

## MÁY BÁN HÀNG TỰ ĐỘNG

Có một chiếc máy bán hàng tự động không được trang bị cơ chế trả lại tiền thừa, nó bắt buộc đã mua món hàng nào phải trả đúng giá bán, không thừa không thiếu.

Trong ví của giáo sư X có  $n$  tờ tiền mệnh giá hoàn toàn phân biệt. Ông muốn nhắm tính với những tờ tiền này thì không thể mua món hàng từ máy với giá thấp nhất là bao nhiêu nếu máy có bán món hàng với giá đó.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản VENDING.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số nguyên  $n$  ( $0 \leq n \leq 1000$ )
- ✿ Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên dương theo thứ tự tăng dần là mệnh giá các tờ tiền trong ví giáo sư X (mệnh giá mỗi tờ tiền không vượt quá  $10^9$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản VENDING.OUT một số nguyên duy nhất là giá tiền thấp nhất mà giáo sư X không thể trả cho máy để mua hàng

**Ví dụ:**

VENDING. INP	VENDING. OUT
5 1 2 3 8 9	7
8 1 2 4 8 16 32 64 128	256

## JOSEPHUS

Tương truyền rằng Josephus và 40 chiến sĩ bị người La Mã bao vây trong một hang động. Họ quyết định tự vẫn chứ không chịu bị bắt. 41 chiến sĩ đứng thành vòng tròn và bắt đầu đếm theo một chiều vòng tròn, cứ người nào đếm đến 3 thì phải tự vẫn và người kế tiếp bắt đầu đếm lại từ 1. Josephus không muốn chết và đã chọn được một vị trí mà ông ta cũng với một người nữa là hai người sống sót cuối cùng theo luật này. Hai người sống sót sau đó đã đầu hàng và gia nhập quân La Mã (Josephus sau đó chỉ nói rằng đó là sự may mắn, hay “bàn tay của Chúa” mới giúp ông và người kia sống sót)...

Có rất nhiều truyền thuyết và tên gọi khác nhau về bài toán Josephus, trong toán học người ta phát biểu bài toán dưới dạng một trò chơi: Cho  $n$  người đứng quanh vòng tròn theo chiều kim đồng hồ đánh số từ 0 tới  $n - 1$ . Từ một người xác định trước, họ bắt đầu đếm từ 1, người nào đếm đến  $m$  thì bị loại khỏi vòng và người kế tiếp bắt đầu đếm lại từ 1. Trò chơi tiếp diễn cho tới khi vòng tròn chỉ còn lại 1 người.

### Yêu cầu:

- ✿ Cho  $p$  là số hiệu người đếm đầu tiên, tìm  $q$  là số hiệu người cuối cùng còn lại trên vòng tròn
- ✿ Cho  $y$  là số hiệu người cuối cùng còn lại trên vòng tròn, tìm  $x$  là số hiệu người đếm đầu tiên theo luật chơi

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản JOSEPHUS.INP

- ✿ Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n, m \leq 10^7$ .
- ✿ Dòng 2 chứa hai số nguyên dương  $p, y$  ( $0 \leq p, y < n$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản JOSEPHUS.OUT một dòng ghi hai số  $q, x$  tìm được

*Các số trên một dòng của Input/Output files được/phải ghi cách nhau ít nhất một dấu cách*

### Ví dụ

JOSEPHUS. INP	JOSEPHUS. OUT
7 3	3 6
0 2	

## CHIA ĐOẠN

Cho một thanh gỗ độ dài  $L$ , người ta cần cắt từ thanh gỗ này  $n$  thanh gỗ với độ dài  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , (không cần giữ đúng thứ tự này, phần thừa bỏ đi). Mỗi lần ta có thể lấy mỗi thanh gỗ chia thành hai đoạn với tỉ lệ độ dài tùy ý, để chia một thanh gỗ độ dài  $k$  thành hai đoạn mất chi phí đúng bằng  $k$ . Tìm cách chia với chi phí ít nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản PARTITION.INP

- ⚙ Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $L, n$  ( $L \leq 10^9; n \leq 10^5$ )
- ⚙ Dòng 2 chứa  $n$  số nguyên dương  $a_1, a_2, \dots, a_n$  ( $\sum_{i=1}^n a_i \leq L$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản PARTITION.OUT một số nguyên duy nhất là chi phí của cách chia tìm được

**Ví dụ**

PARTITION. INP	PARTITION. OUT
8 8	24
1 1 1 1 1 1 1 1	

## PHÉP TÍNH LŨY THỪA

Cho ba số nguyên dương  $a, b, m$ . Cho biết số dư của phép chia giá trị  $a^b \times b^a$  cho  $m$

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản POWEXP.INP gồm một dòng chứa ba số nguyên dương  $a, b, m \leq 10^{18}$

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản POWEXP.OUT một số nguyên duy nhất là kết quả tìm được

**Ví dụ**

POWEXP. INP	POWEXP. OUT
2 3 10	2
1000000000 1000000000 123456789	96125167
123456789123456789 999999999999999999 1000000000000000000	53858228890109891

## TÌM BIT

Từ chuỗi nhị phân  $S$  ban đầu chỉ gồm một bit 0, người ta tạo ra chuỗi nhị phân mới bằng cách ghép chuỗi  $S$  ban đầu với chính nó sau khi đã đảo tất cả các bit của  $S$  (nghĩa là đổi bit 1 thành bit 0 và bit 0 thành bit 1) và cứ lặp đi lặp lại các thao tác trên cho đến khi chuỗi  $S$  có  $2^{64}$  bit. Ví dụ chuỗi  $S$  sau 4 phép biến đổi

0 (Ban đầu)

01

0110

01101001

0110100110010110

Các bit trong  $S$  sau đó được đánh số từ trái qua phải bắt đầu từ 0 trở đi

**Yêu cầu:** Cho biết số nguyên  $n \in [0; 2^{64})$ . Hãy tìm bit thứ  $n$  của chuỗi  $S$

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản BDIGIT.INP

⚙ Dòng 1 chứa số nguyên dương  $T \leq 10^5$  là số test

⚙  $T$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa số một số nguyên  $n$  ứng với 1 test ( $0 \leq n < 2^{64}$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản BDIGIT.OUT  $T$  dòng, mỗi dòng ghi chữ số thứ  $n$  của xâu nhị phân  $S$  ứng với một bộ dữ liệu

**Ví dụ:**

BDIGIT.INP	BDIGIT.OUT
3	0
10	0
5	1
8	

## 00 VÀ 11

Từ xâu nhị phân  $S_0 = "1"$ , người ta sinh ra các xâu  $S_1, S_2, \dots, S_n$  trong đó  $S_i = S_{i-1} + \overline{S_{i-1}}$ . Ở đây  $\overline{S_{i-1}}$  là xâu nhị phân tạo thành từ xâu  $S_{i-1}$  bằng cách đảo hết các bit (bit 1 thành bit 0 và bit 0 thành bit 1). Ví dụ:

$$S_0 = "1"$$

$$S_1 = "10"$$

$$S_2 = "1001"$$

$$S_3 = "10010110"$$

$$S_4 = "1001011001101001"$$

**Yêu cầu:** Cho số nguyên dương  $n$ , hãy xác định trong xâu  $S_n$  có bao nhiêu vị trí có 2 bit liên tiếp bằng nhau (tức là đếm số lần xuất hiện của xâu "00" và "11" trong  $S_n$ )

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản SAMEBIT.INP

⚙ Dòng 1 chứa số nguyên dương  $T \leq 10^5$  là số test

⚙  $T$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên dương  $n \leq 10^9$  ứng với một test

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản SAMEBIT.OUT  $T$  dòng, mỗi dòng ghi một số nguyên duy nhất là số dư của kết quả tìm được khi chia cho 123456789

**Ví dụ:**

SAMEBIT.INP	SAMEBIT.OUT
4	0
1	1
2	2
3	5
4	