

DẠNG TOÁN 18: SỐ PHỨC LIÊN HỢP
I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:
1. Định nghĩa số phức
⊛ Định nghĩa:

- Một số phức là một biểu thức dạng $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ và $i^2 = -1$, trong đó: i được gọi là đơn vị ảo, a được gọi là phần thực và b được gọi là phần ảo của số phức.

$$z = a + bi$$

- Tập hợp các số phức được kí hiệu là \mathbb{C} . $\mathbb{C} = \{a + bi / a, b \in \mathbb{R}; i^2 = -1\}$.

• Chú ý:

- Khi phần ảo $b = 0 \Leftrightarrow z = a$ là số thực.
- Khi phần thực $a = 0 \Leftrightarrow z = bi \Leftrightarrow z$ là số thuần ảo.
- Số $0 = 0 + 0i$ vừa là số thực, vừa là số ảo.

- Hai số phức bằng nhau: $a + bi = c + di \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ với $a, b, c, d \in \mathbb{R}$.

- Hai số phức $z_1 = a + bi$; $z_2 = -a - bi$ được gọi là hai số phức đối nhau.

2. Số phức liên hợp.

- Số phức liên hợp của $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ là $a - bi$ và được kí hiệu bởi \bar{z} . Rõ ràng $\overline{\bar{z}} = z$

3. Biểu diễn hình học.

- Trong mặt phẳng phức Oxy (Ox là trục thực, Oy là trục ảo), số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ được biểu diễn bằng điểm $M(a; b)$.

4. Mô đun của số phức.

- Mô đun của số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.

5. Các phép toán trên tập số phức.

Cho hai số phức: $z = a + bi$; $z' = a' + b'i$ với $a, b, a', b' \in \mathbb{R}$ và số $k \in \mathbb{R}$.

- Tổng hai số phức: $z + z' = a + a' + (b + b')i$.
- Hiệu hai số phức: $z - z' = a - a' + (b - b')i$.
- Nhân hai số phức: $z \cdot z' = (a + bi)(a' + b'i) = (a \cdot a' - b \cdot b') + (a \cdot b' + a' \cdot b)i$.
- Nếu $z \neq 0$ thì $\frac{z'}{z} = \frac{z' \cdot \bar{z}}{|z|^2}$, nghĩa là nếu muốn chia số phức z' cho số phức $z \neq 0$ thì ta nhân cả tử và mẫu của

thương $\frac{z'}{z}$ cho \bar{z} .

6. Căn bậc 2 của số thực âm.

- Căn bậc hai của số thực a âm là $\pm i\sqrt{|a|}$.

7. Giải phương trình bậc 2 trên tập số phức.

Cho phương trình bậc 2: $az^2 + bz + c = 0$ (1) Trong đó a, b, c là những số thực và $a \neq 0$.

- Xét biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$.

• Nếu $\Delta > 0$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm thực phân biệt: $z_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}; z_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$.

• Nếu $\Delta < 0$ thì phương trình (1) có 2 nghiệm phức phân biệt: $z_1 = \frac{-b + i\sqrt{|\Delta|}}{2a}; z_2 = \frac{-b - i\sqrt{|\Delta|}}{2a}$.

• Nếu $\Delta = 0$ thì phương trình (1) có nghiệm kép: $z_1 = z_2 = \frac{-b}{2a}$.

II. CÁC DẠNG BÀI TẬP TƯƠNG TỰ

- Thực hiện các phép toán.
- Tìm phần thực, phần ảo.
- Số phức liên hợp.
- Tính mô đun của số phức.
- Phương trình bậc nhất theo z (và liên hợp của z).
- Hỏi tổng hợp về các khái niệm.

BÀI TẬP MẪU

(ĐỀ MINH HỌA - BDG 2020 - 2021) Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 2i$ là

A. $\bar{z} = 3 - 2i$.

B. $\bar{z} = 2 + 3i$.

C. $\bar{z} = -3 + 2i$.

D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

Phân tích hướng dẫn giải

1. DẠNG TOÁN: Đây là dạng toán xác định số phức liên hợp khi đã biết số phức..

2. HƯỚNG GIẢI:

B1: Số phức z có dạng: $z = a + bi$.

B2: Số phức liên hợp của số phức z có dạng: $\bar{z} = a - bi$.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

Lời giải

Chọn A

Số phức $z = 3 + 2i$ có số phức liên hợp là $\bar{z} = 3 - 2i$.

Bài tập tương tự và phát triển:

🔗 Mức độ 1

Câu 1. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = -i$.

A. $\bar{z} = i$.

B. $\bar{z} = 1$.

C. $\bar{z} = -i$.

D. $\bar{z} = -1$.

Lời giải

Câu 2. Cho số phức $z = -2 + 3i$. Số phức liên hợp của z là?

A. $\bar{z} = \sqrt{13}$.

B. $\bar{z} = 2 - 3i$.

C. $\bar{z} = 3 - 2i$.

D. $\bar{z} = -2 - 3i$.

Lời giải

Câu 3. Số phức z thỏa mãn $\bar{z} = -3 - 2i$ là

A. $z = -3 - 2i$

B. $z = -3 + 2i$

C. $z = 3 - 2i$

D. $z = 3 + 2i$

Lời giải

Câu 4. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2+i)(-3i)$.

A. $\bar{z} = 3 - 6i$.

B. $\bar{z} = 3 + 6i$.

C. $\bar{z} = -3 + 6i$.

D. $\bar{z} = -3 - 6i$.

Lời giải:

Câu 5. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2-3i)(3+2i)$.

A. $\bar{z} = 12 - 5i$.

B. $\bar{z} = -12 + 5i$.

C. $\bar{z} = -12 - 5i$.

D. $\bar{z} = 12 + 5i$.

Lời giải:

Câu 6. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = 3(2+3i) - 4(2i-1)$.

A. $10 + i$.

B. $-10 - i$.

C. $1 - 10i$.

D. $10 - i$.

Lời giải:

Câu 7. Tìm số phức liên hợp của số phức z biết $z = i.z + 2$.

A. $1 - i$.

B. $-1 + i$.

C. $-1 - i$.

D. $1 + i$.

Lời giải:

Câu 8. Cho các số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Số phức liên hợp của số phức $w = 2(z_1 + z_2)$ là

A. $\bar{w} = 28i$.

B. $\bar{w} = 8 + 10i$.

C. $\bar{w} = 12 - 16i$.

D. $\bar{w} = 12 + 8i$.

Lời giải:

Câu 9. Kí hiệu a, b lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức $z = -4 - 3i$. Tìm a, b .

A. $a = 4, b = 3$.

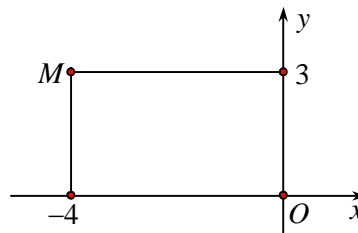
B. $a = -4, b = -3i$.

C. $a = -4, b = 3$.

D. $a = -4, b = -3$.

Lời giải:

Câu 10. Cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần thực và phần ảo của số phức z .



A. Phần thực là 3 và phần ảo là -4 .

B. Phần thực là -4 và phần ảo là $3i$.

C. Phần thực là 3 và phần ảo là $-4i$.

D. Phần thực là -4 và phần ảo là 3.

Lời giải:

- Câu 11.** Cho số phức z có số phức liên hợp $\bar{z} = 3 - 2i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng.
- A. -1 . B. 1 . C. -5 . D. 5 .

Lời giải:

- Câu 12.** Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của của số phức liên hợp \bar{z} .
- A. $-2i$. B. -2 . C. 2 . D. $2i$.

Lời giải:

- Câu 13.** Cho số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Phần thực và phần ảo của số phức $z_1 - 2z_2$ là.
- A. Phần thực là -3 và phần ảo là $8i$. B. Phần thực là -3 và phần ảo là 8 .
C. Phần thực là -3 và phần ảo là -8 . D. Phần thực là 3 và phần ảo là 8 .

Lời giải:

- Câu 14.** Cho số phức $z = 1 - \sqrt{2}i$. Tìm phần ảo của số phức $P = \frac{1}{z}$.
- A. $-\sqrt{2}$. B. $-\sqrt{2}$. C. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải:

🔗 Mức độ 2

- Câu 1.** Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{3+2i} = 1-i$. Số phức liên hợp \bar{z} là.
- A. $\bar{z} = 5 + i$. B. $\bar{z} = -5 - i$. C. $\bar{z} = -1 - 5i$. D. $\bar{z} = -1 + 5i$.

Lời giải

- Câu 2.** Tìm số phức liên hợp của số phức $z = (2+i)(-1+i)(2i+1)^2$.
- A. $\bar{z} = 5 + 15i$. B. $\bar{z} = 5 + 5i$. C. $\bar{z} = 1 + 3i$. D. $\bar{z} = 5 - 15i$.

Lời giải:

- Câu 3.** Số phức liên hợp của số phức $z = \frac{(1-\sqrt{3}i)^3}{1-i}$ là
- A. $\bar{z} = -4 + 4i$. B. $\bar{z} = 4 - 4i$. C. $\bar{z} = -4 - 4i$. D. $\bar{z} = 4 + 4i$.

Lời giải

Câu 4. Tìm số phức \bar{z} thỏa mãn $\frac{2+i}{1-i}z = \frac{-1+3i}{2+i}$.

A. $-\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$.

B. $\frac{22}{25} + \frac{4}{25}i$.

C. $\frac{22}{25} - \frac{4}{25}i$.

D. $\frac{22}{25}i + \frac{4}{25}$.

Lời giải

Câu 5. Cho hai số phức $z = 1 + 3i$, $w = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $u = \bar{z} \cdot w$.

A. 5.

B. $-7i$.

C. -7 .

D. $5i$.

Lời giải.

Câu 6. Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z = 7+5i$. Số phức liên hợp \bar{z} của số phức z là

A. $\bar{z} = \frac{31}{5} - \frac{1}{5}i$.

B. $\bar{z} = \frac{31}{13} - \frac{1}{13}i$.

C. $\bar{z} = -\frac{31}{13} + \frac{1}{13}i$.

D. $\bar{z} = -\frac{31}{5} + \frac{1}{5}i$.

Lời giải

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)z = 14-2i$. Tổng phần thực và phần ảo của \bar{z} bằng:

A. -4 .

B. 14.

C. 4.

D. -14 .

Lời giải.

Câu 8. Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Hiệu phần thực và phần ảo của số phức z là:

A. 0

B. 2

C. 1

D. 3.

Lời giải.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $(4+7i)z - (5-2i) = 6iz$. Tìm phần ảo của số phức z ?

A. $\frac{18}{17}$.

B. $-\frac{18}{17}$.

C. $-\frac{13}{17}$.

D. $\frac{13}{17}$.

Lời giải:

Câu 10. Cho số phức $z = 1 + 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = 2z + \bar{z}$.

A. Phần thực là 2 và phần ảo là 3.

B. Phần thực là 3 và phần ảo là $2i$.

C. Phần thực là $2i$ và phần ảo là 3.

D. Phần thực là 3 và phần ảo là 2.

Lời giải:

Câu 11. Cho số phức $z = a + bi$. Số phức z^2 có phần ảo là?

A. $2ab$.

B. a^2b^2 .

C. $a^2 - b^2$.

D. $2abi$.

Lời giải:

Câu 12. Gọi $z_1; z_2$ là các nghiệm của phương trình $z^2 - 3z + 5 = 0$. Mô đun của số phức $(2\overline{z_1} - 3)(2\overline{z_2} - 3)$ bằng

A. 7.

B. 11.

C. 29.

D. 1.

Lời giải:

↪ Mức độ 3

Câu 1. Có bao nhiêu số phức z thỏa $\left| \frac{z+1}{i-z} \right| = 1$ và $\left| \frac{z-i}{2+z} \right| = 1$?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. $y = 2$.

Lời giải:

Câu 2. Cho số phức $z = \left(\frac{2+6i}{3-i} \right)^m$, m nguyên dương. Có bao nhiêu giá trị $m \in [1; 50]$ để z là số thuần ảo?

A. 24.

B. 26.

C. 25.

D. 50.

Lời giải:

Câu 3. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(1+i)z + \bar{z}$ là số thuần ảo và $|z - 2i| = 1$.

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. Vô số.

Lời giải:

Câu 4. Cho số phức $z = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{1+i}\right)^3$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{z} ?

- A. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $2i$. B. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng $-2i$. D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng -2 .

Lời giải:

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(3+2i)z + (2-i)^2 = 4+i$. Tìm phần ảo của số phức $w = (1+z)\bar{z}$

- A. -1 . B. 0 . C. $-i$. D. -2 .

Lời giải:

Câu 6. Tìm phần ảo của số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = (2-i)^3(1-i)$.

- A. -9 . B. 13 . C. -13 . D. 9 .

Lời giải:

Câu 7. Nếu số phức $z \neq 1$ thỏa mãn $|z|=1$ thì phần thực của $\frac{1}{1-z}$ bằng:

- A. 1 . B. $\frac{1}{2}$. C. 2 . D. 4 .

Lời giải:

Câu 8. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=2$ và $|z_1+z_2|=3$. Giá trị của $|z_1-z_2|$ là:

- A. 0 . B. 1 . C. 2 . D. một giá trị khác.

Lời giải:

Câu 9. Cho 2 số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1|=1, |z_2|=1, |z_1+z_2|=\sqrt{3}$. Khi đó $|z_1-z_2|$ bằng:

- A. 2 . B. $\sqrt{3}$. C. $2-\sqrt{3}$. D. 1 .

Lời giải:

Câu 10. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

A. $S = \frac{7}{3}$.

B. $S = -5$.

C. $S = 5$.

D. $S = -\frac{7}{3}$.

Lời giải:

Câu 11. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 3i| = 3\sqrt{2}$ và $(z + 2i)^2$ là số thuần ảo?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải:

Câu 12. Cho số phức z thỏa $\bar{z} = \frac{(1 - i\sqrt{3})^3}{1 - i}$. Môđun của số phức $\bar{z} + iz$ bằng.

A. $8\sqrt{2}$.

B. $2\sqrt{2}$.

C. $4\sqrt{2}$.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải:

Câu 13. Cho số phức z thỏa điều kiện $\frac{1+5i}{1+i}z + \bar{z} = 10 - 4i$. Tính môđun của số phức $w = 1 + iz + z^2$.

A. $|w| = 5$.

B. $|w| = \sqrt{47}$.

C. $|w| = 6$.

D. $|w| = \sqrt{41}$.

Lời giải:

Câu 14. Biết số phức z có phần ảo khác 0 và thỏa mãn $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$ và $z \cdot \bar{z} = 25$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức z trên?

A. $P(4; -3)$

B. $N(3; -4)$

C. $M(3; 4)$

D. $Q(4; 3)$

Lời giải:

Câu 15. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 5$ và $z \cdot \bar{z} = 10$. Tính $P = a - b$.

A. $P = 4$

B. $P = -4$

C. $P = -2$

D. $P = 2$

Lời giải:

Câu 16. Số phức $z = a + bi$ (với a, b là số nguyên) thỏa mãn $(1 - 3i)z$ là số thực và $|\bar{z} - 2 + 5i| = 1$. Khi đó $a + b$ là

A. 9

B. 8

C. 6

D. 7

Lời giải:

🔗 **Mức độ 4**

Câu 1. Cho số phức $w = 1 + (1 + i) + (1 + i)^2 + (1 + i)^3 + \dots + (1 + i)^{20}$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức \bar{w} .

A. Phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $(1 + 2^{10})$.

B. Phần thực bằng -2^{10} và phần ảo bằng $-(1 + 2^{10})$.

C. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng $(1 + 2^{10})$.

D. Phần thực bằng 2^{10} và phần ảo bằng $-(1 + 2^{10})$.

Lời giải

Câu 2. Cho số phức $z \neq 0$ thỏa mãn $\frac{iz - (3i + 1)\bar{z}}{1 + i} = |z|^2$. Số phức $w = \frac{13}{3}iz$ có môđun bằng:

A. 26.

B. $\sqrt{26}$.

C. $\frac{3\sqrt{26}}{2}$.

D. 13.

Lời giải

Câu 3. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z + 2w| = 3$, $|2z + 3w| = 6$ và $|z + 4w| = 7$. Tính giá trị của biểu thức

$$P = z \cdot \overline{w} + \overline{z} \cdot w.$$

A. $P = -14i$.

B. $P = -28i$.

C. $P = -14$.

D. $P = -28$.

Lời giải

Câu 4. Cho các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 1$ và $z_1^3 + z_2^3 + z_3^3 + z_1 z_2 z_3 = 0$. Đặt

$z = z_1 + z_2 + z_3$, giá trị của $|z|^3 - 3|z|^2$ bằng:

A. $\{-2; 2\}$.

B. $\{-2; -4\}$.

C. $\{-4; 4\}$.

D. $\{2; 4\}$.

Lời giải

Câu 5. Xét số phức z thỏa mãn $(1+2i)|z| = \frac{\sqrt{10}}{z} - 2+i$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\frac{3}{2} < |z| < 2$.

B. $|z| > 2$.

C. $|z| < \frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{2} < |z| < \frac{3}{2}$.

Lời giải:

Câu 6. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-4-i)+2i=(5-i)z$?

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Lời giải:

Câu 7. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $|z|(z-6-i)+2i=(7-i)z$?

A. 2

B. 3

C. 1

D. 4

Lời giải:

Câu 8. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-3-i)+2i=(4-i)z$?

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

Lời giải:

Câu 9. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z+1-2i|=\left|\overline{z}+3+4i\right|$ và $\frac{z-2i}{z+i}$ là một số thuần ảo ?

A. 0.

B. Vô số.

C. 1.

D. 2.

Lời giải:

Câu 10. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z-5-i)+2i=(6-i)z$?

A. 1

B. 3

C. 4

D. 2

Lời giải: