

## DẠNG TOÁN 19: CÁC PHÉP TOÁN VỀ SỐ PHỨC

**I. KIẾN THỨC CẦN NHỚ:****1. Các phép toán về số phức.****☛ Định nghĩa:****Khái niệm số phức**

Số phức (dạng đại số):  $z = a + bi$ . Trong đó  $a, b \in \mathbb{R}$ ;  $a$  là phần thực,  $b$  là phần ảo.

**Hai số phức bằng nhau**

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = c + di$  ( $c, d \in \mathbb{R}$ ). Khi đó  $z_1 = z_2 \Leftrightarrow \begin{cases} a = c \\ b = d \end{cases}$ .

**Phép cộng số phức**

Cho hai số phức  $z_1 = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) và  $z_2 = c + di$  ( $c, d \in \mathbb{R}$ ).

Khi đó  $z_1 + z_2 = (a + c) + (b + d)i$ ;  $z_1 - z_2 = (a - c) + (b - d)i$

**Số phức liên hợp**

Số phức liên hợp của  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) là  $\bar{z} = a - bi$ .

**Mô đun của số phức**

Với  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) ta có  $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$

**BÀI TẬP MẪU**

**Câu 1:** Cho hai số phức  $z = 3 + i$  và  $w = 2 + 3i$ . Số phức  $z - w$  bằng

A.  $1 + 4i$ B.  $1 - 2i$ C.  $5 + 4i$ D.  $5 - 2i$ *Phân tích hướng dẫn giải*

**1. DẠNG TOÁN:** Đây là dạng toán tìm hiệu của hai số phức

**2. HƯỚNG GIẢI:**

**B1:**  $z = 3 + i$

**B2:**  $w = 2 + 3i$

**B3:** Tính tổng phần thực và phần ảo.

Từ đó, ta có thể giải bài toán cụ thể như sau:

**Lời giải****Chọn B**

Ta có:  $z = 3 + i$  và  $w = 2 + 3i$ . Do đó  $z - w = (3 + i) - (2 + 3i) = 1 - 2i$

*Bài tập tương tự và phát triển:***☛ Mức độ 1**

**Câu 1:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 - 4i$  và  $z_2 = 1 - 3i$ . Phần ảo của số phức  $z_1 + i\bar{z}_2$  bằng

A.  $5$ .B.  $3i$ .C.  $-5i$ .D.  $-3$ .**Lời giải**

**Câu 2:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 - 8i$  và  $z_2 = 5 + 6i$ . Phần ảo của số phức liên hợp  $z = z_2 - i\bar{z}_1$  bằng

A.  $5$ .B.  $5i$ .C.  $-5$ .D.  $-5i$ .

- Câu 3:** Cho hai số phức  $z_1 = 2 + 3i$  và  $z_2 = 6i$ . Phần ảo của số phức  $z = iz_1 - \overline{z_2}$  bằng
- A.  $-4i$ .                      B.  $-4$ .                      C.  $8i$ .                      D.  $8$ .

Lời giải

- Câu 4:** Cho hai số phức  $z_1 = 1 + 2i$  và  $z_2 = 2 - 3i$ . Phần ảo của số phức liên hợp  $z = 3z_1 - 2z_2$ .
- A.  $12$ .                      B.  $-12$ .                      C.  $1$ .                      D.  $-1$ .

Lời giải

- Câu 5:** Cho hai số phức  $z_1 = 5 - 2i$  và  $z_2 = 3 - 4i$ . Số phức liên hợp của số phức  $w = \overline{z_1} + z_2 + 2z_1\overline{z_2}$  là
- A.  $54 + 26i$ .                      B.  $54 - 30i$ .                      C.  $-54 - 26i$ .                      D.  $54 - 26i$ .

Lời giải

- Câu 6:** Cho số phức  $z = 5 - 3i$ . Phần thực của số phức  $w = 1 + \overline{z} + \left(\overline{z}\right)^2$  bằng
- A.  $22$ .                      B.  $-22$ .                      C.  $33$ .                      D.  $-33$ .

Lời giải

- Câu 7:** Cho hai số phức  $z_1 = 4 - 3i + (1 - i)^3$  và  $z_2 = 7 + i$ . Phần thực của số phức  $w = \overline{2z_1z_2}$  bằng
- A.  $9$ .                      B.  $2$ .                      C.  $18$ .                      D.  $-74$ .

Lời giải

- Câu 8:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(1 + 2i)z = 5(1 + i)^2$ . Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức  $w = \overline{z} + iz$  bằng:
- A.  $2$ .                      B.  $4$ .                      C.  $6$ .                      D.  $8$ .

Lời giải

**Câu 9:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $(2+i)z + \frac{2(1+2i)}{1+i} = 7+8i$ . Kí hiệu  $a, b$  lần lượt là phần thực và phần ảo của số phức  $w = z + 1 + i$ . Tính  $P = a^2 + b^2$ .

A. 13.

B. 5.

C. 25.

D. 7.

Lời giải

**Câu 10:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$ . Tìm phần ảo  $b$  của số phức  $z$ .

A.  $b = 3$ .

B.  $b = -3$ .

C.  $b = 3i$ .

D.  $b = 2$ .

Lời giải

### ↪ Mức độ 2

**Câu 1:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $iz = 2(\bar{z} - 1 - i)$ . Tính  $S = ab$ .

A.  $S = -4$ .

B.  $S = 4$ .

C.  $S = 2$ .

D.  $S = -2$ .

Lời giải

**Câu 2:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn  $z\bar{z} = 10(z + \bar{z})$  và  $z$  có phần ảo bằng ba lần phần thực?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

**Câu 3:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa  $(1+i)z + 2\bar{z} = 3 + 2i$ . Tính  $P = a + b$ .

A.  $P = \frac{1}{2}$ .

B.  $P = 1$ .

C.  $P = -1$ .

D.  $P = -\frac{1}{2}$ .

Lời giải

**Câu 4:** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $5\bar{z} + 3 - i = (-2 + 5i)z$ . Tính  $P = |3i(z-1)|^2$ .

A.  $P = 144$ .

B.  $P = 3\sqrt{2}$ .

C.  $P = 12$ .

D.  $P = 0$ .

Lời giải

**Câu 5:** Cho số phức  $z = a + bi$  ( $a, b \in \mathbb{R}$ ) thỏa mãn  $z + 2 + i - |z|(1+i) = 0$  và  $|z| > 1$ . Tính  $P = a + b$ .

A.  $P = -1$ .

B.  $P = -5$ .

C.  $P = 3$ .

D.  $P = 7$ .

Lời giải

**Câu 6:** Tìm môđun của số phức  $z$  biết  $z - 4 = (1+i)|z| - (4+3z)i$ .

A.  $|z| = \frac{1}{2}$ .

B.  $|z| = 2$ .

C.  $|z| = 4$ .

D.  $|z| = 1$ .

Lời giải

**Câu 7:** Có bao nhiêu số phức  $z$  thỏa mãn điều kiện  $z^2 = |z|^2 + \bar{z}$ ?

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải



A.  $A = 2^{1010}$ .

B.  $A = -2^{1010}$ .

C.  $A = 2^{1010}i$ .

D.  $A = -2^{1010}i$ .

Lời giải

**Câu 2.** Trong mặt phẳng  $Oxy$ , gọi  $A, B, C$  lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức  $z_1 = -3i$ ,  $z_2 = 2 - 2i$ ,  $z_3 = -5 - i$ . Gọi  $G$  là trọng tâm của tam giác  $ABC$ . Hỏi  $G$  là điểm biểu diễn số phức nào trong các số phức sau:

A.  $z = -1 - 2i$ .

B.  $z = 2 - i$ .

C.  $z = -1 - i$ .

D.  $z = 1 - 2i$ .

Lời giải

**Câu 3.** Cho các số phức  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $|z_1 + z_2| = \sqrt{3}$ ,  $|z_1| = |z_2| = 1$ . Tính  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2$ .

A.  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 0$ .

B.  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 1$ .

C.  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = 2$ .

D.  $\overline{z_1 z_2} + \overline{z_1} z_2 = -1$ .

Lời giải

**Câu 4.** Kí hiệu  $z_0$  là nghiệm phức có phần thực âm và phần ảo dương của phương trình  $z^2 + 2z + 10 = 0$ . Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức  $w = i^{2020} z_0$ ?

A.  $M(3; -1)$ .

B.  $M(3; 1)$ .

C.  $M(-3; 1)$ .

D.  $M(-3; -1)$ .

Lời giải

**Câu 5.** Trong tập các số phức, cho phương trình  $z^2 - 6z + m = 0, m \in \mathbb{R} \setminus \{1\}$ . Gọi  $m_0$  là một giá trị của  $m$  để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  $z_1, z_2$  thỏa mãn  $\overline{z_1 z_1} = \overline{z_2 z_2}$ . Hỏi trong khoảng  $(0; 20)$  có bao nhiêu giá trị  $m_0 \in \mathbb{N}$ ?

A. 20.

B. 11.

C. 12.

D. 10.

Lời giải

**Câu 6.** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm A là điểm biểu diễn của số phức  $z = 1 + 2i$ , B là điểm thuộc đường thẳng  $y = 2$  sao cho tam giác OAB cân tại O. Tìm số z biểu diễn B.

A.  $z = 1 + 2i$ .

B.  $z = -1 + 2i$ .

C.  $z = 3 + 2i, z = -3 + 2i$ .

D.  $z = -1 + 2i, z = 1 + 2i$ .

Lời giải

**Câu 7.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $(z + 2i)(\bar{z} + 2)$  là số thuần ảo. Biết rằng tập hợp tất cả các điểm biểu diễn của  $z$  là một đường tròn, tâm của đường tròn đó có tọa độ là

A.  $(1; -1)$ .

B.  $(1; 1)$ .

C.  $(-1; 1)$ .

D.  $(-1; -1)$ .

Lời giải

**Câu 8.** Gọi  $M, N$  lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức  $z = 1 + i; z' = 2 + 3i$ . Tìm số phức  $\omega$  có điểm biểu diễn là  $Q$  sao cho  $\overrightarrow{MN} + 3\overrightarrow{MQ} = \vec{0}$ .

A.  $\omega = -\frac{1}{3}i$ .

B.  $\omega = \frac{4}{3} + \frac{5}{3}i$ .

C.  $\omega = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$ .

D.  $\omega = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}i$ .

Lời giải

**Câu 9.** Cho số phức  $z = a + bi$ ,  $(a, b \in \mathbb{R})$  thỏa mãn  $\left| \frac{z-1}{z-i} \right| = 1$  và  $\left| \frac{z-3i}{z+i} \right| = 1$ . Tính  $P = a + b$ .

A.  $P = 7$ .

B.  $P = -1$ .

C.  $P = 1$ .

D.  $P = 2$ .

Lời giải

**Câu 10.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức:  $(2-i)(1+i) + \bar{z} = 4-2i$ . Tính môđun của  $z$ ?

A.  $|z| = \sqrt{1^2 - 3^2}$ .

B.  $|z| = \sqrt{1^2 + 3^2}$ .

C.  $|z| = \sqrt{1^2 + 3i^2}$ .

D.  $|z| = \sqrt{1^2 - 3i^2}$ .

Lời giải

↪ **Mức độ 4**

**Câu 1.** Xét các số phức  $z$  thỏa mãn  $|z| = \sqrt{2}$ . Trên mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ , tập hợp điểm biểu diễn của các số phức  $w = \frac{4+iz}{1+z}$  là một đường tròn có bán kính bằng

A.  $\sqrt{34}$ .

B. 26.

C. 34.

D.  $\sqrt{26}$ .

Lời giải

**Câu 2.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+3| = 5$  và  $|z-2i| = |z-2-2i|$ . Tính  $|z|$ .

A.  $|z| = 5$ .

B.  $|z| = \sqrt{5}$ .

C.  $|z| = 2$ .

D.  $|z| = \sqrt{10}$ .

Lời giải

**Câu 3.** Cho số phức  $z$  có phần ảo gấp hai phần thực và  $|z+1| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$ . Khi đó môđun của  $z$  là:

A. 4.

B. 6.

C.  $\frac{\sqrt{5}}{5}$ .

D.  $2\sqrt{5}$ .

Lời giải



**Câu 4.** Cho số phức  $z$  có phần ảo khác 0 thỏa mãn  $|z - (2 + i)| = \sqrt{10}$  và  $z \cdot \bar{z} = 25$ . Tìm mô đun của số phức  $w = 1 + i - z$

- A.  $|w| = \sqrt{13}$ .      B.  $|w| = 5$ .      C.  $|w| = \sqrt{29}$ .      D.  $|w| = \sqrt{17}$ .

Lời giải

**Câu 5.** Tìm tất cả các số thực  $m$  biết  $z = \frac{i - m}{1 - m(m - 2i)}$  và  $\bar{z} \cdot z = \frac{2 - m}{2}$  trong đó  $i$  là đơn vị ảo.

- A.  $m = 0; m = 1$ .      B.  $m = -1$ .      C.  $m = 0; m = -1$ .      D.  $\forall m$ .

Lời giải

**Câu 6.** Cho số phức  $z$  thỏa điều kiện  $|z^2 + 4| = |z(z + 2i)|$ . Giá trị nhỏ nhất của  $|\bar{z} + i|$  bằng

- A. 2.      B. 0.      C. 1.      D. 3.

Lời giải

**Câu 7.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn hệ thức  $|2z + i| = |2\bar{z} - 3i + 1|$ . Tìm các điểm  $M$  biểu diễn số phức  $z$  để  $MA$  ngắn nhất, với  $A\left(1; \frac{3}{4}\right)$ .

**A.**  $M\left(-1; -\frac{5}{4}\right)$

**B.**  $M\left(0; -\frac{9}{8}\right)$

**C.**  $M\left(\frac{-9}{4}; 0\right)$

**D.**  $M\left(\frac{1}{20}; -\frac{23}{20}\right)$ .

**Lời giải**

**Câu 8.** Phần ảo của số phức  $w = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + (1+i)^3 + \dots + (1+i)^{2020}$  bằng:

**A.**  $1 - 2^{1010}$ .

**B.**  $-2^{1010}$

**C.**  $2^{1010}$

**D.** 1.

**Lời giải**

**Câu 9.** Cho số phức  $z$  thỏa mãn  $|z+2| + |z-2| = 8$ . Trong mặt phẳng phức, tập hợp những điểm  $M$  biểu diễn cho số phức  $z$  thỏa mãn:

**A.**  $(E): \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{12} = 1$ .

**B.**  $(E): \frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{16} = 1$ .

**C.**  $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 64$ .

**D.**  $(C): (x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$

**Lời giải**

**Câu 10** Cho các số phức  $z_1, z_2, z_3$  thỏa mãn 2 điều kiện  $|z_1| = |z_2| = |z_3| = 2017$  và  $z_1 + z_2 + z_3 \neq 0$ . Tính

$$P = \left| \frac{z_1 z_2 + z_2 z_3 + z_3 z_1}{z_1 + z_2 + z_3} \right|.$$

A.  $P = 2017$ .

B.  $P = 1008,5$ .

C.  $P = 2017^2$ .

D.  $P = 6051$ .

Lời giải