Theo 1 Abgabe 2

Nick Daiber

November 29, 2024

1

$$\begin{aligned}\langle\langle LK\rangle\rangle &= \{w_1,\dots,w_n|\exists w = a_1\dots a_n \in L \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } w_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \{w_1,\dots,w_k,w_{k+1},\dots,w_n|\exists w = a_1\dots a_n \in L \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } w_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \{v_1,\dots,v_k,u_1,\dots,u_{n-k}|\exists u,v = a_1\dots a_n \in L \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } u_i,v_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \{v_1,\dots,v_k|\exists v = a_1\dots a_n \in L \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } v_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &\quad \{u_1,\dots,u_{n-k}|\exists u = a_1\dots a_n \in L \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } u_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \langle\langle L\rangle\rangle\langle\langle K\rangle\rangle\end{aligned}$$

b

Sei $\hat{L} = \{w \in L^* || w| = i\}$

$$\begin{aligned}\langle\langle L^*\rangle\rangle &= \{w_1\dots w_n|\exists w = a_1\dots a_n \in L^* \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } w_i \in L_{a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \{w_1\dots w_n|\exists w = a_1\dots a_n \in \bigcup_{m\in\mathbb{N}} \hat{L}_m \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } w_i \in \bigcup_{m\in\mathbb{N}} \hat{L}_{m\,a_i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \bigcup_{m\in\mathbb{N}} \{w_1\dots w_n|\exists w = a_1\dots a_n \in \hat{L}_m \text{ mit } a_i \in \Sigma \text{ und } w_i \in L_{m\,a\,i} \text{ für } i = 1,\dots,n\}\\ &= \langle\langle L\rangle\rangle^*\end{aligned}$$

c

Seien L_1 und L_2 zwei Reguläre Sprachen und R_1, R_2 reguläre Ausdrücke mit $L(R_1) = L_1$ und $L(R_2) = L_2$ Dann ist $R_1|R_2 = L(L_1 \cup L_2)$ auch Regulär. Also ist $\langle\langle L\rangle\rangle = \bigcup_{1\le i\le n: a_i\in\Sigma, L} L_{a\,i}$ auch regulär

d

Sei $\Sigma = \{a, b\}, L = \{a^n b^n\}$,$\mathrm{L}_a = \{a\}, L_b = \{a\}$ So sind $\langle\langle L\rangle\rangle = \{a^{2n}\}, L_a, L_b$ regulär aber L nicht.

2

Seien L_1, L_2 reguläre Sprachen und A_1, A_2 DFAs mit $L(A_1) = L_1, L(A_2) = L_2$. Nun konstruieren wir den Produktautomaten A_p von A_1 und A_2 Nun ändern wir die akzeptierten Zustandspaare (q_1, q_2) zu denen wo $q_1 \in F_1 \wedge q_2 \notin F_2$ somit ist $L(A_p) = L_1 \setminus L_2$ und $L_1 \setminus L_2$ eine reguläre Sprache. da $L_1 \cup L_2$ auch regulär (siehe 1.c) ist $L_1 \Delta L_2$ regulär.