ĐẠI HỌC BÁCH KHOA HÀ NỘI
VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG

CẤU TRÚC DỮ LIỆU VÀ THUẬT TOÁN

Sắp xếp

NỘI DUNG

- Tổng quan bài toán sắp xếp
- Thuật toán sắp xếp lựa chọn
- Thuật toán sắp xếp chèn
- Thuật toán sắp xếp nổi bọt
- Thuật toán sắp xếp trộn
- Thuật toán sắp xếp nhanh
- Thuật toán sắp xếp vun đống

TỔNG QUAN BÀI TOÁN SẮP XẾP

- Sắp xếp là việc đưa các phần tử của một dãy theo đúng thứ tự (không giảm hoặc không tăng) dựa vào 1 giá trị khoá
- Thiết kế thuật toán sắp xếp hiệu quả là một việc đặc biệt quan trọng do việc sắp xếp xuất hiện trong rất nhiều tình huống tính toán
- Hai thao tác cơ bản trong một thuật toán sắp xếp
  - Compare(a, b): so sánh khoá của 2 phần tử a và b
  - Swap(a, b): đổi chỗ 2 phần tử a và b cho nhau
- Không giảm tổng quát, giả sử cần sắp xếp dãy a_1, a_2, …, a_n theo thứ tự không giảm của giá trị

TỔNG QUAN BÀI TOÁN SẮP XẾP

- Phân loại thuật toán sắp xếp
  - Sắp xếp *tại chỗ*: sử dụng bộ nhớ trung gian là hằng số, không phụ thuộc độ dài dãy đầu vào
  - Sắp xếp *ổn định*: duy trì thứ tự tương đối giữa 2 phần tử có cùng giá trị khoá (vị trí tương đối giữa 2 phần tử có cùng khoá không đổi trước và sau khi sắp xếp)
  - Thuật toán sắp xếp dựa trên so sánh: sử dụng phép so sánh để quyết định thứ tự phần tử (counting sort không phải là thuật toán sắp xếp dựa trên so sánh)

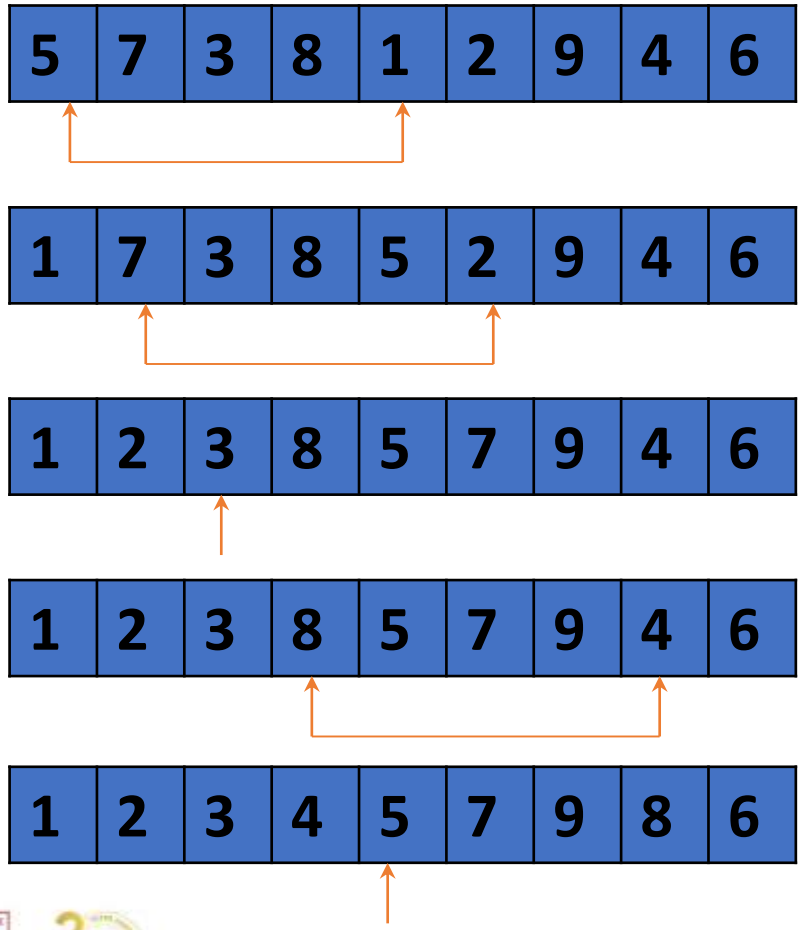
SẮP XẾP LỰA CHỌN

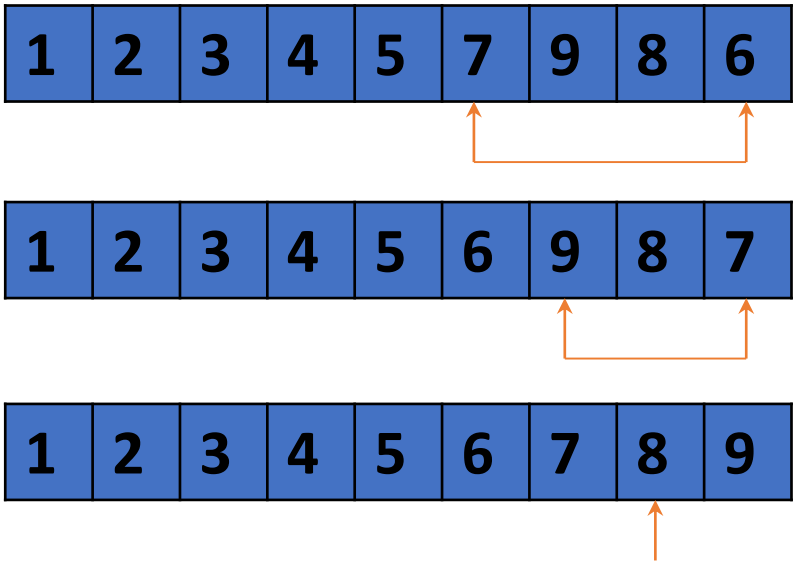
- Chọn số nhỏ nhất xếp vào vị trí thứ 1
- Chọn số nhỏ thứ 2 xếp vào vị trí thứ 2
- Chọn số nhỏ thứ 3 xếp vào vị trí thứ 3
- …

```
void selectionSort(int A[], int N) {
  // index tu 1 -> N
  for(int k = 1; k <= N; k++){
    int min = k;
    for(int j = k+1; j <= N; j++){
      if(A[min] > A[j]) min = j;
    }
    int tmp = A[min];
    A[min] = A[k];
    A[k] = tmp;
  }
}
```

SẮP XẾP LỰA CHỌN

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6





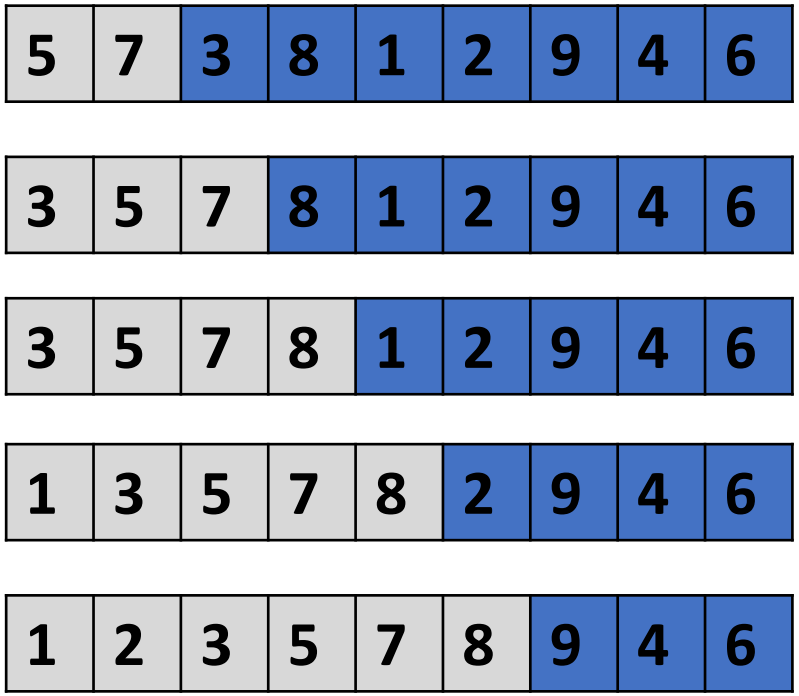
SẮP XẾP CHÈN

- Thuật toán diễn ra qua các bước lặp $k = 2, 3, \ldots, n$
- Tại mỗi bước thứ k: chèn a_k vào đúng vị trí trong dãy đã được sắp $a_1, a_2, \ldots, a_{k-1}$ để thu được dãy được sắp đúng thứ tự
- Sau bước thứ k thì dãy $a_1, a_3, \ldots, a_k$ đã được sắp đúng thứ tự, dãy còn lại $a_{k+1}, \ldots, a_n$ giữ nguyên vị trí

```
void insertionSort(int A[], int N) {
  // index tu 1 -> N
  for(int k = 2; k <= N; k++){
   int last = A[k];
   int j = k;
   while(j > 1 && A[j-1] >
         last){
     A[j] = A[j-1];
     j--;
   }
   A[j] = last;
  }
}
```

SẮP XẾP CHÈN

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



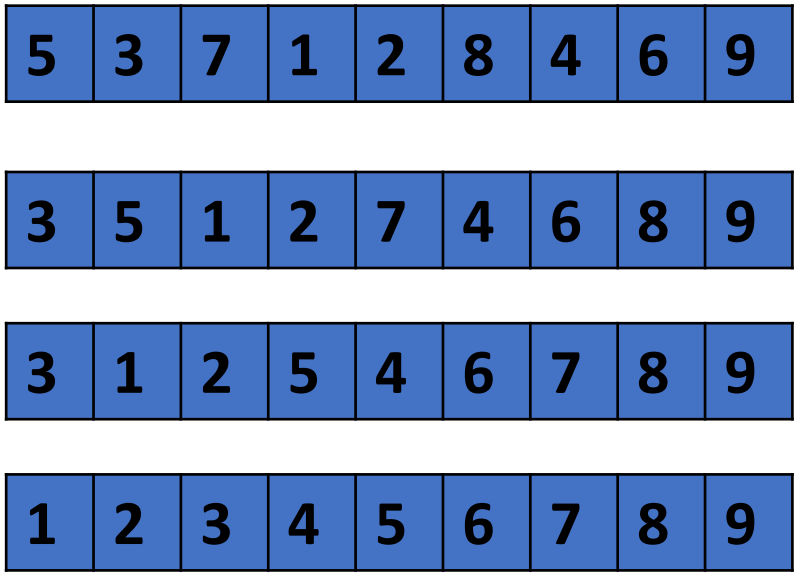
SẮP XẾP NỔI BỌT

- Duyệt dãy từ trái qua phải (hoặc từ phải qua trái)
  - Tại mỗi bước, so sánh 2 phần tử đứng cạnh nhau và tiến hành đổi chỗ 2 phần tử đó nếu phần tử trước lớn hơn phần tử sau
- Lặp lại quá trình trên khi nào trong dãy vẫn còn 2 phần tử đứng cạnh nhau mà phần tử trước lớn hơn phần tử sau

```
void bubleSort(int A[], int N) {
  // index tu 1 den N
  int swapped;
  do{
    swapped = 0;
    for(int i = 1; i < N; i++){
      if(A[i] > A[i+1]){
        int tmp = A[i];
        A[i] = A[i+1];
        A[i+1] = tmp;
        swapped = 1;
      }
    }
  }while(swapped == 1);
}
```

SẮP XẾP NỔI BỌT

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



SẮP XẾP TRỘN

- Dựa trên chia để trị
- Chia dãy a_1, …, a_n thành 2 dãy con có độ dài bằng nhau
- Sắp xếp 2 dãy con bằng thuật toán sắp xếp trộn
- Trộn 2 dãy con đã được sắp với nhau để thu được dãy ban đầu được sắp thứ tự

```
void mergeSort(int A[], int L, int R) {
  if(L < R){
    int M = (L+R)/2;
    mergeSort(A,L,M);
    mergeSort(A,M+1,R);
    merge(A,L,M,R);
  }
}
```

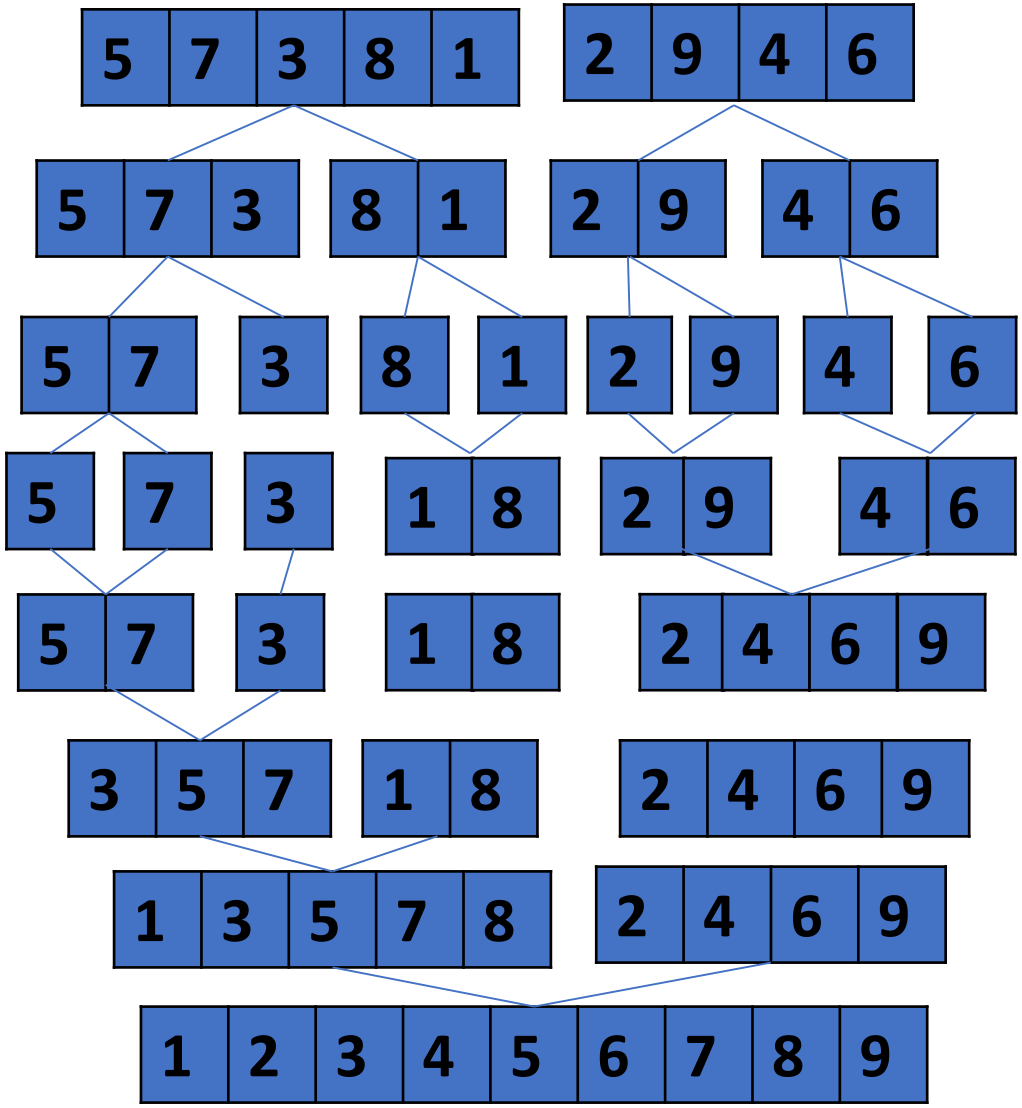
SẮP XẾP TRỘN

- Sử dụng mảng trung gian để lưu trữ tạm thời trong quá trình trộn

```
void merge(int A[], int L, int M, int R) {
// tron 2 day da sap A[L..M] va A[M+1..R]
  int i = L; int j = M+1;
  for(int k = L; k <= R; k++){
    if(i > M){ TA[k] = A[j]; j++;}
    else if(j > R){TA[k] = A[i]; i++;}
    else{
      if(A[i] < A[j]){
         TA[k] = A[i]; i++;
      }
      else {
         TA[k] = A[j]; j++;
      }
    }
  }
  for(int k = L; k <= R; k++) A[k] = TA[k];
}
```

SẮP XẾP TRỘN

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



SẮP XẾP NHANH

- Chọn một phần tử bất kỳ dùng làm phần tử trụ (pivot)
- Sắp xếp lại dãy sao cho
  - Các phần tử đứng trước phần tử trụ sẽ không lớn hơn phần tử trụ
  - Các phần tử đứng sau phần tử trụ không nhỏ hơn phần tử trụ
- Khi đó phần tử trụ (có thể bị thay đổi vị trí) đã đứng đúng vị trí trong dãy khi được sắp thứ tự
- Tiến hành sắp xếp dãy con đứng trước và sau phần tử trụ bằng sắp xếp nhanh

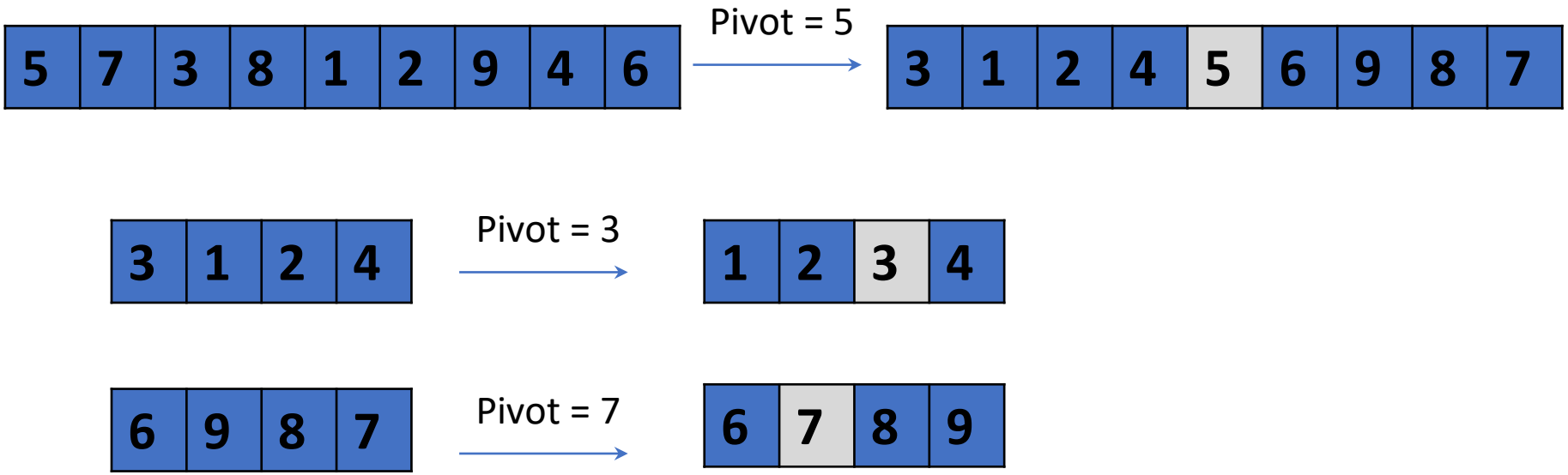
SẮP XẾP NHANH

```
void quickSort(int A[], int L, int R) {
  if(L < R){
    int index = (L + R)/2;
    index = partition(A, L, R, index);
    if(L < index)
      quickSort(A, L, index-1);
    if(index < R)
      quickSort(A, index+1, R);
  }
}
```

```
int partition(int A[], int L, int R, int
                          indexPivot) {
  int pivot = A[indexPivot];
  swap(A[indexPivot], A[R]);
  int storeIndex = L;
  for(int i = L; i <= R-1; i++){
    if(A[i] < pivot){
      swap(A[storeIndex], A[i]);
      storeIndex++;
    }
  }
  swap(A[storeIndex], A[R]);
  return storeIndex;
}
```

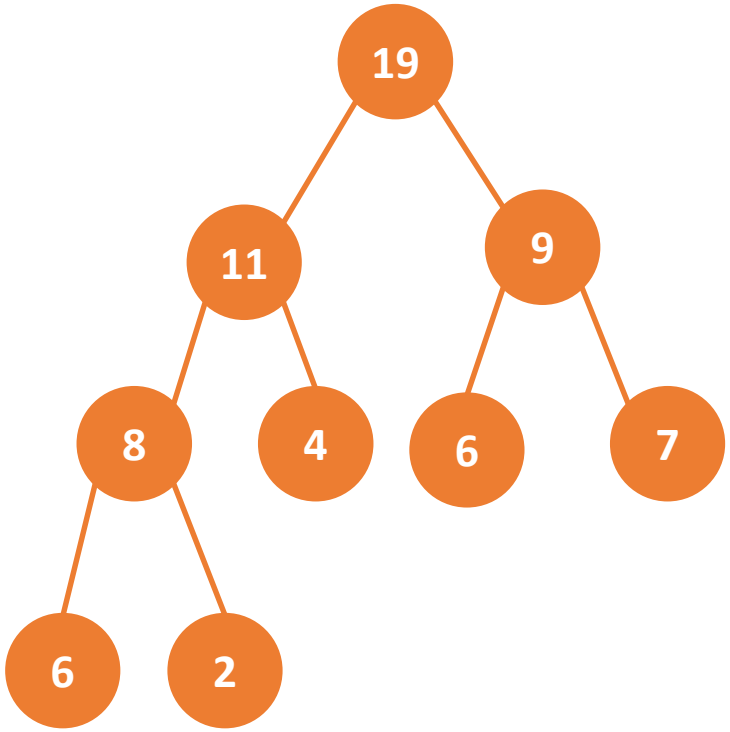
SẮP XẾP NHANH

- Ví dụ: 5, 7, 3, 8, 1, 2, 9, 4, 6



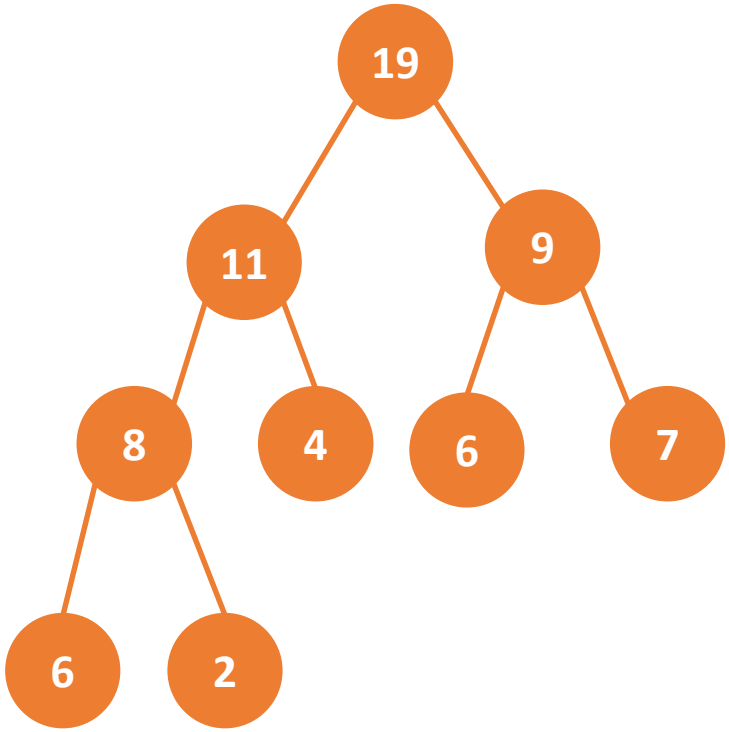
SẮP XẾP VUN ĐỐNG

- Cấu trúc đống (max-heap)
  - Cây nhị phân đầy đủ (complete tree)
  - Khoá của mỗi nút lớn hơn hoặc bằng khoá của 2 nút con (tính chất của max-heap)
- Ánh xạ từ dãy A[1…N] sang cây nhị phân đầy đủ
  - Gốc là A[1]
  - A[2i] và A[2i+1] là con trái và con phải của A[i]
  - Chiều cao của cây là logN + 1



SẮP XẾP VUN ĐỐNG

- Vun lại đống (heapify)
  - Tình trạng:
    - Tính chất max-heap ở A[i] bị phá vỡ
    - Tính chất max-heap ở các cây con của A[i] đã được thoả mãn
  - Vun lại đống để khôi phục tại tính chất max-heap trên cây gốc A[i]



SẮP XẾP VUN ĐỐNG

- Vun lại đống (heapify)
  - Chọn nút con lớn nhất
  - Đổi chỗ nút con và A[i] cho nhau nếu nút con này lớn hơn A[i] và vun lại đống bắt đầu từ nút con này

```
void heapify(int A[], int i, int N)
{
  int L = 2*i;
  int R = 2*i+1;
  int max = i;
  if(L <= N && A[L] > A[i])
    max = L;
  if(R <= N && A[R] > A[max])
    max = R;
  if(max != i){
    swap(A[i], A[max]);
    heapify(A,max,N);
  }
}
```

SẮP XẾP VUN ĐỐNG

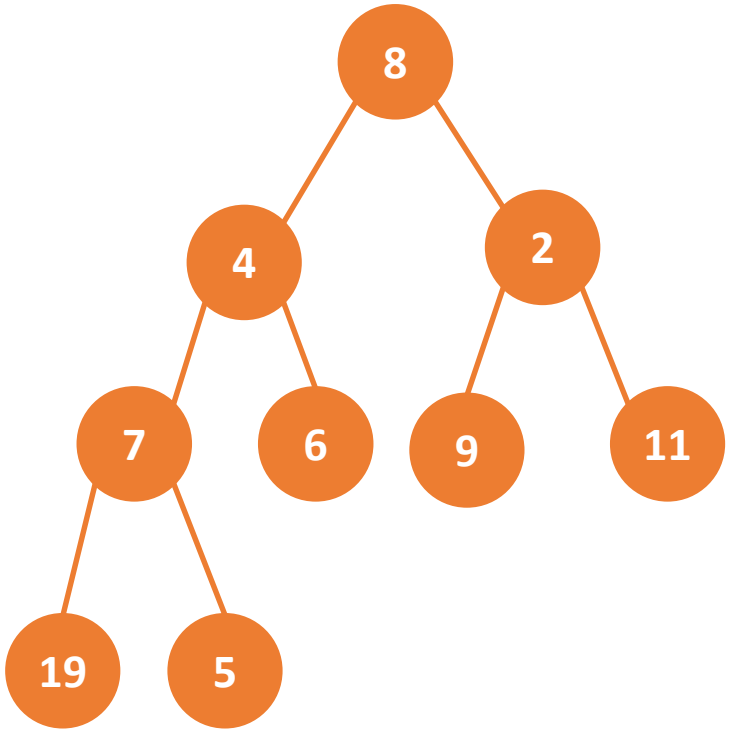
- Sắp xếp vun đống
  - Xây dựng max-heap (thủ tục buildHeap)
  - Đổi chỗ A[1] và A[N] cho nhau
  - Vun lại đống bắt đầu từ A[1] cho A[1..N-1]
  - Đổi chỗ A[1] và A[N-1] cho nhau
  - Vun lại đống bắt đầu từ A[1] cho A[1..N-2]
  - …

```
void buildHeap(int A[], int N) {
  for(int i = N/2; i >= 1; i--)
    heapify(A,i,N);
}
void heapSort(int A[], int N) {
  // index tu 1 -> N
  buildHeap(A,N);
  for(int i = N; i > 1; i--) {
    swap(A[1], A[i]);
    heapify(A, 1, i-1);
  }
}
```

SẮP XẾP VUN ĐỐNG

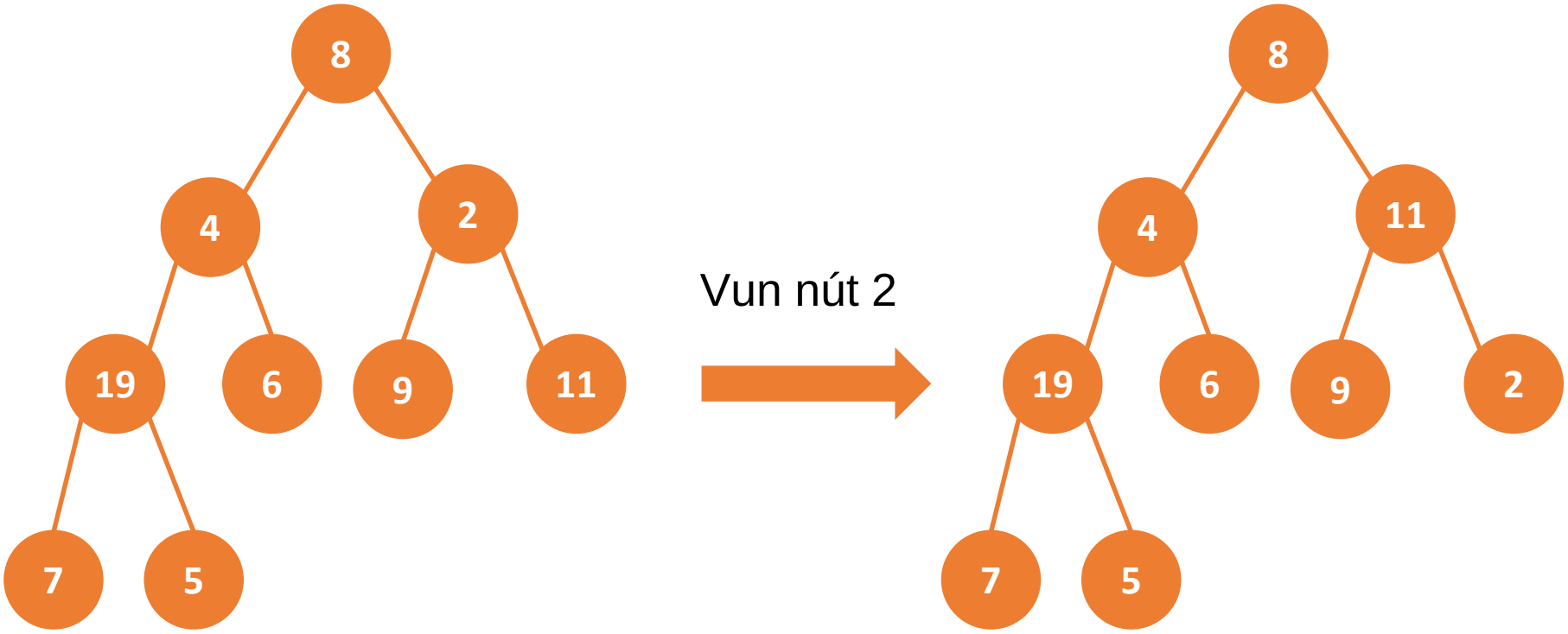
- Sắp xếp dãy sau theo thứ tự không giảm của khoá: 8, 4, 2, 7, 6, 9, 11, 19, 5

Cây nhị phân đầy đủ



8, 4, 2, 7, 6, 9, 11, 19, 5

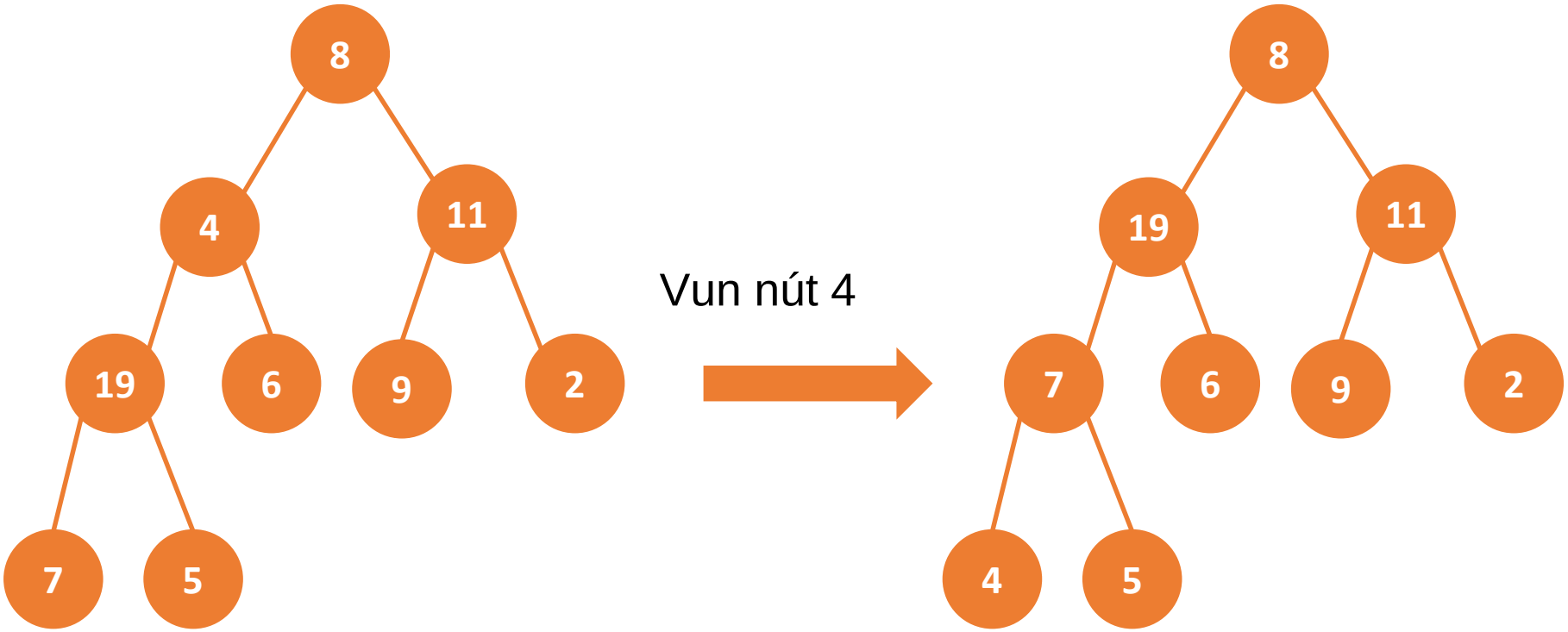
SẮP XẾP VUN ĐỐNG



8, 4, 2, 19, 6, 9, 11, 7, 5

8, 4, 11, 19, 6, 9, 2, 7, 5

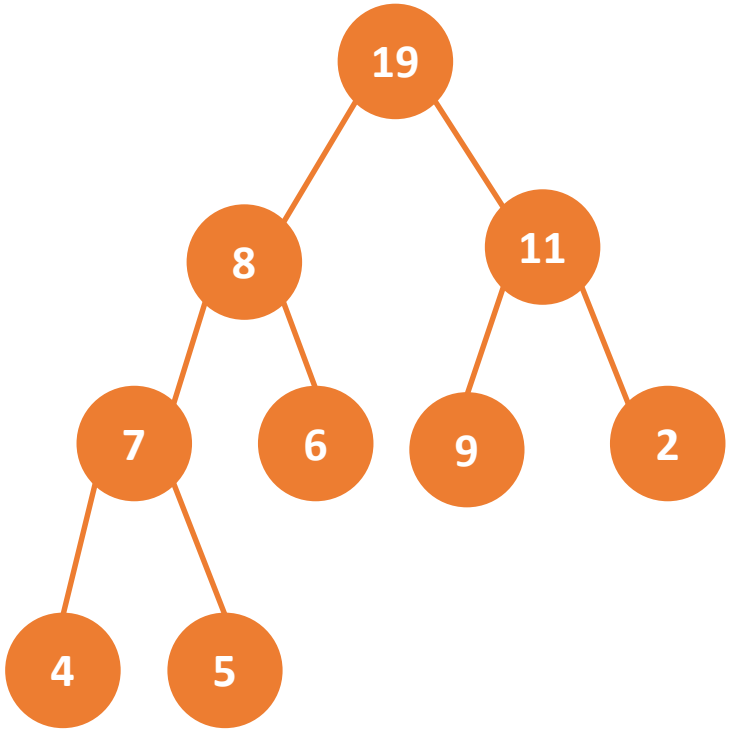
SẮP XẾP VUN ĐỐNG



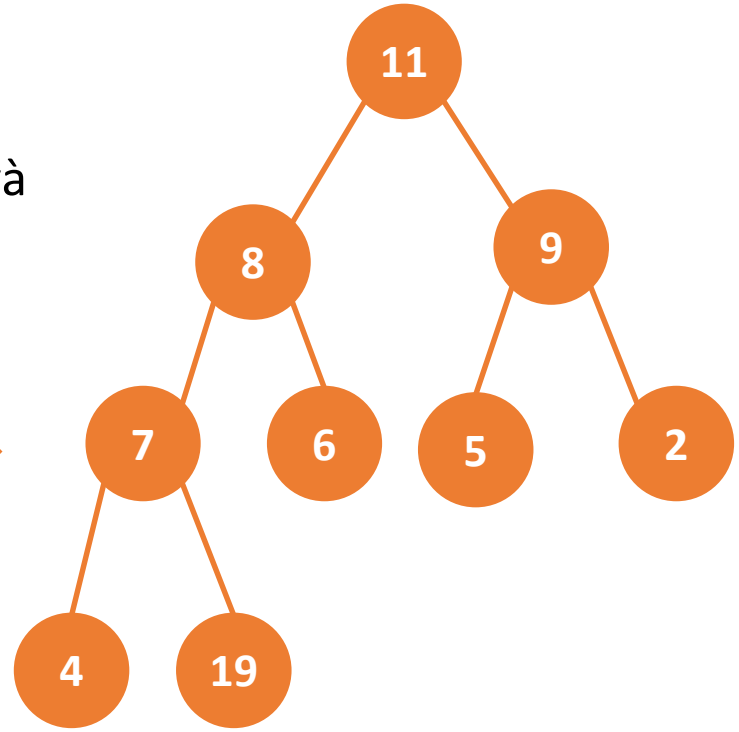
8, 4, 11, 19, 6, 9, 2, 7, 5

8, 19, 11, 7, 6, 9, 2, 4, 5

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



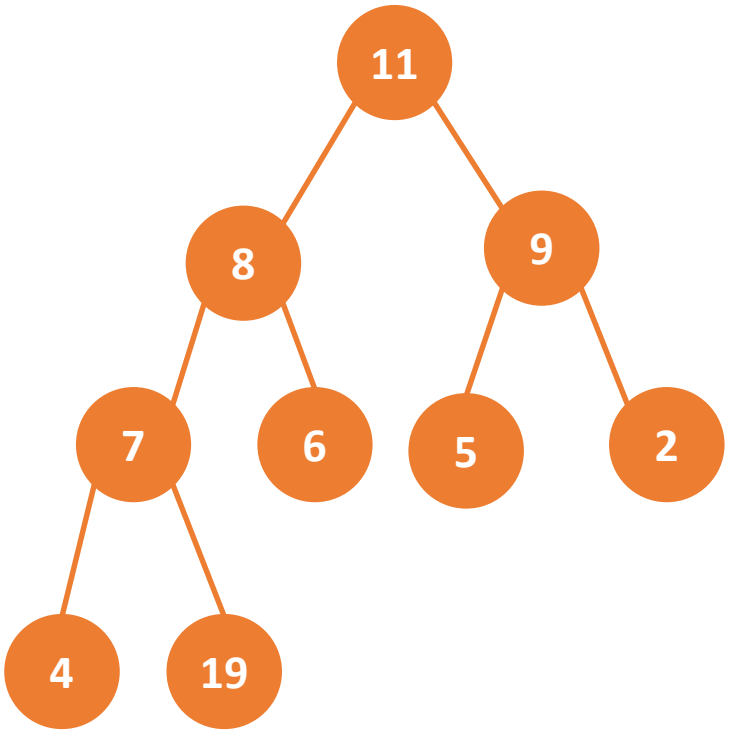
Đổi chỗ 19 và
5 cho nhau,
vun lại heap



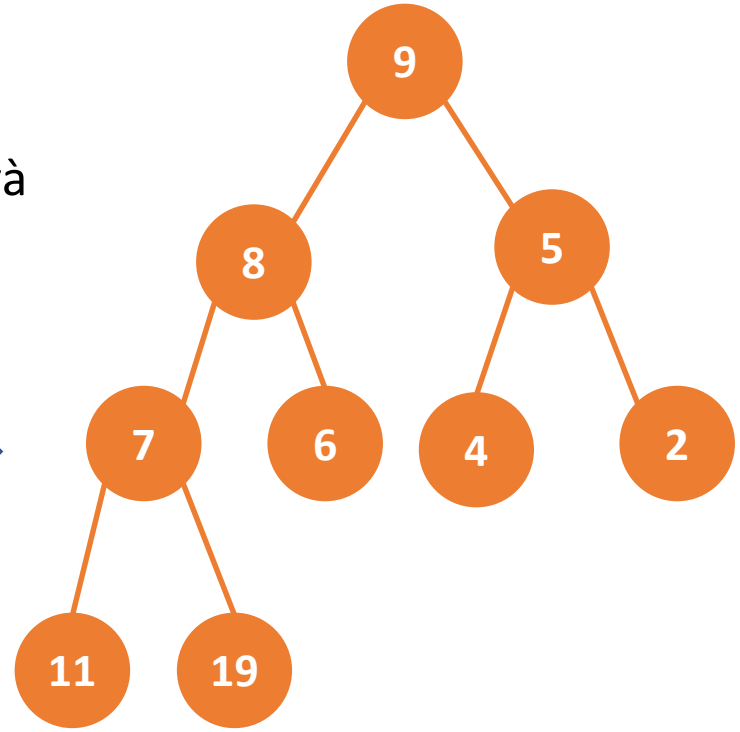
19, 8, 11, 7, 6, 9, 2, 4, 5

11, 8, 9, 7, 6, 5, 2, 4, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



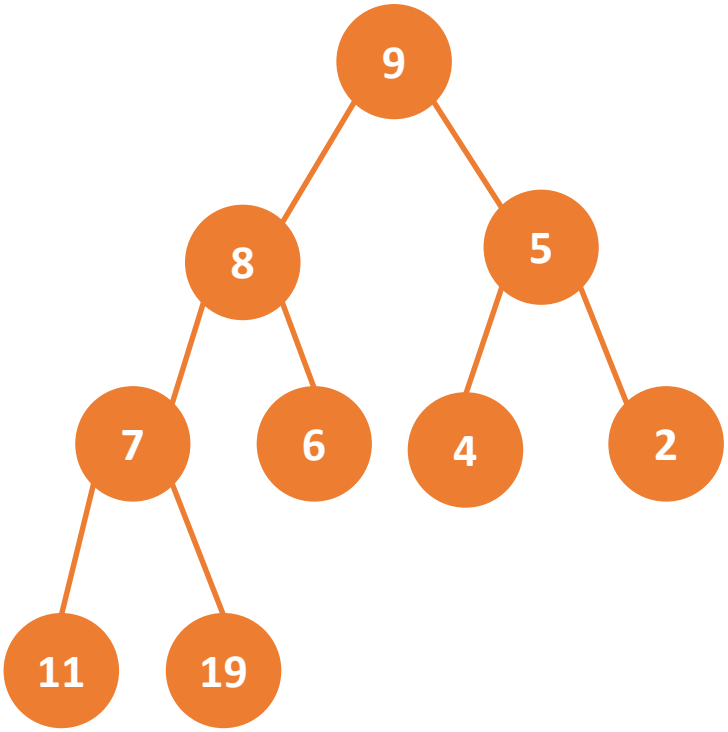
Đổi chỗ 11 và
4 cho nhau,
vun lại heap



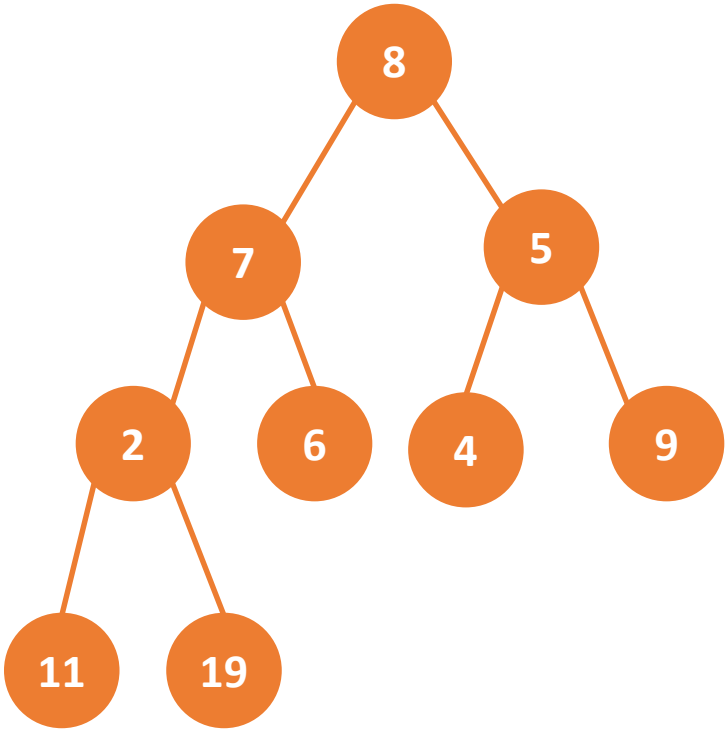
11, 8, 9, 7, 6, 5, 2, 4, 19

9, 8, 5, 7, 6, 4, 2, 11, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



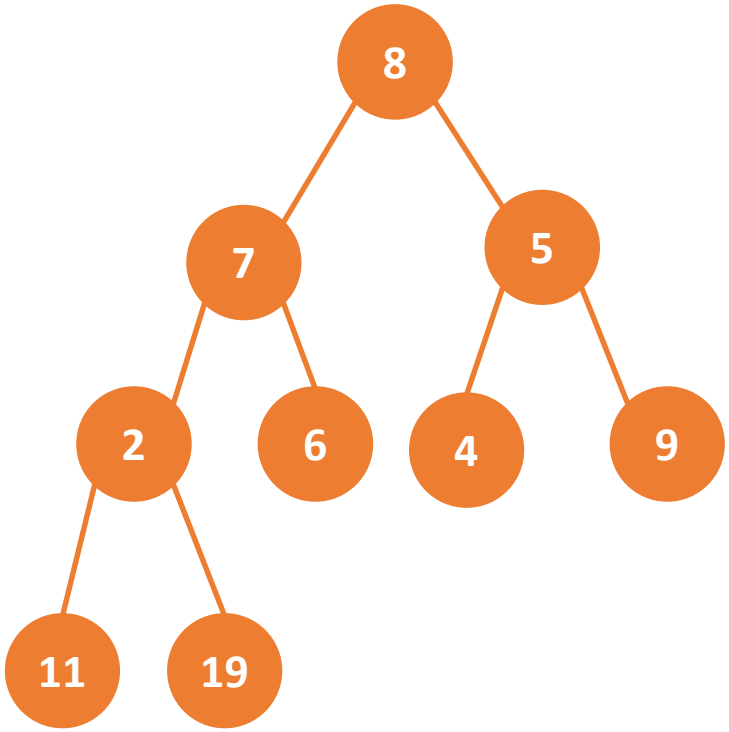
Đổi chỗ 9 và
2 cho nhau,
vun lại heap



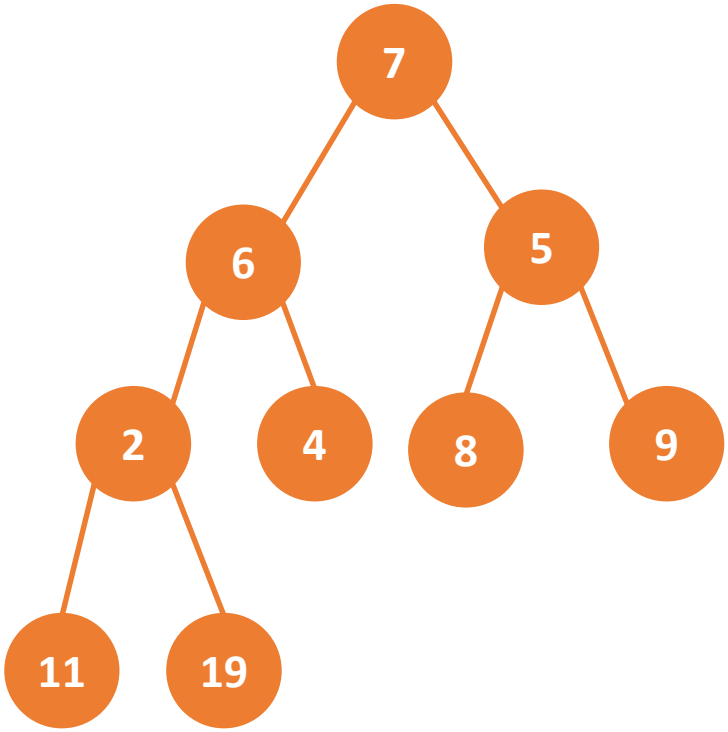
9, 8, 5, 7, 6, 4, 2, 11, 19

8, 7, 5, 2, 6, 4, 9, 11, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



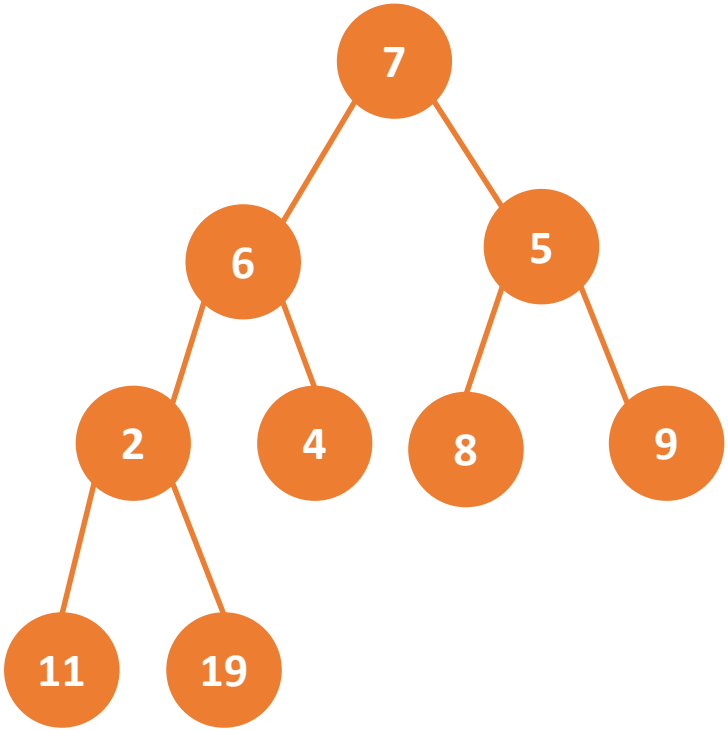
Đổi chỗ 8 và
4 cho nhau,
vun lại heap



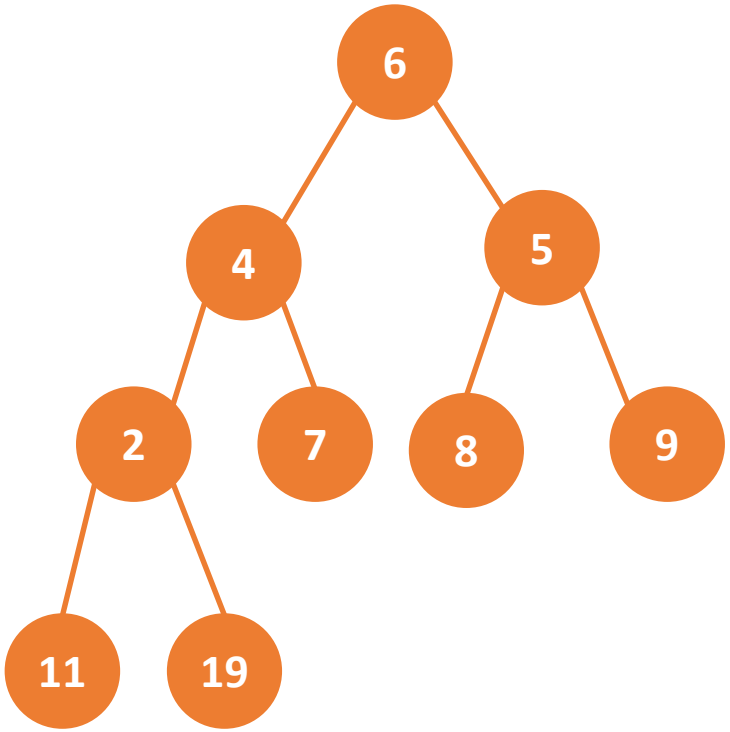
8, 7, 5, 2, 6, 4, 9, 11, 19

7, 6, 5, 2, 4, 8, 9, 11, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



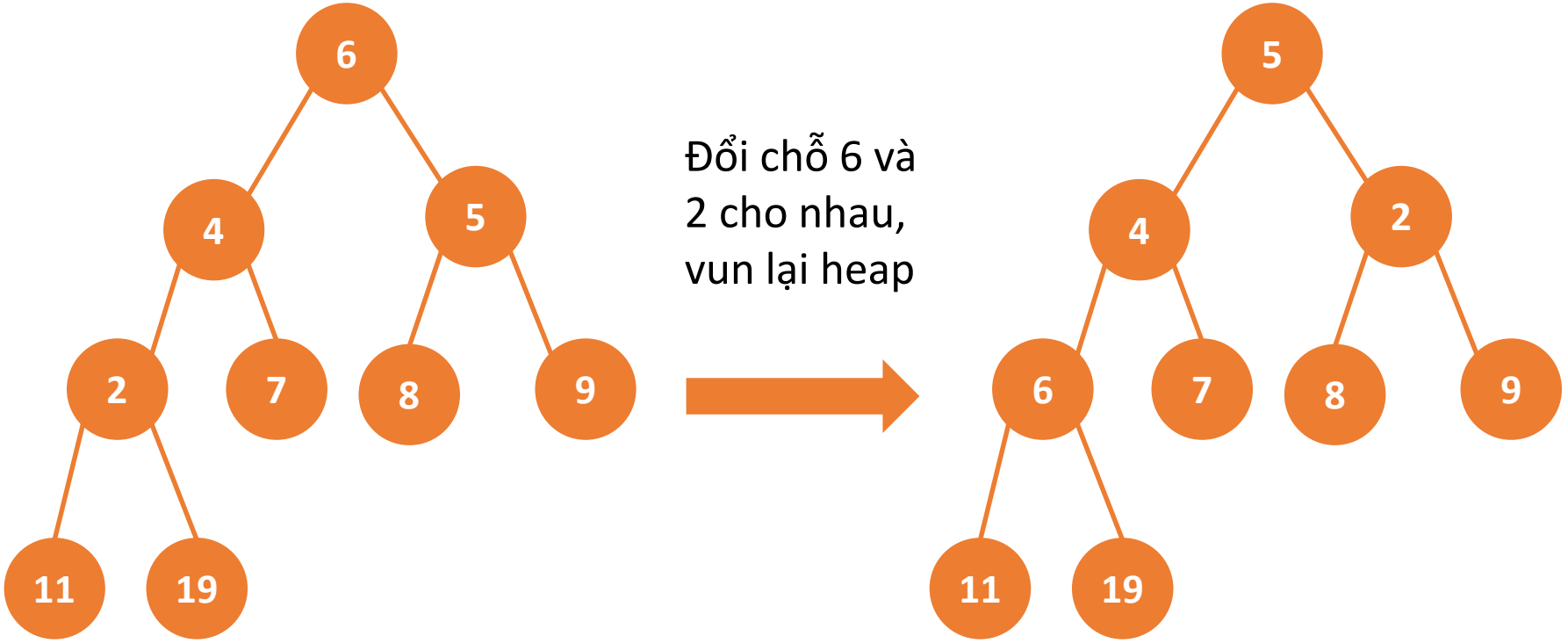
Đổi chỗ 7 và
4 cho nhau,
vun lại heap



7, 6, 5, 2, 4, 8, 9, 11, 19

6, 4, 5, 2, 7, 8, 9, 11, 19

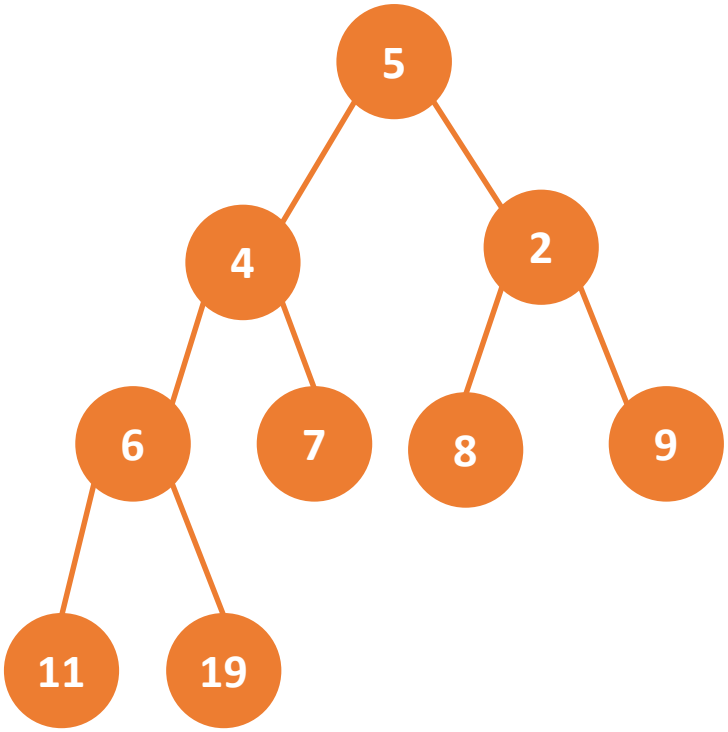
SẮP XẾP VUN ĐỐNG



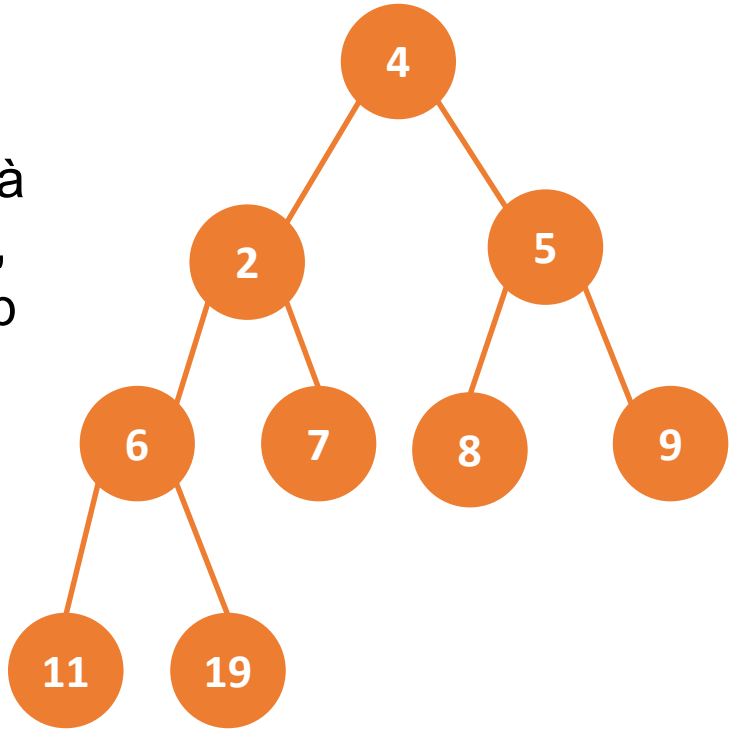
6, 4, 5, 2, 7, 8, 9, 11, 19

5, 4, 2, 6, 7, 8, 9, 11, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



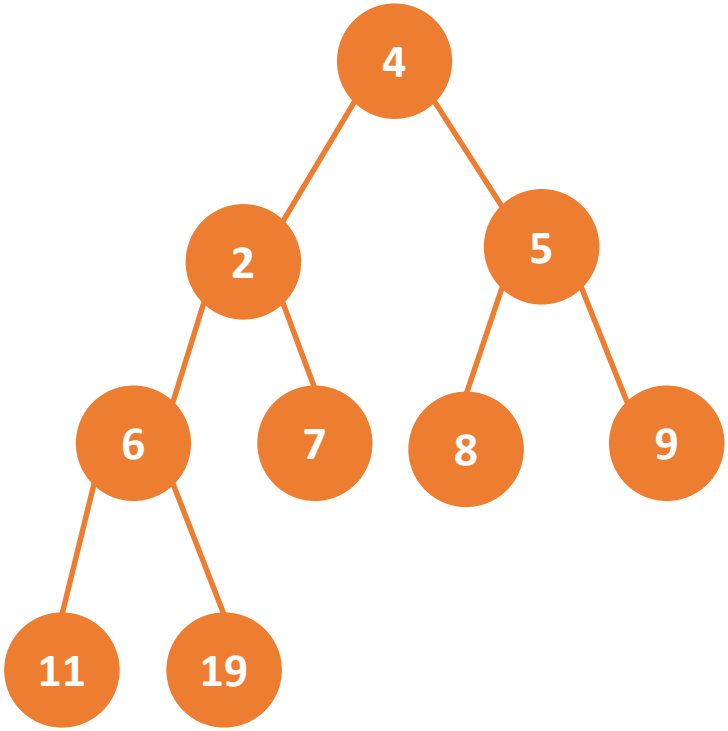
Đổi chỗ 5 và
2 cho nhau,
vun lại heap



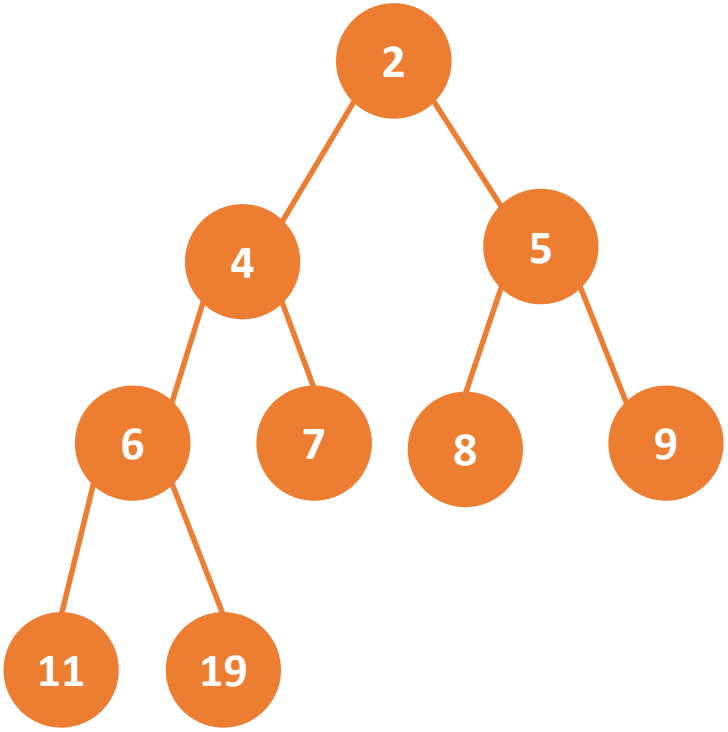
5, 4, 2, 6, 7, 8, 9, 11, 19

4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 19

SẮP XẾP VUN ĐỐNG



Đổi chỗ 4 và
2 cho nhau,
vun lại heap



4, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 19

2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 19

VIỆN CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ TRUYỀN THÔNG
SCHOOL OF INFORMATION AND COMMUNICATION TECHNOLOGY

Thank you for your attentions!