

1.1. Qual a representação adotada?

A representação adotada para o grafo foi de utilizar um vetor com os nós de origem e outro vetor com os nós de destino. Para a classificação das arestas foi armazenado um terceiro vetor com os valores 1,2 ou 3. O grafo é direcional. O motivo desta representação esta correlacionada com o arquivo texto disponibilizado junto com a rede complexa.

a. Que dados foram considerados como nós, arestas, pesos, e por quê?

- Nós: Gene
- Arestas: Interacão entre genes (1: Ativador, 2: Repressor, 3: Ativador e Repressor). A aresta 3 também aparece como “Dual”
- Peso: Sem peso

1.2. Qual a melhor forma de visualizar a rede complexa?

O algoritmo que aparentou representar bem o grafo foi o “layout_with_fr” junto com a remoção dos nomes dos vértices e a alteração do tamanho deles para valor de 1,5.

a. Usar layouts diferentes para melhor visualizar a conectividade dos nós

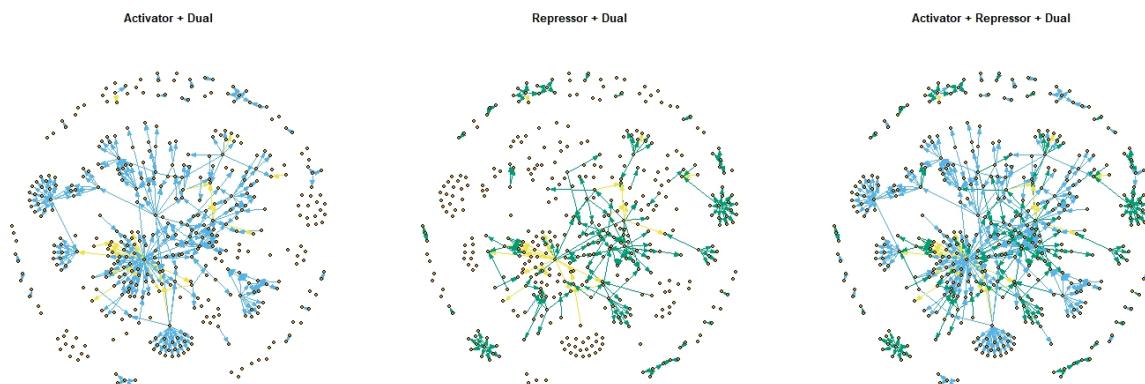


Figure 1: Grafo da interacão entre operões no organismo (1: Azul, 2: Verde, 3: Amarelo)

1.3. Qual a distribuição de valores das seguintes métricas:

- a. Grau/grau ponderado

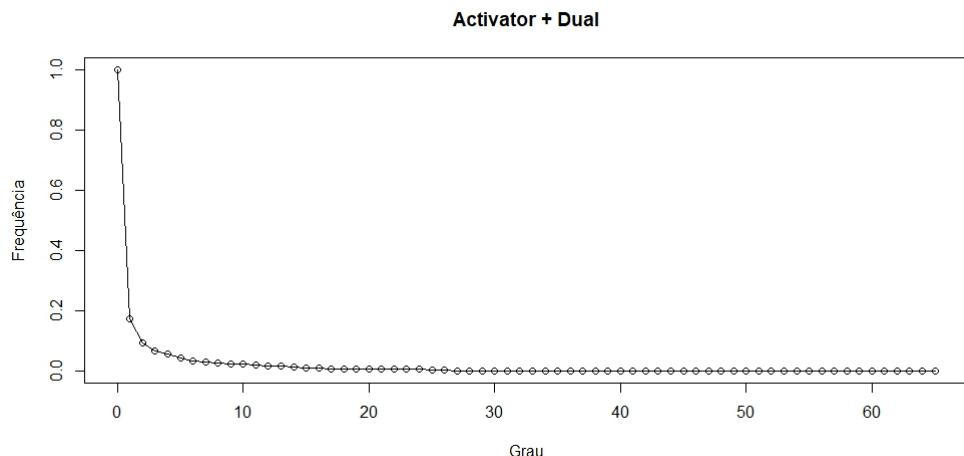


Figure 2: Histograma cumulativo do grau sem peso da interação entre operões no organismo, Activator + Dual

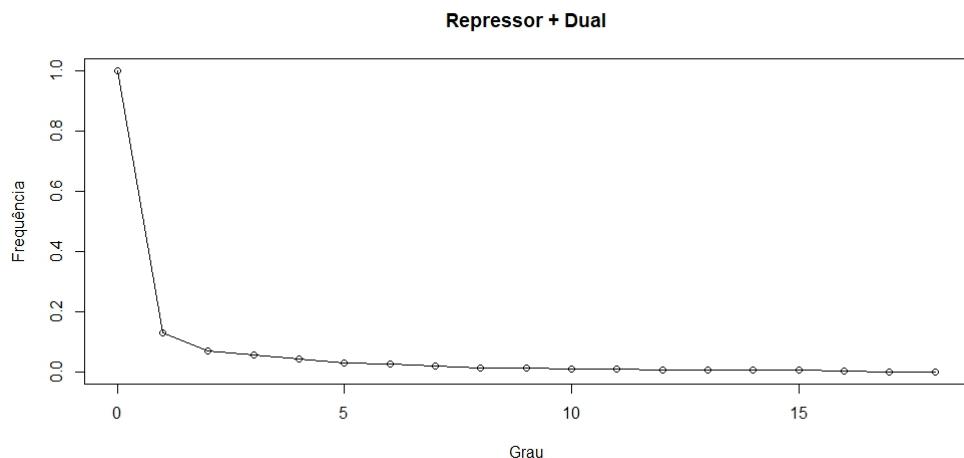


Figure 3: Histograma cumulativo do grau sem peso da interação entre operões no organismo, Repressor + Dual

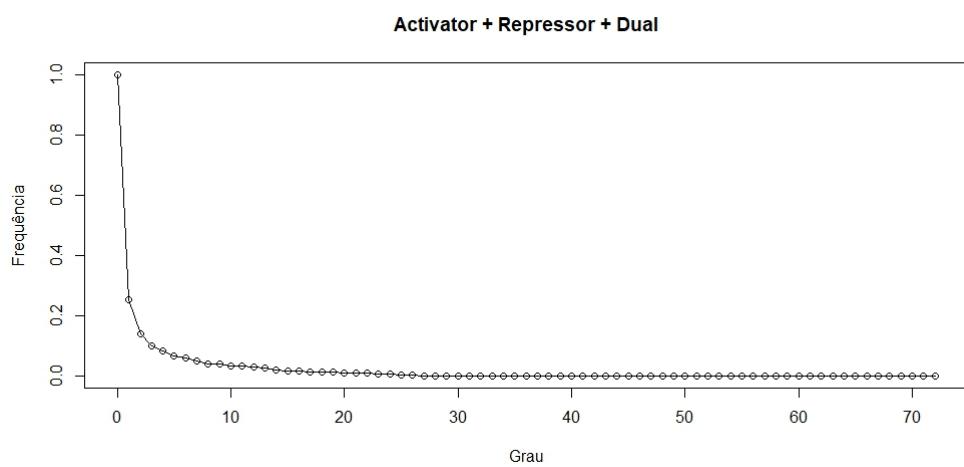


Figure 4: Histograma cumulativo do grau sem peso da interação entre operões no organismo, Activator + Repressor + Dual

b. Caminho/caminho ponderado

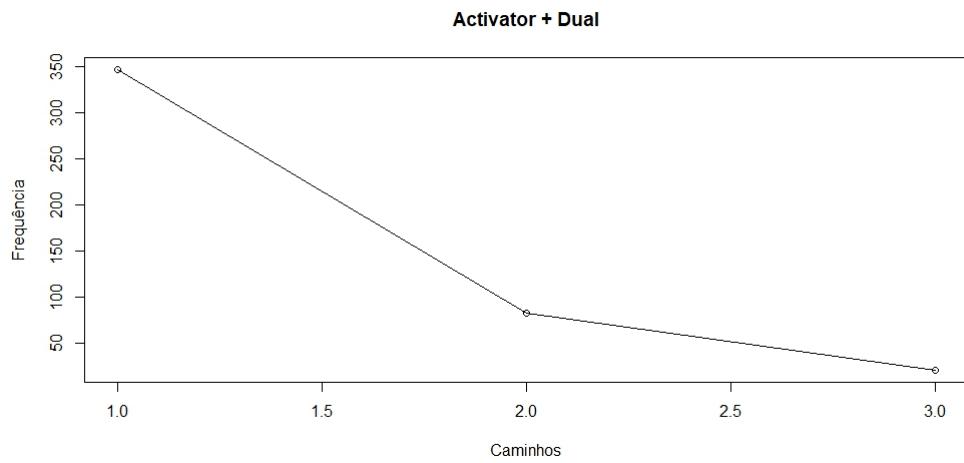


Figure 5: Histograma dos caminhos mínimos da interação entre operões no organismo, Activator + Dual

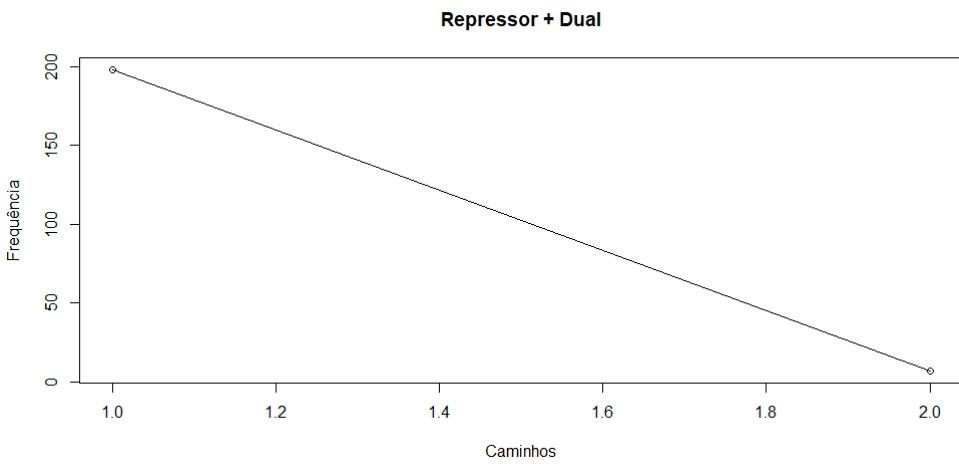


Figure 6: Histograma dos caminhos mínimos da interação entre operões no organismo, Repressor + Dual

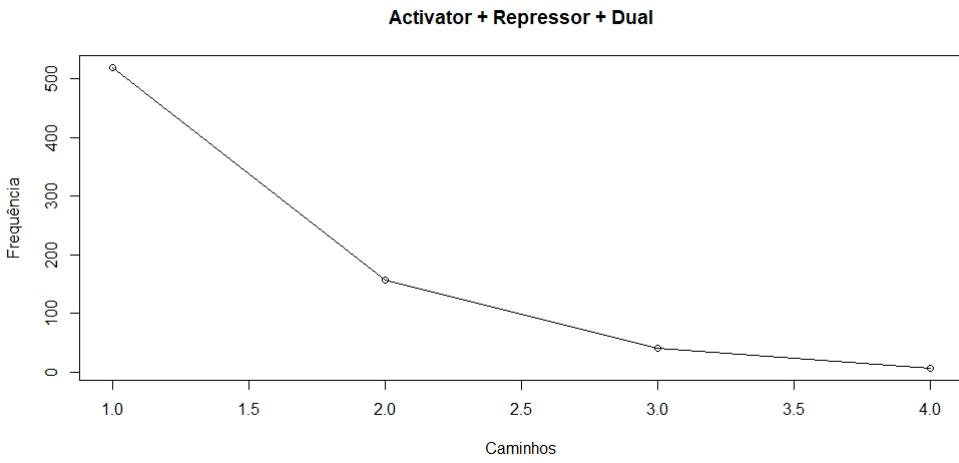


Figure 7: Histograma dos caminhos mínimos da interação entre operões no organismo, Activator + Repressor + Dual

c. **Coeficiente de clusterização (transitividade) (com ou sem peso)**

- Activator + Dual : 0.02213115
- Repressor + Dual : 0.008053691
- Activator + Repressor + Dual : 0.02277904

Para todos os valores acima, pesos não foram considerados

1.4. Qual o tipo de agrupamento (formação de comunidades) melhor se encaixa para a rede complexa

Ao verificar os vários tipos de algorítimos para formação de comunidades, o escolhido para este exercício foi o “cluster_walktrap” de forma que a divisão da rede ficou muito coerente com a visualização do grafo. O resultado é mostrado abaixo

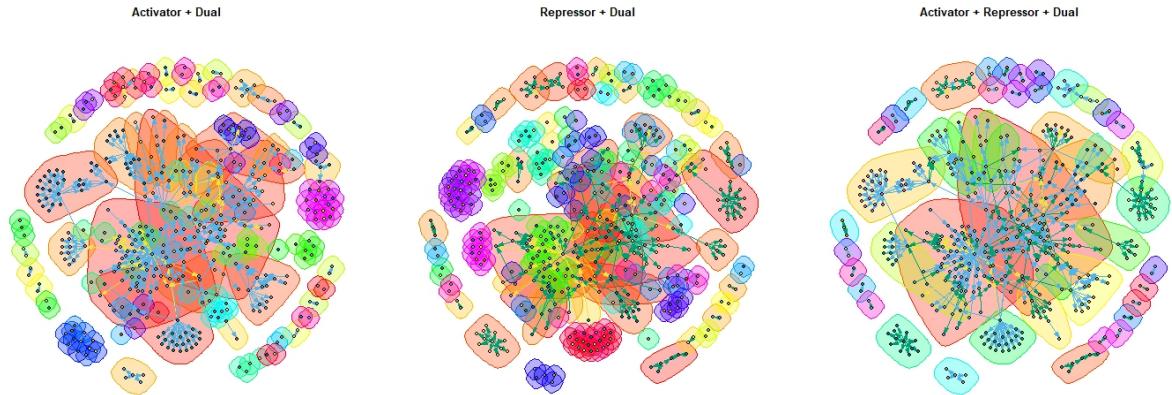


Figure 8: Agrupamento da rede complexa de interação entre operões no organismo

1.5. Qual o nó mais importante e por quê?

- Activator + Dual : glpD
- Repressor + Dual : gcvTHP
- Activator + Repressor + Dual : dcuB_fumB

Esses são os nós mais importantes para cada divisão da rede complexa. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, são eles que desempenham o papel mais significativo nesses trajetos.

1.6. Qual a aresta mais importante e por quê?

- Activator + Dual : fliAZY → glpD
- Repressor + Dual : gcvA → gcvTHP
- Activator + Repressor + Dual : dcuB_fumB → glpD

Essas são as arestas mais importantes para cada divisão da rede complexa. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, essas arestas desempenham os papéis mais significativos nesses trajetos.

1.7. Qual o diâmetro da rede?

- Activator + Dual : 3
- Repressor + Dual : 2
- Activator + Repressor + Dual : 4

1.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

Essa rede possui muitos nós com poucas ligações e poucos nós com muitas ligações, além disso não aparenta estar bem conectada, isso que dizer, apresenta “ilhas” sem conexões externas e também possui uma baixo coeficiente de clusterização. Diante disso parece que a classificação adequada para esta rede é escala-livre.

1.9. Há alguma informação subjacente (indireta em relação às métricas) que você vislumbrou na rede?

Ao realizar a verificação dos resultados obtidos, o grafo que apresentou maior diâmetro da rede foi aquele que possui todas as arestas (Ativador + Repressor + Dual). A interpretação disso é que nesse caso mais nós estão sendo conectados e por causa disso o valor é maior do que nas outras duas configurações.

2 Rede complexa de interações de blogs sobre AIDS

2.1. Qual a representação adotada?

A representação adotada para o grafo envolveu a utilização de dois vetores, um contendo os números dos nós de origem e outro os nós de destino, indicando cada aresta de forma direcional.

a. Que dados foram considerados como nós, arestas, pesos, e por quê?

- Nós: Blogs
- Arestas: Link de um blog para outro
- Peso: Não possui

2.2. Qual a melhor forma de visualizar a rede complexa?

O algorítimo que aparentou representar bem o grafo foi o “layout_with_fr” junto com a alteração do tamanho dos nós para valor de 6 e da variavel edge.arrow.size para 0,3.

a. Usar layouts diferentes para melhor visualizar a conectividade dos nós

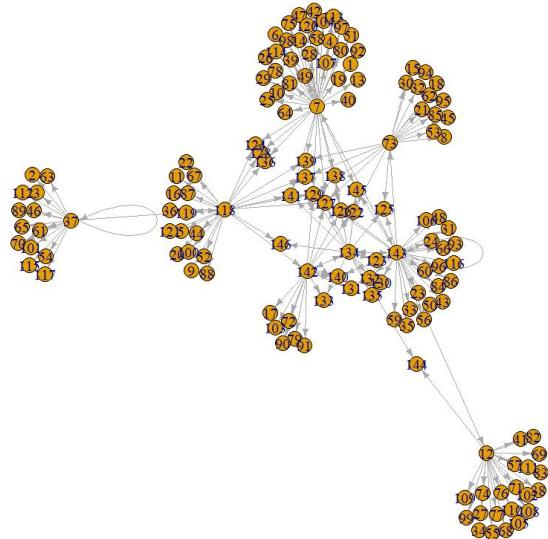


Figure 9: Representação do grafo de interação sobre blogs

2.3. Qual a distribuição de valores das seguintes métricas:

a. Grau/grau ponderado

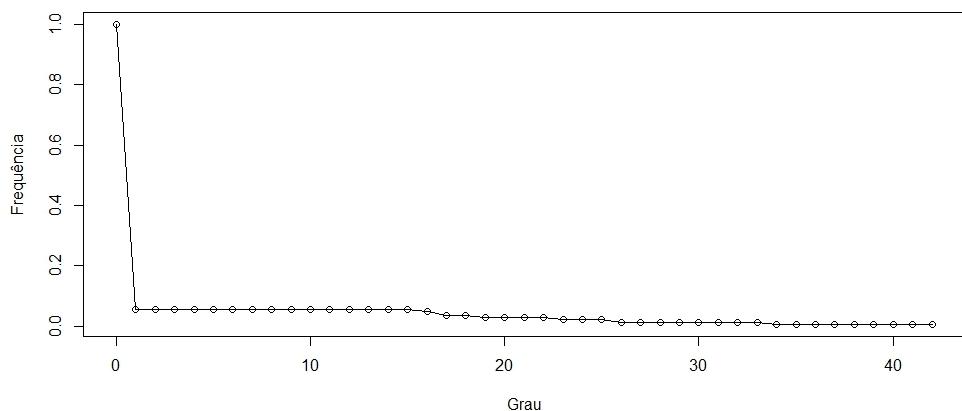


Figure 10: Distribuição cumulativa grafo de iteração sobre blogs para o Grau de cada nó, considerando apenas arestas de saída

b. Caminho/caminho ponderado

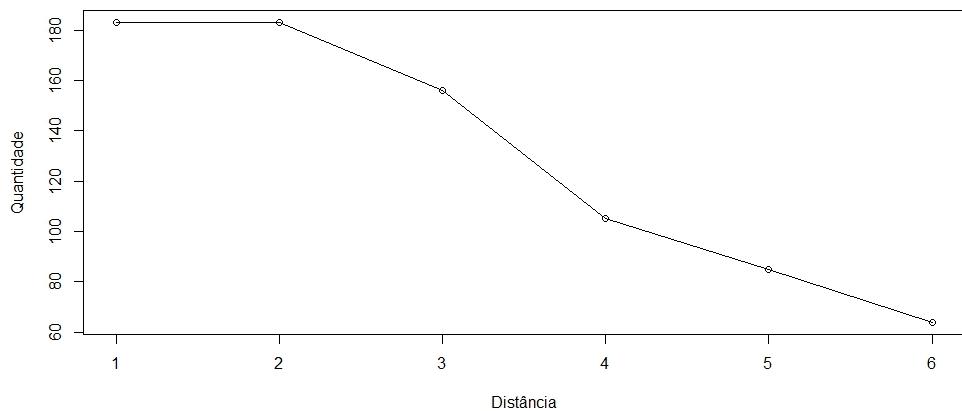


Figure 11: Distribuição cumulativa grafo de iteração sobre blogs para o caminho mínimo entre nós, considerando arestas direcionais

c. Coeficiente de clusterização (transitividade) (com ou sem peso)

O Coeficiente de clusterização obtido para a rede de forma global, sem peso foi de 0,02298387.

2.4. Qual o tipo de agrupamento (formação de comunidades) melhor se encaixa para a rede complexa

Ao verificar os vários tipos de algorítimos para formação de comunidades, o escolhido para este exercício foi o “cluster_walktrap” de forma que a divisão da rede ficou muito coerente com a visualização do grafo. O resultado é mostrado abaixo.

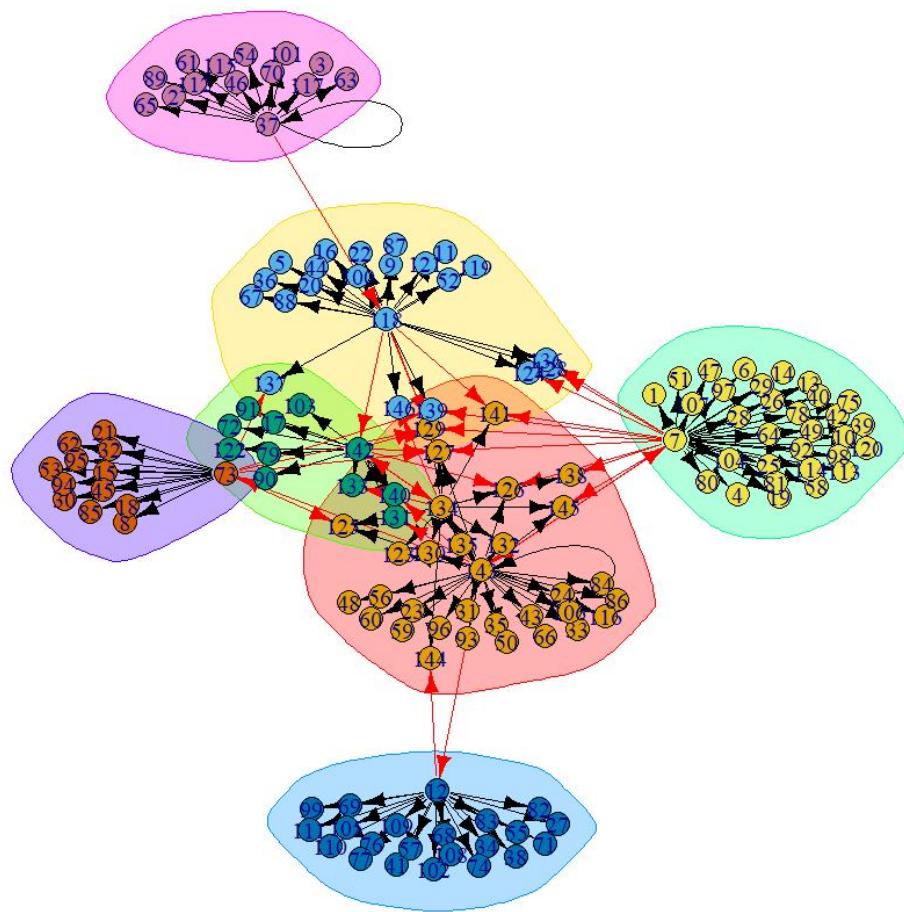


Figure 12: Agrupamento para grafo de iteração sobre blogs

2.5. Qual o nó mais importante e por quê?

O nó mais importante da rede é o de número 143. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, é ele que desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

2.6. Qual a aresta mais importante e por quê?

A aresta mais importante da rede é o que liga os nós $134 \rightarrow 143$. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, essa aresta desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

2.7. Qual o diâmetro da rede?

O diâmetro da rede é de 6 ($37 \rightarrow 118 \rightarrow 142 \rightarrow 134 \rightarrow 143 \rightarrow 7 \rightarrow 1$). Isso implica que esse é o maior caminho da rede.

2.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

Pelo fato de parecer ter muitos nós com poucas conexões e poucos nós com muitas conexões, junto com um baixo coeficiente de clusterização, a classificação que parece adequada para essa rede é a escala-livre.

2.9. Há alguma informação subjacente (indireta em relação às métricas) que você vislumbrou na rede?

Pelo fato de possuir alguns nós com muitas arestas e os caminhos mínimos estarem conectados por até 6 nós a impressão que passa é de que a rede está bem conectada. Visualmente parece estar coerente, sendo que o único ponto aonde parece formar uma “ilha” é a partir do nó 37 que só envia informação para a rede, mas não recebe.

3 Rede complexa de conexões entre roteadores da Internet

3.1. Qual a representação adotada?

A representação adotada para o grafo de roteadores de internet é uma lista de arestas não direcionada e sem peso.

a. Que dados foram considerados como nós, arestas, pesos, e por quê?

- Nós: Roteadores de internet
- Arestas: Links entre os roteadores
- Peso: Não possui

3.2. Qual a melhor forma de visualizar a rede complexa?

O algoritmo que aparentou representar bem o grafo foi o “layout_with_drl” junto com a remoção dos nomes dos vértices e a alteração do tamanho deles para valor de 1,5.

a. Usar layouts diferentes para melhor visualizar a conectividade dos nós



Figure 13: Representação do grafo de roteadores da internet

3.3. Qual a distribuição de valores das seguintes métricas:

- Grau/grau ponderado

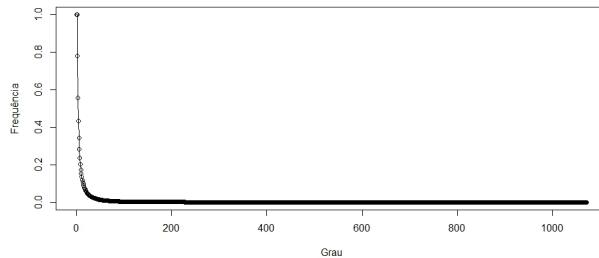


Figure 14: Representação da distribuição cumulativa do graus dos nós para o grafo de roteadores da internet

- Caminho/caminho ponderado

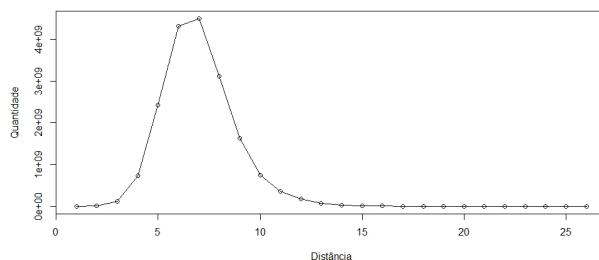


Figure 15: Representação da distribuição de caminhos mínimos para o grafo de roteadores da internet

- Coeficiente de clusterização (transitividade) (com ou sem peso)

O Coeficiente de clusterização obtido para a rede de forma global, sem peso foi de 0.06075938.

3.4. Qual o tipo de agrupamento (formação de comunidades) melhor se encaixa para a rede complexa

Devido ao peso computacional para testar o algoritmo que melhor se encaixa, foi optado por utilizar o mesmo que se encaixou bem para a Rede complexa de interações de blogs, “cluster_walktrap”. O parâmetro utilizado para adotar esse outro grafo como base partiu da classificação da rede, que em ambos os casos são escala livre. O resultado ficou conforme apresentado a seguir:

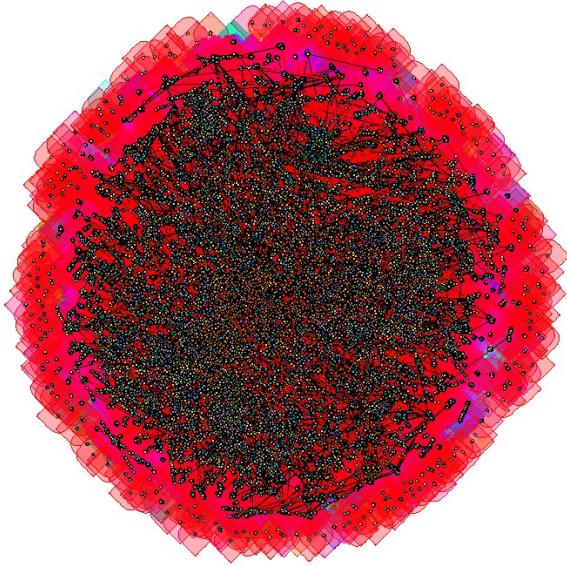


Figure 16: Representação da distribuição de caminhos mínimos para o grafo de roteadores da internet

3.5. Qual o nó mais importante e por quê?

O nó mais importante da rede é o de número 777. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, é ele que desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

3.6. Qual a aresta mais importante e por quê?

A aresta mais importante da rede é o que liga os nós 40413–124247. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, essa aresta desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

3.7. Qual o diâmetro da rede?

O diâmetro da rede é de 26. Isso implica que esse é o maior caminho da rede.

3.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

Pelo fato de parecer ter muitos nós com poucas conexões e poucos nós com muitas conexões, a classificação que parece adequada para essa rede é a escala-livre.

3.9. Há alguma informação subjacente (indireta em relação às métricas) que você vislumbrou na rede?

Essa rede possui muitos nós com poucas arestas e poucos nós com muita aresta, no entanto é possível chegar em grande parte da rede em até 10 nós, mesmo com um coeficiente de clusterização baixo. Isso da a entender que muitos nós tem uma conexão próxima com nós de grau elevado. Interessante notar ainda que o nó 777, que participa de mais caminhos mínimos, possui grau 397 e não esta conectado com o nó de maior grau de número 1737 com grau 1071.

4 Rede complexa do sistema elétrico do oeste dos EUA

4.1. Qual a representação adotada?

A representação adotada para o grafo envolveu primeiro a identificação dos nós e depois definição das arestas, estas sendo realizadas levando em considerando que o grafo não é direcional e não possui pesos.

a. Que dados foram considerados como nós, arestas, pesos, e por quê?

- Nós: Torres de Energia
- Arestas: Redes de Tensão
- Peso: Não possui

4.2. Qual a melhor forma de visualizar a rede complexa?

O algorítimo que aparentou representar bem o grafo foi o “layout_with_drl” junto com a remoção dos nomes dos vértices e a alteração do tamanho deles para valor de 1,5.

a. Usar layouts diferentes para melhor visualizar a conectividade dos nós

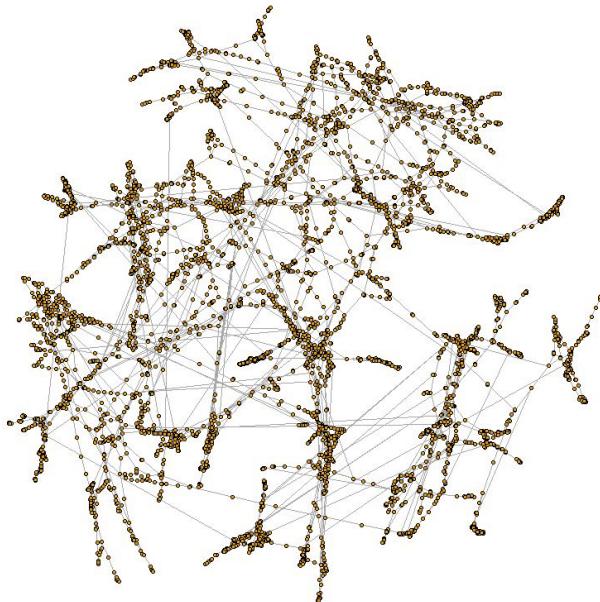


Figure 17: Representação do grafo de energia referente a parte Oeste dos EUA

4.3. Qual a distribuição de valores das seguintes métricas:

- a. Grau/grau ponderado

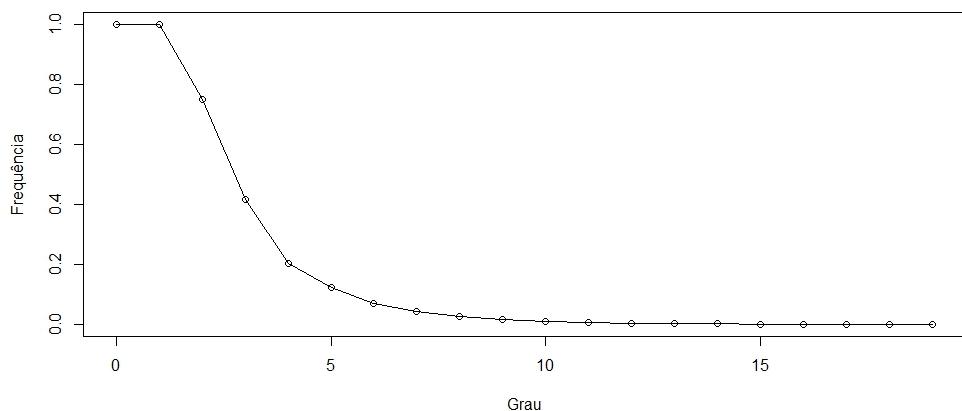


Figure 18: Distribuição cumulativa do grafo de rede elétrica do oeste dos EUA para o Grau de cada nó

- b. Caminho/caminho ponderado

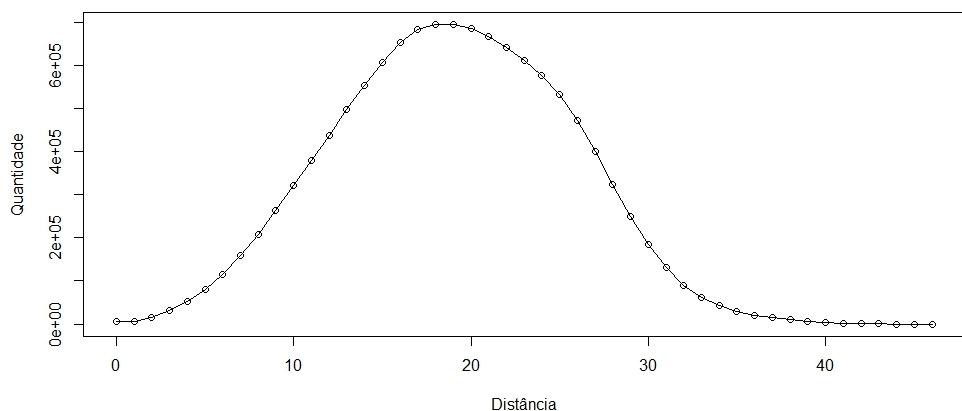


Figure 19: Distribuição do grafo de rede elétrica do oeste dos EUA para o menor caminho entre os nós

- c. Coeficiente de clusterização (transitividade) (com ou sem peso)

O Coeficiente de clusterização obtido para a rede de forma global, não direcional e sem peso foi de 0,1031532.

4.4. Qual o tipo de agrupamento (formação de comunidades) melhor se encaixa para a rede complexa

Ao verificar os vários tipos de algorítimos para formação de comunidades, o escolhido para este trabalho foi o “cluster_fast_greedy” pois outros algorítimos estavam dividindo a rede em muitos grupos e este pareceu apresentar uma quantidade razoável. O resultado é mostrado abaixo

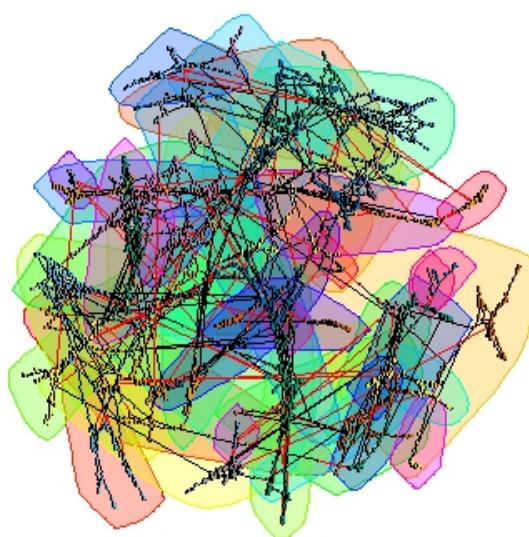


Figure 20: Agrupamento para o grafo de rede elétrica do oeste dos EUA

4.5. Qual o nó mais importante e por quê?

O nó mais importante da rede é o de número 4165. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, é ele que desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

4.6. Qual a aresta mais importante e por quê?

A aresta mais importante da rede é o que liga os nós 2544–4220. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, essa aresta desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

4.7. Qual o diâmetro da rede?

O diâmetro da rede é de 46. Isso implica que esse é o maior caminho da rede.

Caminho: (3497–3494–3500–3498–3526–3638–2–3587–3330–3366–3353–3363–4477–4475–4653–2250–2371–2318–2232–397–421–427–428–1126–1477–1309–1244–1268–1245–1168–1149–1341–1179–286–317–338–254–4363–4364–4353–4382–4333–4341–4334–4360–4352–4351)

4.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

Pelo fato dos nós parecerem estar bem conectados, e a distância entre os nós possuir um valor relativamente baixo, uma classificação que parece adequada para essa rede é a mundo pequeno

4.9. Há alguma informação subjacente (indireta em relação às métricas) que você vislumbrou na rede?

Parece que é possível chegar em grande parte da rede passando por até 20 nós e que a maioria dos nós possui até 7 graus. Na questão de energia a rede que liga os nós 2544 e 4220 parece ter bastante relevância no sistema.

5 Rede complexa do clube de karatecas Zachary

5.1. Qual a representação adotada?

A representação das arestas foi realizada por dois vetores, um contendo os nós de origem e o outros os nós de destino, considerando que os caminhos inversos também são validos, indicando um grafo não direcional. As frequências dos níveis de iterações entre os nós foram representados em um terceiro vetor. Além disso foi apresentado a divisão dos nós em dois grupos por meio de mais dois vetores, um vetor para os nós do grupo A e outro vetor para os nós do grupo B.

a. Que dados foram considerados como nós, arestas, pesos, e por quê?

- Nós: Karatecas
- Arestas: Iteração social entre os Karatecas
- Peso: Representação da medida de frequência de iteração social.

5.2. Qual a melhor forma de visualizar a rede complexa?

O algorítimo que aparentou representar bem o grafo foi o “layout_with_dh” que utiliza o algorítimo de simulated annealing para determinar as coordenadas dos nós na plotagem. Esta representação foi a que melhor dividiu o grafo entre os dois grupos de karatecas dentre os algorítimos que foram testados.

a. Usar layouts diferentes para melhor visualizar a conectividade dos nós

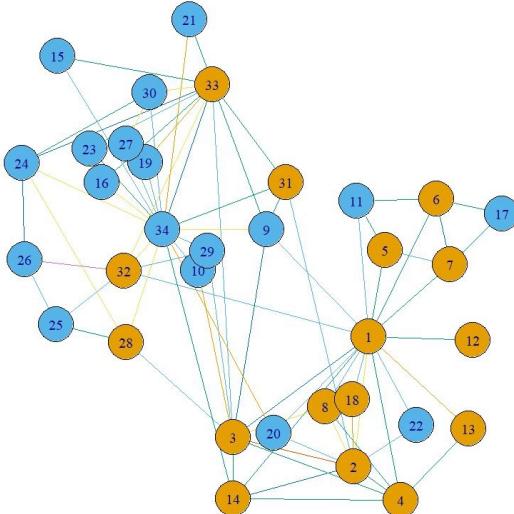


Figure 21: Representação do Grafo Zachary com as cores dividindo os dois grupos

5.3. Qual a distribuição de valores das seguintes métricas:

a. Grau/grau ponderado

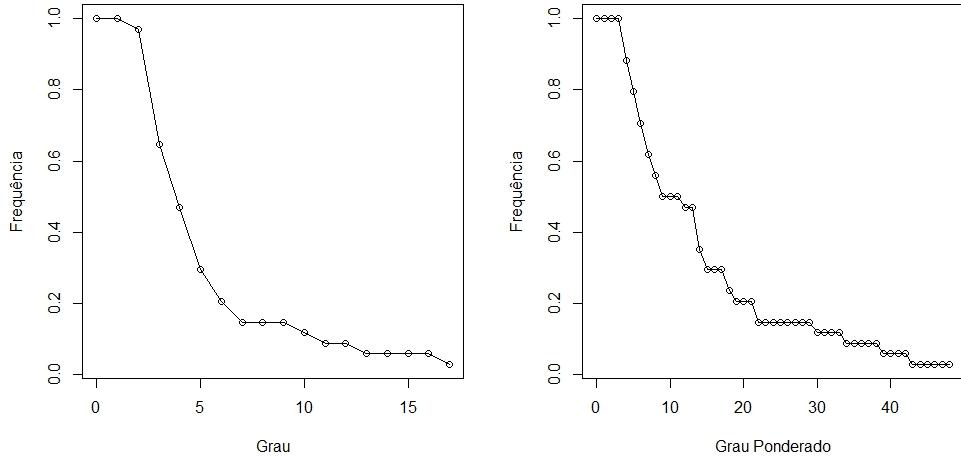


Figure 22: Distribuição cumulativa do Grafo Zachary para o Grau de cada nó, do lado esquerdo sem considerar os pesos e do lado direito considerando os pesos

b. Caminho/caminho ponderado

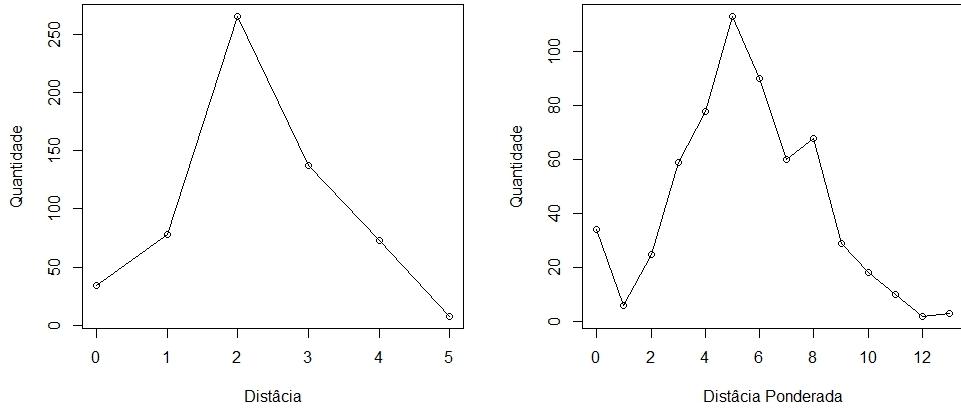


Figure 23: Distribuição do Grafo Zachary para o menor caminho entre os nós, do lado esquerdo sem considerar os pesos e do lado direito considerando os pesos

c. Coeficiente de clusterização (transitividade) (com ou sem peso)

```
> transitivity(zachary_graph, type = 'globalundirected',weights = NULL)
[1] 0.2556818
> transitivity(zachary_graph, type = 'localundirected',weights = NULL)
[1] 0.1500000 0.3333333 0.2444444 0.6666667 0.6666667 0.5000000 0.5000000 0.6666667      NaN
[12] 1.0000000 0.6000000 1.0000000 0.3333333 1.0000000 0.2000000 0.5000000 0.0000000 0.1666667 0.3333333 0.1969697
[23] 1.0000000 0.1102941 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 0.4000000 0.3333333 0.6666667 0.3333333
[34] 1.0000000
> transitivity(zachary_graph, type = 'weighted')
[1] 0.1809524 0.4137931 0.3164983 0.6666667 0.6875000 0.5238095 0.5384615 1.0000000 0.5147059 0.6250000      NaN
[12] 1.0000000 0.6176471 1.0000000 0.4000000 1.0000000 0.2190476 0.5454545 0.0000000 0.2051282 0.3333333 0.2416268
[23] 1.0000000 0.1432292 1.0000000 1.0000000 1.0000000 1.0000000 0.3809524 0.3214286 0.6153846 0.2857143
[34] 1.0000000
```

Figure 24: Coeficiente de Clusterizacao sem considerar os pesos e considerando os pesos

5.4. Qual o tipo de agrupamento (formação de comunidades) melhor se encaixa para a rede complexa

Ao verificar os vários tipos de algorítimos para formação de comunidades, muitos deles se comportaram de forma parecida, o escolhido para este trabalho foi o “cluster_fluid_communities” com divisão para dois grupos. O resultado é mostrado abaixo

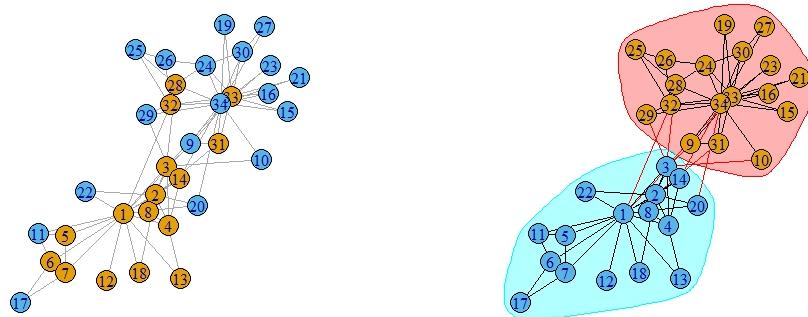


Figure 25: Representação do Grafo Zachary, do lado esquerdo com a cor dividindo os dois grupos e do lado direito a divisão feita através do algorítimo “cluster_fluid_communities”

É importante ainda salientar que a rede poderia ser dividida em mais comunidades como é apresentado no slide 34 da Aula 05. No entanto para esse exercício foi optado por tentar dividir a rede conforme a separação que ocorreu com os karatécas.

5.5. Qual o nó mais importante e por quê?

O nó mais crucial, tanto quando se leva em consideração o peso quanto quando não se leva, é o nó número 1. Isso implica que, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, o nó 1 desempenha o papel mais significativo nesses trajetos.

5.6. Qual a aresta mais importante e por quê?

A aresta mais importante, quando desconsiderados os pesos é a 1–32, enquanto que se considerado o peso é a 20–34. Isso implica que para cada caso, no que diz respeito aos caminhos mínimos entre todos os nós da rede, essas arestas desempenham o papel mais significativo nesses trajetos.

5.7. Qual o diâmetro da rede?

O diâmetro da rede, quando desconsiderados os pesos é 5 (17–6–1–3–28–24), enquanto que se considerado o peso é 13 (28–3–1–7–17). Isso implica que para cada caso, esses são os maiores caminhos da rede.

5.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

Pelo fato dos nós parecerem estar bem conectados, e a distância entre os nós possuir um valor baixo, uma classificação que parece adequada para essa rede é a mundo pequeno

5.9. Há alguma informação subjacente (indireta em relação às métricas) que você vislumbrou na rede?

No exercício 5.3 os gráficos gerados considerando e desconsiderando os pesos parecem ser muito parecidos visualmente, se desconsiderado a escala. Além disso no exercício 5.4 o algorítimo escolhido não classifica todos os nós corretamente mas parece aproximar bem um padrão.

6 Rede complexa do sistema de transporte urbano de Curitiba, Arquivo: “all_bus_info”

6.1. Qual o ponto de ônibus mais “carregado”?

O ponto de ônibus mais “carregado” considerando a métrica maior grau, é o ponto de número 150331 com o nome (Av. Winston Churchill, 2472 - Capão Raso). Isso significa que é o ponto de ônibus com maior concentração de linhas passando por ele.

No entanto se for considerar métrica de betweenness é o ponto de número 108210 com o nome (Estação Fanny). Diferente do apresentado acima a interpretação para esse caso é de que o ponto mais carregado é onde tem a maior concentração de caminhos mínimos ponderados passando por ele, indicando que pode ter uma maior frequência de ônibus.

6.2. Em média, os pontos de ônibus servem quantas linhas?

A quantidade de linhas para cada vértice pode ser estimada através do grau de cada nó dividido por 2, devido ao fato de que o ponto por onde passa uma linha de ônibus possui o ponto anterior e o próximo ponto, que correspondem a duas arestas. Isso é aproximado porque nos pontos finais essa afirmação não é verdadeira. Partindo desse conceito chega-se no valor do grau médio para cada vértice de 3.37, que indica que de forma aproximada cada ponto deve servir em média 1.68 linhas de ônibus.

No entanto um método mais exato pode ser utilizado. Ao realizar a montagem do grafo com base no código apresentado no handout, pode ser utilizado uma variável para gravar por quais pontos cada linha participa, através da adição do código abaixo:

```
pontos_da_linha <- c(b,unique(c(df_stops_per_line$from,
                                df_stops_per_line$to)))
media_de_linhas_por_ponto <- mean(table(pontos_da_linha))
```

Nessa operação b é declarado inicialmente como um vetor vazio, e o resultado retorna que o número médio de linhas por ponto é de 1.90417.

6.3. Qual a distância média dos caminhos existentes (em km)?

Desconsiderando os valores NA e os valores nulos, obtém-se que a média para os caminhos mínimos ponderados é de 14.1 km.

6.4. Localize graficamente o maior caminho existente (km)

O maior caminho ponderado desta rede é de 42.9 km.

a. Diâmetro da rede ponderada

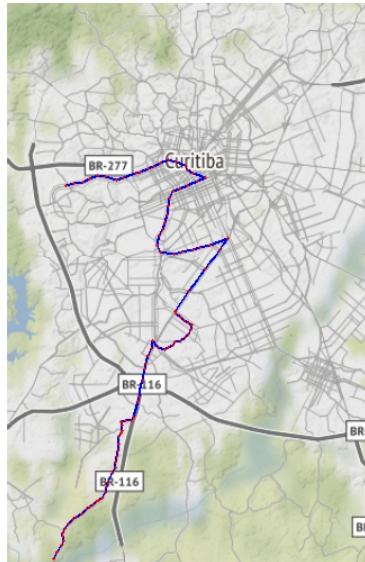


Figure 26: Representação do maior caminho mínimo para a rede de ônibus.

6.5. Em média, os caminhos existentes têm quantos pontos?

Desconsiderando os valores NA e os valores nulos, obtém-se que a média para os caminhos mínimos sem os pesos, que é equivalente ao número mínimo de pontos entre os caminhos, gera um valor médio de 36.8.

6.6. Quais os 10 pontos de ônibus mais críticos do ponto de vista de caminhos?

a. Betweenness

Os pontos mais críticos em função dos caminhos são aqueles que participam do maior número de caminhos mínimos, dessa forma chegando-se nos resultados abaixo:

1	180113	Av. Pres. Arthur da S Bernardes, 830 - Portão
2	190234	Rua Padre Agostinho, 2874 - São Francisco
3	180972	Rua Francisco Frischman, 186 - Portão
4	150352	Rua Barão de Santo Ângelo, 1182 - Xaxim
5	110218	Alameda Dr. Muricy, 701 - Centro
6	110022	Rua Vinte e Quatro de Maio, 280-350 - Centro
7	108210	Estação Fanny
8	150495	Rua General Zenon Silva, 66 - Guaíra
9	150446	Rua José Osíres Baglioli, 20 - Pinheirinho
10	150447	Rua Cid. Marcondes de Albuquerque, 1290 - Pinheirinho

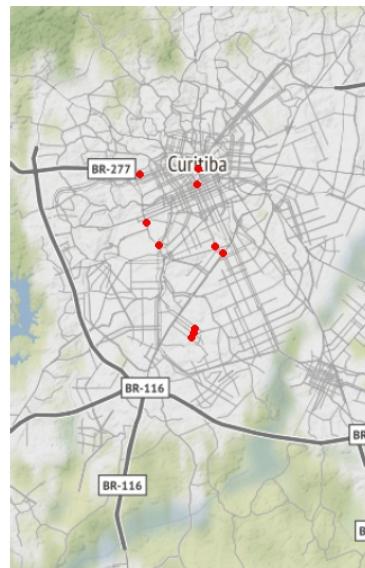


Figure 27: Representação dos 10 pontos mais críticos do ponto de vista dos caminhos.

6.7. Quais os 10 pontos mais centrais do sistema de transporte?

a. Closeness

1	108001	Estação Tubo Joaquim Nabuco
2	105901	Terminal Santa Cândida - 203 - Santa Cândida / Capão Raso
3	108002	Estação Tubo Joaquim Nabuco
4	108143	Estação Tubo Catulo da P. Cearense
5	105101	Terminal Centenário - 303 - Centenário / Campo Comprido
6	140732	Rua Filipinas, 206 - Cajuru
7	108144	Estação Tubo Catulo da P. Cearense
8	108202	Estação Tubo U.S. Campo Comprido
9	104601	Terminal Campo Comprido - 303 - Centenário / C.Comprido - Embarque
10	108201	Estação Tubo U.S. Campo Comprido

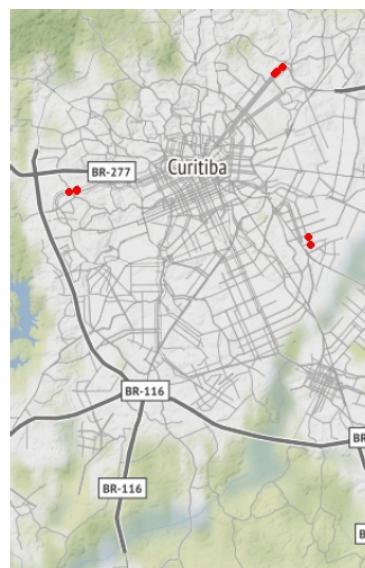


Figure 28: Representação dos 10 pontos mais centrais do ponto de vista de closeness.

6.8. Como você classificaria a rede?

a. Aleatória, mundo pequeno, escala-livre

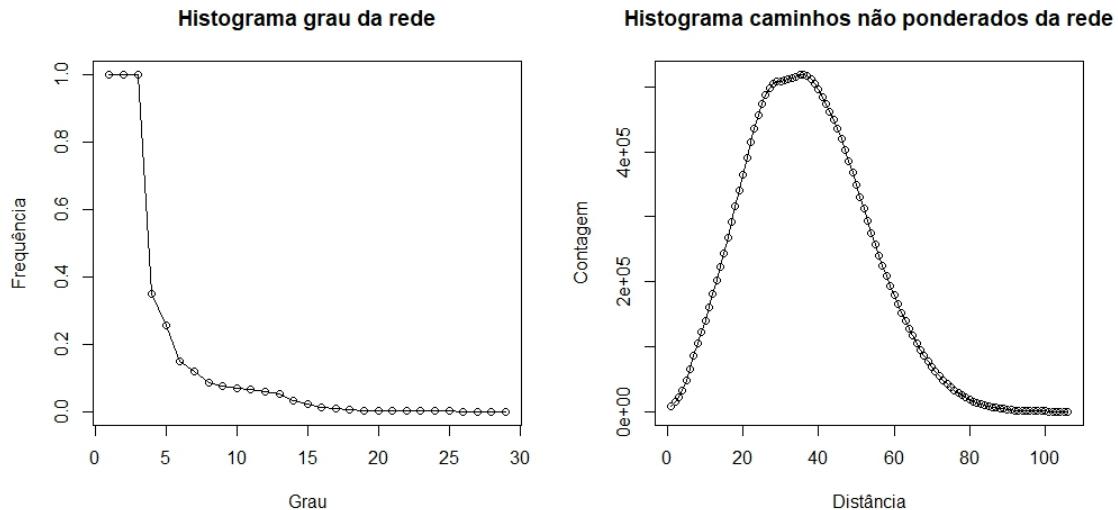


Figure 29: Histogramas da rede de ônibus.

Considerando que o coeficiente de clusterização é 0.04442624 e as informações sobre os histogramas parece que a classificação para essa rede é a escala-livre, pois nota-se que com relação ao grau da rede possuem muitos nós com pouca conexão e poucos nós com muita conexão, além disso a clusterização da rede é baixa.

6.9. Usando a representação P-Space, os caminhos existentes exigem quantas trocas de ônibus?

Para gerar um grafo na representação p-space foi modificado uma parte do código apresentado no handout, no lugar de:

```
curitiba_1 <- curitiba_1 +
  graph_from_data_frame(df_stops_per_line, directed = FALSE)
```

foi gerado a combinação com todos os possíveis pontos de ônibus presentes na linha para então ser adicionado no grafo, ficando da seguinte maneira:

```
pontos_0 <- c(df_stops_per_line$from, df_stops_per_line$from)
pontos_1 <- pontos_0[!duplicated(pontos_0)]

if (length(pontos_1) <= 2 ){curitiba_1 <- curitiba_1 +
  graph_from_data_frame(df_stops_per_line, directed = FALSE)}

if (length(pontos_1) > 2 ){pontos_2 <- combn(pontos_1,2)
  df_p_space <- data.frame(from = pontos_2[,1], to = pontos_2[,2])
  curitiba_1 <- curitiba_1 + graph_from_data_frame(df_p_space,
  directed = FALSE)}
```

Nessa situação os pesos também acabaram sendo desconsiderados e conforme anteriormente valores nulos e caminhos inexistentes foram desconsiderados na avaliação das distâncias. Os cálculos geraram um valor médio de trocas de ônibus de 3.63 e o histograma a seguir:

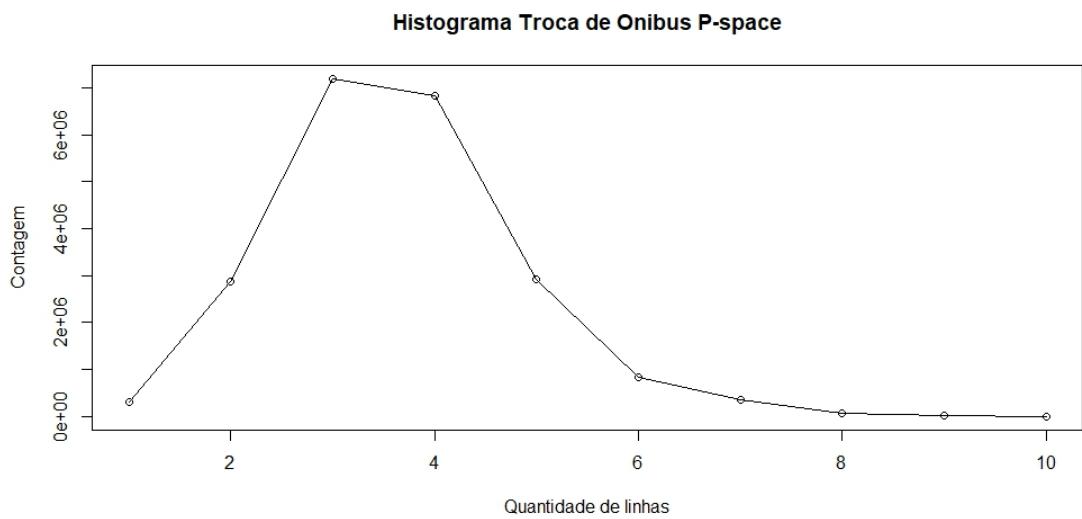


Figure 30: Representação do histograma para trocas de ônibus.

6.10. Plote um mapa da cidade contendo apenas as linhas de ônibus “expresso”

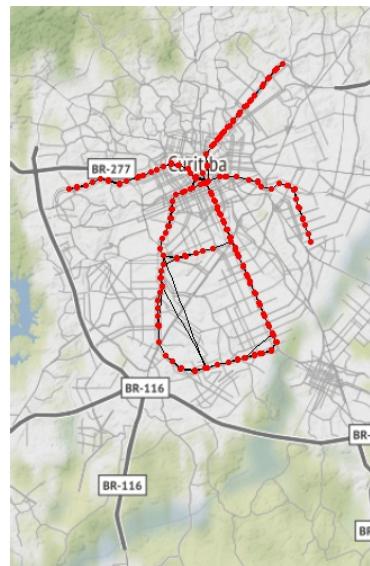


Figure 31: Linhas de ônibus “expresso”.

6.11. Faça o mesmo para a linha de ônibus “alimentadores”

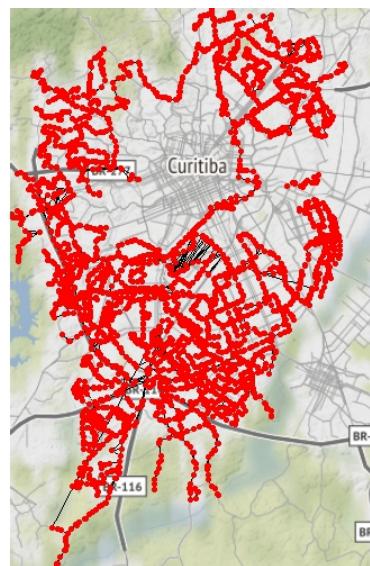


Figure 32: Linhas de ônibus “alimentadores”.