

Mathe 08

Nick Daiber

December 12, 2024

1

a

i

$$(5x - 2)^2 = 4$$

$$25x^2 - 20x + 4 = 4$$

$$25x^2 - 20x = 0$$

$$x(25x - 20) = 0$$

$$x_1 = 0, x_2 = \frac{4}{5}$$

ii

$$|x - 5| = \frac{1}{4}$$

$$x_1 - 5 = \frac{1}{4}$$

$$x_1 = \frac{21}{4}$$

$$x_2 - 5 = \frac{1}{4}$$

$$x_2 = 5 + \frac{1}{4} = \frac{21}{4}$$

iii

$$\left| \frac{2x-5}{x-1} \right| = 4$$

$$\frac{2x_1-5}{x_1-1} = 4$$

$$2x_1-5 = 4x_1-4$$

$$-2x_1 = 1$$

$$x_1 = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2x_2-5}{x_2-1} = -4$$

$$2x_2-5 = -4x_2+4$$

$$6x_2 = 9$$

$$x_2 = \frac{3}{2}$$

iv

$$|2x-3| + |x+1| \geq |2x-3|$$

$$|2x-3| = 1$$

$$2x_1-3 = 1$$

$$2x_1 = 4$$

$$x_1 = 2$$

$$2x_2-3 = -1$$

$$2x_2 = 2$$

$$x_2 = 1$$

Da $|2 \cdot 1.5 - 3| < 1$ ist $|2x-3| > 1$ und $|2x-3| + |x+1| > 1$ für $x \in \mathbb{R} \setminus [1, 2]$
 $|2x-3| + |x+1| \geq |x+1|$

$$|x+1| = 1$$

$$x_1+1 = 1$$

$$x_1 = 0$$

$$x_2+1 = -1$$

$$x_2 = -2$$

Da $|-1+1| < 1$ ist $|x+1| > 1$ und $|2x-3| + |x+1| > 1$ für $x \in \mathbb{R} \setminus [-2, 0]$
und damit ist $|2x-3| + |x+1| > 1$ für alle $x \in \mathbb{R}$

b

i

$$|2x-3| \leq 1 \text{ für } x \in [1, 2] \text{ (siehe a.iv)}$$

ii

$$|2x-3| \geq 1 \text{ für } x \in \mathbb{R} \setminus (1, 2) \text{ (siehe a.iv)}$$

iii

$$|5 - \frac{2}{x}| = 1$$

$$5 - \frac{2}{x_1} = -1$$

$$\frac{2}{x_1} = 6$$

$$x_1 = \frac{1}{3}$$

$$5 - \frac{2}{x_2} = 1$$

$$\frac{2}{x_2} = 4$$

$$x_2 = \frac{1}{2}$$

da $|5 - \frac{2}{\frac{1}{12}}| = \frac{1}{5} < 1$ gilt $|5 - \frac{2}{x}| < 1$ für $x \in \mathbb{R} \setminus ((\frac{1}{3}, \frac{1}{2}) \cup 0)$

iv

$$(x - 1)^2 = 4$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x + 1)(x - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 3$$

da $(1 - 1)^2 = 0 < 4$ gilt $(x - 1)^2 < 4$ für alle $x \in (-1, 3)$

v

$$x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x - 1)(x + 1) = 0$$

$$x_1 = 1, x_2 = -1$$

da $0^2 - 0 - 2 = -2 \leq 0$ gilt $x^2 - x - 2 \leq 0$ für alle $x \in [-1, 1]$