

**Định lý 2.7** Cho  $n$  tập hữu hạn  $A_1, A_2, \dots, A_n$ . Khi đó,

$$|A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n| = \sum_{k=1}^n (-1)^{k-1} \sum_{1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n} |A_{i_1} \cap A_{i_2} \cap \dots \cap A_{i_k}|.$$

### 2.1.6 Bài tập

1. Khóa 59 của viện Toán ứng dụng và Tin học có 23 sinh viên định hướng Toán và 95 sinh viên định hướng Tin.
  - (a) Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra hai đại diện sinh viên sao cho có một sinh viên định hướng Tin và một sinh viên định hướng Toán?
  - (b) Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra một đại diện sinh viên định hướng Tin hoặc Toán?
2. Bài thi trắc nghiệm có 10 câu hỏi, mỗi câu sinh viên chỉ được chọn một trong bốn đáp án.
  - (a) Hỏi có bao nhiêu cách sinh viên làm bài nếu sinh viên đó trả lời tất cả các câu hỏi?
  - (b) Hỏi có bao nhiêu cách sinh viên làm bài nếu sinh viên đó có thể bỏ trống phần trả lời?
3. Tính số chuỗi nhị phân độ dài  $n$  và số chuỗi nhị phân độ dài không quá  $n$ .
4. Tính số chuỗi nhị phân độ dài  $n$  có tính chất: không thay đổi khi viết theo thứ tự ngược.
5. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân độ dài 10 bắt đầu bằng hai chữ số 1 hoặc kết thúc bằng 3 chữ số 0.
6. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân độ dài 10 chứa hoặc 5 chữ số 0 liên tiếp hoặc 5 chữ số 1 liên tiếp.
7. Có bao nhiêu chuỗi nhị phân độ dài 10 rơi vào chỉ một trong hai khả năng hoặc 4 chữ số 0 liên tiếp hoặc 5 chữ số 1 liên tiếp?
8. Có bao nhiêu số nguyên dương không vượt quá 100 chia hết cho hoặc 4 hoặc 6?

9. Có bao nhiêu số nguyên dương không vượt quá 100 rơi vào chỉ một trong hai khả năng hoặc chia hết cho 4 hoặc chia hết cho 6?
10. *Mã Morse*: Trong hệ mã Morse, mỗi chữ cái trong được biểu diễn bằng một chuỗi các ký hiệu telex gồm các "chấm" và "vạch". Tính số chữ cái có thể biểu diễn được bằng chuỗi  $n$  ký hiệu.
11. Một bảng chữ cái, một cách tổng quát, là một tập hợp  $L = \{l_1, l_2, \dots, l_n\}$  gồm  $n$  chữ cái khác nhau. Một bộ  $k$  chữ cái của bảng chữ cái  $L$  là một  $k$ -tử. Tính số 3-tử của bảng chữ cái  $L$ , số 3-tử không cho phép lặp lại chữ cái và số 3-tử chứa chữ cái  $l_n$ .
12. Trong một lớp trung học có 40 học sinh. Trong số đó có 14 thích học môn toán, 16 thích môn vật lý, và 11 thích môn hóa học. Đồng thời, bảy học sinh thích cả toán và lý, tám thích cả lý và hóa, năm thích cả toán và hóa, bốn thích cả ba môn. Hỏi có bao nhiêu học sinh không thích cả toán, lý lẫn hóa.
13. Sử dụng nguyên lý cộng chứ minh nguyên lý nhân.

## 2.2 Hoán vị, chỉnh hợp và tổ hợp

Nhiều bài toán đếm có thể đưa về bài toán tìm số cách sắp xếp một số phần tử đặc biệt của một tập hợp theo một thứ tự nào đó. Cũng có nhiều bài toán giải bằng việc tìm số cách chọn một số phần tử từ một tập hợp nào đó mà không kể đến thứ tự. Ví dụ, tìm số cách chọn ra ban chấp hành chi đoàn thanh niên gồm ba thành viên từ một chi đoàn có 15 thành viên. Trong phần này chúng ta sẽ tìm hiểu các công cụ liên quan đến những bài toán dạng này.

### 2.2.1 Chỉnh hợp và hoán vị

**Định nghĩa 2.2** Một hoán vị của một tập hợp gồm các đối tượng khác nhau là một thứ tự sắp xếp các đối tượng này.

Nếu chỉ chọn ra  $k$  phần tử để sắp xếp thì được gọi là  $k$ -chỉnh hợp.

Một  $k$ -chỉnh hợp của tập hợp  $n$  số tự nhiên đầu tiên  $\{1, 2, \dots, n\}$  được