BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO TRƯ**ỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM HÀ NỘI**

ĐỀ THI HSG THPT CẤP ĐHSP HÀ NỘI MÔN THI: TIN HỌC NĂM HOC 2021 - 2022

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

(Đề thi gồm 03 trang)

Thời gian làm bài:180 phút (không kể thời gian phát đề)

TỔNG QUAN VỀ ĐỀ BÀI

STT	Tên file bài làm	Tên file dữ liệu	Tên file kết quả	Giới hạn mỗi test	Điểm
1	ENCODE.CPP	ENCODE.INP	ENCODE.OUT	1 giây/1 GB	100
2	SUBSEQ.CPP	SUBSEQ.INP	SUBSEQ.OUT	1 giây/1 GB	100
3	KNAPSACK.CPP	KNAPSACK.INP	KNAPSACK.OUT	1 giây/1 GB	100

Hãy lập chương trình giải các bài toán sau đây:

BÀI 1. MÃ HÓA KIỂU FIBONACCI

Cho một số nguyên dương n. Ta biết dãy số Fibonacci được đinh nghĩa như sau:

$$f_0 = f_1 = 1$$

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \ (n \ge 2)$$

Theo công thức này, dãy số sẽ được sinh ra như sau: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89....

Các bước để mã hóa một số kiểu fibonacci sẽ được tiến hành như sau:

Bước 1: Người ta sẽ phân tích số n thành tổng các số fibonacci. Tức là tồn tại một số nguyên dương k ($k \ge 1$) và dãy $b = (b_k, b_{k-1}, ..., b_1)$ > sao cho:

$$n = b_k \times f_k + b_{(k-1)} \times f_{k-1} + \dots + b_1 \times f_1$$

Ví dụ: n = 42 ta sẽ tìm được k = 8, và số 42 được biểu diễn như sau:

$$42 = 1 \times 34 + 0 \times 21 + 0 \times 13 + 1 \times 8 + 0 \times 5 + 0 \times 3 + 0 \times 2 + 0 \times 1$$

Khi đó ta có dãy b = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0).

Bước 2. Tiến hành dịch các phần tử của b sang phải ta thu được dãy b còn k-1 phần tử (phần tử phải nhất bị bỏ đi). $b=(b_k,b_{k-1},...,b_2)$

Ví dụ, với dãy b tìm được tương ứng với n=42, sau khi dịch chuyển ta thu được dãy b còn 7 phần tử như sau:

$$b = (1, 0, 0, 1, 0, 0, 0).$$

Bước 3: Từ dãy *b* ta tạo thành số *m* như sau:

$$m = b_2 \times f_1 + b_3 \times f_2 + \dots + b_k \times f_{k-1}$$

Khi đó, m được gọi là số được mã hóa dạng fibonacci của n. Ví dụ, số 42 sẽ được mã hóa thành 26.

$$1 \times 21 + 0 \times 13 + 0 \times 8 + 1 \times 5 + 0 \times 3 + 0 \times 2 + 0 \times 1 = 26$$

Yêu cầu: Với mỗi số n, bạn hãy tìm số m tương ứng theo cách phân tích trên. Để sinh được m là duy nhất, người ta yêu cầu không phân tích n thành tổng hai số fibonacci liên tiếp (nói cách khác $b_i \times b_{i-1} = 0 \ \forall i \in [2,k]$

Dữ liệu: Vào từ file văn bản ENCODE.INP gồm:

- Dòng 1 ghi số nguyên dương $t(1 \le t \le 25.000)$ là số lượng số n cần mã hóa
- t dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa số nguyên n ($n \le 25.000$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản ENCODE.OUT Một số nguyên là tổng các giá trị đoạn con theo yêu cầu

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
5	26
42	62
100	111
180	
300	185
360	222

Ràng buộc: Có 50% số test có $t \le 10, n \le 100$.

BÀI 2. ĐOẠN GIÁ TRỊ LỚN NHẤT

Cho dãy số nguyên $a_1, a_2, ..., a_n$ và số nguyên dương k.

Yêu cầu: Tìm đoạn con liên tiếp gồm không ít hơn k số nguyên trong dãy sao cho tổng các số nguyên thuộc đoạn là lớn nhất

Dữ liệu: Vào từ file văn bản SUBSEQ.INP gồm:

- Dòng 1 ghi hai số nguyên dương $n, k \ (1 \le k \le n \le 10^6)$
- n dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa số nguyên a_i ($|a_i| \le 1000$)

Kết quả: Ghi ra file văn bản SUBSEQ.OUT Một số nguyên là tổng các giá trị đoạn con theo yêu cầu

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
8 3	120
-20	
90	
-30	
-20	
80	
-70	
-60	
125	

Ràng buộc: Có 50% số test có $n, k \le 5000$.

BÀI 3. BÀI TOÁN CÁI TÚI

Bài toán cái túi là một trong những bài toán thường xuyên được nhắc tới khi dạy về thiết kế thuật toán. Nay ta giải bài toán này để khẳng định: khi giới hạn bài toán khác nhau, ta phải giải quyết chúng bằng những việc thiết kế các thuật toán hoàn toàn khác nhau. Bài toán phát biểu ngắn gọn như sau: Có n đồ vật, đồ vật thứ có trọng lượng là $\boldsymbol{w_i}$ và giá trị là $\boldsymbol{v_i}$. Bạn có một chiếc túi kích thước \boldsymbol{W} .

Yêu cầu: Hãy tìm cách chọn một số đồ vật và bỏ chúng vào chiếc túi này, sao cho tổng trọng lượng của các đồ vật đó không vượt quá **W** và tổng giá trị của chúng là **lớn nhất có thể**.

Dữ liệu: Vào từ file văn bản KNAPSACK.INP

- Dòng đầu tiên gồm 2 số nguyên dương *n*, *W*.
- n dòng sau dòng thứ i gồm 2 số nguyên dương w_i và v_i ($w_i \leq W$).

Kết quả: Ghi ra file văn bản KNAPSACK.OUT

- Dòng đầu tiên là tổng giá trị lớn nhất có thể đặt vào túi.
- Dòng thứ hai chứa chỉ số các đồ vật sẽ được chọn bỏ vào túi để đạt được tổng giá trị lớn nhất ở trên. Nếu có nhiều cách chọn để đạt được tổng giá trị lớn nhất đấy, in ra một cách bất kỳ.

Chú ý: Nếu bạn in ra tổng giá trị lớn nhất có thể đặt vào túi đúng, bạn nhận được 70% số điểm của test. Nếu các đồ vật được đặt vào túi đúng, bạn nhận được 30% số điểm còn lai của test.

Ví dụ:

Sample Input	Sample Output
3 3	51
1 3	3
3 4	
2 2	

Subtask:

Ghi chú:Thí sinh không được sử dụng tài liệu, cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.