

# CÂU TRÚC DỮ LIỆU VÀ THUẬT TOÁN

Danh sách tuyến tính

#### Nội dung

- Định nghĩa danh sách tuyến tính
- Kiểu dữ liệu trừu tượng danh sách tuyến tính
- Mång
- Danh sách liên kết
- Ngăn xếp
- Hàng đợi



## Định nghĩa danh sách tuyến tính

- Các đối tượng được lưu trữ có thứ tự
- Các đối tượng có thể lặp lại giá trị
- Quan hệ trước-sau giữa các đối tượng



## Kiểu dữ liệu trừu tượng danh sách tuyến tính

- Lưu trữ các đối tượng với quan hệ trước-sau
- Kí hiệu:
  - L: danh sách
  - x: đối tượng (phần tử của danh sách)
  - p: kiểu vị trí
  - END(L): hàm trả về vị trí sau vị trí của phần tử cuối cùng của danh sách L



## Kiểu dữ liệu trừu tượng danh sách tuyến tính

#### Thao tác

- Insert(x, p, L): chèn phần tử x vào vị trí p trên danh sách L
- Locate(x, L): trả về vị trí của phần tử x trên danh sách L
- Retrieve(p, L): trả về phần tử ở vị trí p trong danh sách L
- Delete(p, L): loại bỏ phần tử ở vị trí p trên danh sách L
- Next(p, L): trả về vị trí tiếp theo của p trên danh sách L
- Prev(p, L): trả về vị trí trước của p trên danh sách L
- MakeNull(L): thiết lập danh sách L về danh sách rỗng
- First(L): trả về vị trí đầu tiên của danh sách L



## Kiểu mảng

- Các đối tượng được cấp phát liên tiếp nhau trong bộ nhớ
- Truy cập các đối tượng thông qua chỉ số (kiểu vị trí chính là giá trị nguyên xác định chỉ số)
- Việc thêm hoặc loại bỏ phần tử khỏi mảng cần thiết phải dồn mảng



## Kiểu mảng

- Tổ chức dữ liệu
  - int a[100000]; // bộ nhớ lưu trữ
  - int n; // số phần tử của mảng (bắt đầu từ chỉ số 0)

```
void insert(int x, int p) {
  for(int j = n-1; j >= p; j--)
    a[j+1] = a[j];
  a[p] = x; n = n + 1;
void delete(int p) {
  for(int j = p+1; j <= n-1; j++)
    a[j-1] = a[j];
  n = n - 1;
}
int retrieve(int p) {
  return a[p];
}
```

## Kiểu mảng

- Tổ chức dữ liệu
  - int a[100000]; // bộ nhớ lưu trữ
  - int n; // số phần tử của mảng (bắt đầu từ chỉ số 0)

```
int locate(int x) {// vi trí đầu tiên của
x trong danh sách
  for(int j = 0; j <= n-1; j++)
    if(a[j] == x) return j;
  return -1;
void makeNull() {
  n = 0;
int next(int p) {
  if(0 <= p \&\& p < n-1) return p+1;
  return -1;
int prev(int p) {
  if(p > 0 \&\& p <= n-1) return p-1;
  return -1;
}
```



#### Con trỏ và danh sách liên kết đơn

- Con trỏ: địa chỉ của biến
- int\* p: p là con trỏ trỏ đến 1 biến int. Giá trị của p xác định địa chỉ của biến
- int a; int\* p = &a;// p trỏ vào biến a
- Kiểu cấu trúc

```
typedef struct TNode{
    int a;
    double b;
    char* s;
}TNode;
```

• TNode\* q: q là con trỏ trỏ đến 1 biến có kiểu TNode



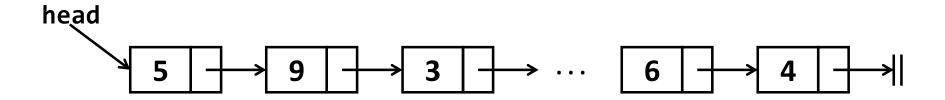
#### Con trỏ và danh sách liên kết đơn

- q->a: truy nhập đến thành phần a của kiểu cấu trúc
- q = (TNode\*)malloc(sizeof(TNode)):
   cấp phát bộ nhớ cho 1 kiểu TNode và q
   trỏ vào vùng nhớ được cấp phát

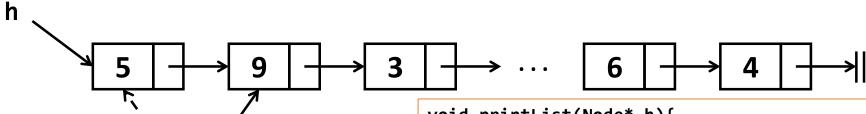
```
int main() {
   int a = 123;
   int* p;
   p = &a;
   *p = 456;
   printf("a = %d\n",a);
}
```

 Mỗi phần tử, ngoài trường dữ liệu, có thêm con trỏ để trỏ đến phần tử tiếp theo

```
struct Node{
    int value;
    Node* next;
};
Node* head;
```



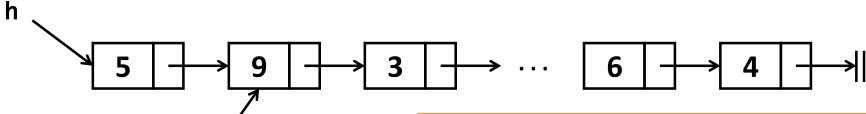




- Tìm kiếm
  - cần duyệt lần lượt từ phần tử đầu tiên của danh sách
  - Dùng con trỏ next để truy cập đến phần tử tiếp theo

```
void printList(Node* h){
  Node* p = h;
  while(p != NULL){
    printf("%d ",p->value);
    p = p->next;
Node* findLast(Node* h){
  Node* p = h;
  while(p != NULL){
    if(p->next == NULL) return p;
    p = p->next;
  return NULL;
```



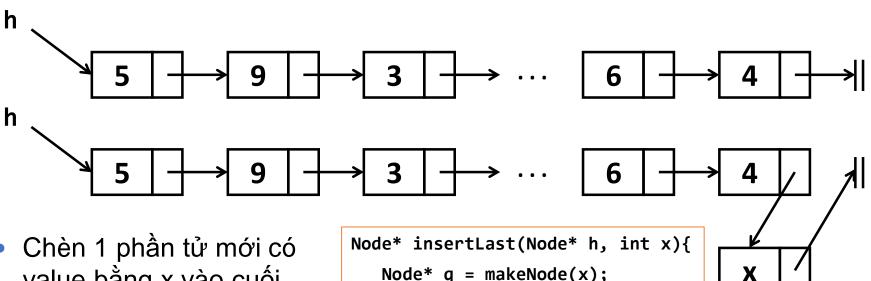


 Chèn 1 phần tử mới có value bằng x vào sau phần tử được trỏ bởi p

p

```
Node* makeNode(int x){
  Node* q = new Node;
  q->value = x; q->next = NULL;
  return q;
}
Node* insertAfter(Node* h, Node* p, int x){
  if(p == NULL) return h;
  Node* q = makeNode(x);
  if(h == NULL) return q;
  q->next = p->next;
  p \rightarrow next = q;
  return h;
```

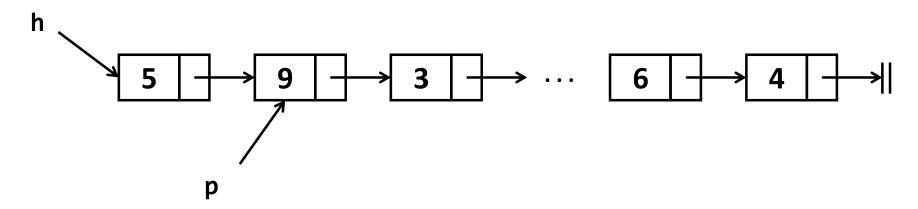




 Chèn 1 phần tử mới có value bằng x vào cuối danh sách có con trỏ đầu là h

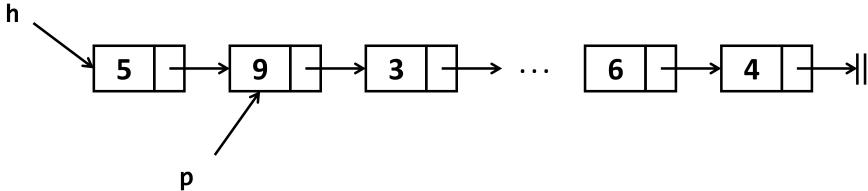
```
Node* insertLast(Node* h, int x){
   Node* q = makeNode(x);
   if(h == NULL)
      return q;
   Node* p = h;
   while(p->next != NULL)
      p = p->next;
   p->next = q;
   return h;
}
```





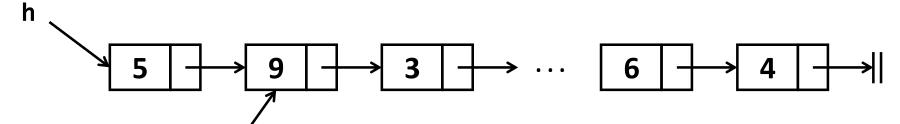
 Tìm một phần tử đầu tiên kể từ trái có value bằng x trên danh sách có con trỏ đầu là h

```
Node* locate(Node* h, int x){
   Node* p = h;
   while(p != NULL){
   if(p->value == x) return p;
       p = p->next;
   }
   return NULL;
}
```



 Tìm một phần tử đứng trước một phần tử được trỏ bởi con trỏ p

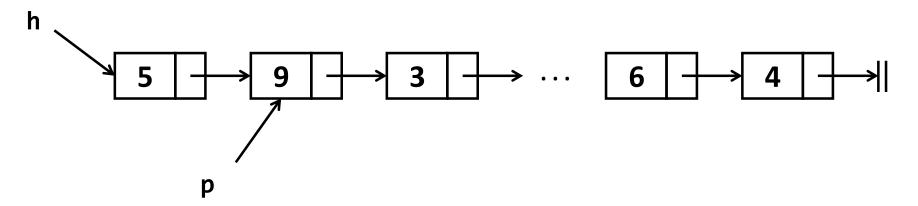
```
Node* prev(Node* h, Node* p){
  Node* q = h;
  while(q != NULL){
    if(q->next == p) return q;
    q = q->next;
  }
  return NULL;
}
```



 Chèn 1 phần tử mới có value bằng x vào trước phần tử được trỏ bởi p

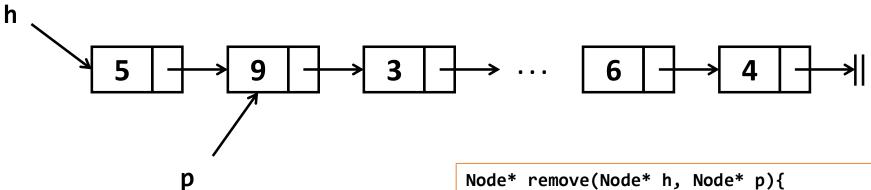
```
Node* insertAt(Node* h, Node* p, int x){
   Node* pp = prev(h,p);
    if(pp == NULL && p != NULL) return h;
   Node* q = new Node;
   q->value = x; q->next = NULL;
    if(pp == NULL){
        if(h == NULL)
            return q;
        q \rightarrow next = h;
        return q;
    q-next = p; pp-next = q;
    return h;
}
```





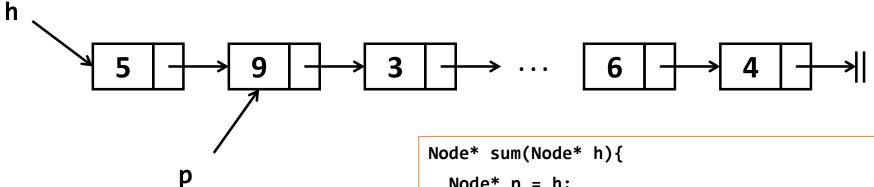
 Chèn 1 phần tử mới có value bằng x vào trước phần tử được trỏ bởi p (đệ quy)

```
Node* insertAtRecursive(Node* h, Node* p, int x){
   if(p == NULL) return h;
   if(h == NULL || p == h){
      return makeNode(x);
   }else{
      h->next = insertAtRecursive(h->next,p,x);
      return h;
   }
}
```



 Xóa phần tử được trỏ bởi con trỏ p

```
Node* remove(Node* h, Node* p){
    if(h == NULL || p == NULL) return h;
    if(h == p){
        h = h->next;
        delete p;
        return h;
    }else{
        h->next = remove(h->next,p);
        return h;
    }
}
```



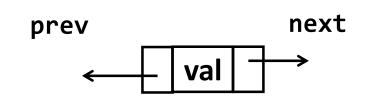
 Tính tổng giá trị của các phần tử của một danh sách liên kết được trỏ bởi h

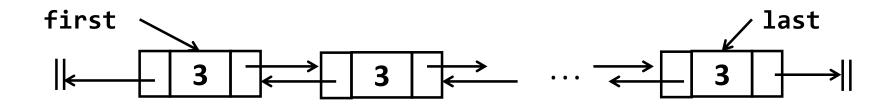
```
Node* p = h;
  int S = 0;
  while(p != NULL) {
    S = S + p->value;
    p = p->next;
  return S;
int sumRecursive(Node* h){
    if(h == NULL) return 0;
    return h->value + sumRecursive(h->next);
}
```



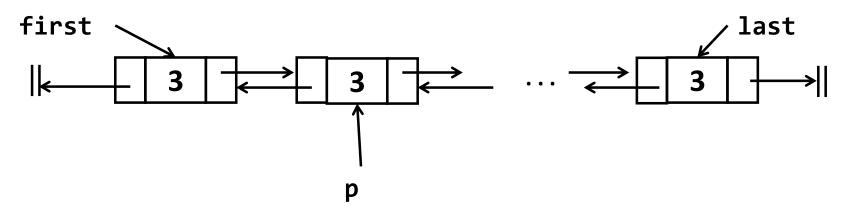
```
struct DNode{
   int val;
   DNode* prev;
   DNode* next;
};

DNode* first;
DNode* last;
```



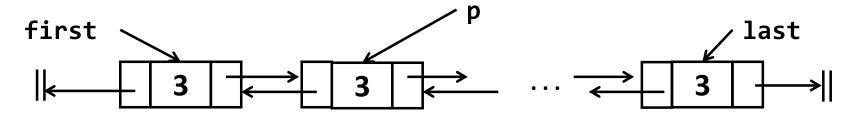






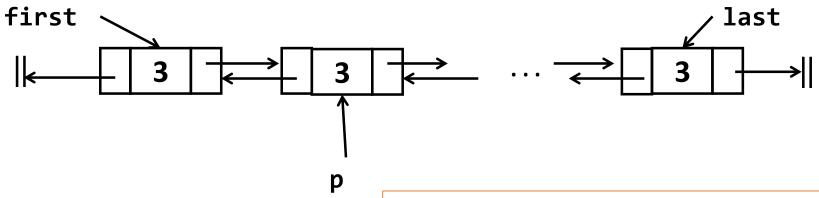
Tạo mới phần tử

```
DNode* makeNode(int v){
    DNode* p = new DNode;
    p->val = v;
    p->next = NULL;
    p->prev = NULL;
    return p;
}
```



```
void remove(DNode* p) {
  if(p == NULL) return;
  if(first == last && p == first){
    first = NULL; last = NULL; delete p;
  if(p == first){
    first = p->next; first->prev = NULL;
    delete p; return;
  if(p == last){
    last = p->prev; last->next = NULL;
    delete p; return;
  p->prev->next = p->next; p->next->prev = p->prev; delete p;
```





```
void insertLast(int x){
    DNode* q = makeNode(x);
    if(first == NULL && last == NULL){
        first = q;
        last = q;
        return;
    }
    q->prev = last;
    last->next = q;
    last = q;
}
```



#### Thư viện C++

- Kiểu list: <a href="http://www.cplusplus.com/reference/list/list/">http://www.cplusplus.com/reference/list/list/</a>
- Phương thức
  - push\_front()
  - push\_back()
  - pop\_front()
  - pop\_back()
  - size()
  - clear()
  - erase()

```
#include <list>
#include <stdio.h>
using namespace std;
int main(){
  list<int> L;
  for(int i = 1; i <= 10; i++)
    L.push_back(i);
  list<int>::iterator it;
  for(it = L.begin(); it != L.end();
        it++){
     int x = *it;
     printf("%d ",x);
```

- Danh sách các đối tượng
- Thao tác thêm mới và loại bỏ được thực hiện ở 1 đầu (đỉnh hay top)
   của danh sách (Last In First Out LIFO)
- Thao tác
  - Push(x, S): chèn 1 phần tử x vào ngăn xếp
  - Pop(S): lấy ra 1 phần tử khỏi ngăn xếp
  - Top(S): truy cập phần tử ở đỉnh của ngăn xếp
  - Empty(S): trả về true nếu ngăn xếp rỗng

- Ví dụ: kiểm tra tính hợp lệ của dãy ngoặc
  - [({})](): hợp lệ
  - ([} {}): không hợp lệ



- Ví dụ: kiểm tra tính hợp lệ của dãy ngoặc
  - [({})](): hợp lệ
  - ([] {}): không hợp lệ
- Thuật toán:
  - Sử dụng 1 ngăn xếp S
  - Duyệt dãy ngoặc từ trái qua phải
    - Nếu gặp ngoặc mở thì đẩy vào S
    - Nếu gặp ngoặc đóng
      - Nếu S rỗng thì trả về FALSE
      - Nếu S còn phần tử thì lấy 1 ngoặc mở ra khỏi S, kiểm tra đối sánh với ngoặc đóng: nếu ngoặc mở và đóng không tương ứng với nhau thì trả về FALSE
    - Kết thúc việc duyệt, nếu S vẫn còn phần tử thì trả về FALSE, ngược lại thì trả về TRUE



Ví dụ: kiểm tra tính hợp lệ của dãy ngoặc

• [({})](): hợp lệ

• ([} {}): không hợp lệ

```
#include <stack>
#include <stdio.h>
using namespace std;
bool match(char a, char b){
    if(a == '(' && b == ')') return true;
    if(a == '{' && b == '}') return true;
    if(a == '[' && b == ']') return true;
    return false;
```



- Ví dụ: kiểm tra tính hợp lệ của dãy ngoặc
  - [({})](): hợp lệ
  - ([} {}): không hợp lệ

```
bool solve(char* x, int n){
 stack<char> S;
 for(int i = 0; i <= n-1; i++){
   if(x[i] == '[' || x[i] == '(' || x[i] == '{'}){
      S.push(x[i]);
   }else{
      if(S.empty()){
        return false;
      }else{
        char c = S.top(); S.pop();
        if(!match(c,x[i])) return false;
  return S.empty();
int main() {
  bool ok = solve("[({})]()",8);
```



- Danh sách các đối tượng với 2 đầu head và tail
- Thao tác thêm mới được thực hiện ở tail
- Thao tác loại bỏ được thực hiện ở head (First In First Out FIFO)
- Thao tác
  - Enqueue(x, Q): chèn 1 phần tử x vào hàng đợi
  - Dequeue(Q): lấy ra 1 phần tử khỏi hàng đợi
  - Empty(Q): trả về true nếu hàng đợi rỗng



- Bài toán rót nước
  - Có 1 bể chứa nước (vô hạn)
  - Có 2 cốc với dung tích là a, b (nguyên dương) lít
  - Tìm cách đong đúng c (nguyên dương) lít nước



• Bài toán rót nước: a = 6, b = 8, c = 4

Bước	Thực hiện	Trạng thái
1	Đổ đầy nước vào cốc 1	(6,0)
2	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,6)
3	Đổ đầy nước vào cốc 1	(6,6)
4	Đổ nước từ cốc 1 vào đầy cốc 2	(4,8)

• Bài toán rót nước: a = 4, b = 19, c = 21

Bướ	Thực hiện	Trạng thái
С		
1	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,0)
2	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,4)
3	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,4)
4	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(8,0)
5	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,8)
6	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,12)
7	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,12)
8	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,16)
9	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,16)
10	Đổ nước từ cốc 1 vào đầy cốc 2	(1,19)
11	Đổ hết nước ở cốc 2 ra ngoài	(1,0)



Bài toán rót nước: a = 4, b = 19, c = 21 (tiếp)

Bướ	Thực hiện	Trạng thái
С		
12	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,1)
13	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,1)
14	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,5)
15	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,5)
16	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,9)
17	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,9)
18	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,13)
19	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,13)
20	Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2	(0,17)
21	Đổ đầy nước vào cốc 1	(4,17)

- Thiết kế thuật toán và cấu trúc dữ liệu
  - Trạng thái là bộ (x, y): lượng nước có trong cốc 1 và 2
  - Trạng thái ban đầu (0, 0)
  - Trạng thái kết thúc: x = c hoặc y = c hoặc x + y = c
  - Chuyển trạng thái
    - (1) Đổ đầy nước từ bể vào cốc 1: (a, y)
    - (2) Đổ đầy nước từ bể vào cốc 2: (x, b)
    - (3) Đổ hết nước từ cốc 1 ra ngoài: (0, *y*)
    - (4) Đổ hết nước từ cốc 2 ra ngoài: (x, 0)
    - (5) Đổ nước từ cốc 1 vào đầy cốc 2: (x + y b, b), nếu  $x + y \ge b$
    - (6) Đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2: (0, x + y), nếu  $x + y \le b$
    - (7) Đổ nước từ cốc 2 vào đầy cốc 1: (a, x + y a), nếu x + y ≥ a
    - (8) Đổ hết nước từ cốc 2 sang cốc 1: (x + y, 0), nếu x + y ≤ a



• Đưa (0,0) vào hàng đợi

$\mid (0,0) \mid$					
(0,0)					

Lấy (0,0) ra và đưa (6,0), (0,8) vào hàng đợi

	(0,0)	(6,0)	(0,8)							
--	-------	-------	-------	--	--	--	--	--	--	--

Lấy (6,0) ra và đưa (0,6) và (6,8) vào hàng đợi

(0,0)	(6,0)	(0,8)	(0,6)	(6,8)			
							4

Lấy (0,8) ra và đưa (6,2) vào hàng đợi

(0,0) (6,0) (0,8) (0,6) (6,8)	(6,2)
-------------------------------	-------

Đưa (0,6) ra và đưa (6,6) vào hàng đợi
(0,0) (6,0) (0,8) (0,6) (6,8) (6,2) (6,6)

Lấy (6,8) ra và không đưa trạng thái mới nào vào hàng đơi
 (0,0) (6,0) (0,8) (0,6) (6,8) (6,2) (6,6)

Lấy (6,2) ra và đưa (0,2) vào hàng đợi
(0,0) (6,0) (0,8) (0,6) (6,8) (6,2) (6,6) (0,2)

Lấy (6,6) ra và đưa (4,8) vào hàng đợi
 (0,0) (6,0) (0,8) (0,6) (6,8) (6,2) (6,6) (0,2) (4,8)



- Thiết kế thuật toán và cấu trúc dữ liệu
  - Hàng đợi Q để ghi nhận các trạng thái được sinh ra
  - Mảng 2 chiều để đánh dấu trạng thái đã được xét đến
    - visited[x][y] = true, n\u00e9u trang th\u00e1i (x, y) d\u00e4 du\u00f3c sinh ra
  - Ngăn xếp để in ra chuỗi các hành động để đạt được kết quả
  - Danh sách L để lưu các con trỏ trỏ đến các vùng nhớ được cấp phát động (phục vụ cho việc thu hồi bộ nhớ khi kết thúc chương trình)



Khai báo cấu trúc dữ liệu

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <queue>
#include <stack>
#include <list>
using namespace std;
struct State{
  int x;
  int y;
  char* msg;// action to generate current state
  State* p;// pointer to the state generating current state
};
bool visited[10000][10000];
queue<State*> Q;
list<State*> L;
State* target;
int a,b,c;
```

 Các hàm khởi tạo mảng đánh dấu, đánh dấu trạng thái, kiểm tra trạng thái đích, giải phóng bộ nhớ

```
void initVisited(){
  for(int x = 0; x < 10000; x++)
    for(int y = 0; y < 10000; y++)
      visited[x][y] = false;
}
bool reachTarget(State* S){
    return S->x == c || S->y == c ||
       S->x + S->y == c;
}
void markVisit(State* S){
    visited[S->x][S->y] = true;
void freeMemory(){
    list<State*>::iterator it;
    for(it = L.begin(); it != L.end(); it++){
        delete *it;
```



 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (3): đổ hết nước từ cốc 1 ra ngoài

```
bool genMove1Out(State* S){
    if(visited[0][S->y]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = 0;
    newS->v = S->v;
    newS->msg = "Do het nuoc o coc 1 ra ngoai";
    newS - > p = S;
    Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (4): đổ hết nước từ cốc 2 ra ngoài

```
bool genMove2Out(State* S){
    if(visited[S->x][0]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = S->x;
    newS -> y = 0;
    newS->msg = "Do het nuoc o coc 2 ra ngoai";
    newS->p = S;
   0.push(newS); markVisit(newS);
    L.push_back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (5): đổ nước từ cốc 1 vào đầy cốc 2

```
bool genMove1Full2(State* S){
    if(S->x+S->y < b) return false;</pre>
    if(visited[S->x + S->y - b][b]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = S->x + S->y - b;
    newS -> y = b;
    newS->msg = "Do nuoc tu coc 1 vao day coc 2";
    newS->p = S;
   Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
}
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (7): đổ nước từ cốc 2 vào đầy cốc 1

```
bool genMove2Full1(State* S){
    if(S->x+S->y < a) return false;</pre>
    if(visited[a][S->x + S->y - a]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = a;
    newS->y = S->x + S->y - a;
    newS->msg = "Do nuoc tu coc 2 vao day coc 1";
    newS->p = S;
    Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push_back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    }
    return false;
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (6): đổ hết nước từ cốc 1 sang cốc 2

```
bool genMoveAll12(State* S){
    if(S->x + S->y > b) return false;
    if(visited[0][S->x + S->y]) return false;
    State* newS = new State;
   newS->x = 0;
    newS->y = S->x + S->y;
    newS->msg = "Do het nuoc tu coc 1 sang coc 2";
    newS->p = S;
   Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
}
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (8): đổ hết nước từ cốc 2 sang cốc 1

```
bool genMoveAll21(State* S){
    if(S->x + S->y > a) return false;
    if(visited[S->x + S->y][0]) return false;
    State* newS = new State:
    newS->x = S->x + S->y;
    newS -> y = 0;
    newS->msg = "Do het nuoc tu coc 2 sang coc 1";
    newS->p = S;
    Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (1): đổ đầy nước từ bể vào cốc 1

```
bool genMoveFill1(State* S){
    if(visited[a][S->y]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = a;
    newS->y = S->y;
    newS->msg = "Do day nuoc vao coc 1";
    newS->p = S;
   Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
}
```

 Hàm sinh trạng thái bởi hành động (2): đổ đầy nước từ bể vào cốc 2

```
bool genMoveFill2(State* S){
    if(visited[S->x][b]) return false;
    State* newS = new State;
    newS->x = S->x;
    newS->y = b;
    newS->msg = "Do day nuoc vao coc 2";
    newS->p = S;
   Q.push(newS); markVisit(newS);
    L.push back(newS);
    if(reachTarget(newS)){
        target = newS;
        return true;
    return false;
```

 Hàm in chuỗi hành động để thu được kết quả

```
void print(State* target){
   printf("-----\n");
   if(target == NULL)
      printf("Khong co loi giai!!!!!!");
   State* currentS = target;
   stack<State*> actions;
   while(currentS != NULL){
       actions.push(currentS);
       currentS = currentS->p;
    }
   while(actions.size() > 0){
       currentS = actions.top();
       actions.pop();
       printf("%s, (%d,%d)\n",
            currentS->msg,currentS->x,
                currentS->y);
}
```



- Khởi tạo, sinh trạng thái ban đầu và đưa vào hàng đợi
- Tại mỗi bước, lấy 1 trạng thái ra khỏi hàng đợi, sinh trạng thái mới và đưa vào hàng đợi

```
void solve(){
  initVisited();
  // sinh ra trang thai ban dau (0,0) va dua vao Q
  State* S = new State;
 S->x = 0; S->y = 0; S->p = NULL;
  Q.push(S); markVisit(S);
 while(!Q.empty()){
    State* S = Q.front(); Q.pop();
    if(genMove1Out(S)) break;
    if(genMove2Out(S)) break;
    if(genMove1Full2(S)) break;
    if(genMoveAll12(S)) break;
    if(genMove2Full1(S)) break;
    if(genMoveAll21(S)) break;
    if(genMoveFill1(S)) break;
    if(genMoveFill2(S)) break;
```



- Hàm main
  - Thử nghiệm với bộ dữ liệu: a =
    4, b = 7, c = 9

```
int main(){
    a = 4;
    b = 7;
    c = 9;
    target = NULL;
    solve();
    print(target);
    freeMemory();
}
```