Probabilités autour de la capture de Pokémons

VIENNE Mathys

12 Juin 2023

Introduction

L'univers Pokémon débute en 1996 avec les jeux *Pokémon Rouge et Vert*, au Japon. Depuis, les jeux et les produits dérivés connaissent un grand succès et s'exportent dans le monde entier. Les premiers jeux constituent ce que l'on appelle la première génération. Ils nous content le voyage de *Red*, dresseur de pokémons, à travers la région fictive de *Kanto*. Aujourd'hui en 2023, nous sommes à la neuvième génération de jeux Pokémon, avec *Pokémon Écarlate et Violet* se déroulant dans la région fictive de *Paldea*.

Les jeux principaux de la franchise Pokémon tournent autour d'un principe simple : capturer des créatures pour les faire combattre. La capture de ces créatures est donc un élément central des jeux, utilisé à la fois comme mécanique de jeu et enjeu narratif. Cependant, en tant que bon jeu de rôle, les mécaniques des jeux Pokémon cachent souvent un aspect mathématique. Nous allons donc analyser ici les éléments mathématiques façonnant la capture dans les jeux Pokémon.

Ce document comporte malgré tout des limites. Il n'a tout d'abord pas été vérifié par d'autres personnes que l'auteur, et peut donc par conséquent comporter des erreurs. Si vous en constatez, n'hésitez pas à le signaler, tous les retours sont appréciés. De plus, la partie mathématique s'appuie entièrement sur la page *Poképédia* dédiée à la capture de pokémons. Je suis content de mon travail, mais je vous invite à ne pas accepter le contenu de ce document comme une vérité absolue sans avoir effectué plus de recherches sur le sujet, ou du moins avant qu'une vérification rigoureuse de son contenu soit faite.

Chapitre 1

Du point de vue du joueur

1.1 Principe général

Peu importe le jeu de la série auquel vous jouez, vous serez confronté à une situation qui est, à peu de choses près, toujours la même. Lorsque votre personnage marchera dans les hautes herbes sillonnant les routes de la région, il pourra rencontrer des pokémons sauvages. Si vous en rencontrez un, une nouvelle phase de jeu se lance : le combat. Vous envoyez alors une de vos créatures afin de combattre, et il vous est alors proposé tout un panel d'actions. Celles qui nous intéressent ici sont celles en lien avec la capture. Afin de capturer un pokémon, vous devez utiliser un objet de la catégorie *ball*, comme la fameuse *poké ball* par exemple. Il existe une multitude de *balls* ayant des effets différents selon la situation dans laquelle on les utilise, influant de fait la capture des pokémons.

Lorsque le joueur utilise une *ball*, une animation se lance, montrant le lancer de la *ball* sur le pokémon sauvage. Ce dernier est alors enfermé à l'intérieur de l'objet, qui va remuer trois fois avant d'indiquer que le pokémon à été capturé. Dans le cas où le pokémon ne serait pas capturé, l'animation s'interrompt durant la phase où la *ball* remue, et le pokémon ressort de l'objet en le brisant au passage.

C'est de cette façon que fonctionne la capture dans tous les jeux Pokémon de la série principale. Il faut cependant ajouter à cela quelques indications qui sont rappelées à chaque début de partie :

— Plus les points de vie du pokémon sauvage sont bas, plus on a de chances de l'attraper

— Si on lui inflige une altération de statut, on a plus de chance d'attraper le pokémon sauvage

— Si on lui envoie une *ball* donnant un avantage, on a plus de chance d'attraper le pokémon sauvage

Analysons chaque point séparément.

1.2 Baisser la vie du pokémon sauvage

Le jeu vous invite à faire baisser les points de vie du pokémon que vous souhaitez capturer. Une manière de voir la situation serait l'interprétation suivante : plus la créature est affaiblie, moins elle résistera pour sortir de la *ball* que vous enverrez pour la capture, augmentant *de facto* vos chances de l'avoir. Les joueurs tentent donc de faire baisser la vie de leurs cibles le plus bas possible sans que le compteur de points de vie ne tombe à 0, ce qui mettrait fin au combat et à la tentative de capture. Il vous faut donc utiliser les attaques de vos pokémons sur votre cible afin de la blesser avec vos capacités.

1.3 Altérations de statut

Les altérations de statut sont un élément récurrent des jeux de rôle. Lors d'un combat, vous pouvez être touché par des attaques qui vous infligeront des altérations de statut. Ce sont des états spéciaux aux effets particuliers qui affectent directement le pokémon touché. Dans les jeux Pokémon, il en existe cinq principaux :

- Brûlure, divise l'attaque de la victime par 2
- Paralysie, la victime n'attaque que dans 75% des cas
- Empoisonnement, la victime perd de la vie à chaque tour
- Sommeil, empêche toute action de la victime
- Gel, empêche toute action de la victime

Tous ces états affaiblissent le pokémon touché, l'empêchant d'agir normalement. La logique veut ici, et comme au point précédent, qu'en réduisant la capacité de la créature à résister, elle sera plus facile à capturer.

1.4 Types de balls

Au fil des jeux, de nombreuses *balls* différentes sont apparues. Selon le contexte de la capture ou les caractéristiques du pokémon que l'on veut capturer, certaines confèrent un bonus d'efficacité par rapport à d'autres. Néanmoins, il en existe quatre classiques apparaissant dans tous les jeux depuis le début :

- Poké Ball
- Super Ball, plus efficace que la Poké Ball
- Hyper Ball, plus efficace que la Super Ball
- Master Ball, capture à coup sûr

Les *balls* ont donc une certaine efficacité qui va influencer nos chances de capture.

On a donc pu voir que du côté du joueur, la capture est un moment incontournable, déterminé par plusieurs facteurs différents dont les effets se cumulent. Cependant, les effets concrets sur l'action restent relativement flous du point de vue du joueur, qui ne trouvera du sens à la gestion de la mécanique que par la justification donnée par les personnages et sa propre interprétation. Pourtant, le processus est clair et précis. Les relations mathématiques sont juste cachées au joueur. Je vais donc m'empresser de déterrer tout cela afin de l'expliquer.

Chapitre 2

Fonctionnement de la capture

Pour le reste du document, on se base sur le système de la quatrième génération [1]. Les autres jeux utilisent le même principe mais les formules peuvent varier d'un titre à l'autre.

Pour rappel, lorsque l'on lance une *ball* sur un pokémon sauvage, elle va remuer trois fois avant de le capturer, sinon, le pokémon ressortira durant cette phase où la *ball* remue.

Lorsque l'on lance une *ball*, le jeu va calculer un nombre b tel que

$$b = (2^{16} - 1)\sqrt[4]{\frac{a}{2^8 - 1}} = 65535\sqrt[4]{\frac{a}{255}}$$

avec

$$a = \left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right) \times t \times b_{ball} \times b_{statut}$$

où

- $PV_{restants}$ est le nombre de points de vie qu'il reste au pokémon cible
- PV_{max} est le nombre de points de vie total que possédait le pokémon cible au début du combat
- t est le taux de capture du pokémon cible
- b_{ball} est le *bonus ball* de la *ball* utilisée
- b_{statut} est le bonus conféré par l'éventuelle altération de statut du pokémon cible

Je vais devoir faire un aparté sur ces différentes variables.
Chaque pokémon du jeu possède une caractéristique cachée que l'on appelle le *taux de capture*. C'est cette donnée qui est utilisée dans la formule plus haut. Tous les pokémons ne sont pas aussi faciles à capturer que le *Chenipan* des

1. La source utilisée est la page *Poképédia* sur le sujet. C'est de là que je tire les formules de calcul de probabilité que je n'explique pas.

premières hautes herbes du jeu. Pour créer une hiérarchie entre les créatures sur ce plan, une valeur numérique entre 3 et 255 inclus est attribuée à chaque pokémon, et elle sera utilisée à chaque tentative de capture.

Le *bonus ball* est l'avantage apporté par l'utilisation d'une *ball* conférant un bonus d'efficacité. Ce bonus est représenté par un coefficient qui sera utilisé dans la formule ci-dessus.

Le bonus de statut représente l'influence des altérations de statut lors de la capture. À chaque altération est associée un coefficient qui est utilisé dans la formule ci-dessus.

Une fois le nombre b calculé, le jeu va répéter quatre fois les actions suivantes :

1. On génère un nombre $n \in [\![1; 65535]\!]$
2. On compare n et b
3. Si $n > b$, le pokémon s'échappe de la *ball*
4. Sinon, on continue

Pour que le pokémon soit attrapé, il faut que les quatre tests soient passés sans que le pokémon ne s'échappe. Cela signifie que b doit être supérieur ou égal aux quatres nombres générés aléatoirement par le jeu. Lorsque la *ball* remue, cela signifie qu'un test est passé. Si on regarde bien, comme la *ball* remue trois fois, on a bien quatre occasions pour que le pokémon s'échappe : si la ball ne remue pas du tout (premier test), s'il s'échappe après la première secousse (deuxième test), s'il s'échappe après la deuxième secousse (troisième test) et s'il s'échappe après la troisième secousse (quatrième test). Chacune de ces quatre occasions représente un test, et donc une possibilité d'échec de la capture.

Déterminons la probabilité qu'un des quatre nombres générés aléatoirement par le jeu soit inférieur ou égal à b.

Le nombre total d'issues possible est 65535 car $n \in [\![1; 65535]\!]$. De plus, il y a, entre 1 et b, b nombres. On ajoute à cela un dernier nombre, b, car il faut que n soit inférieur ou égal à b pour passer le test. On a donc

$$P(n \leq b) = \frac{b+1}{65535}$$

Notons C l'évènement "le pokémon est capturé".

Pour capturer un pokémon, il faut que le test soit passé quatre fois. On aura donc

$$P(C) = (P(n \leq b))^4 = \left(\frac{b+1}{65535}\right)^4$$

donc l'expression complète de $P(C)$ est

$$P(C) = \left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right)\times t\times b_{ball}\times b_{statut}}{255}}+1}{65535}\right)^4$$

Exemple 1 (Capture d'un Chenipan) *Calculons la probabilité de capturer un Chenipan.*
Chenipan possède un taux de capture $t = 255$, n'a pas perdu de point de vie et n'a subit aucune altération de statut, donc $b_{statut} = 1$. On utilise une poké ball dont le bonus ball $b_{ball} = 1$.

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right) \times 255 \times 1 \times 1}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

Or Chenipan n'a pas perdu de point de vie, donc $PV_{restants} = PV_{max}$.

Donc

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{PV_{max}}{PV_{max}}\right) \times 255}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\frac{1}{3} \times 255}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{1}{3}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) \approx 0,3334$$

La probabilité de capturer le Chenipan est d'environ $0,3334$.

Exemple 2 (Capture d'un Térhal) *Calculons la probabilité de capturer un Térhal.*
Térhal possède un taux de capture $t = 3$, n'a pas perdu de point de vie et n'a subit aucune altération de statut, donc $b_{statut} = 1$. On utilise une poké ball dont le bonus ball $b_{ball} = 1$.

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right) \times 3 \times 1 \times 1}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

Or Térhal n'a pas perdu de point de vie, donc $PV_{restants} = PV_{max}$.

Donc

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\left(1 - \frac{2}{3} \times \frac{PV_{max}}{PV_{max}}\right) \times 3}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\frac{1}{3} \times 3}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) = \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{1}{255}} + 1}{65535} \right)^4$$

$$P(C) \approx 0,0039$$

La probabilité de capturer le Térhal est d'environ $0,0039$.

Ces deux exemples nous montrent comment utiliser la formule du calcul de la probabilité de capture. Le calcul met en évidence la différence nette qu'il peut y avoir entre deux pokémons différents dans leur chance d'être capturés, dans les mêmes conditions. Deux extrêmes ont volontairement été utilisés ici, Chenipan fait partie des pokémons les plus simples à capturer tandis que Térhal est l'un des plus difficile. Ce que nous venons de mettre en valeur dans ce chapître pourrait alors tout à fait être utilisé afin d'optimiser nos comportements dans le jeu et ainsi maximiser nos chances de capture au-delà de ce qu'il nous était permis de voir dans le jeu.

Chapitre 3

Assurer la capture

Maintenant que nous avons compris le fonctionnement mathématique des captures de pokémons, nous pouvons tenter d'estimer le nombre de *balls* nécéssaires afin que la capture du pokémon cible soit quasiment assurée. Afin de faire cela, modélisons la situation avec une variable aléatoire suivant une loi binomiale.
Soit $X \sim B(n, P(C)), n \in \mathbb{N}$, avec C le succès.

Calculons la probabilité que la *ball* fonctionne au moins une fois sur le pokémon.
On a

$$P(X=0) = \binom{n}{0} \times (P(C))^0 \times (1-P(C))^{n-0} = 1 \times 1 \times (1-P(C))^n = (1-P(C))^n$$

Donc

$$P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - (1-P(C))^n$$

Pour avoir une certitude à 99%, on va chercher le plus petit entier naturel n tel que $P(X \geq 1) \geq 0,99$

$$\begin{gathered} P(X \geq 1) \geq 0,99 \\ \Leftrightarrow 1 - (1-P(C))^n \geq 0,99 \\ \Leftrightarrow -(1-P(C))^n \geq -0,01 \\ \Leftrightarrow (1-P(C))^n \leq 0,01 \\ \Leftrightarrow ln((1-P(C))^n) \leq ln(0,01) \\ \Leftrightarrow nln(1-P(C)) \leq ln(0,01) \\ \Leftrightarrow n \geq \frac{ln(0,01)}{ln(1-P(C))} \\ \Leftrightarrow n \geq \frac{ln(0,01)}{ln\left(1 - \left(\frac{65535 \sqrt[4]{\frac{\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right)\times t \times b_{ball} \times b_{statut}}{255}} + 1}{65535}\right)^4\right)} \end{gathered}$$

Donc il suffit de prendre pour valeur minimale de n l'arrondi à l'entier supérieur.

$$\Leftrightarrow n \geq \left\lceil \frac{ln(0,01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right)\times t\times b_{ball}\times b_{statut}}{255}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

Ici, n représente le nombre de lancer de *ball* nécessaire pour que la probabilité de l'attraper sur les n lancers soit supérieure ou égale à 99%. Nous pouvons donc maintenant calculer, en posant des conditions particulières, le nombre de *balls* nécéssaires afin d'être sûr à 99% de capturer un pokémon à partir de son taux de capture.

Créons une fonction pk, que l'on appellera ici la *pokéfonction*, qui associe un taux de capture au nombre de tentatives nécéssaire afin d'être sûr à 99% de capturer la créature. Cette fonction est donc définie pour tout entier naturel $n \in [\![3;255]\!]$ par

$$pk(n) = \left\lceil \frac{ln(0,01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{\left(1-\frac{2}{3}\times\frac{PV_{restants}}{PV_{max}}\right)\times n\times b_{ball}\times b_{statut}}{255}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

Cette fonction dépend aussi des conditions dans lesquelles on lance nos *balls* ainsi que du type de *ball*. Pour les exemples suivant, on va devoir poser un cadre. Dans les exemples suivants, nous n'utiliserons que des *poké balls* et le pokémon cible n'aura pas subit le moindre dégât ni la moindre altération de statut. Il est cependant tout à fait possible de faire varier ces variables afin d'obtenir une formule correspondant à votre situation. Avec les hypothèses décrites, notre formule devient

$$pk(n) = \left\lceil \frac{ln(0,01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{n}{765}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

Exemple 3 (Nombre de lancers pour un Chenipan)
Combien de lancers faut il effectuer afin d'être sûr à 99% *de capturer un Chenipan.*
Utilisons la pokéfonction. On sait que le taux de capture de Chenipan est de 255 donc

$$pk(255) = \left\lceil \frac{ln(0{,}01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{255}{765}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

$$pk(255) = \left\lceil \frac{ln(0{,}01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{1}{3}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

$$pk(255) = 12$$

Il faut donc lancer 12 poké balls afin d'être sûr à 99% *d'attraper le Chenipan.*

Exemple 4 (Nombre de lancers pour un Térhal)
Combien de lancers faut il effectuer afin d'être sûr à 99% *de capturer un Térhal.*
Utilisons la pokéfonction. On sait que le taux de capture de Térhal est de 3 donc

$$pk(3) = \left\lceil \frac{ln(0{,}01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{3}{765}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

$$pk(3) = \left\lceil \frac{ln(0{,}01)}{ln\left(1-\left(\frac{65535\sqrt[4]{\frac{1}{255}}+1}{65535}\right)^4\right)} \right\rceil$$

$$pk(3) = 1172$$

Il faut donc lancer 1172 poké balls afin d'être sûr à 99% *d'attraper le Térhal.*

Conclusion

Cette analyse de la mécanique de la capture de pokémons nous permet de la démystifier, de la rendre plus abordable et de nous l'approprier. Nous avons maintenant une pleine conscience de ce qu'il se passe lorsque nous capturons. Savoir exactement comment influent les différents paramètres offre une nouvelle expérience de jeu, qui permet de favoriser des pratiques optimales afin de mieux réussir. Certains diront que cela enlève la magie et le sentiement d'immersion que l'on peut avoir lorsque l'on parcourt ces jeux. C'est une réalité. On ne voit plus l'univers comme un monde à découvrir mais comme une énorme machine aux rouages complexes. Certains apprécient explorer des oeuvres vidéoludiques sous ce prisme, et y trouvent leur compte. L'étude faite ici est laissée pour qui voudra connaitre la vérité, et voir au-delà des apparences.