

# ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

## ĐỀ SỐ 1

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho ma trận vuông cấp hai:  $A = \begin{pmatrix} 7 & -10 \\ 5 & -7 \end{pmatrix}$ .

a) Tính  $A^{279}$ .

b) Tính  $\det(A^{279} + 6A^{972} + 4A^{927})$ .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + x_4 &= 4 \\ 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 &= 11 \\ 4x_1 - 3x_2 + 6x_3 + 5x_4 &= 23 \\ 3x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 &= 14 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^4$  cho hệ  $(a) = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  với

$$a_1 = (2, 1, -2, 1), \quad a_2 = (1, -1, 3, 2), \quad a_3 = (2, 3, 1, -1), \quad a_4 = (3, 1, 3, 2).$$

Hệ  $(a)$  có phải là một cơ sở của  $\mathbb{R}^4$  hay không? Tại sao?

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (3x_1 + x_2 + x_3, x_1 + 3x_2 + x_3, -x_1 + x_2 + x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ .

a) Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$ .

b) Hãy xác định các giá trị riêng và véc tơ riêng của ánh xạ  $f$ .

**Câu 5.** Trong không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  cho hệ độc lập tuyến tính  $(a) = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  với

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 5, -4, -6), \quad a_2 = (-1, 12, -2, -16), \\ a_3 &= (-7, 10, 12, -29), \quad a_4 = (7, 5, 9, -13). \end{aligned}$$

Hãy xây dựng hệ trực giao từ hệ trên bằng thủ tục trực giao hóa Gram–Schmidt.

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 2

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} x & 1 & -3 \\ 0 & 4 & 2 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ . Hãy tìm  $x$  để  $A^4 - 2A^3$  là một ma trận khả nghịch.

**Câu 2.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 10 \\ 4x_1 + 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 13 \\ 6x_1 + 3x_2 + x_3 - 4x_4 = 2 \end{cases}$$

**Câu 3.** Hãy tìm tọa độ của véc tơ  $x = (0, 12, -6, 16)$  trong cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  được cho dưới đây của không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^4$ :  
 $a_1 = (-2, 1, 2, 1)$ ;  $a_2 = (2, 1, -1, 1)$ ;  $a_3 = (2, 1, -2, 1)$ ;  $a_4 = (1, 2, -3, 3)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (4x_1 + x_2 - x_3, 2x_1 + 3x_2 - x_3, 6x_1 + 3x_2 - x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ .

- Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$ .
- Hãy tìm các giá trị riêng và véc tơ riêng của ánh xạ  $f$ .

**Câu 5.** Bằng phương pháp trực chuẩn hoá Gram-Schmidt hãy xây dựng cơ sở trực chuẩn của không gian  $\mathbb{R}^3$  từ cơ sở đã cho sau đây:

$$a_1 = (1, 2, 2); \quad a_2 = (-1, 10, 4); \quad a_3 = (5, 8, 7).$$

Tính tọa độ của phần tử  $x = (7, 1, -9)$  trên cơ sở nhận được.

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 3

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ .

a) Tính  $A^3 + 3A$ .

b) Tính  $A^{-1}$ .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 + 3x_5 &= 3 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 2x_4 - 4x_5 &= 7 \\ 5x_1 + 8x_2 + 2x_3 + 4x_4 + 2x_5 &= 9 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^4$  cho hệ  $(a) = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  với

$$a_1 = (1, 1, 2, 2), \quad a_2 = (2, -1, 1, 2), \quad a_3 = (1, 2, 1, 1), \quad a_4 = (2, -2, 2, 3).$$

Chứng minh rằng phần tử  $x = (5, -6, 3, 6)$  là tổ hợp tuyến tính của hệ  $(a)$ .

**Câu 4.** Hãy tìm các giá trị riêng và véc tơ riêng của ma trận

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 2 & -1 & 4 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

**Câu 5.** Bằng phương pháp trực chuẩn hóa Gram–Schmidt hãy xây dựng cơ sở trực chuẩn của không gian  $\mathbb{R}^4$  từ cơ sở được cho sau đây:

$$\begin{aligned} a_1 &= (5, -1, -3, 1); & a_2 &= (16, 2, -8, 6); \\ a_3 &= (22, -10, -8, 0); & a_4 &= (11, -1, 9, 7). \end{aligned}$$

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 4

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** a) Cho ma trận vuông cấp hai:  $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ -2 & -3 \end{pmatrix}$ . Tính  $A^{653}$ .

b) Cho các ma trận vuông  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 7 \\ 3 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 5 & 5 & 1 \\ -3 & 2 & 6 \\ 1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ . Hãy tính  $\det(AB)$ .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình thuần nhất

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 = 0 \\ 4x_1 - 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 - 11x_4 = 0 \\ 6x_1 + x_2 + 5x_3 - 12x_4 = 0 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^3$  cho hai hệ cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  và  $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$  với

$$\begin{aligned} a_1 &= (3, 7, 1), \quad a_2 = (1, 2, -2), \quad a_3 = (2, 1, 6), \\ b_1 &= (2, -1, 4), \quad b_2 = (3, 5, -4), \quad b_3 = (4, 5, 2). \end{aligned}$$

Hãy tính ma trận chuyển cơ sở từ hệ  $(a)$  sang hệ  $(b)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (2x_1 + 3x_2 - x_3, 3x_1 + 5x_2 - 4x_3, x_1 + 3x_2 - 2x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ .

a) Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$

b) Xác định  $x \in \mathbb{R}^3$  để  $f(x) = (8, 2, 5)$ .

**Câu 5.** Trong một cơ sở trực chuẩn của  $\mathbb{R}^4$ , cho các véc tơ

$$a_1 = (5, 4, -3, -3), \quad a_2 = (1, 2, 4, -2) \text{ và } b = (7, \mu, 0, 2\lambda).$$

a) Tìm  $\lambda, \mu$  để véc tơ  $b$  trực giao với hai véc tơ  $a_1$  và  $a_2$ .

b) Với  $\lambda, \mu$  tìm được, hãy trực giao hóa hệ  $\{a_1, a_2, b\}$ .

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 5

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 1 & x & 2 \\ x & 1 & -2 \\ 5 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ .

a) Tính định thức  $\det(A + 2I)$ .

b) Tìm  $x$  để ma trận  $A^4 + 3A^3$  khả nghịch.

**Câu 2.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 &= 2 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 &= -3 \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 4x_4 &= 16 \\ 9x_1 + 6x_2 + 7x_3 + 8x_4 &= 12 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^3$  cho các cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  và  $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$  với

$$\begin{aligned} a_1 &= (3, 5, -1), & a_2 &= (1, -1, 4), & a_3 &= (2, 1, 2), \\ b_1 &= (2, -1, 4), & b_2 &= (1, 3, 2), & b_3 &= (4, 2, 3). \end{aligned}$$

Hãy xác định ma trận chuyển cơ sở  $T_{ab}$  từ  $(a)$  sang  $(b)$ .

**Câu 4.** Tìm giá trị riêng véc tơ riêng của ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$

**Câu 5.** Giả sử rằng  $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  là một cơ sở trực chuẩn của không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  và ta được biết rằng  $u_1 = \frac{1}{9}(5, -2, -6, 4)$ ,  $u_2 = \frac{1}{9}(4, -6, 2, -5)$ ,  $u_3 = \frac{1}{9}(6, 4, 5, 2)$ . Giả sử phần tử  $x = (9, 3, 9, 4)$  có tọa độ trên  $\{u_1, u_2, u_3, u_4\}$  là  $(x_1, x_2, x_3, x_4)$ . Hãy tính  $x_4^2$ .

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 6

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** a) Cho ma trận vuông cấp hai:  $A = \begin{pmatrix} 5 & 1 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ . Tính  $\det(A^4 + 5A^3)$ .

b) Giải phương trình ma trận  $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 5 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 3 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ .

**Câu 2.** Giải và biện luận hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 &= 1 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 + 5x_4 &= 4 \\ 4x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 3x_4 &= 7 + \lambda \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^4$  cho hệ  $(a) = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$  với  $a_1 = (1, 2, -1, -1)$ ,  $a_2 = (2, 1, 1, 2)$ ,  $a_3 = (1, 1, -2, 1)$ ,  $a_4 = (1, 3, -6, -1)$ . Tìm  $\lambda$  để phần tử  $x = (3, 4, 2, \lambda)$  biểu diễn được theo hệ  $(a)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$  có ma trận trên cơ sở chính tắc là

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 & 4 \\ -2 & 1 & -2 \\ -2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên các cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  của  $\mathbb{R}^3$ , biết rằng

$$a_1 = (0, 2, 0), \quad a_2 = (-2, 0, 0); \quad a_3 = (0, 0, 3).$$

**Câu 5.** Trong không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  cho  $M$  là không gian con hai chiều có một cơ sở gồm hai véc tơ  $u_1 = (2, -3, 3, -1)$ ;  $u_2 = (1, 2, -1, -1)$ . Hãy phân tích phần tử  $x = (4, -7, 8, 1)$  thành  $x = u + v$  trong đó  $u \in M$  và  $v \in M^\perp$ .

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 7

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho các ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 3 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$ .

a) Hãy tính  $AB - BA$ .

b) Tính định thức  $\det(A^2B^2 - (AB)^2)$ .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình bằng phương pháp khử Gauss:

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 + 2x_3 &= 7 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 &= 8 \\ -2x_1 + 4x_2 + x_3 &= 7 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^4$  cho hệ  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  với

$$a_1 = (1, 2, 3, 1), \quad a_2 = (2, 1, -1, 3), \quad a_3 = (1, 3, 2, -1).$$

Tìm  $\lambda$  để phần tử  $x = (-2, 5, 6, \lambda)$  biểu diễn được theo hệ  $(a)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (3x_1 + x_2 + 2x_3, x_1 + 3x_2 + 2x_3, 3x_1 + 3x_2 + 5x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ .

a) Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$ .

b) Hãy chỉ ra rằng ma trận của  $f$  trên cơ sở mới  $\{a_1, a_2, a_3\}$  của  $\mathbb{R}^3$  với

$$a_1 = (1, 1, 2), \quad a_2 = (2, 2, -3), \quad a_3 = (1, -1, 0)$$

là một ma trận đường chéo.

**Câu 5.** Bằng phương pháp trực chuẩn hóa Gram-Schmidt hãy xây dựng cơ sở trực chuẩn của không gian  $\mathbb{R}^4$  từ cơ sở được cho sau đây:

$$a_1 = (1, 0, 1, -1); \quad a_2 = (0, 2, 2, 2); \quad a_3 = (5, -2, 3, 2); \quad a_4 = (3, 1, 1, 1).$$

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 8

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho các ma trận  $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & 4 \\ 5 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ ;  $B = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & -2 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ .

a) Hãy tính  $\det(A - 2B)$ .

b) Chứng minh rằng ma trận  $A^3B^2 - 2A^2B^3$  là ma trận khả nghịch.

**Câu 2.** Giải và biện luận hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 2 \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 &= 3 \\ 5x_1 + 7x_2 + 7x_3 + \lambda x_4 &= 8 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^3$  cho hai hệ cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  và  $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$  với

$$b_1 = 3a_1 + a_2 + a_3, \quad b_2 = 2a_1 + 3a_2 - 2a_3, \quad b_3 = 4a_1 + 5a_2 + a_3.$$

Cho biết phần tử  $x$  có tọa độ trong cơ sở thứ nhất  $(a)$  là  $[x]_a = (5, -7, 4)$ .  
Hãy tính tọa độ  $[x]_b$  của phần tử  $x$  trong cơ sở thứ hai  $(b)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^4 \longrightarrow \mathbb{R}^2$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4, 3x_1 + x_3 - 2x_3 + 3x_4),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3, x_4) \in \mathbb{R}^4$ .

a) Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cặp cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$  và  $\mathbb{R}^4$ .

b) Tìm tất cả  $x \in \mathbb{R}^4$  để  $f(x) = f(1, -1, 1, 1)$ .

**Câu 5.** Trong không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  cho  $M$  là một không gian con hai chiều có một cơ sở là  $\{u_1, u_2\}$  với

$$u_1 = (1, 2, -4, 6), \quad u_2 = (1, -6, 2, -4).$$

Hãy tìm  $x \in M$  sao cho  $\langle x, u_1 \rangle = 157, \langle x, u_2 \rangle = -143$ .

— HẾT —



## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 9

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** a) Cho ma trận vuông  $A = \begin{pmatrix} 4 & 3 & 1 \\ -2 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$ . Hãy chỉ ra rằng  $A^{2023} = 2^{2022}A$ .

b) Tìm  $x$  để ma trận sau khả nghịch  $A = \begin{pmatrix} 1 & x & -1 \\ x & 4 & -2 \\ 3 & 5 & -3 \end{pmatrix}$ .

**Câu 2.** Giải hệ phương trình thuần nhất

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0 \\ 6x_1 + 7x_2 + 9x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^3$  cho các cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  và  $(b) = \{b_1, b_2, b_3\}$  với

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 1, 5), & a_2 &= (1, 3, 2), & a_3 &= (4, -1, 3), \\ b_1 &= (3, -1, 1), & b_2 &= (-2, 1, 4), & b_3 &= (2, 2, 3). \end{aligned}$$

Hãy xác định ma trận chuyển cơ sở  $T_{ba}$  từ  $(b)$  sang  $(a)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (x_1 + 3x_2 + 2x_3, 2x_1 - 3x_2 + 2x_3, x_1 - x_2 + 4x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ . Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên các cơ sở  $(a) = \{a_1, a_2, a_3\}$  của  $\mathbb{R}^3$ , biết rằng

$$a_1 = (4, 0, 0), \quad a_2 = (0, 0, -1); \quad a_3 = (0, 3, 0).$$

**Câu 5.** Trong không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  cho  $M$  là một không gian con hai chiều có một cơ sở là  $\{u_1, u_2\}$  với

$$u_1 = (3, 2, 1, 2), \quad u_2 = (1, -4, -2, 3).$$

Hãy tìm  $x \in M$  sao cho  $\langle x, u_1 \rangle = 69, \langle x, u_2 \rangle = 86$ .

— HẾT —

## ĐỀ THI MẪU ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH 3 TÍN CHỈ

### ĐỀ SỐ 10

Thời gian: 90 phút

Mô phỏng các đề thi đã sử dụng

**Câu 1.** Cho các ma trận  $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 1 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

a) Hãy tính  $\det(3A - B)$ .

b) Ma trận  $3A^3B^2 - A^2B^3$  có khả nghịch hay không? Tại sao?

**Câu 2.** Giải và biện luận hệ phương trình

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \\ 2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 3 \\ 5x_1 + 7x_2 + 8x_3 + 9x_4 = \alpha \end{cases}$$

**Câu 3.** Trong không gian tuyến tính  $\mathbb{R}^3$  cho ba hệ cơ sở  $(e)$ ,  $(a)$  và  $(b)$ . Cho biết ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở  $(e)$  sang cơ sở  $(a)$  là

$$T_{ea} = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 1 & 3 & 2 \\ 6 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

và ma trận chuyển cơ sở từ cơ sở  $(e)$  sang cơ sở  $(b)$  là

$$T_{eb} = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 4 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Hãy tính ma trận chuyển cơ sở từ hệ  $(b)$  sang hệ  $(a)$ .

**Câu 4.** Cho ánh xạ tuyến tính  $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$  xác định bởi công thức

$$f(x) = (3x_1 + x_2 + 5x_3, 2x_1 - x_2 + 3x_3, x_1 + 2x_2 + 2x_3),$$

với mọi  $x = (x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$ .

a) Hãy lập ma trận của ánh xạ  $f$  trên cơ sở chính tắc của  $\mathbb{R}^3$

b) Xác định  $x \in \mathbb{R}^3$  để  $f(x) = f(1, 4, -1)$ .

**Câu 5.** Cho  $M$  là không gian con của không gian Euclid  $\mathbb{R}^4$  có cơ sở gồm hai véc tơ  $u = (2, 1, 1, 1)$ ,  $v = (1, 0, 2, 2)$ . Hãy tìm véc tơ có độ dài đơn vị thuộc  $M$  sao cho véc tơ đó trực giao với véc tơ  $w = (1, -1, 1, -3)$ .

— HẾT —