

ANLIS HS 2020

Victor Fernández

Inhaltsverzeichnis

1	SW01 - Funktionen	2
1.1	Funktionen und Änderungen	2
1.1.1	Begriffe	2
1.1.2	Darstellung	2
1.2	Einfache, lineare Funktionen	2
1.2.1	Monotonie	2
1.2.2	Proportionalität	3
1.2.3	Umgekehrt proportionale Funktionen	3
1.2.4	Verschiebung und Skalierung von Funktionen	3
1.2.5	Differenzenquotient	3
1.2.6	Gerade und ungerade Funktionen	3
1.3	Exponentialfunktionen	3
1.3.1	Begriffe	3
1.4	Neue aus alten Funktionen	4
1.4.1	Verschiebung und Streckung	4
1.4.2	Zusammengesetzte Funktionen	4
1.5	Logarithmusfunktionen	4
1.6	Potenzfunktionen, Polynome und rationale Funktionen	4

1 SW01 - Funktionen

Thema: Grundlegendes zu reelwertigen Funktionen

- Ziele:**
- Sie kennen die Grundbegriffe im Zusammenhang mit Funktionen (wie Funktionsvorschrift, Wertetabelle, Graph, Definitions- und Wertebereich, etc.).
 - Sie kennen die Familie von linearen, Exponential- und Logarithmusfunktionen, den Differenzenquotienten und können Graphen von Funktionen qualitativ beurteilen (z.B. Parameter ablesen, etc.).
 - Sie können den Graphen einer Funktion verschieben und skalieren und überprüfen ob die Funktion gerade oder ungerade ist.
 - Sie können die Umkehrfunktion bestimmen

Resultate: Sie können sicher mit Funktionen, insbesondere linearen und Exponentialfunktionen umgehen.

Vorgehen: Anhand vieler Beispiele sollen die wesentlichen Fälle, die in der Praxis vorkommen, studiert, analysiert und geübt werden.

1.1 Funktionen und Änderungen

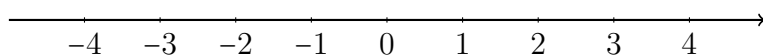
1.1.1 Begriffe

Definition (Funktion (oder Abbildung)) Eine **Funktion** ist eine Regel, die gewissen Objekten (hier Zahlen) als Inputs **genau ein** Objekt (hier eine Zahl) als eindeutigem Output zuordnet. Die Menge der Objekte aller Inputs heisst **Definitionsbereich** der Funktion, die Menge der resultierenden Outputs heisst **Wertebereich**. Der Input heisst unabhängige Variable, der Output abhängige Variable.

Bereiche Für Funktionen verwendet man i.d.R. Buchstaben wie f, g, h, \dots , oder F, G, H, \dots . Der **Definitionsbereich** der Funktion f wird mit $D(f)$ bezeichnet, der **Wertebereich** mit $W(f)$. Als unabhängige Variable verwendet man normalerweise x , als abhängige Variable y .

$$f : D(f) \rightarrow W(f), x \mapsto y = f(x)$$

//TODO: Diskrete vs stetige Grössen//



1.1.2 Darstellung

Darstellung von Funktionen mittels Wertetabellen, Graphen und Formeln (Funktionsvorschriften). Oder durch beschreiben, z.B.: *für jedes x wächst y um 1.5.*

1.2 Einfache, lineare Funktionen

1.2.1 Monotonie

Funktionen können in einem **Abschnitt** (streng) monoton **steigend** oder (streng) monoton **fallend** sein.

Monoton steigend:	Eine Funktion verläuft in einem Abschnitt teils horizontal, teils steigend.
Streng monoton steigend:	Eine Funktion steigt in einem Abschnitt durchgehend, wird nie horizontal oder gar fallend.
Monoton fallend:	Eine Funktion verläuft in einem Abschnitt teils horizontal, teils fallend.
Streng monoton fallend:	Eine Funktion fällt in einem Abschnitt durchgehend, wird nie horizontal oder gar steigend.

Die Funktion kann (streng) monoton **steigend/fallend** sein, falls sie für alle x steigt oder fällt.

1.2.2 Proportionalität

Wir sagen y ist (direkt) proportional zu x , falls es eine Konstante a gibt, sodass $y = ax$, a heisst *Proportionalitätskonstante*.

1.2.3 Umgekehrt proportionale Funktionen

Beispiel: Die Durchschnittsgeschwindigkeit auf der Strecke $s = 50km$ hängt umgekehrt proportional von der dafür benötigten Zeit t ab, $v = \frac{s}{t}$. Heisst soviel, dass auch wenn sich die Strecke ändert, sich zwangsläufig auch die Zeit ändern muss, um die gleiche Durchschnittsgeschwindigkeit v beizubehalten, z.B. $v = \frac{2 \times 50km}{2 \times t}$.

1.2.4 Verschiebung und Skalierung von Funktionen

Verschiebt man eine Funktion $y = ax$ um b in y -Richtung, erhält man die lineare Funktion $y = ax + b$.

1.2.5 Differenzenquotient

Der **Differenzenquotient** von f an der Stelle x ist definiert durch:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$

1.2.6 Gerade und ungerade Funktionen

- Eine gerade Funktion f ist **achsensymmetrisch** bezüglich der y -Achse und es gilt:
 $f(-x) = f(x), \forall x \in D(f)$
- Eine ungerade Funktion f ist **punktsymmetrisch** bezüglich dem Ursprung und es gilt:
 $f(-x) = -f(x), \forall x \in D(f)$

1.3 Exponentialfunktionen

1.3.1 Begriffe

Eine Funktion der $f(x) = a \cdot b^x$ mit $b > 0$ und $b \neq 1$ heisst **Exponentialfunktion**. a heisst **Anfangswert** und b heisst **Wachstumsfaktor**. Für Definitions- und Wertebereich gilt: $D(f) = \mathbb{R}$, $W(f) = \mathbb{R}^+$

1.4 Neue aus alten Funktionen

1.4.1 Verschiebung und Streckung

1.4.2 Zusammengesetzte Funktionen

1.5 Logarithmusfunktionen

1.6 Potenzfunktionen, Polynome und rationale Funktionen

Formelsammlung

Einfache lineare Funktionen

Lineare Funktion

$$y = ax + b$$

$$y_2 - y_1 = a(x_2 - x_1)$$

$$a = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Differenzenquotient

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x + \Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$