

CHUYÊN ĐỀ TOÁN 10



ĐƯỜNG TRÒN

Tác giả: LÊ BÁ BẢO

Trường THPT Đặng Huy Trứ, Huế

Admin CLB Giáo viên trẻ TP Huế

Chủ đề:

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

I. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Phương trình đường tròn

Dạng 1: Phương trình đường tròn (C) có tâm $I(a;b)$, bán kính $R > 0$:

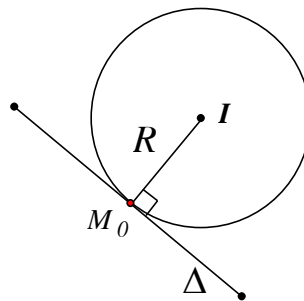
$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$$

Dạng 2: Phương trình tổng quát: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ (*)

có tâm $I(a;b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$

Lưu ý: Điều kiện để (*) là phương trình của một đường tròn là: $a^2 + b^2 - c > 0$

2. Tiếp tuyến của đường tròn: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$



a) Tiếp tuyến của (C) tại $M_0(x_0;y_0)$ (M_0 : **tiếp điểm**)

Tiếp tuyến của (C) tại $M_0(x_0;y_0)$ có phương trình:

$$xx_0 + yy_0 - a(x+x_0) - b(y+y_0) + c = 0$$

(Công thức phân đôi tọa độ)

Nhận xét:

Rõ ràng tiếp tuyến Δ đi qua $M_0(x_0;y_0)$ và có 1 vectơ pháp $\overrightarrow{IM_0} = (x_0 - a; y_0 - b)$

$$\Delta: (a - x_0)(x - x_0) + (b - y_0)(y - y_0) = 0$$

b) Điều kiện tiếp xúc:

Đường thẳng $\Delta: ax + by + c = 0$ là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow d(I; \Delta) = R$

Lưu ý: Để tiện trong việc tìm phương trình tiếp tuyến của (C) , chúng ta không nên xét phương trình đường thẳng dạng $y = kx + m$ (tồn tại hệ số góc k). Vì như thế dẫn đến sót trường hợp tiếp tuyến thẳng đứng $x = C$ (không có hệ số góc).

Nhắc:

* Đường thẳng $y = kx + m$ có hệ số góc k .

* Đường thẳng $x = C$ (vuông góc Ox) không có hệ số góc.

Do đó, trong quá trình viết pt tiếp tuyến với (C) từ 1 điểm $M_0(x_0;y_0)$ (ngoài (C)) ta có thể thực hiện bằng 2 p.pháp:

* Phương pháp 1: Gọi đường thẳng bất kì qua $M_0(x_0;y_0)$ và có hệ số góc k :

$$y - y_0 = k(x - x_0)$$

áp dụng điều kiện tiếp xúc, giải được k .

* Nếu kết quả 2 hệ số góc k (tương ứng 2 tiếp tuyến), bài toán giải quyết xong.

* Nếu giải được 1 hệ số góc k , thì xét đường thẳng $x = x_0$ (đây là tiếp tuyến thứ hai).

* Phương pháp 2: Gọi $\vec{n}(a;b)$ ($a^2 + b^2 > 0$) là 1 v.t pháp của đ.thẳng Δ đi qua $M_0(x_0; y_0)$

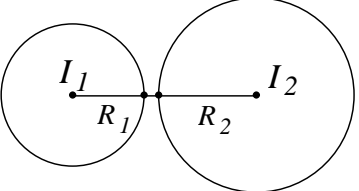
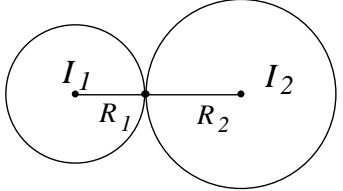
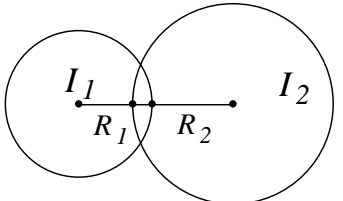
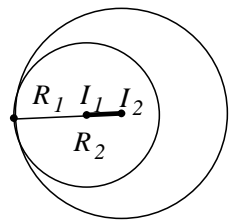
$$a(x - x_0) + b(y - y_0) = 0$$

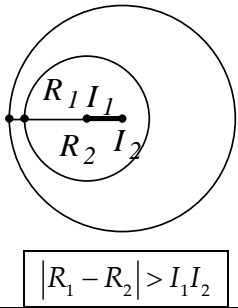
áp dụng điều kiện tiếp xúc, ta được 1 phương trình đẳng cấp bậc hai theo a, b .

Nhận xét: Phương pháp 2 tỏ ra hiệu quả và khoa học hơn.

Lưu ý: *Vị trí tương đối của hai đường tròn - Số tiếp tuyến chung*

Cho hai đường tròn (C_1) có tâm I_1 , bán kính R_1 và (C_2) có tâm I_2 , bán kính R_2 .

Trường hợp	Kết luận	Số tiếp tuyến chung
 $R_1 + R_2 < I_1 I_2$	(C_1) không cắt (C_2) (ngoài nhau)	4
 $R_1 + R_2 = I_1 I_2$	(C_1) <u>tiếp xúc ngoài</u> với (C_2)	3
 $R_1 + R_2 > I_1 I_2 > R_1 - R_2 $	(C_1) cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt	2
 $ R_1 - R_2 = I_1 I_2$	(C_1) <u>tiếp xúc trong</u> với (C_2)	1

	(C_1) không cắt (C_2) Hay trong nhau	<p>0</p>
---	---	----------

II. BÀI TẬP TỰ LUẬN

Dạng 1:

NHẬN DẠNG PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp:

Dạng 1: Đường tròn $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$ có tâm $I(a;b)$, bán kính R .

Dạng 2: Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ với $a^2 + b^2 - c > 0$, có tâm $I(a;b)$, bán kính $R = \sqrt{a^2 + b^2 - c}$.

Câu 1: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm I , bán kính R của các đường tròn có phương trình sau:

a) $(C_1): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$.

b) $(C_2): x^2 + (y-2)^2 = 5$.

Lời giải:

a) Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(1;-2)$, bán kính $R_1 = 3$.

b) Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(0;2)$, bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.

Câu 2: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm I , bán kính R của các đường tròn có phương trình sau:

a) $(C_1): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$.

b) $(C_2): x^2 + y^2 - 6y - 7 = 0$.

Lời giải:

a) Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(2;-3)$, bán kính $R_1 = \sqrt{14}$.

b) Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(0;3)$, bán kính $R_2 = 4$.

Câu 3: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $x^2 + y^2 - 4x + 2my - 5m = 0$ là một phương trình đường tròn?

Lời giải:

$$\text{Yêu cầu bài toán} \Leftrightarrow 4 + m^2 - (-5m) > 0 \Leftrightarrow m^2 + 5m + 4 > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; -4) \cup (-1; +\infty).$$

Câu 4: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị của tham số m để $x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$ là phương trình đường tròn?

Lời giải:

$$(C_m) \text{ là phương trình đường tròn} \Leftrightarrow a^2 + b^2 - c > 0 \Leftrightarrow (-2m)^2 + m^2 - (2m + 3) > 0$$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{3} \vee m > 1.$$

Bài tập tương tự:

Câu 5: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm I , bán kính R của các đường tròn có phương trình sau:

a) $(C_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 = 4$.

b) $(C_2): (x+3)^2 + y^2 = 3$.

Câu 6: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm I , bán kính R của các đường tròn có phương trình sau:

a) $(C_1): x^2 + y^2 - 4x + 4y - 3 = 0.$

b) $(C_2): x^2 + y^2 + 6x - 7 = 0.$

Câu 7: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị của tham số m để biểu thức $x^2 + y^2 - 4x + 2my + 5m = 0$ là một phương trình đường tròn?

Dạng 2: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG TRÒN

Phương pháp:

Cách 1: Tìm tâm $I(a;b)$, bán kính $R > 0$. Suy ra $(C): (x-a)^2 + (y-b)^2 = R^2$

Cách 2: Gọi phương trình đường tròn: $x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0$ ($a^2 + b^2 - c > 0$)

- Từ điều kiện của đề bài đưa đến hệ phương trình với 3 ẩn số a, b, c .

- Giải hệ phương trình tìm a, b, c .

Câu 8: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$ và $B(7;5)$. Viết phương trình đường tròn đường kính AB .

Lời giải:

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I(4;3)$

$$AI = \sqrt{(4-1)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{13}$$

Đường tròn cần tìm có đường kính AB suy ra nó nhận $I(4;3)$ làm tâm và bán kính

$$R = AI = \sqrt{13} \text{ có dạng } (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0.$$

Câu 9: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$ và điểm M là điểm bất kì thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Khi đó điểm M nằm trên đường tròn có phương trình nào sau đây?

A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0.$

B. $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0.$

C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0.$

D. $x^2 + y^2 - 5x + 4y - 11 = 0.$

Lời giải:

M nằm trên đường tròn đường kính AB , có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ là trung điểm của AB và bán kính

$$R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{25+16} = \frac{1}{2}\sqrt{41} \text{ nên có phương trình}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{41}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0.$$

Câu 10: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn tâm $I(1; 4)$ và đi qua điểm $B(2; 6)$.

Lời giải:

Đường tròn có tâm $I(1; 4)$ và đi qua $B(2; 6)$ thì có bán kính là:

$$R = IB = \sqrt{(2-1)^2 + (6-4)^2} = \sqrt{5}$$

Khi đó đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 5.$

Câu 11: Trong mặt phẳng Oxy , tính bán kính đường tròn tâm $C(-2;-2)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 5x + 12y - 10 = 0.$

Lời giải:

Ta có bán kính R của đường tròn tâm C tiếp xúc với đường thẳng Δ là:

$$R = d(C, \Delta) = \frac{|5 \cdot (-2) + 12 \cdot (-2) - 10|}{\sqrt{5^2 + 12^2}} = \frac{|-44|}{13} = \frac{44}{13}.$$

Câu 12: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) tâm $I(-4;3)$ và tiếp xúc với trục tung.

Lời giải:

(C) tiếp xúc với Oy và có tâm $I(-4;3)$ nên: $a = -4, b = 3, R = |a| = 4$.

Do đó, (C) có phương trình $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 16$.

Câu 13: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(6;2)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ có tâm $I'(2;-1)$ bán kính $R' = 2$.

Đường tròn (C) tâm $I(6;2)$ tiếp xúc ngoài với (C') khi

$$II' = R + R' \Rightarrow R = II' - R' = 3 \quad II' = R + R' \Rightarrow II' - R = 3.$$

Phương trình đường tròn cần tìm $(x-6)^2 + (y-2)^2 = 9$ hay $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 31 = 0$.

Câu 14: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ tâm đường tròn đi qua 3 điểm $A(0;4), B(2;4), C(4;0)$.

Lời giải:

$$\text{Gọi } (C): x^2 + y^2 - 2ax - 2by + c = 0. \quad A, B, C \in (C) \text{ nên } \begin{cases} 16 - 8b + c = 0 \\ 20 - 4a - 8b + c = 0 \\ 16 - 8a + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \\ c = -8 \end{cases}.$$

Vậy tâm $I(1;1)$.

Câu 15: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua 3 điểm $A(1;0), B(0;2), C(3;1)$.

Lời giải:

Gọi $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ là đường tròn đi qua ba điểm $A(1;0), B(0;2), C(3;1)$

$$\text{Ta có hệ } \begin{cases} 2a + 0b + c = -1 \\ 0a + 4b + 2 = -4 \\ 6a + 2b + c = -10 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = \frac{-3}{2} \\ c = 2 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - 3y + 2 = 0$.

Câu 16: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3;0), B(0;4)$. Viết phương trình đường tròn *nội tiếp* tam giác OAB .

Lời giải:

$$\text{Phương trình đường thẳng } AB: \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1 \Leftrightarrow 4x + 3y - 12 = 0.$$

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Nhận xét: $x > 0, y > 0$.

$$\text{Ta có: } \begin{cases} d(I, OA) = d(I, OB) \\ d(I, OA) = d(I, BA) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x| = |y| \\ |x| = \frac{|3x+4y-12|}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = y \\ x = \frac{|7x-12|}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases}$$

Bán kính $R = d(I, OA) = 1$.

Vậy phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Câu 17: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$.

Lời giải:

$I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) , do đó:

$$AI^2 = BI^2 \Rightarrow (a-1)^2 + (b-3)^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2$$

Hay: $a = b$ (1). Mà $I(a; b) \in d: 2x - y + 7 = 0$ nên $2a - b + 7 = 0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a = -7 \Rightarrow b = -7 \Rightarrow R^2 = AI^2 = 164$.

Vậy $(C): (x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Câu 18: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0; -2)$ và đi qua điểm $B(4; -2)$.

Lời giải:

Vì $y_A = y_B = -2$ nên $AB \perp Oy$ và AB là đường kính của (C) . Suy ra $I(2; -2)$ và bán kính

$R = IA = 2$. Vậy $(C): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Câu 19: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Viết phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất.

Lời giải:

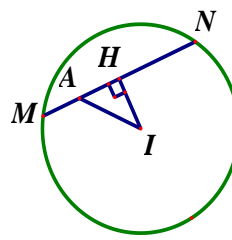
(C) có tâm $I(-1; 3)$ và $R = 2$. $d' \parallel d \Rightarrow d': 3x - 4y + c = 0$.

Yêu cầu bài toán có nghĩa là d' qua tâm $I(-1; 3)$ của (C) , tức là: $-3 - 12 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$

Vậy $d': 3x - 4y + 15 = 0$.

Câu 20: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(3; 2)$ và cắt (C) theo một dây cung ngắn nhất.

Lời giải:



$$f(x; y) = x^2 + y^2 - 4x - 6y + 5.$$

$$f(3; 2) = 9 + 4 - 12 - 12 + 5 = -6 < 0.$$

Vậy $A(3; 2)$ ở trong (C) .

Dây cung MN ngắn nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H \equiv A \Leftrightarrow MN$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{IA} = (1; -1)$. Vậy d có phương trình: $1(x-3) - 1(y-2) = 0 \Leftrightarrow x - y - 1 = 0$.

Bài tập tự luyện:

Câu 21: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) trong các trường hợp sau:

- a) (C) có tâm $I(-1; 2)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 2y + 7 = 0$.
- b) (C) có đường kính là AB với $A(1; 1)$, $B(7; 5)$.

Câu 22: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua ba điểm với $A(1; 4)$, $B(-7; 4)$, $C(2; -5)$.

Câu 23: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho 3 điểm $A(1; 2)$, $B(5; 2)$, $C(1; -3)$.

- a) Lập phương trình đường tròn (C) ngoại tiếp tam giác ABC .
- b) Xác định tâm và bán kính của (C) .

Câu 24: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC với $A(1; 5)$, $B(4; -1)$, $C(-4; -5)$.

Câu 25: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) , có tâm $I(2; 3)$ trong các trường hợp sau:

- a) (C) có bán kính là 5.
- b) (C) qua điểm $A(1; 5)$.
- c) (C) tiếp xúc với trục Ox .
- d) (C) tiếp xúc với trục Oy .
- e) (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 4x + 3y - 12 = 0$

Câu 26: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(-1; 2)$, $B(-2; 3)$ và có tâm ở trên đường thẳng $\Delta: 3x - y + 10 = 0$

Câu 27: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình của đường tròn (C) đi qua 2 điểm $A(1; 2)$, $B(3; 4)$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + y - 3 = 0$

Câu 28: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) đi qua điểm $M(4; 2)$ và tiếp xúc với các trục tọa độ.

Câu 29: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc ngoài với $(C'): (x-6)^2 + (y-2)^2 = 4$ và đồng thời tiếp xúc với các trục tọa độ.

Câu 30: Trong mặt phẳng Oxy , cho 3 đường thẳng: $\Delta_1: 3x + 4y - 1 = 0$, $\Delta_2: 4x + 3y - 8 = 0$, $d: 2x + y - 1 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có tâm I nằm trên đường thẳng d và (C) tiếp xúc với Δ_1 , Δ_2 .

Câu 31: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(0; 1)$, $B(2; -3)$ và có bán kính $R = 5$.

Câu 32: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1; 1)$, biết đường thẳng $\Delta: 3x - 4y + 3 = 0$ cắt (C) theo dây cung AB với $AB = 2$.

Câu 33: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua điểm $A(1; 1)$ và có bán kính $R = \sqrt{10}$, tâm (C) nằm trên Ox .

- Câu 34:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua điểm $M(2;3)$ và tiếp xúc đồng thời với hai đường thẳng $\Delta_1: 3x - 4y + 1 = 0$, $\Delta_2: 4x + 3y - 7 = 0$.
- Câu 35:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua gốc toạ độ, bán kính $R = \sqrt{5}$ và tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 2x - y + 5 = 0$
- Câu 36:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - y - 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 7x - y = 0$. Chứng minh rằng d cắt (C) . Hãy viết phương trình đường tròn (C') đi qua $M(-3;0)$ và các giao điểm của d và (C) .
- Câu 37:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - y - 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - x - 7y = 0$. Chứng minh rằng d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Hãy viết phương trình đường tròn (C') đi qua A, B và có bán kính $R = 3$.
- Câu 38:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $P(1;-1)$, $Q(3;1)$ và tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 = 4$.
- Câu 39:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có bán kính $R = 2$, đi qua $M(2;0)$ và tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 = 1$.
- Câu 40:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn có bán kính $R = 2$, và tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 = 1$ và đường thẳng $y = 0$.
- Câu 41:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn tiếp xúc với đường thẳng $d: y - 2 = 0$ tại điểm $M(4;2)$ và tiếp xúc với đường tròn $(C'): x^2 + (y + 2)^2 = 4$.
- Câu 42:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C'): x^2 + y^2 = 8$. Viết phương trình đường tròn (C) tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: x - 3 = 0$ và đường tròn (C') tại điểm $M(2;2)$.
- Câu 43:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $d: x - 7y + 10 = 0$. Viết phương trình đường tròn có tâm thuộc đường thẳng $\Delta: 2x + y = 0$ và tiếp xúc với đường thẳng d tại điểm $A(4;2)$.
- Câu 44:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d qua $M(1;1)$ và cắt đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $MA = 2MB$.
- Câu 45:** Trong mặt phẳng Oxy , cho 2 đường tròn $(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$; $(C_2): x^2 + y^2 + 4x - 5 = 0$. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , viết phương trình đường thẳng d qua $M(1;0)$ và cắt hai đường tròn (C) tại hai điểm A, B sao cho $MA = 2MB$.

Dạng 3: VIẾT PHƯƠNG TRÌNH TIẾP TUYẾN CỦA ĐƯỜNG TRÒN

- Câu 46:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$ và điểm $M(8;-3)$. Tính độ dài đoạn tiếp tuyến của (C) xuất phát từ M .

Lời giải:

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$ có tâm $I(1;-4)$ bán kính $R = \sqrt{40}$.

Độ dài tiếp tuyến là $\sqrt{IM^2 - R^2} = \sqrt{10}$.

- Câu 47:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$.

Lời giải:

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 1$ có tâm $O(0; 0)$ và bán kính $R = 1$.

Đường thẳng Δ tiếp xúc với đường tròn (C)

$$\Leftrightarrow d(O, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1 \Leftrightarrow |m| = 5 \Leftrightarrow m = \pm 5.$$

Câu 48: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại $M(1; -1)$.

Lời giải:

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 3x - y = 0$ có tâm $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

Điểm $M(1; -1)$ thuộc đường tròn (C) .

Phương trình tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm $M(1; -1)$ là đường thẳng đi qua M và nhận vectơ $\overrightarrow{IM} = \left(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{2}(1; 3)$ nên có phương trình $x + 3y + 2 = 0$.

Câu 49: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 2x - 6y + 5 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $d: x + 2y - 15 = 0$.

Lời giải:

(C) có tâm $I(-1; 3)$ và bán kính $R = \sqrt{1 + 9 - 5} = \sqrt{5}$, $d: x + 2y - m = 0$.

d là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi:

$$d(I, d) = R \Leftrightarrow \frac{|-1 + 6 - m|}{\sqrt{1 + 4}} = \sqrt{5} \Leftrightarrow |m - 5| = 5 \Leftrightarrow \begin{cases} m - 5 = -5 \\ m - 5 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \Rightarrow d: x + 2y = 0 \\ m = 10 \Rightarrow d: x + 2y - 10 = 0 \end{cases}.$$

Bài tập tự luyện:

Câu 50: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) trong các trường hợp sau:

- Tại điểm $M(5; -3)$.
- Biết tiếp tuyến song song $\Delta: 5x - 12y + 2 = 0$.
- Biết tiếp tuyến vuông góc $\Delta: 3x + 4y + 2 = 0$.
- Biết tiếp tuyến đi qua $A(3; 6)$.

Câu 51: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến với $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ tại giao điểm của (C) và đường thẳng $\Delta: x + y = 0$.

Câu 52: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của $(C): x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ xuất phát từ $A(3; -2)$.

Câu 53: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 6 = 0$ và điểm $A(1; 3)$.

- Chứng tỏ A nằm ngoài đường tròn (C) .
- Lập phương trình tiếp tuyến với (C) xuất phát từ A .

Câu 54: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 9$ và điểm $M(2; -1)$.

- a) Chứng tỏ qua M ta vẽ được hai tiếp tuyến Δ_1 và Δ_2 với (C) . Hãy viết phương trình của Δ_1 và Δ_2 .
- b) Gọi M_1 và M_2 lần lượt là hai tiếp điểm của Δ_1 và Δ_2 với (C) , hãy viết phương trình M_1M_2 .

Câu 55: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến chung của hai đường tròn:

- a) $(C_1): x^2 + y^2 - 6x + 5 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 12x - 6y + 44 = 0$.
- b) $(C_1): x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 8x - 8y + 28 = 0$
- c) $(C_1): x^2 + y^2 + 2x - 2y - 3 = 0$ và $(C_2): 4x^2 + 4y^2 - 16x - 20y + 21 = 0$
- d) $(C_1): x^2 + y^2 = 1$ và $(C_2): x^2 + y^2 - 4y - 5 = 0$

Câu 56: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 25$, biết rằng tiếp tuyến đó hợp với đường thẳng $\Delta: x + 2y - 1 = 0$ một góc α mà $\cos \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

III. BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Câu 58: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$.

Câu 59: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào dưới đây đi qua điểm $A(4; -2)$?

- A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$.
- C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $Q(2; 1)$. B. $M(3; -2)$. C. $N(-1; 3)$. D. $P(4; -1)$.

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.
- C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là

- A. $I(-2; -3)$. B. $I(2; 3)$. C. $I(4; 6)$. D. $I(-4; -6)$.

Câu 63: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng

- A. 49. B. 7. C. 1. D. $\sqrt{29}$.

Câu 64: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.

- A. $1 < m < 2$. B. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
- C. $m < 0$ hoặc $m > 1$. D. $m < 1$ hoặc $m > 2$.

- Câu 65:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để $(C_m): x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$ là phương trình đường tròn?
- A. $m < -\frac{5}{3}$ hoặc $m > 1$. B. $m < -\frac{5}{3}$.
C. $m > 1$. D. $-\frac{3}{5} < m < 1$.
- Câu 66:** Trong mặt phẳng Oxy , với giá trị nào của m thì phương trình sau đây là phương trình của đường tròn $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$?
- A. $1 < m < 2$. B. $-2 \leq m \leq 1$.
C. $m < 1$ hoặc $m > 2$. D. $m < -2$ hoặc $m > 1$.
- Câu 67:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?
- A. $m = 4$. B. $m = 8$. C. $m = -8$. D. $m = -4$.
- Câu 68:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn có tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?
- A. $\frac{5}{3}$. B. 5. C. 3. D. $\frac{3}{5}$.
- Câu 69:** Trong mặt phẳng Oxy , với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$?
- A. $m = -3$. B. $m = 3$ và $m = -3$.
C. $m = 3$. D. $m = 15$ và $m = -15$.
- Câu 70:** Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?
- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.
- Câu 71:** Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$ là
- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.
- Câu 72:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$ và điểm M là điểm bất kì thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Khi đó điểm M nằm trên đường tròn có phương trình nào sau đây?
- A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 5x + 4y - 11 = 0$.
- Câu 73:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?
- A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$. B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.
- Câu 74:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?
- A. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$. D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

- Câu 75:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$
A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. **B.** $(-1;1)$ và $(3;-3)$. **C.** $(3;3)$ và $(1;1)$. **D.** $(2;1)$ và $(2;-1)$.
- Câu 76:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?
A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1 = 3$.
B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2 = 2$.
C. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ không có điểm chung.
D. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc với nhau.
- Câu 77:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B . Lập phương trình đường thẳng AB .
A. $x + y - 2 = 0$. **B.** $x - y + 2 = 0$ **C.** $x + y + 2 = 0$. **D.** $x - y - 2 = 0$.
- Câu 78:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB với $A(1;1), B(7;5)$
A. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 13$. **B.** $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$.
C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 13$. **D.** $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 13$.
- Câu 79:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$ và $B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là
A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$.
- Câu 80:** Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua $M(3;1)$ là
A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$. **B.** $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$.
C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$. **D.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$.
- Câu 81:** Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn (C) có tâm $I(6;2)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn $(C'): x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ là
A. $x^2 + y^2 - 12x - 4y - 9 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 31 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 12x + 4y + 31 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 31 = 0$.
- Câu 82:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1), B(3;5)$ và điểm M thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Khi đó điểm M nằm trên đường tròn nào sau đây?
A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$. **B.** $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$. **D.** $x^2 + y^2 - 5x + 4y - 11 = 0$.
- Câu 83:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4), B(2;4), C(2;0)$.
A. $I(1;1)$. **B.** $I(0;0)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(1;0)$.

- Câu 84:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 2 = 0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình
- A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$. B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.
 C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{5}$.
- Câu 85:** Trong mặt phẳng Oxy , biết đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 9 = 0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .
- A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$. B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$.
 C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$.
- Câu 86:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.
- A. $I(1;1)$. B. $I(0;0)$. C. $I(1;2)$. D. $I(1;0)$.
- Câu 87:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(3;2)$, $C(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là
- A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. B. $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$. C. $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$. D. $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.
- Câu 88:** Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình
- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$. C. $x^2 + y^2 = 2$. D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.
- Câu 89:** Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là
- A. $x^2 + y^2 = 1$. B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.
 C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$. D. $x^2 + y^2 = 2$.
- Câu 90:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0)$, $B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$.
- A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$. B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.
 C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$. D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.
- Câu 91:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3)$, $B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$ có phương trình là
- A. $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102$. B. $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.
 C. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$. D. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$.
- Câu 92:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và đi qua điểm $B(4;-2)$ có phương trình là
- A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$. B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

- C.** $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$ **D.** $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$
- Câu 93:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x-4y-19=0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là
A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.
- Câu 94:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(1;-1)$ bán kính $R=5$. Biết rằng đường thẳng $(d): 3x-4y+8=0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B . Tính độ dài đoạn thẳng AB .
A. $AB=8$. **B.** $AB=4$. **C.** $AB=3$. **D.** $AB=6$.
- Câu 95:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3;1)$, đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.
A. $d: x+2y-5=0$. **B.** $d: x-2y-5=0$. **C.** $d: x+2y+5=0$. **D.** $d: x-2y+5=0$.
- Câu 96:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x-3y+2=0$ là
A. $4x-3y+18=0$. **B.** $4x-3y+18=0$.
C. $4x-3y+18=0; 4x-3y-2=0$. **D.** $4x-3y-18=0; 4x-3y+2=0$.
- Câu 97:** Trong mặt phẳng Oxy , số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là
A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.
- Câu 98:** Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x-4y+5=0$.
A. $4x+3y+29=0$. **B.** $4x+3y+29=0$ hoặc $4x+3y-21=0$.
C. $4x-3y+5=0$ hoặc $4x-3y-45=0$ **D.** $4x+3y+5=0$ hoặc $4x+3y+3=0$.
- Câu 99:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C) ?
A. 1. **B.** 2. **C.** Vô số. **D.** 0.
- Câu 100:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x+4y+1=0$.
A. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0; 3x+4y-5\sqrt{2}+11=0$.
B. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0, 3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.
C. $3x+4y+5\sqrt{2}-11=0, 3x+4y+5\sqrt{2}+11=0$.
D. $3x+4y-5\sqrt{2}+11=0, 3x+4y-5\sqrt{2}-11=0$.
- Câu 101:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A ?
A. $y-5=0$. **B.** $y+5=0$. **C.** $x+y-5=0$. **D.** $x-y-5=0$.

- Câu 102:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C) ?
- A. $4x - 3y + 10 = 0$. B. $6x + y + 4 = 0$. C. $3x + 4y + 10 = 0$. D. $3x - 4y + 11 = 0$.
- Câu 103:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $P(-3; -2)$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là
- A. $x + y + 1 = 0$. B. $x - y - 1 = 0$. C. $x - y + 1 = 0$. D. $x + y - 1 = 0$.
- Câu 104:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(-3; 1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .
- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$. D. $2\sqrt{2}$.
- Câu 105:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $M(2; 1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là
- A. 6. B. $\sqrt{7}$. C. $3\sqrt{7}$. D. $2\sqrt{7}$.
- Câu 106:** Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $H(3; 2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x + 2y - 2 = 0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .
- A. $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 20$. B. $(x-2)^2 + (y+4)^2 = 20$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 = 1$. D. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.
- Câu 107:** Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1; 2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là
- A. $\frac{7}{5}$. B. $\frac{14}{5}$. C. 2. D. 5.
- Câu 108:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là
- A. $4x + 3y + 13 = 0$. B. $3x - 4y + 25 = 0$. C. $3x - 4y + 15 = 0$. D. $4x + 3y + 20 = 0$.
- Câu 109:** Trong mặt phẳng Oxy , gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x + y - m = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là
- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.
- Câu 110:** Trong mặt phẳng Oxy , điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
- A. $\sqrt{2}a = -b$. B. $a = -b$. C. $\sqrt{2}a = b$. D. $a = b$.

Câu 111: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$ có tâm I . Đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là $x + by + c = 0$. Tính $b + c$.

- A. 8. B. 2. C. 6. D. 1.

Câu 112: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3; 2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), I(1; -2)$. Tìm tọa độ đỉnh C , biết C có hoành độ lớn hơn 2.

- A. $C(9; 1)$. B. $C(5; 1)$. C. $C(4; 2)$. D. $C(3; -2)$.

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 57: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn?

- A. $x^2 + 2y^2 - 4x - 8y + 1 = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0$. D. $4x^2 + y^2 - 10x - 6y - 2 = 0$.

Lời giải:

Để là phương trình đường tròn thì điều kiện cần là hệ số của x^2 và y^2 phải bằng nhau nên loại được đáp án A và D.

Ta có: $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 20 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-4)^2 + 3 = 0$ vô lý.

Ta có: $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+3)^2 = 25$ là phương trình đường tròn tâm $I(2; -3)$, bán kính $R = 5$.

Câu 58: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của một đường tròn?

- A. $x^2 + y^2 - 4xy + 2x + 8y - 3 = 0$. B. $x^2 + 2y^2 - 4x + 5y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 14x + 2y + 2018 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 4x + 5y + 2 = 0$.

Câu 59: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào dưới đây đi qua điểm $A(4; -2)$?

- A. $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$. B. $x^2 + y^2 - 4x + 7y - 8 = 0$.
C. $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + 2x - 20 = 0$.

Lời giải:

Thế tọa độ của điểm $A(4; -2)$ vào phương trình đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 6y = 0$ ta có:

$4^2 + (-2)^2 - 2 \cdot 4 + 6(-2) = 16 + 4 - 8 - 12 = 0$ nên $A(4; -2)$ thuộc đường tròn.

Câu 60: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $x^2 + y^2 - 2x + 10y + 1 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $Q(2; 1)$. B. $M(3; -2)$. C. $N(-1; 3)$. D. $P(4; -1)$.

Câu 61: Trong mặt phẳng Oxy , xác định tâm và bán kính của đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.

- A. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 3$. B. Tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 9$.
C. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 3$. D. Tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 9$.

Câu 62: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $(C): x^2 + y^2 + 4x + 6y - 12 = 0$ có tâm là

- A. $I(-2; -3)$. B. $I(2; 3)$. C. $I(4; 6)$. D. $I(-4; -6)$.

Lời giải:

Ta có phương trình đường tròn là: $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 25$.

Vậy tâm đường tròn là: $I(-2; -3)$.

- Câu 63:** Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có bán kính bằng
A. 49. **B.** 7. **C.** 1. **D.** $\sqrt{29}$.

Lời giải:

Đường tròn $x^2 + y^2 - 10y - 24 = 0$ có tâm $I(0; 5)$, bán kính $R = \sqrt{0^2 + 5^2 - (-24)} = 7$.

- Câu 64:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ là phương trình đường tròn.
A. $1 < m < 2$. **B.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.
C. $m < 0$ hoặc $m > 1$. **D.** $m < 1$ hoặc $m > 2$.

Lời giải:

Phương trình (1) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow 5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 2$.

- Câu 65:** Trong mặt phẳng Oxy , tìm m để $(C_m): x^2 + y^2 + 4mx - 2my + 2m + 3 = 0$ là phương trình đường tròn?
A. $m < -\frac{5}{3}$ hoặc $m > 1$. **B.** $m < -\frac{5}{3}$.
C. $m > 1$. **D.** $-\frac{3}{5} < m < 1$.

Lời giải:

(C_m) là phương trình đường tròn $\Leftrightarrow (-2m)^2 + m^2 - (2m + 3) > 0$

$$\Leftrightarrow 5m^2 - 2m - 3 > 0 \Leftrightarrow m < -\frac{5}{3} \vee m > 1.$$

- Câu 66:** Trong mặt phẳng Oxy , với giá trị nào của m thì phương trình sau đây là phương trình của đường tròn $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$?
A. $1 < m < 2$. **B.** $-2 \leq m \leq 1$.
C. $m < 1$ hoặc $m > 2$. **D.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.

Lời giải:

Xét phương trình $x^2 + y^2 - 2(m+2)x + 4my + 19m - 6 = 0$ (*). Để (*) là phương trình đường tròn thì $5m^2 - 15m + 10 > 0 \Leftrightarrow m < 1$ hoặc $m > 2$.

- Câu 67:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường cong $(C_m): x^2 + y^2 - 8x + 10y + m = 0$. Với giá trị nào của m thì (C_m) là đường tròn có bán kính bằng 7?
A. $m = 4$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = -8$. **D.** $m = -4$.

Lời giải:

Ta có $R = \sqrt{4^2 + 5^2 - m} = 7 \Leftrightarrow m = -8$.

- Câu 68:** Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn có tâm $I(3; 4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$. Hỏi bán kính đường tròn bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{5}{3}$. B. 5. **C. 3.** D. $\frac{3}{5}$.

Lời giải:

Đường tròn tâm $I(3;4)$ tiếp xúc với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$ nên bán kính đường tròn chính là khoảng cách từ tâm $I(3;4)$ tới đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 10 = 0$.

$$\text{Ta có: } R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3.$$

Câu 69: Trong mặt phẳng Oxy , với những giá trị nào của m thì đường thẳng $\Delta: 4x + 3y + m = 0$ tiếp xúc với đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 9 = 0$?

- A. $m = -3$. B. $m = 3$ và $m = -3$.
C. $m = 3$. **D. $m = 15$ và $m = -15$.**

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm và bán kính là $I \equiv (0;0)$, $R = 3$.

$$\Delta \text{ tiếp xúc } (C) \Leftrightarrow d(I, \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|m|}{5} = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 15 \\ m = -15 \end{cases}$$

Câu 70: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình nào sau đây là phương trình của đường tròn tâm $I(-1;2)$, bán kính bằng 3?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$.
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$. **D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$.**

Câu 71: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$ là

- A. $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.** B. $x^2 + y^2 + 2x + 4y + 20 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 2x + 4y - 20 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 20 = 0$.

Lời giải:

Phương trình đường tròn có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = 5$ là $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 5^2$
 $\Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 = 25 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$.

Câu 72: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$ và điểm M là điểm bất kì thỏa mãn $\angle AMB = 90^\circ$. Khi đó điểm M nằm trên đường tròn có phương trình nào sau đây?

- A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$.** B. $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$. D. $x^2 + y^2 - 5x + 4y - 11 = 0$.

Lời giải:

M nằm trên đường tròn đường kính AB , có tâm $I\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ là trung điểm của AB và bán kính

$$R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{25+16} = \frac{1}{2}\sqrt{41} \text{ nên có phương trình}$$

$$\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{41}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0.$$

Câu 73: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Ox ?

- A. $x^2 + y^2 - 10x = 0$.** B. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 10x - 2y + 1 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$.

Lời giải:

Xét phương trình đường tròn : $x^2 + y^2 + 6x + 5y + 9 = 0$ có $I\left(-3; -\frac{5}{2}\right)$ và $R = \frac{5}{2}, d(I, O_x) = \frac{5}{2}$.

Suy ra: $d(I, O_x) = R$. Vậy (C) tiếp xúc với trục O_x .

Câu 74: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn nào sau đây tiếp xúc với trục Oy ?

A. $x^2 + y^2 - 10y + 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + 6x + 5y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 2x = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5 = 0$.

Câu 75: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $\Delta: x - 2y + 3 = 0$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0$

A. $(3;3)$ và $(-1;1)$. B. $(-1;1)$ và $(3;-3)$. C. $(3;3)$ và $(1;1)$. D. $(2;1)$ và $(2;-1)$.

Lời giải:

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình sau

$$\begin{cases} x - 2y + 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2y - 3 \\ (2y - 3)^2 + y^2 - 2(2y - 3) - 4y = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y^2 - 4y + 3 = 0 \\ x = 2y - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 \\ x = -1 \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} y = 3 \\ x = 3 \end{cases}$$

Vậy tọa độ giao điểm là $(3;3)$ và $(-1;1)$.

Câu 76: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ có phương trình lần lượt là $(x+1)^2 + (y+2)^2 = 9$ và $(x-2)^2 + (y-2)^2 = 4$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

A. Đường tròn (C_1) có tâm $I_1(-1;-2)$ và bán kính $R_1 = 3$.

B. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

C. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ không có điểm chung.

D. Hai đường tròn $(C_1), (C_2)$ tiếp xúc với nhau.

Lời giải:

Ta thấy đường tròn (C_1) có tâm $I(-1;-2)$ và bán kính $R_1 = 3$. Đường tròn (C_2) có tâm $I_2(2;2)$ và bán kính $R_2 = 2$.

Khi đó: $5 = R_1 + R_2 = I_1I_2 = \sqrt{(2+1)^2 + (2+2)^2} = 5 \Rightarrow (C_1)$ và (C_2) tiếp xúc nhau.

Câu 77: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B . Lập phương trình đường thẳng AB .

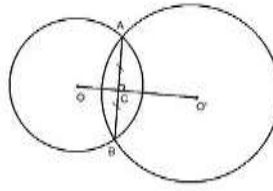
A. $x + y - 2 = 0$.

B. $x - y + 2 = 0$

C. $x + y + 2 = 0$.

D. $x - y - 2 = 0$.

Lời giải:



Giả sử hai đường tròn $(C): (x-1)^2 + y^2 = 4$ và $(C'): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt A và B khi đó tọa độ của A và thỏa mãn hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-1)^2 + y^2 = 4 \\ (x-4)^2 + (y-3)^2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 & (1) \\ x^2 + y^2 - 8x - 6y + 9 = 0 & (2) \end{cases}$$

Lấy (1) trừ (2) ta được: $6x + 6y - 12 = 0 \Leftrightarrow x + y - 2 = 0$ là phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm A và B .

Câu 78: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn (C) có đường kính AB với $A(1;1)$, $B(7;5)$

A. $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 13$.

B. $(x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$.

C. $(x+4)^2 + (y-3)^2 = 13$.

D. $(x-4)^2 + (y+3)^2 = 13$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm của AB thì $I(4;3)$ là tâm đường tròn (C) có đường kính AB .

$$\overline{AB} = (6;4) \Rightarrow AB = 2\sqrt{13}.$$

Phương trình đường tròn $(C): (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13$.

Câu 79: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(1;1)$ và $B(7;5)$. Phương trình đường tròn đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + 8x + 6y + 12 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 8x + 6y + 12 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 8x - 6y - 12 = 0$.

D. $x^2 + y^2 + 8x + 6y - 12 = 0$.

Lời giải:

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $I(4;3) \Rightarrow AI = \sqrt{13}$

Đường tròn cần tìm có đường kính AB suy ra nó nhận $I(4;3)$ làm tâm và bán kính

$$R = AI = \sqrt{13} \text{ có dạng: } (x-4)^2 + (y-3)^2 = 13 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 8x - 6y + 12 = 0.$$

Câu 80: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và đi qua $M(3;1)$ là

A. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 8$.

B. $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 10$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 10$.

D. $(x-3)^2 + (y-1)^2 = 8$.

Lời giải:

Điểm $M(3;1)$ thuộc đường tròn (C) nên $R = IM = \sqrt{(3-1)^2 + (1-3)^2} = 2\sqrt{2}$.

Đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$ và bán kính $R = 2\sqrt{2}$ có phương trình tổng quát là:

$$(C): (x-1)^2 + (y-3)^2 = 8.$$

Câu 81: Trong mặt phẳng Oxy , phương trình đường tròn (C) có tâm $I(6; 2)$ và tiếp xúc ngoài với đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ là

A. $x^2 + y^2 - 12x - 4y - 9 = 0$.

B. $x^2 + y^2 - 6x - 12y + 31 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 12x + 4y + 31 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 31 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn (C') : $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ có tâm $I'(2; -1)$ bán kính $R' = 2$.

Đường tròn (C) tâm $I(6; 2)$ tiếp xúc ngoài với (C') khi

$$II' = R + R' \Rightarrow R = II' - R' = 3 \quad II' = R + R' \Rightarrow II' - R = 3.$$

Phương trình đường tròn cần tìm $(x-6)^2 + (x-2)^2 = 9$ hay $x^2 + y^2 - 12x - 4y + 31 = 0$.

Câu 82: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(-2;1)$, $B(3;5)$ và điểm M thỏa mãn $AMB = 90^\circ$. Khi đó điểm M nằm trên đường tròn nào sau đây?

A. $x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0$.

B. $x^2 + y^2 + x + 6y - 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 + 5x - 4y + 11 = 0$.

D. $x^2 + y^2 - 5x + 4y - 11 = 0$.

Lời giải:

M nằm trên đường tròn đường kính AB .

Tâm của (C) là $I\left(\frac{1}{2}; 3\right)$ là trung điểm của AB và bán kính $R = \frac{1}{2}AB = \frac{1}{2}\sqrt{25+16} = \frac{1}{2}\sqrt{41}$ nên

$$\text{có phương trình: } \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + (y-3)^2 = \frac{41}{4} \Leftrightarrow x^2 + y^2 - x - 6y - 1 = 0.$$

Câu 83: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$.

B. $I(0;0)$.

C. $I(1;2)$.

D. $I(1;0)$.

Lời giải:

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0.$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 84: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1;1)$ và đường thẳng $(d): 3x + 4y - 2 = 0$. Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có phương trình

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = \frac{1}{5}$.

Lời giải:

Đường tròn tâm I và tiếp xúc với đường thẳng (d) có bán kính $R = d(I, d) = \frac{|3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 - 2|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 1$

Vậy đường tròn có phương trình là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 85: Trong mặt phẳng Oxy , biết đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ có một tiếp tuyến là đường thẳng $\Delta: 3x + 4y - 9 = 0$. Viết phương trình của đường tròn (C) .

A. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 2$.

B. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 2$.

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

D. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$.

Lời giải:

Vì đường tròn (C) có tâm $I(-3;2)$ và một tiếp tuyến của nó là đường thẳng Δ có phương trình là $3x + 4y - 9 = 0$ nên bán kính của đường tròn là $R = d(I, \Delta) = \frac{|3 \cdot (-3) + 4 \cdot 2 - 9|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = 2$

Vậy phương trình đường tròn là: $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$

Câu 86: Trong mặt phẳng Oxy , tìm tọa độ tâm I của đường tròn đi qua ba điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$.

A. $I(1;1)$.

B. $I(0;0)$.

C. $I(1;2)$.

D. $I(1;0)$.

Lời giải:

Giả sử phương trình đường tròn đi qua 3 điểm A, B, C có dạng $(C): x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$

Thay tọa độ 3 điểm $A(0;4)$, $B(2;4)$, $C(2;0)$ ta được:

$$\begin{cases} 8b + c = -16 \\ 4a + 8b + c = -20 \\ 4a + c = -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \\ c = 0 \end{cases} \Rightarrow (C): x^2 + y^2 - 2x - 4y = 0.$$

Vậy (C) có tâm $I(1;2)$ và bán kính $R = \sqrt{5}$.

Câu 87: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có $A(1;-1)$, $B(3;2)$, $C(5;-5)$. Tọa độ tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là

A. $\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

B. $\left(\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

C. $\left(-\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right)$.

D. $\left(-\frac{47}{10}; \frac{13}{10}\right)$.

Lời giải:

Gọi $I(x; y)$ là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\text{Ta có: } \begin{cases} AI^2 = BI^2 \\ AI^2 = CI^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-3)^2 + (y-2)^2 \\ (x-1)^2 + (y+1)^2 = (x-5)^2 + (y+5)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4x + 6y = 11 \\ 8x - 8y = 48 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{47}{10} \\ y = -\frac{13}{10} \end{cases}$$

$$\Rightarrow I\left(\frac{47}{10}; -\frac{13}{10}\right).$$

Câu 88: Trong mặt phẳng Oxy , cho các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình

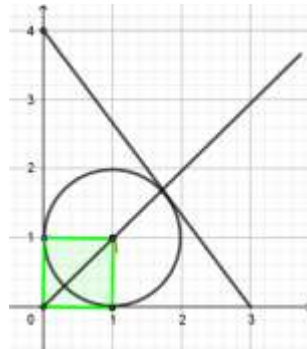
A. $x^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 - 4x + 4 = 0$.

C. $x^2 + y^2 = 2$.

D. $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Lời giải:



Vì các điểm $A(3;0)$ và $B(0;4)$ nằm trong góc phần tư thứ nhất nên tam giác OAB cũng nằm trong góc phần tư thứ nhất. Do vậy gọi tâm đường tròn nội tiếp là $I(a,b)$ thì $a > 0, b > 0$.

Theo đề, ta có: $d(I;Ox) = d(I;Oy) = d(I;AB)$.

Phương trình theo đoạn chắn của AB là: $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ hay $4x + 3y - 12 = 0$.

$$\text{Do vậy ta có: } \begin{cases} |a| = |b| \\ |4a + 3b - 12| = 5|a| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ \begin{cases} 7a - 12 = 5a \\ 7a - 12 = -5a \end{cases} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = b > 0 \\ \begin{cases} a = 6 \text{ (l)} \\ a = 1 \end{cases} \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn cần tìm là: $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$.

Câu 89: Trong mặt phẳng Oxy , cho hai điểm $A(3;0)$, $B(0;4)$. Đường tròn nội tiếp tam giác OAB có phương trình là

A. $x^2 + y^2 = 1$.

B. $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

C. $x^2 + y^2 - 6x - 8y + 25 = 0$.

D. $x^2 + y^2 = 2$.

Lời giải:

Ta có $OA = 3$, $OB = 4$, $AB = 5$.

Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác OAB .

Từ hệ thức $AB \cdot \vec{IO} + OB \cdot \vec{IA} + OA \cdot \vec{IB} = \vec{0}$ (Chứng minh) ta được:

$$\begin{cases} x_I = \frac{AB \cdot x_O + OB \cdot x_A + OA \cdot x_B}{AB + OB + OA} = \frac{4 \cdot 3}{5 + 4 + 3} = 1 \\ y_I = \frac{AB \cdot y_O + OB \cdot y_A + OA \cdot y_B}{AB + OB + OA} = \frac{3 \cdot 4}{5 + 4 + 3} = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1;1)$$

Mặt khác tam giác OAB vuông tại O với r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác thì

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\frac{1}{2} OA \cdot OB}{\frac{OA + OB + AB}{2}} = \frac{3 \cdot 4}{3 + 4 + 5} = 1 \quad (S, p \text{ lần lượt là diện tích và nửa chu vi tam giác}).$$

Vậy phương trình đường tròn nội tiếp tam giác OAB là $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 1$

hay $x^2 + y^2 - 2x - 2y + 1 = 0$.

Câu 90: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình đường tròn đi qua hai điểm $A(3;0)$, $B(0;2)$ và có tâm thuộc đường thẳng $d: x + y = 0$.

A. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

B. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

C. $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

D. $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Lời giải:

$A(3;0), B(0;2), d: x + y = 0$.

Gọi I là tâm đường tròn vậy $I(x; -x)$ vì $I \in d$.

$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (3-x)^2 + x^2 = x^2 + (2+x)^2 \Leftrightarrow -6x + 9 = 4x + 4 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$. Vậy $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

$IA = \sqrt{\left(3 - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{26}}{2}$ là bán kính đường tròn.

Phương trình đường tròn cần lập là: $\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{2}$.

Câu 91: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) đi qua hai điểm $A(1;3), B(3;1)$ và có tâm nằm trên đường thẳng $d: 2x - y + 7 = 0$ có phương trình là

A. $(x-7)^2 + (y-7)^2 = 102$.

B. $(x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

C. $(x-3)^2 + (y-5)^2 = 25$.

D. $(x+3)^2 + (y+5)^2 = 25$.

Lời giải:

$I(a; b)$ là tâm của đường tròn (C) , do đó:

$AI^2 = BI^2 \Rightarrow (a-1)^2 + (b-3)^2 = (a-3)^2 + (b-1)^2$

Hay: $a = b$ (1). Mà $I(a; b) \in d: 2x - y + 7 = 0$ nên $2a - b + 7 = 0$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có: $a = -7 \Rightarrow b = -7 \Rightarrow R^2 = AI^2 = 164$.

Vậy $(C): (x+7)^2 + (y+7)^2 = 164$.

Câu 92: Trong mặt phẳng Oxy , đường tròn (C) tiếp xúc với trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và đi qua điểm $B(4;-2)$ có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 4$

C. $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$

D. $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 4$

Lời giải:

Vì $y_A = y_B = -2$ nên $AB \perp y'Oy$ và AB là đường kính của (C) . Suy ra $I(2; -2)$ và bán kính

$R = IA = 2$. Vậy $(C): (x-2)^2 + (y+2)^2 = 4$.

Câu 93: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0$ và đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 25$. Biết đường thẳng Δ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A và B , khi đó độ dài đoạn thẳng AB là

A. 6.

B. 3.

C. 4.

D. 8.

Lời giải:

Từ $\Delta: 3x - 4y - 19 = 0 \Rightarrow y = \frac{3}{4}x - \frac{19}{4}$ (1).

Thế (1) vào (C) ta được

$$(x-1)^2 + \left(\frac{3}{4}x - \frac{23}{4}\right)^2 = 25 \Leftrightarrow \frac{25}{16}x^2 - \frac{85}{8}x + \frac{145}{16} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=\frac{29}{5} \end{cases}$$

+) $x_A = 1 \Rightarrow y_A = -4 \Rightarrow A(1; -4)$.

+) $x_B = \frac{29}{5} \Rightarrow y_B = -\frac{2}{5} \Rightarrow B\left(\frac{29}{5}; -\frac{2}{5}\right)$.

Độ dài đoạn thẳng $AB = \sqrt{\left(\frac{29}{5} - 1\right)^2 + \left(-\frac{2}{5} + 4\right)^2} = 6$.

Câu 94: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = 5$. Biết rằng đường thẳng (d): $3x - 4y + 8 = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

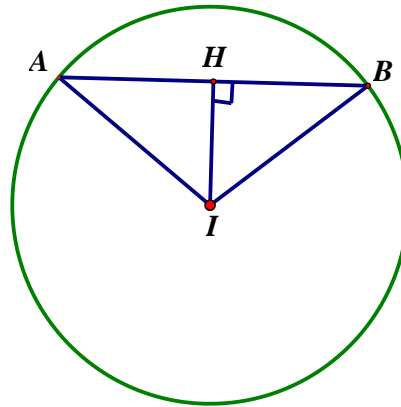
A. $AB = 8$.

B. $AB = 4$.

C. $AB = 3$.

D. $AB = 6$.

Lời giải:



Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng AB. Ta có $IH \perp AB$ và

$$IH = d(I; AB) = \frac{|3 \cdot 1 - 4 \cdot (-1) + 8|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 3.$$

Xét tam giác vuông AHI ta có: $HA^2 = IA^2 - IH^2 = 5^2 - 3^2 = 16 \Rightarrow HA = 4 \Rightarrow AB = 2HA = 8$.

Câu 95: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $A(3; 1)$, đường tròn (C): $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

A. $d: x + 2y - 5 = 0$.

B. $d: x - 2y - 5 = 0$.

C. $d: x + 2y + 5 = 0$.

D. $d: x - 2y + 5 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{1^2 + 2^2 - 3} = \sqrt{2}$.

Theo giả thiết đường thẳng d đi qua A và cắt đường tròn (C) tại hai điểm B, C sao cho $BC = 2\sqrt{2}$.

Vì $BC = 2\sqrt{2} = 2R$ nên BC là đường kính của đường tròn (C) suy ra đường thẳng d đi qua tâm $I(1;2)$

Ta chọn: $\vec{u}_d = \vec{IA} = (2; -1) \Rightarrow \vec{n}_d = (1; 2)$.

Vậy đường thẳng d đi qua $A(3;1)$ và có VTPT $\vec{n}_d = (1; 2)$ nên phương trình tổng quát của đường thẳng d là: $1(x-3) + 2(y-1) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 5 = 0$.

Câu 96: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$. Phương trình tiếp tuyến với đường tròn (C) song song với đường thẳng $\Delta: 4x - 3y + 2 = 0$ là

A. $4x - 3y + 18 = 0$.

B. $4x - 3y + 18 = 0$.

C. $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

D. $4x - 3y - 18 = 0; 4x - 3y + 2 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-4)^2 = 4$ có tâm $I(1;4)$ và bán kính $R = 2$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) .

Vì $d // \Delta$ nên đường thẳng $d: 4x - 3y + m = 0 (m \neq 2)$.

$$d \text{ là tiếp tuyến của } (C) \Leftrightarrow d(I; (d)) = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 - 3 \cdot 4 + m|}{\sqrt{4^2 + (-3)^2}} = 2$$

$$\Leftrightarrow |m - 8| = 10 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 18 \\ m = -2 \end{cases} \text{ (thỏa mãn điều kiện)}$$

Vậy có 2 tiếp tuyến cần tìm: $4x - 3y + 18 = 0; 4x - 3y - 2 = 0$.

Câu 97: Trong mặt phẳng Oxy , số tiếp tuyến chung của 2 đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ là

A. 1.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải:

Đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có tâm $I(1; -2)$ bán kính $R = 2$.

Đường tròn $(C'): x^2 + y^2 + 6x - 8y + 20 = 0$ có tâm $I'(-3; 4)$ bán kính $R' = \sqrt{5}$.

$$II' = 2\sqrt{13}.$$

Vậy $II' > R + R'$ nên 2 đường tròn không có điểm chung suy ra 2 đường tròn có 4 tiếp tuyến chung.

Câu 98: Trong mặt phẳng Oxy , viết phương trình tiếp tuyến của đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$.

A. $4x + 3y + 29 = 0$.

B. $4x + 3y + 29 = 0$ hoặc $4x + 3y - 21 = 0$.

C. $4x - 3y + 5 = 0$ hoặc $4x - 3y - 45 = 0$

D. $4x + 3y + 5 = 0$ hoặc $4x + 3y + 3 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn $(C): (x-2)^2 + (y+4)^2 = 25$ có tâm $I(2; -4)$, bán kính $R = 5$.

Đường thẳng Δ vuông góc với đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$ có phương trình dạng: $4x + 3y + c = 0$

Δ là tiếp tuyến của đường tròn (C) khi và chỉ khi:
 $d(I; \Delta) = R \Leftrightarrow \frac{|4.2 + 3.(-4) + c|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = 5 \Leftrightarrow |c - 4| = 25 \Leftrightarrow \begin{cases} c - 4 = 25 \\ c - 4 = -25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = 29 \\ c = -21 \end{cases}$. Vậy có hai tiếp tuyến cần tìm là: $4x + 3y + 29 = 0$ và $4x + 3y - 21 = 0$.

Câu 99: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn (C) có phương trình $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$. Từ điểm $A(1;1)$ kẻ được bao nhiêu tiếp tuyến đến đường tròn (C) ?

- A. 1. B. 2. C. Vô số. **D. 0.**

Lời giải:

(C) có tâm $I(1; -1)$ bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 - (-3)} = \sqrt{5}$

Vì $IA = 2 < R$ nên A nằm bên trong (C) . Vì vậy không kẻ được tiếp tuyến nào tới đường tròn (C) .

Câu 100: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0$. Viết phương trình tiếp tuyến d của đường tròn (C) biết tiếp tuyến đó song song với đường thẳng $\Delta: 3x + 4y + 1 = 0$.

- A. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$; $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
B. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.
 C. $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y + 5\sqrt{2} + 11 = 0$.
 D. $3x + 4y - 5\sqrt{2} + 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Lời giải:

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y + 3 = 0 \Leftrightarrow (x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 2$.

Do đó đường tròn có tâm $I = (1; 2)$ và bán kính $R = \sqrt{2}$.

Do d song song với đường thẳng Δ nên d có phương trình là $3x + 4y + k = 0$, ($k \neq 1$).

Ta có $d(I; d) = R \Leftrightarrow \frac{|11 + k|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow |11 + k| = 5\sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 11 + k = 5\sqrt{2} \\ 11 + k = -5\sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 5\sqrt{2} - 11 \\ k = -5\sqrt{2} - 11 \end{cases}$.

Vậy có hai phương trình tiếp tuyến cần tìm là $3x + 4y + 5\sqrt{2} - 11 = 0$, $3x + 4y - 5\sqrt{2} - 11 = 0$.

Câu 101: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ và điểm $A(1;5)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây là tiếp tuyến của đường tròn (C) tại điểm A ?

- A. $y - 5 = 0$.** B. $y + 5 = 0$. C. $x + y - 5 = 0$. D. $x - y - 5 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(1; 2) \Rightarrow \overrightarrow{IA} = (0; 3)$.

Gọi d là tiếp tuyến của (C) tại điểm A , khi đó d đi qua A và nhận vectơ \overrightarrow{IA} là một VTPT.

Chọn một VTPT của d là $\overrightarrow{n_d} = (0; 1)$.

Vậy phương trình đường thẳng d là $y - 5 = 0$.

Câu 102: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4 = 0$ và điểm $A(-1; 2)$. Đường thẳng nào trong các đường thẳng dưới đây đi qua A và là tiếp tuyến của đường tròn (C) ?

- A. $4x - 3y + 10 = 0$.** B. $6x + y + 4 = 0$. C. $3x + 4y + 10 = 0$. D. $3x - 4y + 11 = 0$.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm là gốc tọa độ $O(0;0)$ và có bán kính $R = 2$.

Họ đường thẳng Δ qua $A(-1;2): a(x+1)+b(y-2)=0$, với $a^2+b^2 \neq 0$.

Điều kiện tiếp xúc $d(O;\Delta) = R$ hay

$$\frac{|a-2b|}{\sqrt{a^2+b^2}} = 2 \Leftrightarrow (a-2b)^2 = 4(a^2+b^2) \Leftrightarrow 3a^2+4ab=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ 3a=-4b \end{cases}$$

Với $a=0$, chọn $b=1$ ta có $\Delta_1: y-2=0$.

Với $3a=-4b$, chọn $a=4$ và $b=-3$ ta có $\Delta_2: 4(x+1)-3(y-2)=0 \Leftrightarrow 4x-3y+10=0$.

Câu 103: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $P(-3;-2)$ và đường tròn $(C): (x-3)^2 + (y-4)^2 = 36$. Từ điểm P kẻ các tiếp tuyến PM và PN tới đường tròn (C) , với M, N là các tiếp điểm. Phương trình đường thẳng MN là

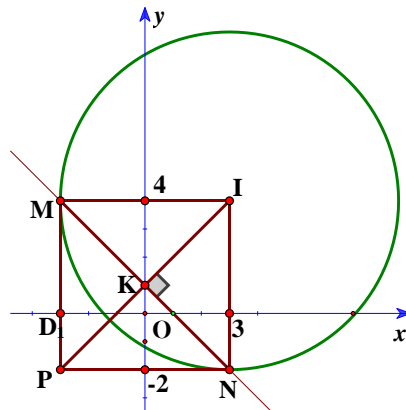
A. $x+y+1=0$.

B. $x-y-1=0$.

C. $x-y+1=0$.

D. $x+y-1=0$.

Lời giải:



Gọi I là tâm của đường tròn, ta có tọa độ tâm $I(3;4)$.

Theo đề ra ta có tứ giác IMP_N là hình vuông, nên đường thẳng MN nhận $\overrightarrow{IP} = (-6;-6)$ làm VTPT, đồng thời đường thẳng MN đi qua trung điểm $K(0;1)$ của IP . Vậy phương trình đường thẳng MN : $1.(x-0)+1.(y-1)=0$ hay $x+y-1=0$.

Câu 104: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $M(-3;1)$ và đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$. Gọi T_1, T_2 là các tiếp điểm của các tiếp tuyến kẻ từ M đến (C) . Tính khoảng cách từ O đến đường thẳng T_1T_2 .

A. 5.

B. $\sqrt{5}$.

C. $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải:

$(C): x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-3)^2 = 4$ suy ra (C) có tâm $I(1;3)$ và $R=2$

+ Phương trình đường thẳng d đi qua $M(-3;1)$ có phương trình: $A(x+3)+B(y-1)=0$.

d là tiếp tuyến với đường tròn khi và chỉ khi $d(I;d) = R$.

$$\Rightarrow \text{ta có phương trình: } \frac{|A+3B+3A-B|}{\sqrt{A^2+B^2}} = 2 \Leftrightarrow 3A^2+4AB=0 \Leftrightarrow \begin{cases} A=0 \\ 3A=-4B \end{cases}$$

+ Với $A=0$, chọn $B=1$, phương trình tiếp tuyến thứ nhất là $(d_1): y=1$.

Thế $y=1$ vào $(C): x^2+y^2-2x-6y+6=0$, ta được tiếp điểm là $T_1(1;1)$.

+ Với $3A=-4B$, chọn $A=-4; B=3$, phương trình tiếp tuyến thứ hai là $(d_2): -4x+3y-15=0$

$$\text{Tiếp điểm } T_2\left(x; \frac{4x}{3}+5\right) \in (C) \text{ nên } (x-1)^2 + \left(\frac{4x}{3}+5-3\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x = -\frac{3}{5} \Rightarrow T_2\left(-\frac{3}{5}; \frac{21}{5}\right).$$

$$\text{+ Phương trình đường thẳng } T_1T_2: 2(x-1)+1(y-1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-3=0.$$

$$\text{+ Khoảng cách từ } O \text{ đến đường thẳng } T_1T_2 \text{ là: } d(0; T_1T_2) = \frac{|-3|}{\sqrt{2^2+1^2}} = \frac{3}{\sqrt{5}}.$$

Câu 105: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2+y^2-2x-4y-4=0$ và điểm $M(2;1)$. Dây cung của (C) đi qua điểm M có độ dài ngắn nhất là

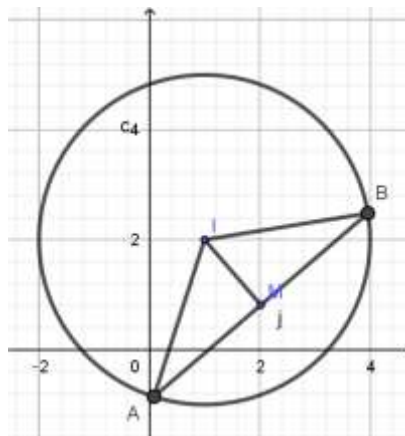
A. 6.

B. $\sqrt{7}$.

C. $3\sqrt{7}$.

D. $2\sqrt{7}$.

Lời giải:



Ta có $(C): x^2+y^2-2x-4y-4=0 \Leftrightarrow (C): (x-1)^2+(y-2)^2=9$ nên có tâm $I(1;2), R=3$

Vì $IM = \sqrt{2} < 3 = R$.

Gọi d là đường thẳng đi qua M cắt đường tròn (C) tại các điểm A, B . Gọi J là trung điểm của AB . Ta có:

$$\text{Ta có: } AB = 2AJ = 2\sqrt{R^2 - IJ^2} \geq 2\sqrt{R^2 - IM^2} = 2\sqrt{9-2} = 2\sqrt{7}.$$

Câu 106: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC biết $H(3;2)$, $G\left(\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$ lần lượt là trực tâm và trọng tâm của tam giác, đường thẳng BC có phương trình $x+2y-2=0$. Viết phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

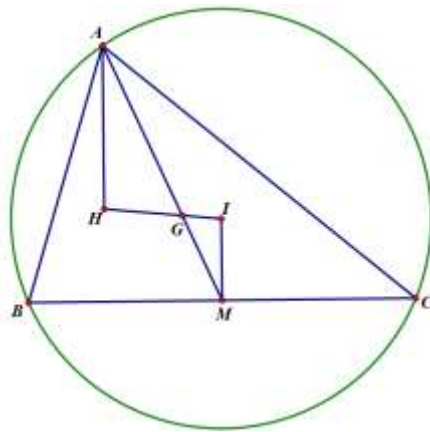
A. $(x+1)^2+(y+1)^2=20$.

B. $(x-2)^2+(y+4)^2=20$.

C. $(x-1)^2+(y+3)^2=1$.

D. $(x-1)^2+(y-3)^2=25$.

Lời giải:



*) Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

$$\Rightarrow \overrightarrow{HI} = \frac{3}{2} \overrightarrow{HG} \Rightarrow \begin{cases} x_I - 3 = \frac{3}{2} \left(\frac{5}{3} - 3 \right) \\ y_I - 2 = \frac{3}{2} \left(\frac{8}{3} - 2 \right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 3 \end{cases}.$$

(Do đó ta có thể chọn đáp án D luôn mà không cần tính bán kính).

*) Gọi M là trung điểm của $BC \Rightarrow IM \perp BC \Rightarrow IM: 2x - y + 1 = 0$.

$$M = IM \cap BC \Rightarrow \begin{cases} 2x - y = -1 \\ x + 2y = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow M(0;1).$$

$$\text{Lại có: } \overrightarrow{MA} = 3\overrightarrow{MG} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 3 \cdot \frac{5}{3} \\ y_A - 1 = 3 \cdot \left(\frac{8}{3} - 1\right) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 6 \end{cases}.$$

Suy ra: bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $R = IA = 5$.

Vậy phương trình đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $(x-1)^2 + (y-3)^2 = 25$.

Câu 107: Trong mặt phẳng Oxy , cho điểm $I(1;2)$ và đường thẳng $(d): 2x + y - 5 = 0$. Biết rằng có hai điểm M_1, M_2 thuộc (d) sao cho $IM_1 = IM_2 = \sqrt{10}$. Tổng các hoành độ của M_1 và M_2 là

A. $\frac{7}{5}$. **B.** $\frac{14}{5}$. C. 2. D. 5.

Lời giải:

$$\begin{cases} IM_1 = IM_2 = \sqrt{10} \\ I(1;2) \end{cases} \Rightarrow M_1, M_2 \in (C): (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10.$$

Mặt khác, M_1, M_2 thuộc $(d): 2x + y - 5 = 0$ nên ta có tọa độ M_1, M_2 là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} (x-1)^2 + (y-2)^2 = 10 & (1) \\ 2x + y - 5 = 0 & (2) \end{cases}.$$

$$(2) \Leftrightarrow y = -2x + 5, \text{ thay vào (1) ta có } 5x^2 - 14x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{14}{5} \end{cases}$$

Gọi x_1, x_2 lần lượt là hoành độ của M_1 và $M_2 \Rightarrow x_1 + x_2 = 0 + \frac{14}{5} = \frac{14}{5}$.

Câu 108: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): (x+1)^2 + (y-3)^2 = 4$ và đường thẳng $d: 3x - 4y + 5 = 0$. Phương trình của đường thẳng d' song song với đường thẳng d và chắn trên (C) một dây cung có độ dài lớn nhất là

- A. $4x + 3y + 13 = 0$. B. $3x - 4y + 25 = 0$. **C. $3x - 4y + 15 = 0$.** D. $4x + 3y + 20 = 0$.

Lời giải:

(C) có tâm $I(-1; 3)$ và $R = 2$. $d' // d \Rightarrow d': 3x - 4y + c = 0$.

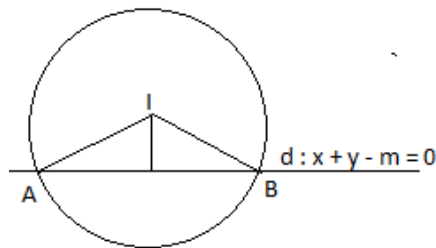
Yêu cầu bài toán có nghĩa là d' qua tâm $I(-1; 3)$ của (C) , tức là: $-3 - 12 + c = 0 \Leftrightarrow c = 15$

Vậy $d': 3x - 4y + 15 = 0$.

Câu 109: Trong mặt phẳng Oxy , gọi I là tâm của đường tròn $(C): (x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$. Số các giá trị nguyên của m để đường thẳng $x + y - m = 0$ cắt đường tròn (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích lớn nhất là

- A. 1. B. 3. **C. 2.** D. 0.

Lời giải:



Gọi: $d: x + y - m = 0$; tâm của (C) là $I(1; 1)$, để $d \cap (C)$ tại 2 phân biệt khi đó:

$$0 \leq d(I; d) < 2 \Leftrightarrow 0 \leq \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} < 2 \Leftrightarrow 2-2\sqrt{2} < m < 2+2\sqrt{2} (*)$$

$$\text{Xét } \triangle IAB \text{ có: } S_{\triangle IAB} = \frac{1}{2} \cdot IA \cdot IB \cdot \sin AIB = \frac{1}{2} \cdot R^2 \cdot \sin AIB \leq \frac{1}{2} \cdot R^2$$

Dấu "=" xảy ra khi:

$$\sin AIB = 1 \Leftrightarrow AIB = 90^\circ \Rightarrow AB = 2\sqrt{2} \Rightarrow d(I; d) = \sqrt{2} \Leftrightarrow \frac{|2-m|}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Leftrightarrow \begin{cases} m=0 & (TM) \\ m=4 & (TM) \end{cases}$$

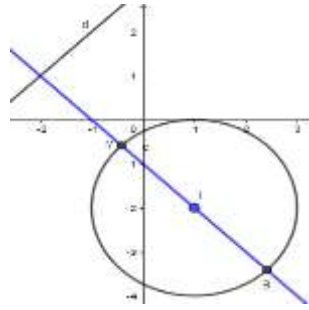
Câu 110: Trong mặt phẳng Oxy , điểm nằm trên đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ có khoảng cách ngắn nhất đến đường thẳng $d: x - y + 3 = 0$ có tọa độ $M(a; b)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\sqrt{2}a = -b$. B. $a = -b$. **C. $\sqrt{2}a = b$.** D. $a = b$.

Lời giải:

Đường tròn (C) có tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.

Gọi Δ là đường thẳng qua I và vuông góc với d . Khi đó, điểm M cần tìm là một trong hai giao điểm của Δ và (C) .



Ta có phương trình $\Delta: x + y + 1 = 0$.

$$\text{Xét hệ: } \begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x + 4y + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x - 1 \\ (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = -x - 1 \\ 2(x-1)^2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -x - 1 \\ x = 1 \pm \sqrt{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + \sqrt{2} \\ y = -2 - \sqrt{2} \end{cases} \text{ hoặc } \begin{cases} x = 1 - \sqrt{2} \\ y = -2 + \sqrt{2} \end{cases}$$

$$\text{Với } B(1 + \sqrt{2}; -2 - \sqrt{2}) \Rightarrow d(B, d) = 2 + 3\sqrt{2}$$

$$\text{Với } C(1 - \sqrt{2}; -2 + \sqrt{2}) \Rightarrow d(C, d) = -2 + 3\sqrt{2} < d(B, d)$$

$$\text{Suy ra } M(1 - \sqrt{2}; -2 + \sqrt{2}) \Rightarrow a = 1 - \sqrt{2}; b = -2 + \sqrt{2} = \sqrt{2}(1 - \sqrt{2}) = \sqrt{2}a.$$

Câu 111: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường tròn $(C): x^2 + y^2 - 4x + 2y - 15 = 0$ có tâm I . Đường thẳng d đi qua $M(1; -3)$ cắt (C) tại A, B . Biết tam giác IAB có diện tích là 8. Phương trình đường thẳng d là $x + by + c = 0$. Tính $b + c$.

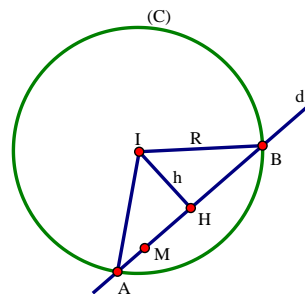
A. 8.

B. 2.

C. 6.

D. 1.

Lời giải:



(C) có tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2\sqrt{5}$.

$$\text{Đặt } h = d(I, AB). \text{ Ta có: } S_{IAB} = \frac{1}{2} h \cdot AB = 8 \Rightarrow h \cdot AB = 16.$$

$$\text{Mặt khác: } R^2 = h^2 + \frac{AB^2}{4} = 20. \text{ Suy ra: } \begin{cases} h = 4 \\ AB = 4 \end{cases}; \begin{cases} h = 2 \\ AB = 8 \end{cases}$$

$$\text{Vì } d \text{ đi qua } M(1; -3) \text{ nên } 1 - 3b + c = 0 \Rightarrow 3b - c = 1 \Rightarrow c = 3b - 1$$

$$\text{Với } h=4 = \frac{|2-b+c|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{|2-b+3b-1|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{|1+2b|}{\sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b \in \emptyset.$$

$$\text{Với } h=2 = \frac{|2-b+c|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{|2-b+3b-1|}{\sqrt{1+b^2}} = \frac{|1+2b|}{\sqrt{1+b^2}} \Rightarrow b = \frac{3}{4} \Rightarrow c = \frac{5}{4} \Rightarrow b+c=2.$$

Câu 112: Trong mặt phẳng Oxy , cho tam giác ABC có trung điểm của BC là $M(3;2)$, trọng tâm và tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác lần lượt là $G\left(\frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right), I(1;-2)$. Tìm tọa độ đỉnh C , biết C có hoành độ lớn hơn 2.

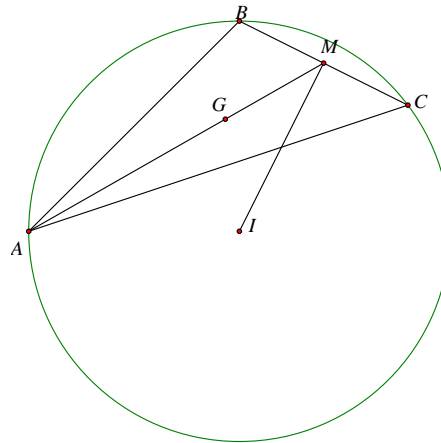
A. $C(9;1)$.

B. $C(5;1)$.

C. $C(4;2)$.

D. $C(3;-2)$.

Lời giải:



Vì $\overrightarrow{GA} = -2\overrightarrow{GM}$ nên A là ảnh của điểm M qua phép vị tự tâm G , tỉ số -2 , suy ra $A(-4;-2)$. Đường tròn ngoại tiếp ABC có tâm I , bán kính $R=IA=5$ có phương trình $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 25$.

Ta có: $\overrightarrow{IM} = (2;4)$.

Đường thẳng BC đi qua M và nhận vectơ \overrightarrow{IM} làm vectơ pháp tuyến, phương trình BC là: $1(x-3) + 2(y-2) = 0 \Leftrightarrow x + 2y - 7 = 0$.

Điểm C là giao điểm của đường thẳng BC và đường tròn $(I;R)$ nên tọa độ điểm C là nghiệm của hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 = 25 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1, y=3 \\ x=5, y=1 \end{cases}$$

Đối chiếu điều kiện đề bài ta có tọa độ điểm $C(5;1)$.

HẾT

Huế, 09h30' Ngày 22 tháng 02 năm 2023