

Newton, ta có ■

2.5.4 Bài tập

1. Giả sử ban đầu Fibonacci thả 3 đôi thỏ. Tìm số thỏ tại thời điểm tháng thứ n .
2. Cho bàn cờ $1 \times n$. Tô các ô của bàn cờ bằng các màu xanh hoặc đỏ. Gọi $h(n)$ là số các tô màu sau cho không có hai ô đỏ nào kề nhau (chung cạnh hoặc chung đỉnh). Tìm công thức đệ quy cho $h(n)$. Tìm công thức tường minh cho $h(n)$.
3. Cho bàn cờ $1 \times n$. Tô các ô của bàn cờ bằng các màu xanh, đỏ hoặc trắng. Gọi $h(n)$ là số các tô màu sau cho không có hai ô đỏ nào kề nhau (chung cạnh hoặc chung đỉnh). Tìm công thức đệ quy cho $h(n)$. Tìm công thức tường minh cho $h(n)$.

2.6 Một số chủ đề nâng cao

2.6.1 Mười hai công thức đếm

2.6.2 Một số phương pháp chứng minh đẳng thức tổ hợp

Phương pháp đếm kép

Phương pháp song ánh

Phương pháp phân tử đặc biệt

2.6.3 Bài tập

1. Tung một quân xúc sắc n lần, tính xác suất để tổng số điểm thu được chia hết cho 5.
2. Chứng minh rằng: với mọi $0 < n \in \mathbb{N}$:

$$n \binom{2n-1}{n-1} = \sum_{k=1}^n k \binom{n}{k}^2$$

3. Trên hình vuông ABCD ta định nghĩa đường đi giữa hai đỉnh $X; Y$ (không nhất thiết phân biệt) là một dãy các đỉnh kề nhau $X = X_0 \rightarrow X_1 \rightarrow X_2 \rightarrow \dots \rightarrow X_n = Y$. Như vậy, X_0, X_1, \dots, X_n là các đỉnh của hình vuông và $X_i X_{i+1}$ là cạnh của hình vuông, số n được gọi là độ dài của đường đi. Với mỗi số tự nhiên n , gọi $x_n; y_n; z_n$ tương ứng là số các đường đi độ dài n giữa: một đỉnh và chính nó, một đỉnh và một đỉnh cố định kề nó, một đỉnh và đỉnh đối diện (đỉnh đối xứng qua tâm). Ví dụ, $x_0 = 1; y_0 = 0; z_0 = 0; x_1 = 0; y_1 = 1; z_1 = 0; x_2 = 2; y_2 = 0; z_2 = 2$.
 - (a) Thiết lập công thức truy hồi cho $x_n; y_n; z_n$.
 - (b) Tìm công thức tổng quát của $x_n; y_n; z_n$.
4. Có bao nhiêu ma trận vuông cấp n có đúng $n + 1$ phần tử bằng 1, các phần tử còn lại bằng 0 và có định thức bằng 1?
5. Cho n đường tròn đôi một giao nhau, nghĩa là hai đường tròn bất kỳ trong đó có hai điểm chung. Ba đường tròn trong đó không có điểm chung. Các đường tròn này chia mặt phẳng ra thành bao nhiêu phần?