1

- $\mathbb{N}$ sind die Natürlichen Zahlen
- $\mathbb{Z}$ sind die Ganzen Zahlen
- $\in$ beschreibt die zugehörigkeit zu einer Menge
- ε leeres Wort
- Σ Alphabet
- Σ^* Menge aller Wörter
- $\emptyset$ leere Menge
- $\exists$ Existenzquantor

2

1. $A \subsetneq B$: Aussage
2. $A \setminus B$: Menge
3. $A \cap B$: Menge
4. $A \subseteq B$: Aussage
5. $A \subset B$: Aussage
6. $A \nsubseteq B$: Aussage
7. $A \cup B$: Aussage
8. $\mathbb{P}(A)$: Menge
9. 2^A: Menge

3

3.1

$\Sigma^n = \{(w_1, w_2, \ldots, w_n) | w_1, w_2, \ldots, w_n \in \Sigma\}$

3.2

$\Sigma^{\leq n} = \bigcup\limits_{k \leq n} \Sigma^n$

3.3

$$\begin{aligned}
\Sigma^k\Sigma^l &= \{uv|u \in \Sigma^k, v \in \Sigma^l\} \\
&= \{uv|u \in \{x \in \Sigma^*|\ |x| \leq k\}, v \in \{y \in \Sigma^*|\ |y| \leq l\}\} \\
&= \{\sigma \in \Sigma^*|\ |\sigma| \leq k + l\} \\
&= \Sigma^k\Sigma^l
\end{aligned}$$

3.4

$$\begin{aligned}
\Sigma^k\Sigma^l &= \{\sigma \in \Sigma^*|\ |\sigma| \leq k + l\} \\
&= \{\sigma \in \Sigma^*|\ |\sigma| \leq l + k\} \\
&= \Sigma^l\Sigma^k
\end{aligned}$$

3.5

- $L = \{0, 1\}$
- $K = \{2, 3\}$

4

4.1

$\Sigma = \{a, b\}$
$V = \{S, A, B\}$
$P = \{S \to AB, AB \to AABB, A \to (a, \varepsilon), B \to (b, \varepsilon)\}$

4.2

$\Sigma = \{a, b\}$
$V = \{S, A\}$
$P = \{S \to A, A \to (bA, b)\}$

4.3

4.3.1

Nein, Sei $L^{'}$ eine Sprache vom Typ 2, so kann diese von einer Grammatik $G^{'}$ vom Typ 2 erzeugt werden. Da $G^{'}$ vom Typ 2 ist, ist $G^{'}$ ebenfalls vom Typ 1 und $L(G^{'})$ ist auch vom Typ 1.

4.3.2

Ja

4.3.3

Nein, Sei $G = (V, \Sigma, \{S \to AB, \ldots\})$ ist vom Typ 0, aber nicht typ 3

4.4

Nein, Sei $L((\{S, A\}, \{a\}, \{S \to A, A \to (aA, \varepsilon)\}, S))$

5

5.1

Sei $L^* = \{a, b\}$, dann ist $(L^*)* = \{\{a, b\}, \ldots\}$
Anmerkung: $L^{\Omega(1)} = L^*$ usw, $\lim\limits_{n \to \infty} L^{\Omega(n)}$

5.2

Nein, wieder Wörter aus Mengen bzw menge aus Wörtern

5.3

Nein, wieder Wörter aus Mengen bzw menge aus Wörtern

5.4

$$\begin{aligned}
L(K \cap P) &= L\{w|w \in K \wedge w \in P\} \\
&= \{lv|l \in L, v \in \{w|w \in K \wedge w \in P\}\} \\
&= \{lv|l \in L, v \in K \wedge v \in P\}\} \\
&= \{lk|l \in L, k \in K\} \cap \{lp|l \in L, p \in P\} \\
&= LK \cap LP
\end{aligned}$$

5.5

$$\begin{aligned}
L(K \cup P) &= L\{w|w \in K \vee w \in P\} \\
&= \{lv|l \in L, v \in \{w|w \in K \vee w \in P\}\} \\
&= \{lv|l \in L, v \in K \vee v \in P\}\} \\
&= \{lk|l \in L, k \in K\} \cup \{lp|l \in L, p \in P\} \\
&= LK \cup LP
\end{aligned}$$

6

6.1

Typ 2
$\{(aa)^n bb^n\}$

6.2

Typ 3
$\{a, b\}^*$

6.3

Typ 1
$\{a + b+\}$