

Định lý 2.10 Số chỉnh hợp vòng chập k của n là $\frac{n!}{k \cdot (n-k)!}$. Đặc biệt số hoán vị vòng của tập gồm n phần tử là $(n-1)!$

■ **Ví dụ 2.9** Có bao nhiêu cách xếp sáu sinh viên ngồi trên một bài tròn trong đó có hai sinh viên không thích ngồi cạnh nhau? ■

Lời giải:

■

Chỉnh hợp lặp và tổ hợp lặp

2.2.4 Bài tập

1. Có bao nhiêu cách xếp bốn sinh viên An, Bình, Cường, Dũng thành một hàng dọc sao cho Bình không đứng ngay sau An.
2. Đoàn tàu thống nhất có hai toa hành lý, một toa ăn, năm toa giường nằm và ba toa ghế ngồi. Hỏi có bao nhiêu cách xếp các toa?
3. Trong kỳ thi tuyển sinh đại học, một trường dựa trên kết quả thi của bốn môn. Để đỗ, thí sinh phải đạt tối thiểu 5 điểm mỗi môn, đồng thời tổng điểm bốn môn không thấp hơn 25. Hỏi có bao nhiêu kết quả thi có thể để thí sinh đỗ?
4. Phương trình $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 20$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương?
5. Tìm số nghiệm nguyên của phương trình

$$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 30$$

với $x_1 \geq 3, x_2 \geq 2, x_3 \geq 0, x_4 \geq 5$ và $x_5 \geq -5$.

6. Có bao nhiêu cách chia mười người thành bốn cặp đôi?
7. Có bao nhiêu cách xếp tám quân xe trên bàn cờ 8×8 sao cho không có hai con nào ăn nhau?
8. Có bao nhiêu cách xếp 52 lá bài tú lơ khơ sao cho tất cả các quân bài cùng chất luôn đi với nhau.

9. Có bao nhiêu số tự nhiên lớn hơn 5400 sao cho (i) không có hai chữ số nào giống nhau, (ii) chữ số 3 và 5 không xuất hiện.
10. Có bao nhiêu cách xếp năm người đàn ông ngồi xen kẽ năm người phụ nữ trên bàn tròn?
11. Có bao nhiêu cách xếp 10 người ngồi trên bàn tròn sao cho B không ngồi cạnh A? Sao cho B không ngồi bên phải A?
12. Có bao nhiêu cách chọn một hội đồng năm người từ một câu lạc bộ gồm 8 người đàn ông và 10 người phụ nữ sao cho có ít nhất hai người phụ nữ được chọn? Sao cho có thêm điều kiện người đàn ông A và người phụ nữ B không cùng có trong hội đồng?
13. Có bao nhiêu tập ba số nguyên lấy trong các số từ 1 đến 20 không chứa hai số nguyên liên tiếp?
14. Đội tuyển thi olympic sinh viên toán gồm 12 sinh viên, 7 người thi đại số và 5 người thi giải tích, được chọn từ 15 người trong đó 4 người có thể thi đại số, 5 người có thể thi giải tích và 6 người có thể thi cả hai môn. Hỏi có bao nhiêu cách chọn đội tuyển có thể?
15. Một lớp học có hai hàng ghế, mỗi hàng có 8 ghế. Có 14 sinh viên, trong đó 6 sinh viên chỉ ngồi ở hàng bên trái, 5 sinh viên chỉ ngồi ở hàng bên phải. Hỏi có bao nhiêu cách xếp chỗ các sinh viên này?
16. Một bữa tiệc có 10 người đàn ông và 15 người phụ nữ.
 - (a) Có bao nhiêu cách ghép 10 cặp đôi gồm một người đàn ông và một người phụ nữ?
 - (b) Có bao nhiêu cách ghép 8 cặp đôi gồm một người đàn ông và một người phụ nữ?
17. Sáu người thi chạy với nhau, hỏi có bao nhiêu thứ tự về đích? (cho phép hòa)
18. Có bao nhiêu cách xếp 6 sinh viên nam, 6 sinh viên nữ và một giảng viên ngồi trên một bàn tròn sao cho không có hai sinh viên nữ nào ngồi cạnh nhau, không có hai sinh viên nam nào ngồi cạnh nhau? Câu hỏi tương tự nếu có hai giảng viên?
19. Một giải bóng đá có 20 đội. Ba đội đứng đầu sẽ được nhận cúp vàng, bạc và đồng tương ứng. Ba đội đứng cuối sẽ xuống hạng. Hai

kết quả của giải đấu được xem là giống nhau nếu các đội đoạt cúp vàng là giống nhau, tương tự cho cúp bạc và đồng, các đội xuống hạng là giống nhau. Hỏi có bao nhiêu kết quả có thể của giải đấu?

20. Trong một bữa tiệc có n người, mọi người được ghép cặp nói chuyện với nhau theo từng đôi (có một người không có người nói chuyện nếu số người dự tiệc là số lẻ). Tính số cách ghép cặp có thể?
21. Có bao nhiêu cách xếp $2n + 1$ cuốn sách phân biệt lên ba giá sách sao cho hai giá bất kỳ có tổng số sách lớn hơn giá còn lại?
22. Chứng minh các đẳng thức sau
 - (a) $\binom{r}{m} \binom{m}{k} = \binom{r}{k} \binom{r-k}{m-k}$
 - (b) $\sum_{k=0}^n \binom{m_1}{k} \binom{m_2}{n-k} = \binom{m_1+m_2}{n}$
 - (c) $\sum_{k=1}^n \binom{n}{k} \binom{n}{n-k} = \frac{1}{2} \binom{2n+1}{n+1} - \binom{2n}{n}$
 - (d) $n(n+1)2^{n-2} = \sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k}$
 - (e) $\sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}^2 = n \binom{2n-1}{n-1}$
23. Tìm số hoán vị tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ sao cho không có số lẻ nào ở đúng vị trí ban đầu.
24. Tìm số hoán vị tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ sao cho có đúng 5 số ở đúng vị trí ban đầu.
25. Tìm số hoán vị tập $\{1, 2, \dots, 9\}$ sao cho có ít nhất một số chẵn ở đúng vị trí ban đầu.

2.3 Công thức truy hồi

2.3.1 Khái niệm công thức truy hồi

■ Ví dụ 2.10 Dãy số Fibonacci

■