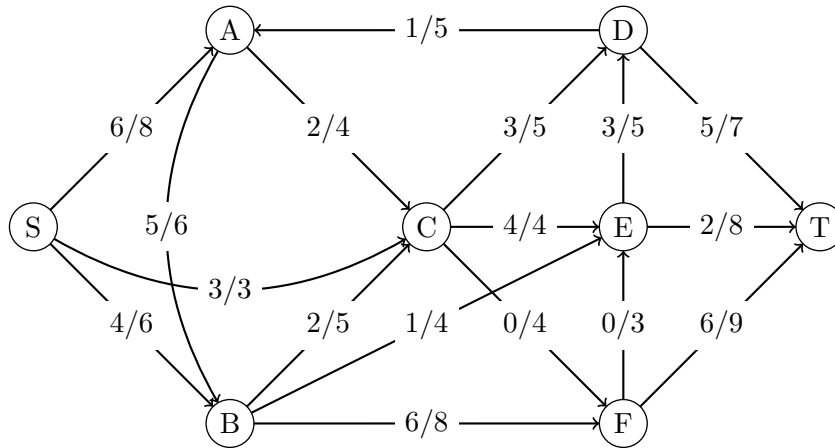


1. (2 điểm) Một biển đăng kí xe hợp lệ ở Việt Nam có mẫu như sau **ABCD EF.GHI**; trong đó **AB** là một số có 2 chữ số và có thể nhận 80 giá trị khác nhau tương ứng với mã biển số 63 tỉnh thành của Việt Nam (một tỉnh thành có thể có nhiều hơn một mã); **C** là một chữ cái tiếng Anh và có thể nhận 24 giá trị khác nhau; và **D, E, F, G, H, I** là các chữ số; ví dụ một biển số xe hợp lệ tại Hà Nội là 29T1 131.17. Hỏi với cách cấp biển số xe như trên thì có thể cấp được tối đa cho bao nhiêu xe trên lãnh thổ Việt Nam.
2. (1 điểm) Hiện tại, Đại học A có hơn 50000 sinh viên. Chứng minh rằng, tồn tại ít nhất 2 bạn sinh viên của trường này có cùng giới tính, sinh ra cùng một tỉnh/thành phố (có 63 tỉnh/thành phố khác nhau) và có cùng ngày, tháng sinh (chú ý năm sinh có thể khác nhau).
3. (2 điểm) Dùng phương pháp quy nạp, chứng minh rằng  $4^{n+1} + 5^{2n-1}$  chia hết cho 21 với mọi số  $n$  nguyên dương.
4. (5 điểm) Xét mạng  $G$  và luồng  $f$  được cho trong hình vẽ dưới đây. Cặp số  $a/b$  viết trên mỗi cung có ý nghĩa sau:  $b$  là khả năng thông qua của cung còn  $a$  là giá trị luồng  $f$  trên cung.



**LƯU Ý QUAN TRỌNG:** Trong tất cả các câu hỏi dưới đây thứ tự duyệt các đỉnh trong các thuật toán dưới đây phải được thực hiện theo thứ tự từ điển:  $A, B, C, D, E, F, S, T$ .

- (4a) (1 điểm) Hãy đưa ra ma trận kề của đồ thị mạng  $G$ .
- (4b) (1 điểm) Hãy đưa ra thứ tự thăm các đỉnh của thuật toán tìm kiếm theo chiều rộng BFS bắt đầu từ đỉnh  $S$ . Vẽ cây  $BFS(S)$ .
- (4c) (1 điểm) Áp dụng thuật toán Prim tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị vô hướng của mạng  $G$ . Đồ thị vô hướng của mạng  $G$  có tập đỉnh là tập đỉnh của mạng  $G$ ; mỗi cung  $(u, v)$  của  $G$  sẽ được biến đổi thành một cạnh  $(u, v)$  trong đồ thị vô hướng của  $G$  và trọng số của cạnh này bằng khả năng thông qua của cung  $(u, v)$  trên  $G$ . Vẽ thứ tự các cạnh được thêm vào trong quá trình xây dựng cây khung nhỏ nhất.
- (4d) (2 điểm) Xây dựng luồng cực đại trong mạng  $G$  bắt đầu từ luồng  $f$  đã cho bằng thuật toán Ford-Fulkerson.
  - Hãy thực hiện một bước tăng luồng từ luồng hiện tại theo các yêu cầu sau:
    - \* Sử dụng thuật toán DFS tìm một đường tăng luồng đi từ  $S$  đến  $T$  trên đồ thị tăng luồng;
    - \* Vẽ đồ thị tăng luồng và đường tăng luồng tìm được;
    - \* Vẽ mạng cùng luồng hiện có trên các cung sau khi thực hiện tăng luồng.