1. El modelo Kermack-McKendrick

1.1. Definiciones

Dada una población de personas N, se definen:

- $S(t)$ número de personas subsceptibles de contagio, es decir, sanas.
- $I(t)$ número de personas infectadas.
- $R(t)$ número de personas recuperadas (o fallecidas).

donde t es el tiempo.
El modelo utiliza las siguientes tres constantes:

- β que indica la velocidad de infección.
- γ que indica la velocidad de recuperación.

Y también el factor de infección como:

$$R_0 \equiv \frac{\beta S}{\gamma}$$

Que nos indica a cuántas personas sanas es capaz de infectar una persona enferma durante su enfermedad.

1.2. Condiciones adicionales

En una población con N personas, cada persona está sana, infectada o recuperada, esto es:

$$S(t) + I(t) + R(t) = N$$

Derivando respecto al tiempo obtenemos:

$$\frac{dS(t)}{dt} + \frac{dI(t)}{dt} + \frac{dR(t)}{dt} = 0$$

1.3. Ecuaciones del modelo

Este modelo relaciona las constantes con las funciones anteriores a través de tres ecuaciones:

$$\frac{dS(t)}{dt} = -\beta(t)S(t)I(t)$$

$$\frac{dI(t)}{dt} = \beta(t)S(t)I(t) - \gamma(t)I(t)$$

$$\frac{dR(t)}{dt} = \gamma(t)I(t)$$

Es fácil comprobar que, efectivamente,

$$\frac{dI(t)}{dt} + \frac{dS(t)}{dt} + \frac{dR(t)}{dt} = 0$$

Aproximando las derivadas por incrementos, es decir:

$$\frac{df(t)}{dt} \approx \frac{\Delta f}{\Delta t}$$

y asumiendo un incremento de tiempo de la unidad (un día, una hora, una semana), es decir, si $\Delta t = 1$, entonces:

$$\Delta S \approx -\beta SI$$

$$\Delta I \approx \beta SI - \gamma I$$

$$\Delta R \approx \gamma I$$

Despejando obtenemos las aproximaciones:

$$\gamma \approx \frac{\Delta R}{I}$$

$$\beta \approx -\frac{\Delta S}{SI}$$

Entonces

$$R_0 \equiv \frac{\beta S}{\gamma} \approx -\frac{\Delta S}{\Delta R} = \frac{\Delta R + \Delta I}{\Delta R}$$

En resumen, el factor de propagación de la enfermedad se aproxima por:

$$R_0 \approx \frac{\Delta R + \Delta I}{\Delta R}$$

Este factor será menor que la unidad únicamente cuando $\Delta I < 0$, es decir, cuando el número de nuevos contagios descienda, y será mayor que la unidad en caso contrario.

1.4. Más información

- Ver modelo Kermack-McKendrick en mathworld.
- Ver quicklatex.com para un editor LaTeXonline.
- Ver más información sobre la licencia Creative Commons CC BY-SA 4.0