

+ Logistic Regression là một mô hình học máy được sử dụng cho bài toán classification, tức dự đoán một đối tượng thuộc vào một trong hai nhóm.

+ Logistic Regression làm việc dựa trên nguyên tắc của hàm sigmoid - một hàm phi tuyến tự chuyển input thành xác suất thuộc về một trong hai lớp nhị phân ("có" hoặc "không", hay là "0" hoặc "1").

-> Hàm Sigmoid được biểu diễn như sau:

$$S(z) = 1 / (1 + e^{(-z)})$$

\* Chú thích: Hàm Sigmoid nhận input là z bất kỳ và trả về output là một giá trị xác suất nằm trong khoảng [0, 1]. Thì input z của hàm sigmoid trong Logistic Regression được tính bằng công thức là:  $z = Xw$  với X: là một matrix và w là weight (trọng số) của ma trận đó.

+ Việc huấn luyện mô hình Logistic Regression là tìm ra trọng số w sao cho predicted output của hàm Sigmoid gần với output thực tế nhất.

⇒ Logistic Regression có dạng tổng hợp sau:

$$P(Y = 1 | X) = S(z) = S(Xw) = 1 / (1 + e^{(-z)}) = \frac{1}{1 + e^{-(\beta_0 + \beta_1 X)}}$$

+ Phân loại class (lớp): Dựa vào giá trị xác suất được dự đoán từ mô hình, ta có thể phân loại input X vào lớp 1 (hoặc lớp “có”) nếu  $P(Y=1|X) > 0.5$  và vào lớp 0 (hoặc lớp “không”) nếu ngược lại.

+ Để đánh giá performance của model Logistic Regression thì ta sử dụng hàm Cross-Entropy (hay còn gọi là Log Loss). Hàm Cross-Entropy là một hàm số để đo mức độ lỗi của mô hình tạo ra trong quá trình dự đoán output từ input đã cho.

+ Hàm mất mát Cross-Entropy được định nghĩa như sau:

$$L(w) = -(1/n) \times (n) \sum_{i=1}^n [y_i \log(p_i) + (1 - y_i) \log(1 - p_i)]$$

*Trong đó:*

n: số lượng mẫu dữ liệu trong tập huấn luyện.

y: giá trị thực tế của output thứ i.

p: xác suất dự đoán thuộc class 1 (hay có thể là “đúng”) của model có input thứ i

+ Trong quá trình train model (huấn luyện mô hình), chúng ta sẽ luôn luôn tìm cách cập nhật bộ trọng số  $w$  sao cho giá trị của Cross-Entropy nhỏ nhất có thể. -> Điều này giúp cho model dự đoán output tốt nhất. Thì để tìm giá trị tối ưu cho  $w$ , chúng ta sử dụng thuật toán Gradient Descent.

⇒ Công thức Gradient của Cross-Entropy là:

$$\nabla L(w) = (1/n) X^T (S(Xw) - Y)$$