

# DMATH FS 2020

Victor Fernández

Januar 2020

## Inhaltsverzeichnis

<b>I</b>	<b>Logik und Beweise</b>	<b>2</b>
<b>1</b>	<b>Logik</b>	<b>2</b>
1.1	Propositionen (Aussagen) . . . . .	2
1.2	Negation . . . . .	2
1.3	Wahrheitstabelle . . . . .	2
1.4	Konjunktion - UND-Verknüpfung . . . . .	2
1.5	Disjunktion - ODER-Verknüpfung . . . . .	2
1.6	Konjunktion und Disjunktion . . . . .	2
1.7	XOR-Verknüpfung (eXklusives OR, EXOR) . . . . .	2
1.8	Implikationen (Subjunktion) . . . . .	2
1.9	Bikonditional (Bijunktion) . . . . .	3
1.10	Priorität von Logischen Operatoren . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Proportionale Äquivalenzen</b>	<b>3</b>
2.1	Tautologie . . . . .	3
2.2	Logische Äquivalenz . . . . .	3

## Teil I

# Logik und Beweise

## 1 Logik

### 1.1 Propositionen (Aussagen)

Eine Proposition ist ein Satz, der entweder wahr (Wahrheitswert w) oder falsch (Wahrheitswert f) ist.

### 1.2 Negation

Ist  $p$  eine Propostion, dann ist die Proposition „Es ist nicht der Fall, dass  $p$  gilt“ die Negation von  $p$ ; man schreibt  $\neg p$  und liest „nicht  $p$ “.

### 1.3 Wahrheitstabelle

Die Wahrheitstabelle stellt die Beziehungen zwischen den Wahrheitswerten von Propositionen dar. Sie ist vor allem dann nützlich, wenn Propositionen aus einfachen Propositionen konstruiert werden.

$p$	$\neg p$
w	f
f	w

### 1.4 Konjunktion - UND-Verknüpfung

Die Propositionen  $p \wedge q$  (gelesen „p und q“) heisst Konjunktion der Propositionen  $p$  und  $q$ , falls diese genau dann wahr ist, wenn  $p$  und  $q$  wahr sind; andernfalls ist sie falsch.

### 1.5 Disjunktion - ODER-Verknüpfung

Die Propositionen  $p \vee q$  (gelesen „p oder q“) heisst Disjunktion der Propositionen  $p$  und  $q$  falls diese wahr ist, wenn mindestens eine der Propositionen  $p$  oder  $q$  wahr ist; andernfalls ist sie falsch.

### 1.6 Konjunktion und Disjunktion

UND- und ODER-Verknüpfung

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee q$
w	w	w	w
w	f	f	w
f	w	f	w
f	f	f	f

### 1.7 XOR-Verknüpfung (eXklusives OR, EXOR)

Die Propositionen  $p \oplus q$  (gelesen „p exor q“) heisst XOR-Verknüpfung der Propositionen  $p$  und  $q$ , falls diese genau dann wahr ist, wenn genau eine der Propositionen  $p$  oder  $q$  wahr ist (aber nicht beide gleichzeitig); ansonsten ist sie falsch.

$p$	$q$	$p \oplus q$
w	w	f
w	f	w
f	w	w
f	f	f

### 1.8 Implikationen (Subjunktion)

Die Implikationen  $p \rightarrow q$  (gelesen „p impliziert q“ oder „falls  $p$ , dann  $q$ “) ist diejenige Proposition, die genau dann falsch ist, wenn  $p$  wahr und  $q$  falsch ist; andernfalls ist die Implikation wahr.  $p$  heisst auch **Hypothese**

und q **Konklusion.**

$p$	$q$	$p \rightarrow q$
w	w	w
w	f	f
f	w	w
f	f	w

## 1.9 Bikonditional (Bijunktion)

Das Bikonditional  $p \leftrightarrow q$  (gelesen „p genau dann, wenn q“) ist diejenige Proposition, die wahr ist, wenn p und q dieselben Wahrheitswerte haben und sonst falsch.

Beispiel: Falls  $p =$  „Sie können den Flug nehmen“ und  $q =$  „Sie kaufen ein Ticket“ zwei Aussagen sind, dann gilt sicher  $p \leftrightarrow q$  was lautet: „Sie können den Flug nehmen, genau dann, wenn Sie ein Ticket kaufen.“

## 1.10 Priorität von Logischen Operatoren

Jeder Operator hat eine Priorität die entscheidet, wann der Operator angewandt wird.

Operator	Priorität
$\neg$	1
$\wedge$	2
$\vee$	2
$\rightarrow$	3
$\leftrightarrow$	3

# 2 Proportionale Äquivalenzen

## 2.1 Tautologie

Eine zusammengesetzte Aussage, die immer wahr (falsch) ist heisst Tautologie (Kontradiktion oder Widerspruch).

$p$	$\neg q$	$p \vee \neg q$	$p \wedge \neg q$
w	f	w	f
f	w	w	f

## 2.2 Logische Äquivalenz

Die Aussagen p und q heissen logisch äquivalent, falls  $p \leftrightarrow q$  eine Tautologie ist. Man schreibt dann  $p \leftrightarrow q$  (oder auch  $p \equiv q$  bzw.  $p \sim q$ )

**TODO Logische Äquivalenzgesetze**