

Semana 2 - Período de Férias - Aprofundamento (26 Nov - 02 Dez)

Table of Contents

- [1. Material de Estudo](#)

- [2. 11/26](#)

- [2.1. Aula 30](#)

- [2.2. Aula 31](#)

- [3. 11/27](#)

- [3.1. Aula 32](#)

- [3.2. Aula 33](#)

- [4. 11/28](#)

- [4.1. Aula 34](#)

- [4.2. Aula 35](#)

- [5. 11/29](#)

- [5.1. Aula 36](#)

- [5.2. Aula 37](#)

- [6. 11/30](#)

- [6.1. Aula 38](#)

- [6.2. Aula 39](#)

- [7. 12/01](#)

- [7.1. Aula 40](#)

- [7.2. Aula 41](#)
- [8. 12/02](#)
 - [8.1. Aula 42](#)
- [9. 🎉 PERÍODO DE FÉRIAS COMPLETO! 🎉](#)
- [10. Respostas dos Exercícios](#)

1. Material de Estudo

- Período de Férias (26/11)
- 02/12)

Objetivo: Revisão leve e aprofundamento em tópicos-chave (2h/dia)

2. 11/26

- Férias Dia 1

2.1. Aula 30

- Matemática: Função Quadrática
- Parte 2 (Zeros, Máximo/Mínimo, Estudo do Sinal)
- 90min

2.1.1. Revisão: Função Quadrática Parte 1

Na Aula 26, estudamos:

- Definição: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Gráfico: parábola

- Concavidade ($a > 0$: U; $a < 0$: \cap)
- Discriminante (Δ) e número de raízes
- Fórmula de Bhaskara
- Vértice básico

Nesta aula: Aprofundar zeros, máximo/mínimo e estudo do sinal.

2.1.2. Zeros da Função Quadrática (Revisão Aprofundada)

Zeros (raízes): valores de x onde $f(x) = 0$.

2.1.2.1. Métodos para Encontrar Zeros

1. Fórmula de Bhaskara (método geral):

$$\Delta = b^2$$

$$- 4ac$$

$$x = (-b \pm \sqrt{\Delta}) / 2a$$

2. Soma e Produto (Relações de Girard):

$$x_1 + x_2 = -b/a$$

$$x_1 \cdot x_2 = c/a$$

Uso: Se conhecemos a soma e produto, podemos encontrar as raízes sem Bhaskara.

Exemplo: Raízes somam 7 e multiplicam 10.

$$x_1 + x_2 = 7 \quad x_1 \cdot x_2 = 10$$

Equação do 2º grau: x^2

- (soma) $x + (\text{produto}) = 0$ x^2
- $7x + 10 = 0$

Raízes: 2 e 5 (verificar: $2+5=7$, $2\times 5=10$ ✓)

3. Fatoração (quando possível):

$$ax^2 + bx + c = a(x$$

- $x_1)(x$

- $x_2)$

Exemplo: x^2

- $5x + 6 = 0 \quad (x$
- $2)(x$
- $3) = 0 \quad x = 2 \text{ ou } x = 3$

4. Completamento de quadrados:

Útil para encontrar vértice e zeros simultaneamente.

Exemplo: x^2

- $4x + 3 = 0 \quad x^2$
- $4x = -3 \quad x^2$
- $4x + 4 = -3 + 4 \quad (x$
- $2)^2 = 1 \quad x$
- $2 = \pm 1 \quad x = 3 \text{ ou } x = 1$

2.1.3. Máximo e Mínimo da Função

O vértice da parábola é ponto de **máximo** ou **mínimo** da função.

2.1.3.1. Vértice: $V(x_v, y_v)$

Coordenadas:

$$x_v = -b / 2a$$

$$y_v = -\Delta / 4a$$

ou

$$y_v = f(x_v)$$

Interpretação:

Se $a > 0$ (parábola para cima U):

- Vértice é ponto de **MÍNIMO**
- $y_v =$ valor mínimo da função
- $f(x) \geq y_v$ para todo x

Se $a < 0$ (parábola para baixo ∩):

- Vértice é ponto de **MÁXIMO**
- $y_v =$ valor máximo da função
- $f(x) \leq y_v$ para todo x

2.1.3.2. Imagem da Função

Se $a > 0$: $\text{Im}(f) = [y_v, +\infty) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v\}$

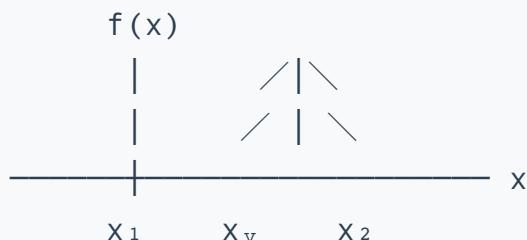
Se $a < 0$: $\text{Im}(f) = (-\infty, y_v] = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_v\}$

2.1.4. Estudo do Sinal da Função Quadrática

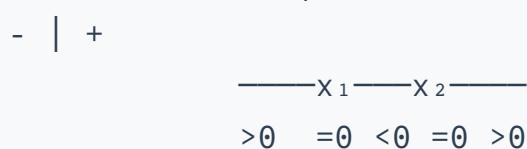
ESTUDO DO SINAL

- FUNÇÃO QUADRÁTICA $f(x) = ax^2 + bx + c$

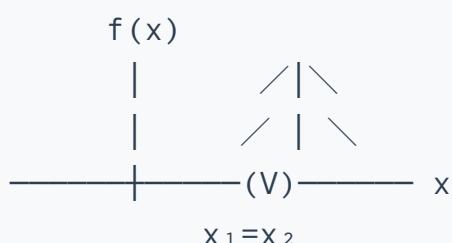
Caso 1: $a > 0$ e $\Delta > 0$ (duas raízes x_1 e x_2)



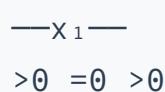
Sinal: + |



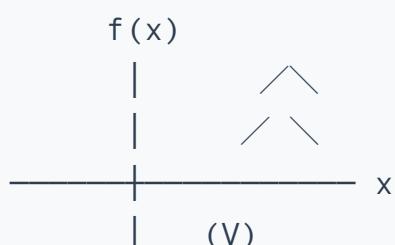
Caso 2: $a > 0$ e $\Delta = 0$ (uma raiz dupla)



Sinal: + | +

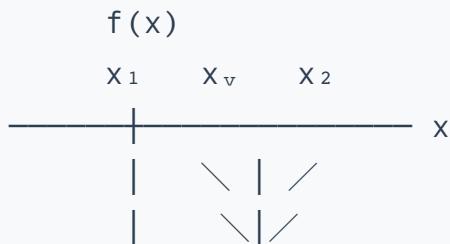


Caso 3: $a > 0$ e $\Delta < 0$ (sem raízes)



Sinal: sempre +
 $(f(x) > 0 \text{ para todo } x)$

Caso 4: $a < 0$ e $\Delta > 0$ (duas raízes)



Sinal: - | + | -
 $\overbrace{\quad\quad\quad}^{x_1} \overbrace{\quad\quad\quad}^{x_2} \overbrace{\quad\quad\quad}$
 $<0 \quad =0 \quad >0 \quad =0 \quad <0$

RESUMO:

- $a > 0$: parábola U (positivo nas "pontas")
- $a < 0$: parábola U (negativo nas "pontas")
- Entre as raízes: sinal oposto ao de "a"

Estudar o sinal: determinar para quais valores de x a função é positiva, negativa ou zero.

Método: 1. Calcular as raízes (se existirem) 2. Observar a concavidade (sinal de a) 3. Analisar os intervalos

2.1.4.1. Caso 1: $\Delta > 0$ (duas raízes distintas: x_1 e x_2)

Assumindo $x_1 < x_2$:

Se $a > 0$ (parábola U):

$f(x) > 0$:	$x < x_1$ ou $x > x_2$	(fora das raízes)
$f(x) = 0$:	$x = x_1$ ou $x = x_2$	(nas raízes)
$f(x) < 0$:	$x_1 < x < x_2$	(entre as raízes)

Gráfico:

$$\begin{array}{c} + \quad + \\ \backslash \quad / \\ x_1 \quad x_2 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} + \quad + \quad 0 \\ - \quad - \\ - \quad 0 \quad + \quad + \quad + \\ x_1 \quad x_2 \end{array}$$

Se $a < 0$ (parábola Ω):

$$\begin{aligned} f(x) > 0: & x_1 < x < x_2 && \text{(entre as raízes)} \\ f(x) = 0: & x = x_1 \text{ ou } x = x_2 && \text{(nas raízes)} \\ f(x) < 0: & x < x_1 \text{ ou } x > x_2 && \text{(fora das raízes)} \end{aligned}$$

Gráfico:

$$\begin{array}{c} x_1 / \backslash \quad x_2 \\ - \quad - \\ - \\ - \quad 0 \quad + \quad + \quad + \quad 0 \\ - \quad - \quad - \\ x_1 \quad x_2 \end{array}$$

2.1.4.2. Caso 2: $\Delta = 0$ (uma raiz: $x_1 = x_2 = x_v$)

Se $a > 0$:

$$\begin{aligned} f(x) > 0: & x \neq x_v && \text{(para todo } x \text{ exceto } x_v\text{)} \\ f(x) = 0: & x = x_v && \text{(só no vértice)} \\ f(x) < 0: & \text{nunca} \end{aligned}$$

Se $a < 0$:

$f(x) > 0$: nunca
 $f(x) = 0$: $x = x_v$ (só no vértice)
 $f(x) < 0$: $x \neq x_v$ (para todo x exceto x_v)

2.1.4.3. Caso 3: $\Delta < 0$ (sem raízes reais)

Se $a > 0$:

$f(x) > 0$: para todo $x \in \mathbb{R}$
 $f(x) = 0$: nunca
 $f(x) < 0$: nunca

Se $a < 0$:

$f(x) > 0$: nunca
 $f(x) = 0$: nunca
 $f(x) < 0$: para todo $x \in \mathbb{R}$

2.1.5. Inequações do 2º Grau

Resolver inequações usando estudo do sinal.

Tipos:

- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$

Método: 1. Igualar a zero e encontrar raízes 2. Esboçar parábola (concavidade) 3. Identificar região pedida

Exemplo 1: Resolver: x^2

- $5x + 6 < 0$

Passo 1: Raízes x^2

- $5x + 6 = 0 \rightarrow x$
- $2)(x$
- $3) = 0 \rightarrow x_1 = -2, x_2 = -3$

Passo 2: Concavidade $a = 1 > 0 \rightarrow U$

Passo 3: Esboço

$$\begin{array}{c} \backslash \quad / \\ 2 \qquad 3 \end{array}$$

Passo 4: $f(x) < 0$ (região negativa) Entre as raízes: $-2 < x < -3$

[Ver resposta 1 no final do documento]

Exemplo 2: Resolver: $-x^2 + 4x$

- $3 \geq 0$

Passo 1: Raízes $-x^2 + 4x$

- $3 = 0$ Multiplicando por -1 : $x^2 - 4x$
- $4x + 3 = 0 \rightarrow x$
- $1)(x$
- $3) = 0 \rightarrow x_1 = 1, x_2 = 3$

Passo 2: Concavidade $a = -1 < 0 \rightarrow \cap$

Passo 3: Esboço

$$\begin{array}{c} 1 / \cap \cap \backslash 3 \\ - \qquad - \end{array}$$

Passo 4: $f(x) \geq 0$ (região positiva ou zero) Entre as raízes (incluindo): $1 \leq x \leq 3$

[Ver resposta 2 no final do documento]

2.1.6. Exercícios Resolvidos

2.1.6.1. Exercício 1

Determine o valor máximo de $f(x) = -2x^2 + 8x$

- 6.

Solução: $a = -2 < 0 \rightarrow$ tem máximo

$$x_v = -8/2(-2) = -8/(-4) = 2$$

$$y_v = f(2) = -2(4) + 8(2)$$

- $6 = -8 + 16$
- $6 = 2$

[Ver resposta 3 no final do documento]

2.1.6.2. Exercício 2

Para quais valores de x a função $f(x) = x^2$

- $6x + 8$ é negativa?

Solução:

Raízes: $\Delta = 36$

- $32 = 4 x = (6 \pm 2)/2 \quad x_1 = 2, x_2 = 4$

Concavidade: $a = 1 > 0 \rightarrow U$

$f(x) < 0$: entre as raízes

[Ver resposta 4 no final do documento]

2.1.6.3. Exercício 3

Resolva: x^2

- $4x + 4 \geq 0$

Solução:

Raízes: $\Delta = 16$

- $16 = 0 \Rightarrow x = 4/2 = 2$ (raiz dupla)

Concavidade: $a = 1 > 0 \rightarrow U$

Análise: $\Delta = 0$ e $a > 0$

- Toca o eixo x apenas em $x = 2$
- É sempre positiva ou zero

f(x) ≥ 0: para todo $x \in \mathbb{R}$

[Ver resposta 5 no final do documento]

2.1.6.4. Exercício 4

(UFMG) Qual a imagem da função $f(x) = x^2$

- $4x + 5$?

Solução:

$a = 1 > 0 \rightarrow$ mínimo

$$x_v = 4/2 = 2$$

$$y_v = f(2) = 4$$

- $8 + 5 = 1$

Imagem: $[y_v, +\infty) = [1, +\infty)$

[Ver resposta 6 no final do documento]

2.1.6.5. Exercício 5

Determine para quais valores de k a função $f(x) = x^2$

- $6x + k$ tem valor mínimo igual a 1.

Solução:

$a = 1 > 0 \rightarrow$ mínimo

$$y_v = 1 \text{ (dado)}$$

$$y_v = -\Delta/4a \quad 1 = -(b^2)$$

- $4ac)/4(1) \quad 1 = -(36)$
- $4k)/4 \quad 4 = -(36)$
- $4k) \quad 4 = -36 + 4k \quad 4k = 40 \quad k = 10$

[Ver resposta 7 no final do documento]

Verificação: $f(x) = x^2$

- $6x + 10 \quad x_v = 3 \quad y_v = 9$
- $18 + 10 = 1 \quad \checkmark$

2.1.7. Dicas para a Prova

1. **Estudo do sinal:** raízes + concavidade
2. **$\Delta > 0$ e $a > 0$:** negativa entre as raízes
3. **$\Delta > 0$ e $a < 0$:** positiva entre as raízes
4. **Inequações:** use estudo do sinal
5. **Máximo:** $a < 0$, valor = y_v
6. **Mínimo:** $a > 0$, valor = y_v
7. **\geq ou \leq :** incluir raízes (colchete $[]$)
8. **$>$ ou $<$:** excluir raízes (parêntese $()$)

2.1.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Vértice:

- $x_v = -b/2a$
- $y_v = -\Delta/4a$ ou $f(x_v)$
- Máximo se $a < 0$
- Mínimo se $a > 0$

Estudo do Sinal ($\Delta > 0$):

- $a > 0$: negativa entre raízes
- $a < 0$: positiva entre raízes

Imagen:

- $a > 0$: $[y_v, +\infty)$
- $a < 0$: $(-\infty, y_v]$

Inequações: 1. Encontrar raízes 2. Esboçar parábola 3. Identificar região

2.1.9. Fórmulas Essenciais

Vértice:

$$x_v = -b / 2a$$

$$y_v = -\Delta / 4a \quad \text{ou} \quad y_v = f(x_v)$$

Máximo/Mínimo:

$$a > 0: \text{mínimo} = y_v$$

$$a < 0: \text{máximo} = y_v$$

Imagen:

$$a > 0: Im = [y_v, +\infty)$$

$$a < 0: Im = (-\infty, y_v]$$

Estudo do Sinal ($\Delta > 0, x_1 < x_2$):

$a > 0$:

$$f(x) > 0: x < x_1 \text{ ou } x > x_2$$

$$f(x) < 0: x_1 < x < x_2$$

$a < 0$:

$$f(x) > 0: x_1 < x < x_2$$

$$f(x) < 0: x < x_1 \text{ ou } x > x_2$$

2.1.10. Resumo Visual

ESTUDO DO SINAL:

$\Delta > 0, a > 0$ (\cup):



$+ \ 0$
- -
- $0 \ +$
 $x_1 \qquad x_2$

$\Delta > 0, a < 0$ (\cap):

$x_1 \quad x_2$
/-----\
/ \ -
- -
- -
 $- \ 0 \ + \ + \ + \ 0 \ -$
 $x_1 \qquad x_2$

INEQUAÇÕES:

< ou >: parêntese ()
 \leq ou \geq : colchete []

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto

Importância para a prova: (essencial)

- muito cobrado!)

2.2. Aula 31

- Química: Ligações Químicas
- Parte 1 (Ligaçāo Iônica)
- 30min

2.2.1. Introdução: Por que Átomos se Ligam?

A maioria dos átomos na natureza **não existe isolada**, mas **ligada** a outros átomos.

Por quê?

- Átomos isolados geralmente são **instáveis**
- Ligações químicas levam à **estabilidade**

Regra do Octeto (ou Teoria do Octeto): > Átomos tendem a ganhar, perder ou compartilhar elétrons para adquirir **8 elétrons na camada de valência** (configuração de gás nobre).

Exceções:

- **Hélio (He):** estável com 2 elétrons (camada K completa)
- **Hidrogênio (H):** estável com 2 elétrons (dueto)
- Alguns elementos do 3º período podem expandir octeto

Gases Nobres:

- Já têm 8 elétrons na valência (He tem 2)
- São **estáveis e inertes** (não fazem ligações facilmente)
- Exemplos: He (2), Ne (2,8), Ar (2,8,8)

2.2.2. Tipos de Ligações Químicas

Principais tipos: 1. **Ligaçāo Iônica** (ou eletrovalente) 2. **Ligaçāo Covalente** (ou molecular) 3. **Ligaçāo Metálica**

Classificação depende:

- Tipo de átomo envolvido (metal, não-metal, semimetal)

- Diferença de eletronegatividade

2.2.3. Ligação Iônica

Definição: Ligação entre **metal e não-metal** através da **transferência de elétrons**.

Características:

- Metal **perde** elétrons → forma **cáton** (+)
- Não-metal **ganha** elétrons → forma **ânion** (-)
- Atração eletrostática entre íons de cargas opostas

Condições:

- Grande diferença de eletronegatividade ($\Delta EN \geq 1,7$)
- Metal (baixa EN) + Não-metal (alta EN)

2.2.3.1. Formação da Ligação Iônica

Exemplo 1: Cloreto de Sódio (NaCl)

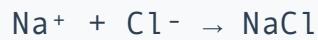
Sódio (Na, Z = 11):

- Distribuição: 2, 8, 1
- 1 elétron na valência
- Tende a **perder 1 e⁻** → Na⁺ (2, 8)
- estável

Cloro (Cl, Z = 17):

- Distribuição: 2, 8, 7
- 7 elétrons na valência
- Tende a **ganhar 1 e⁻** → Cl⁻ (2, 8, 8)
- estável

Ligação:



Resultado: Cristal iônico de NaCl (sal de cozinha)

Exemplo 2: Óxido de Magnésio (MgO)

Magnésio (Mg, Z = 12):

- Distribuição: 2, 8, 2
- Perde 2 e⁻ → Mg²⁺ (2, 8)

Oxigênio (O, Z = 8):

- Distribuição: 2, 6
- Ganha 2 e⁻ → O²⁻ (2, 8)

Ligaçāo:



Exemplo 3: Cloreto de Cálcio (CaCl₂)

Cálcio (Ca, Z = 20):

- Distribuição: 2, 8, 8, 2
- Perde 2 e⁻ → Ca²⁺

Cloro (Cl, Z = 17):

- Ganha 1 e⁻ → Cl⁻

Problema: Ca perde 2 e⁻, mas cada Cl ganha apenas 1 e⁻!

Solução: 2 átomos de Cl para 1 átomo de Ca



Fórmula: CaCl_2 (1 Ca para 2 Cl)

2.2.4. Propriedades dos Compostos Iônicos

1. Estado físico:

- **Sólidos** à temperatura ambiente
- Cristais iônicos (arranjo ordenado de íons)

2. Ponto de fusão e ebulição:

- **Altos** (fortes atrações eletrostáticas)
- Exemplo: NaCl funde a 801°C

3. Condutividade elétrica:

- **Sólidos:** NÃO conduzem (íons fixos no retículo)
- **Fundidos ou dissolvidos:** CONDUZEM (íons livres)

4. Solubilidade:

- Geralmente **solúveis em água** (solvente polar)
- Insolúveis em solventes apolares (gasolina, etc.)

5. Dureza:

- Duros, mas **quebradiços** (fraturam facilmente)

2.2.5. Fórmula de Compostos Iônicos

Regra: Número total de cargas positivas = número total de cargas negativas

Método prático (troca de valências):



Exemplos:

1. $\text{Al}^{3+} + \text{O}^{2-}$

- Troca: Al_2O_3
- Óxido de alumínio

2. $\text{Fe}^{3+} + \text{S}^{2-}$

- Troca: Fe_2S_3
- Sulfeto de ferro III

3. $\text{Na}^+ + \text{SO}_4^{2-}$

- Troca: Na_2SO_4
- Sulfato de sódio

Simplificação: Se houver divisor comum, simplifique.

Exemplo: $\text{Ca}^{2+} + \text{O}^{2-} \rightarrow \text{Ca}_2\text{O}_2 \rightarrow \text{CaO}$ (simplificado)

2.2.6. Exercícios Resolvidos

2.2.6.1. Exercício 1

O que acontece com os átomos de sódio (Na) e cloro (Cl) ao formarem NaCl?

Resposta:

- **Na (2,8,1):** perde 1 elétron $\rightarrow \text{Na}^+$ (2,8)
- cátion
- **Cl (2,8,7):** ganha 1 elétron $\rightarrow \text{Cl}^-$ (2,8,8)
- ânion
- Formam ligação iônica por atração eletrostática entre Na^+ e Cl^-

2.2.6.2. Exercício 2

Determine a fórmula do composto formado entre alumínio (Al^{3+}) e oxigênio (O^{2-}).

Solução: Troca de valências: $\text{Al}^{3+} \rightarrow$ índice 2 $\text{O}^{2-} \rightarrow$ índice 3

Fórmula: Al_2O_3

[Ver resposta 8 no final do documento]

2.2.6.3. Exercício 3

Por que o sal de cozinha (NaCl) conduz eletricidade quando dissolvido em água, mas não no estado sólido?

Resposta:

- **Sólido:** íons estão fixos no retículo cristalino, não podem se mover, NÃO conduzem
- **Dissolvido:** íons ficam livres na solução, podem se mover e transportar carga, CONDUZEM eletricidade

2.2.6.4. Exercício 4

(UFMG) Qual o tipo de ligação entre magnésio (Mg) e cloro (Cl)?

Resposta: Ligação iônica.

- Mg é metal (perde elétrons)
- Cl é não-metal (ganha elétrons)
- Grande diferença de eletronegatividade
- Fórmula: MgCl_2

2.2.7. Dicas para a Prova

1. **Ligação iônica:** metal + não-metal
2. **Transferência** de elétrons (não compartilhamento)
3. **Metal perde** → cátion (+)
4. **Não-metal ganha** → ânion (-)
5. **Propriedades:** sólidos, altos PF/PE, conduzem fundidos/dissolvidos
6. **Fórmula:** total de cargas + = total de cargas -
7. **Regra do octeto:** 8 elétrons na valência (estável)

8. Gases nobres: já estáveis ($8\ e^-$)

2.2.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligaçāo Iônica:

- Metal + Não-metal
- Transferência de elétrons
- Formação de íons
- Atração eletrostática

Íons:

- **Cáton:** íon positivo (perdeu e^-)
- **Ânion:** íon negativo (ganhou e^-)

Propriedades:

- Sólidos cristalinos
- Altos PF e PE
- Conduzem fundidos/dissolvidos
- Solúveis em água

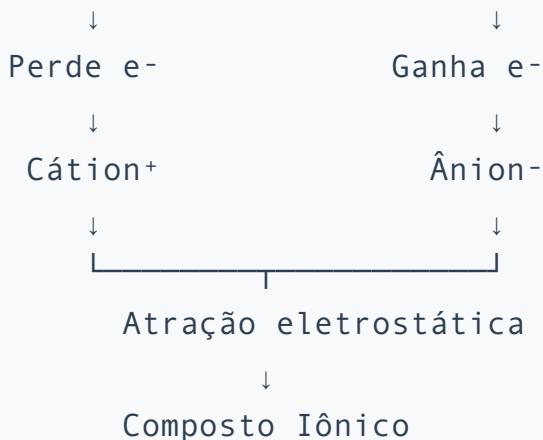
Fórmula:

- Troca de valências
- Cargas balanceadas

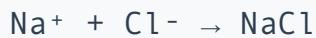
2.2.9. Resumo Visual

LIGAÇÃO IÔNICA:

Metal (baixa EN) + Não-metal (alta EN)



Exemplo:



Propriedades:

- └ Sólidos (cristais)
- └ Altos PF/PE
- └ Conduzem fundidos/dissolvidos
- └ Solúveis em H₂O

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ★★★★★ (muito importante)

- ligações são fundamentais!)

3. 11/27

- Férias Dia 2

3.1. Aula 32

- Matemática: Função Quadrática
- Parte 3 (Inequações e Sistemas)
- 90min

3.1.1. Revisão: Função Quadrática

Já estudamos:

- **Parte 1 (Aula 26):** Definição, gráfico, raízes (Bhaskara), vértice
- **Parte 2 (Aula 30):** Zeros, máximo/mínimo, estudo do sinal básico

Nesta aula: Inequações mais complexas e sistemas envolvendo função quadrática.

3.1.2. Inequações do 2º Grau

- Aprofundamento

3.1.2.1. Inequações-Produto

Formato: $(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f) > 0$ (ou $<$, \geq , \leq)

Método: 1. Estudar o sinal de cada fator separadamente 2. Fazer quadro de sinais 3. Multiplicar os sinais 4. Responder conforme pedido

Exemplo: $(x^2 - 4)(x^2 - 9) \leq 0$

- $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$
- $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow x = \pm 3$

Passo 1: Estudar cada fator

Fator 1: x^2

- 4
- Raízes: $x = \pm 2$
- $a = 1 > 0$ (U)
- Sinal: + |
- | + -2 2

Fator 2: x^2

- 9
- Raízes: $x = \pm 3$
- $a = 1 > 0$ (U)
- Sinal: + |
- | + -3 3

Passo 2: Quadro de sinais

- 3	- 2	2	3
$x^2 - 4 :$	+ + 0 - 0 + +		
$x^2 - 9 :$	+ 0		
-	- - 0 +		

Produto: + 0

- 0 + 0 - 0 +

Passo 3: Produto ≤ 0 (negativo ou zero)

Intervalos: $[-3, -2] \cup [2, 3]$

[Ver resposta 9 no final do documento]

3.1.2.2. Inequações-Quociente

Formato: $(ax^2 + bx + c)/(dx^2 + ex + f) > 0$

Método: 1. Estudar sinal do numerador 2. Estudar sinal do denominador 3. Quadro de sinais (dividir sinais) 4. **IMPORTANTE:** Denominador $\neq 0$ (excluir raízes do denominador)

Exemplo: $(x^2 - 4)/(x^2)$

- $1)/(x^2)$
- $4) \geq 0$

Numerador: $x^2 - 4$

- 1
- Raízes: $x = \pm 1$
- $a = 1 > 0$
- Sinal: + |
- | + -1 1

Denominador: x^2

- 4
- Raízes: $x = \pm 2$ (EXCLUIR da resposta!)
- $a = 1 > 0$
- Sinal: + |
- | + -2 2

Quadro:

	-2	-1	1	2	
Numer.:	+	+	0	-	0
Denom.:	+	$\neq 0$			
-	-	-	$\neq 0$	+	

Quoc.:	+	\emptyset
-	0	+ 0 - \emptyset +

Quociente ≥ 0 : positivo ou zero

[Ver resposta 10 no final do documento]

Observe: -2 e 2 EXCLUÍDOS (denominador zero), -1 e 1 INCLUÍDOS (numerador zero)

3.1.2.3. Inequações Simultâneas

Formato: Sistema de inequações

Exemplo:

$$\begin{cases} x^2 \\ -5x + 6 < 0 \end{cases}$$
$$\begin{cases} x^2 \\ -4 \geq 0 \end{cases}$$

Resolver cada uma:

1^a inequação: x^2

- $5x + 6 < 0$
- Raízes: 2 e 3
- $a > 0 \rightarrow$ negativa entre raízes
- $S_1 = (2, 3)$

2^a inequação: x^2

- $4 \geq 0$
- Raízes: -2 e 2
- $a > 0 \rightarrow$ positiva fora raízes (ou nas raízes)
- $S_2 = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Interseção $S_1 \cap S_2$:

$$S_1 : \quad \underline{\hspace{2cm}} (\underline{\hspace{2cm}}) \underline{\hspace{2cm}}$$
$$\qquad\qquad\qquad 2 \qquad 3$$

$$S_2 : \quad \underline{\hspace{2cm}}] \qquad \quad [\underline{\hspace{2cm}}$$
$$\qquad\qquad\qquad -2 \qquad\qquad\qquad 2$$

$$S_1 \cap S_2 : \qquad \quad [-)$$
$$\qquad\qquad\qquad 2 \qquad 3$$

[Ver resposta 11 no final do documento]

3.1.3. Sistemas de Equações do 2º Grau

3.1.3.1. Sistema Linear-Quadrático

Formato:

$$\begin{cases} y = ax + b & \text{(reta)} \\ y = cx^2 + dx + e & \text{(parábola)} \end{cases}$$

Método: Substituição

Exemplo:

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x^2 \\ -2x + 3 \end{cases}$$

Substituição: $2x + 1 = x^2$

- $2x + 3 = 0 = x^2$
- $4x + 2 = x^2$
- $4x + 2 = 0$

Bhaskara: $\Delta = 16$

- $8 = 8x = (4 \pm \sqrt{8})/2 = (4 \pm 2\sqrt{2})/2 = 2 \pm \sqrt{2}$

$$x_1 = 2 + \sqrt{2} \quad x_2 = 2$$

- $\sqrt{2}$

Encontrar y: $y_1 = 2(2 + \sqrt{2}) + 1 = 5 + 2\sqrt{2}$ $y_2 = 2(2$

- $\sqrt{2}) + 1 = 5$

- $2\sqrt{2}$

Soluções:

- $(2 + \sqrt{2}, 5 + 2\sqrt{2})$

- $(2$

- $\sqrt{2}, 5$

- $2\sqrt{2})$

Interpretação geométrica: Pontos onde a reta intercepta a parábola.

3.1.3.2. Sistema Quadrático-Quadrático

Formato:

$$\{ \quad y = ax^2 + bx + c$$

$$\{ \quad y = dx^2 + ex + f$$

Exemplo:

$$\{ \quad y = x^2$$

$$- 4$$

$$\{ \quad y = -x^2 + 2x + 4$$

Igualando: x^2

- $4 = -x^2 + 2x + 4$

- $2x$

- $8 = 0 x^2$
- x
- $4 = 0$

$$\Delta = 1 + 16 = 17 \quad x = (1 \pm \sqrt{17})/2$$

E assim por diante...

3.1.4. Aplicações

- Problemas Contextualizados

3.1.4.1. Problema 1: Geometria

Um retângulo tem perímetro 20 cm e área 24 cm². Quais suas dimensões?

Solução:

Sejam x e y os lados.

$$\begin{cases} 2x + 2y = 20 \rightarrow x + y = 10 \rightarrow y = 10 \\ -x \\ \{ xy = 24 \end{cases}$$

Substituindo: x(10

- $x) = 24 \quad 10x$
- $x^2 = 24 \quad x^2$
- $10x + 24 = 0$

Fatorando: (x

- $4)(x$
- $6) = 0 \quad x = 4 \text{ ou } x = 6$

Se $x = 4$: $y = 6$ Se $x = 6$: $y = 4$

[Ver resposta 12 no final do documento]

3.1.4.2. Problema 2: Movimento (Física)

Um projétil é lançado verticalmente. Sua altura $h(t)$ em metros no tempo t (segundos) é dada por:

$$h(t) = -5t^2 + 20t + 5$$

1. Qual a altura máxima?
2. Quando atinge o solo ($h = 0$)?

Solução:

1. Altura máxima = y_v

$$a = -5, b = 20, c = 5$$

$$t_v = -20/2(-5) = 20/10 = 2 \text{ s}$$

$$h_v = -5(4) + 20(2) + 5 = -20 + 40 + 5 = 25 \text{ m}$$

Máxima: 25 m (em $t = 2$ s)

1. $h = 0$:

$$-5t^2 + 20t + 5 = 0 \text{ t}^2$$

- $4t$
- $1 = 0$

$$\Delta = 16 + 4 = 20$$

$$t = (4 \pm \sqrt{20})/2 = (4 \pm 2\sqrt{5})/2 = 2 \pm \sqrt{5}$$

$$t_1 = 2$$

- $\sqrt{5} \approx -0,24 \text{ s}$ (descartado: negativo) $t_2 = 2 + \sqrt{5} \approx 4,24 \text{ s}$ ✓

[Ver resposta 13 no final do documento]

3.1.4.3. Problema 3: Economia

Uma empresa descobriu que o lucro L (em mil reais) ao vender x unidades é dado por:

$$L(x) = -x^2 + 40x$$

- 300
- Quantas unidades deve vender para lucro máximo?
- Qual o lucro máximo?
- Para quais quantidades há prejuízo ($L < 0$)?

Solução:

$$a = -1, b = 40, c = -300$$

1. $x_v = -40/2(-1) = 20$ unidades

2. $*L_v = -(20)^2 + 40(20)$

3. $300* = -400 + 800$

4. $300 = 100$

Lucro máximo: 100 mil reais

1. $L < 0$:

Raízes: $\Delta = 1600$

- $1200 = 400 x = (40 \pm 20)/2 \quad x_1 = 10, x_2 = 30$

$a = -1 < 0$ (\cap): negativa fora das raízes

Prejuízo: $x < 10$ ou $x > 30$

Mas $x \geq 0$ (não há quantidade negativa):

[Ver resposta 14 no final do documento]

3.1.5. Exercícios Resolvidos

3.1.5.1. Exercício 1

Resolva: $(x$

- $2)(x^2 - 9) > 0$

Solução:

Fator 1: x

- 2
- Raiz: $x = 2$
- Sinal:
- $| + 2$

Fator 2: x^2

- 9
- Raízes: $x = \pm 3$
- Sinal: $+ |$
- $| + -3\ 3$

Quadro:

- 3	2	3
$x - 2 :$	- - - 0 + +	
$x^2 - 9 :$	+ 0	
- - - 0 +		

Prod:

$$\begin{array}{r} - 0 + 0 \\ - 0 + \end{array}$$

Produto > 0: $(-3, 2) \cup (3, +\infty)$

[Ver resposta 15 no final do documento]

3.1.5.2. Exercício 2

Resolva: $(x^2$

- $4)/(x$
- $3) \leq 0$

Solução:

Numerador: x^2

- 4
- Raízes: ± 2
- Sinal: + |
- | + -2 2

Denominador: x

- 3
- Raiz: 3 (EXCLUIR)
- Sinal:
- | + 3

Quadro:

	- 2	2	3
Num. :	+ 0		
	- 0	+	+
Den. :			
- - - $\neq 0$ +			
<hr/>			
Quo. :			
- 0 + 0			
- \emptyset +			

Quociente ≤ 0 : $[-2, 2] \cup (2, 3)$

Simplificando: $[-2, 2] \cup (2, 3) = [-2, 3]$

[Ver resposta 16 no final do documento]

(3 excluído pois anula denominador)

3.1.5.3. Exercício 3

Determine os pontos de interseção de $y = x^2$ e $y = 2x + 3$.

Solução:

$$x^2 = 2x + 3$$

- $2x$
- $3 = 0$ (x)
- $3)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 3$ ou $x = -1$

Para $x = 3$: $y = 9$ **Para $x = -1$:** $y = 1$

[Ver resposta 17 no final do documento]

3.1.6. Dicas para a Prova

1. **Inequação-produto:** quadro de sinais e multiplicar
2. **Inequação-quociente:** EXCLUIR raízes do denominador
3. \geq ou \leq : incluir raízes do numerador (não do denominador!)
4. **Sistema simultâneo:** interseção das soluções
5. **Problema contextualizado:** montar função a partir do enunciado
6. **Máximo/mínimo:** sempre vértice (y_v)
7. **Geometria:** cuidado com dimensões positivas
8. **Física:** tempo negativo não tem sentido (descartar)

3.1.7. Conceitos-Chave para Memorizar

Inequação-Produto:

- Quadro de sinais
- Multiplicar sinais dos fatores

Inequação-Quociente:

- Dividir sinais
- Denominador $\neq 0$ (excluir da resposta)

Sistema Linear-Quadrático:

- Substituição
- 0, 1 ou 2 soluções

Problemas:

- Identificar variáveis
- Montar equação/sistema
- Resolver
- Interpretar (descartar soluções sem sentido físico)

3.1.8. Fórmulas Essenciais

Quadro de Sinais:

1. Encontrar raízes de cada fator
2. Determinar sinal de cada fator
3. Combinar sinais (\times para produto, \div para quociente)
4. Ler região pedida

Inequação-Quociente:

Numerador = 0: pode incluir (se \geq ou \leq)

Denominador = 0: SEMPRE excluir (\emptyset)

Sistema de Inequações:

Resolver cada uma \rightarrow Interseção $S_1 \cap S_2$

Aplicações:

- Perímetro retângulo: $2(x + y)$
- Área retângulo: xy
- Altura projétil: $h(t) = -gt^2/2 + v_0 t + h_0$

3.1.9. Resumo Visual

INEQUAÇÃO-PRODUTO: $(f_1)(f_2) > 0$

raízes f_1 raízes f_2

$f_1 :$ $\underline{\quad 0 \quad}$

$f_2 :$ $\underline{0 \quad \quad \quad}$

Prod: [combinar sinais]

INEQUAÇÃO-QUOCIENTE: $f_1/f_2 \geq 0$

Num: $\underline{\quad 0 \quad 0 \quad}$ (pode incluir)

Den: $\underline{\neq 0 \quad \quad \neq 0}$ (EXCLUIR sempre)

Quo: [dividir sinais]

SISTEMA:

$S_1 :$ $\underline{\quad} (\underline{\quad}) \underline{\quad}$

$S_2 :$ $\underline{\quad} [\underline{\quad}) =$

$S_1 \cap S_2 :$ [—] (interseção)

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Alto **Importância para a prova:**  (essencial)

- inequações sempre caem!)

3.2. Aula 33

- Química: Ligações Químicas
- Parte 2 (Ligaçāo Covalente)
- 30min

3.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Na Aula 31, estudamos:

- **Ligaçāo Iônica:** metal + não-metal, transferência de elétrons, íons

Nesta aula: Ligação Covalente (molecular)

3.2.2. Ligação Covalente

Definição: Ligação entre **não-metais** através do **compartilhamento de elétrons**.

Características:

- Não-metal + Não-metal
- **Compartilham** elétrons (não transferem)
- Formam **moléculas**
- Pequena diferença de eletronegatividade ($\Delta EN < 1,7$)

Objetivo: Ambos os átomos atingem configuração de gás nobre (regra do octeto ou dueto).

3.2.3. Formação da Ligação Covalente

3.2.3.1. Exemplo 1: Hidrogênio (H_2)

H (Z = 1):

- Distribuição: 1
- Precisa de 1 elétron para completar (dueto: 2 elétrons)

Ligação:



Cada H compartilha 1 elétron → ambos ficam com 2 elétrons (estáveis)

Fórmula molecular: H_2

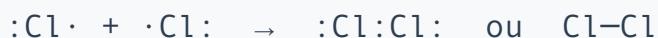
Fórmula estrutural: H—H (traço = par de elétrons compartilhado)

3.2.3.2. Exemplo 2: Cloro (Cl_2)

Cl (Z = 17):

- Distribuição: 2, 8, 7
- Precisa de 1 elétron para completar octeto (8)

Representação de Lewis:



Cada Cl compartilha 1 elétron → ambos com 8 elétrons na valência

Fórmula molecular: Cl_2

3.2.3.3. Exemplo 3: Água (H_2O)

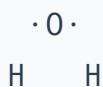
O (Z = 8):

- Distribuição: 2, 6
- Precisa de 2 elétrons

H:

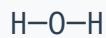
- Precisa de 1 elétron (cada)

Ligaçāo:



Cada H compartilha 1 elétron com O
O compartilha 2 elétrons (1 com cada H)

Fórmula estrutural:



O tem 8 elétrons (2 ligações + 4 não-ligantes) Cada H tem 2 elétrons

3.2.3.4. Exemplo 4: Amônia (NH_3)

N (Z = 7):

- Distribuição: 2, 5
- Precisa de 3 elétrons

H: precisa de 1 (cada um)

Fórmula estrutural:



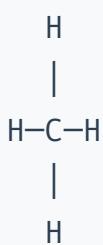
N faz 3 ligações (compartilha 6 elétrons) + 2 não-ligantes = 8 total

3.2.3.5. Exemplo 5: Metano (CH_4)

C (Z = 6):

- Distribuição: 2, 4
- Precisa de 4 elétrons

Fórmula estrutural:



C faz 4 ligações → 8 elétrons (octeto completo)

3.2.4. Tipos de Ligações Covalentes

3.2.4.1. 1. Ligação Simples

Um par de elétrons compartilhado.

Representação: A—B

Exemplos:

- H—H
- Cl—Cl
- H—O—H

3.2.4.2. 2. Ligação Dupla

Dois pares de elétrons compartilhados.

Representação: A=B

Exemplo: Oxigênio (O_2)

O: 2, 6 (precisa de 2 elétrons)



Cada O compartilha 2 elétrons (4 no total) → ligação dupla

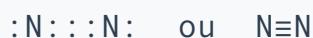
3.2.4.3. 3. Ligação Tripla

Três pares de elétrons compartilhados.

Representação: A≡B

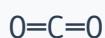
Exemplo: Nitrogênio (N_2)

N: 2, 5 (precisa de 3 elétrons)



Cada N compartilha 3 elétrons (6 no total) → ligação tripla

Outro exemplo: Gás carbônico (CO_2)



C faz duas ligações duplas (4 pares = 8 elétrons)

3.2.5. Polaridade das Ligações Covalentes

3.2.5.1. Ligação Covalente Apolar

Condição: $\Delta EN = 0$ (átomos iguais ou eletronegatividades iguais)

Características:

- Elétrons compartilhados **igualmente**
- Sem polo positivo/negativo

Exemplos:

- H₂, O₂, N₂, Cl₂ (moléculas diatômicas iguais)
- CH₄ (simetria molecular)

3.2.5.2. Ligação Covalente Polar

Condição: $0 < \Delta EN < 1,7$ (átomos diferentes)

Características:

- Elétrons compartilhados **desigualmente**
- Átomo mais eletronegativo “puxa” mais os elétrons
- Forma **polos:** δ^+ (parcialmente positivo) e δ^- (parcialmente negativo)

Exemplos:

- **HCl:** Cl mais eletronegativo $\rightarrow H^{(\delta+)}—Cl^{(\delta-)}$
- **H₂O:** O mais eletronegativo $\rightarrow H^{(\delta+)}—O^{(\delta-)}—H^{(\delta+)}$

Dipolo elétrico: representado por seta \rightarrow apontando para polo negativo



dipolo

3.2.6. Geometria Molecular (Introdução)

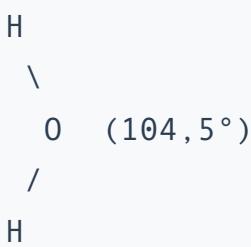
A forma tridimensional da molécula influencia propriedades.

Exemplos:

Linear: CO₂ (O=C=O)

- 180°

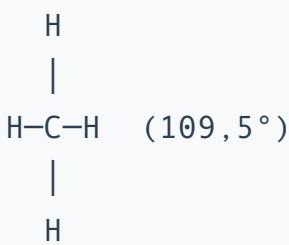
Angular: H₂O



Trigonal plana: BF₃

- 120°

Tetraédrica: CH₄



Piramidal: NH₃

(Aprofundaremos geometria em aulas futuras)

3.2.7. Propriedades dos Compostos Covalentes (Moleculares)

1. Estado físico:

- **Gases ou Líquidos** à temperatura ambiente (maioria)

- Alguns sólidos (açúcar, gelo)

2. Ponto de fusão e ebulação:

- **Baixos** (forças intermoleculares fracas)
- Exceção: macromoléculas (diamante, quartzo)

3. Condutividade elétrica:

- **NÃO conduzem** (não têm íons livres)
- Exceção: grafite (estrutura especial)

4. Solubilidade:

- Polares: solúveis em solventes polares (água)
- Apolares: solúveis em solventes apolares (gasolina)
- “Semelhante dissolve semelhante”

3.2.8. Comparação: Ligação Iônica vs. Covalente

	IÔNICA	COVALENTE
Átomos	Metal+Não-met.	Não-metal+Não
Processo	Transferência	Compartilhamento
Formam	Íons	Moléculas
Estado físico	Sólidos	Gases/Líquidos
PF/PE	Altos	Baixos
Condutividade	Fund/Dissol.	Não conduz
Exemplo	NaCl	H ₂ O

3.2.9. Exercícios Resolvidos

3.2.9.1. Exercício 1

Represente a fórmula estrutural do F₂ (Z do F = 9).

Solução:

F: 2, 7 (precisa de 1 elétron)



[Ver resposta 18 no final do documento]

3.2.9.2. Exercício 2

Quantas ligações o carbono faz na molécula CO₂?

Solução:

C: 2, 4 (precisa de 4 elétrons = 4 ligações)

Estrutura: O=C=O

C faz **2 ligações duplas** (total: 4 ligações)

[Ver resposta 19 no final do documento]

3.2.9.3. Exercício 3

A ligação H—Cl é polar ou apolar? Por quê?

Solução:

H e Cl são átomos **diferentes** Cl é **mais eletronegativo** que H $\Delta\text{EN} > 0$

[Ver resposta 20 no final do documento]

3.2.9.4. Exercício 4

(UFMG) Qual o tipo de ligação em cada substância: a) NaCl b) H₂ c) CaO

Solução:

1. NaCl: Na (metal) + Cl (não-metal) → **Iônica**

2. H₂: H + H (não-metais iguais) → **Covalente apolar**

3. CaO: Ca (metal) + O (não-metal) → **Iônica**

3.2.10. Dicas para a Prova

1. **Ligaçāo covalente:** nāo-metal + nāo-metal
2. **Compartilhamento de elétrons (nāo transferēncia)**
3. **Ligaçāo simples:** 1 par (—)
4. **Ligaçāo dupla:** 2 pares (=)
5. **Ligaçāo tripla:** 3 pares (≡)
6. **Apolar:** $\Delta EN = 0$ (átomos iguais ou simétricos)
7. **Polar:** $0 < \Delta EN < 1,7$ (átomos diferentes)
8. **Propriedades:** baixos PF/PE, nāo conduzem

3.2.11. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligaçāo Covalente:

- Nāo-metal + Nāo-metal
- Compartilhamento de elétrons
- Formam moléculas

Tipos:

- Simples: — (1 par)
- Dupla: = (2 pares)
- Tripla: ≡ (3 pares)

Polaridade:

- Apolar: $\Delta EN = 0$
- Polar: $0 < \Delta EN < 1,7$

Propriedades (molecular):

- Baixos PF/PE
- Gases ou líquidos
- Nāo conduzem eletricidade

3.2.12. Resumo Visual

LIGAÇÃO COVALENTE:

Não-metal + Não-metal

↓ ↓

Compartilham elétrons

↓

Moléculas

Exemplos:



Tipos de Ligação:

Simples: A-B (1 par)

Dupla: A=B (2 pares)

Tripla: A≡B (3 pares)

Polaridade:

Apolar: H-H ($\Delta\text{EN} = 0$)

Cl-Cl

Polar: $\text{H}^{\delta+}-\text{Cl}^{\delta-}$ ($\Delta\text{EN} > 0$)

$\text{H}^{\delta+}-\text{O}^{\delta-}-\text{H}^{\delta+}$

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:**  (essencial)

- ligação covalente é fundamental!)

4. 11/28

- Férias Dia 3

4.1. Aula 34

- Matemática: Função Exponencial
- Parte 1 (Potenciação e Propriedades)
- 90min

4.1.1. Introdução: Crescimento Exponencial

Problemas que envolvem crescimento/decrescimento muito rápido:

- População de bactérias (duplica a cada hora)
- Juros compostos (dinheiro cresce exponencialmente)
- Desintegração radioativa (decaimento exponencial)

Esses fenômenos são modelados por **funções exponenciais**.

4.1.2. Revisão: Potenciação

4.1.2.1. Definição

Potência: a^n (a elevado a n)

- **Base:** a
- **Expoente:** n
- **Resultado:** potência

Exemplos:

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- $10^4 = 10.000$

4.1.2.2. Casos Especiais

Expoente zero:

$$a^0 = 1 \quad (\text{para } a \neq 0)$$

Exemplos: $5^0 = 1$, $100^0 = 1$

Expoente um:

$$a^1 = a$$

Expoente negativo:

$$a^{-n} = 1/a^n$$

Exemplos:

- $2^{-3} = 1/2^3 = 1/8$
- $5^{-2} = 1/5^2 = 1/25$

Expoente fracionário:

$$a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemplos:

- $4^{(1/2)} = \sqrt{4} = 2$
- $8^{(2/3)} = \sqrt[3]{8^2} = \sqrt[3]{64} = 4$
- $27^{(1/3)} = \sqrt[3]{27} = 3$

4.1.3. Propriedades da Potenciação

4.1.3.1. 1. Multiplicação de Mesma Base

$$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$$

Exemplos:

- $2^3 \times 2^2 = 2^{(3+2)} = 2^5 = 32$
- $x^4 \times x^3 = x^7$

Regra: Mantém a base, soma os expoentes.

4.1.3.2. 2. Divisão de Mesma Base

$$a^m / a^n = a^{(m-n)}$$

Exemplos:

- $5^7 / 5^4 = 5^{(7-4)} = 5^3 = 125$
- $x^8 / x^3 = x^5$

Regra: Mantém a base, subtrai os expoentes.

4.1.3.3. 3. Potência de Potência

$$(a^m)^n = a^{(m \times n)}$$

Exemplos:

- $(2^3)^2 = 2^{(3 \times 2)} = 2^6 = 64$
- $(x^2)^5 = x^{(2 \times 5)} = x^{10}$

Regra: Mantém a base, multiplica os expoentes.

4.1.3.4. 4. Potência de Produto

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Exemplos:

- $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$
- $(xy)^3 = x^3y^3$

4.1.3.5. 5. Potência de Quociente

$$(a/b)^n = a^n / b^n$$

Exemplos:

- $(2/3)^2 = 2^2/3^2 = 4/9$
- $(x/y)^4 = x^4/y^4$

4.1.4. Equações Exponenciais Simples

Equação exponencial: incógnita no expoente.

Formato: $a^x = b$

4.1.4.1. Método 1: Bases Iguais

Se conseguirmos escrever ambos os lados com a mesma base:

$$a^x = a^y \rightarrow x = y$$

Exemplo 1: $2^x = 8$

$$8 = 2^3$$

$$2^x = 2^3$$

$$x = 3$$

Exemplo 2: $5^{(x+1)} = 25$

$$25 = 5^2$$

$$5^{(x+1)} = 5^2$$

$$x + 1 = 2$$

$$x = 1$$

Exemplo 3: $3^{(2x)} = 1/9$

$$1/9 = 1/3^2 = 3^{(-2)}$$

$$3^{(2x)} = 3^{(-2)}$$

$$2x = -2$$

$$x = -1$$

Exemplo 4: $4^x = 32$

Bases diferentes, mas podem ser escritas como potências de 2:

$$4 = 2^2 \quad 32 = 2^5$$

$$(2^2)^x = 2^5$$

$$2^{(2x)} = 2^5$$

$$2x = 5$$

$$x = 5/2$$

4.1.4.2. Casos com Soma/Produto no Expoente

Exemplo 5: $2^{(x+2)} = 2^x + 12$

Não podemos igualar expoentes diretamente!

Estratégia: Fatorar

$$2^{(x+2)} = 2^x \times 2^2 = 4 \times 2^x$$

$$4 \times 2^x = 2^x + 12$$

$$4 \times 2^x$$

$$\bullet 2^x = 12$$

$$3 \times 2^x = 12$$

$$2^x = 4$$

$$2^x = 2^2$$

$$x = 2$$

4.1.5. Inequações Exponenciais Simples

Formato: $a^x > b$ (ou $<$, \geq , \leq)

Regra depende da base:

Se $a > 1$: função crescente

- $a^x > a^y \rightarrow x > y$

Se $0 < a < 1$: função decrescente

- $a^x > a^y \rightarrow x < y$ (inverte!)

Exemplo 1: $2^x > 8$

$$2^x > 2^3$$

Base $2 > 1$ (crescente) \rightarrow mantém sinal

$$x > 3$$

Exemplo 2: $(1/2)^x \geq 4$

$$(1/2)^x \geq (1/2)^{-2}$$

Base $1/2 < 1$ (decrescente) \rightarrow **inverte** sinal

$$x \leq -2$$

4.1.6. Gráfico da Função Exponencial (Introdução)

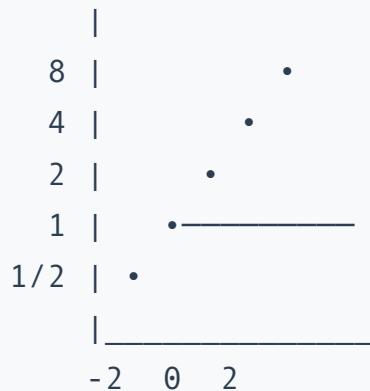
Função exponencial: $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)

4.1.6.1. Caso 1: $a > 1$ (Crescente)

Exemplo: $f(x) = 2^x$

x	f(x)
-2	1/4
-1	1/2
0	1
1	2
2	4
3	8

Gráfico:



Características:

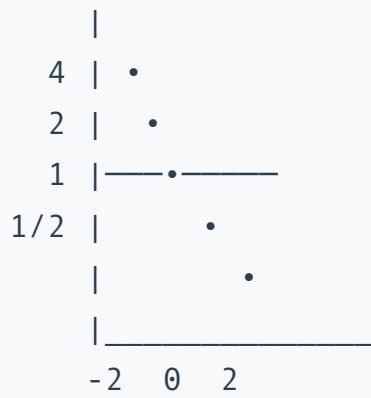
- Crescente
- Passa por $(0, 1)$
- Eixo x é **assíntota horizontal** (nunca toca)
- Sempre positiva ($f(x) > 0$)

4.1.6.2. Caso 2: $0 < a < 1$ (Decrescente)

Exemplo: $f(x) = (1/2)^x$

x	f(x)
-2	4
-1	2
0	1
1	1/2
2	1/4

Gráfico:



Características:

- Decrescente
- Passa por $(0, 1)$
- Eixo x é assíntota
- Sempre positiva

4.1.7. Exercícios Resolvidos

4.1.7.1. Exercício 1

Calcule: a) 2^5 b) 3^{-2} c) $16^{(1/2)}$

Soluções:

1. $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$

2. $3^{-2} = 1/3^2 = 1/9$

3. $16^{(1/2)} = \sqrt{16} = 4$

[Ver resposta 21 no final do documento]

4.1.7.2. Exercício 2

Simplifique: $2^7 \times 2^3 / 2^4$

Solução:

$$= 2^{(7+3)} / 2^4 = 2^{10} / 2^4 = 2^{(10-4)} = 2^6 = 64$$

[Ver resposta 22 no final do documento]

4.1.7.3. Exercício 3

Resolva: $3^x = 81$

Solução:

$$81 = 3^4$$

$$3^x = 3^4$$

$$\mathbf{x = 4}$$

4.1.7.4. Exercício 4

Resolva: $2^{(x-1)} = 1/8$

Solução:

$$1/8 = 1/2^3 = 2^{(-3)}$$

$$2^{(x-1)} = 2^{(-3)}$$

$$\mathbf{x}$$

$$\bullet 1 = -3$$

$$\mathbf{x = -2}$$

4.1.7.5. Exercício 5

Resolva a inequação: $5^x < 125$

Solução:

$$125 = 5^3$$

$$5^x < 5^3$$

Base $5 > 1$ (crescente) \rightarrow mantém sinal

$$x < 3$$

[Ver resposta 23 no final do documento]

4.1.7.6. Exercício 6

Simplifique: $(x^2y^3)^2 / (xy)^4$

Solução:

$$= (x^2)^2(y^3)^2 / x^4y^4 = x^4y^6 / x^4y^4 = x^{(4-4)}y^{(6-4)} = x^0y^2 = y^2$$

[Ver resposta 24 no final do documento]

4.1.8. Dicas para a Prova

1. $a^0 = 1$ (sempre)
2. $a^{-n} = 1/a^n$ (expoente negativo = inverso)
3. **Multiplicação:** soma expoentes (mesma base)
4. **Divisão:** subtrai expoentes
5. $(a^m)^n = a^{m \times n}$
6. **Equação $a^x = a^y$:** $x = y$
7. **Inequação e $a > 1$:** mantém sinal
8. **Inequação e $0 < a < 1$:** inverte sinal
9. **Gráfico:** sempre passa por $(0, 1)$

4.1.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Potenciação:

- $a^n = a \times a \times \dots \times a$ (n vezes)
- $a^0 = 1$

- $a^{-n} = 1/a^n$
- $a^{(m/n)} = \sqrt[n]{a^m}$

Propriedades (mesma base):

- $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$
- $a^m / a^n = a^{(m-n)}$
- $(a^m)^n = a^{(m \times n)}$

Equação Exponencial:

- $a^x = a^y \rightarrow x = y$

Inequação:

- $a > 1$: crescente (mantém sinal)
- $0 < a < 1$: decrescente (inverte sinal)

Gráfico:

- Passa por $(0, 1)$
- Sempre $f(x) > 0$
- Eixo x é assíntota

4.1.10. Fórmulas Essenciais

Propriedades de Potenciação:

$$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$$

$$a^m / a^n = a^{(m-n)}$$

$$(a^m)^n = a^{(mn)}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$(a/b)^n = a^n / b^n$$

Casos Especiais:

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

$$a^{-n} = 1/a^n$$

$$a^{(1/n)} = \sqrt[n]{a}$$

$$a^{(m/n)} = \sqrt[n]{(a^m)}$$

Equação:

$$a^x = a^y \Rightarrow x = y$$

Inequação:

$$a > 1: a^x > a^y \Rightarrow x > y$$

$$0 < a < 1: a^x > a^y \Rightarrow x < y$$

4.1.11. Resumo Visual

PROPRIEDADES:

Multipliação: Divisão:

$$2^3 \times 2^2 = 2^5 \quad 2^5 / 2^2 = 2^3$$

↑ soma expoentes ↑ subtrai

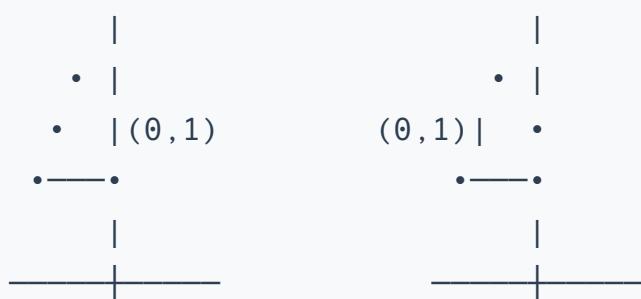
Potência de Potência:

$$(2^3)^2 = 2^6$$

↑ multiplica

GRÁFICOS:

$a > 1$ (crescente): $0 < a < 1$ (decresc.):



Sempre > 0

Passa por $(0,1)$

Sempre > 0

Passa por $(0,1)$

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** (essencial)

- função exponencial é muito cobrada!)

4.2. Aula 35

- Química: Ligações Químicas
- Parte 3 (Ligaçāo Metálica)
- 30min

4.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Já estudamos:

- **Aula 31:** Ligação Iônica (metal + não-metal, transferência)
- **Aula 33:** Ligação Covalente (não-metal + não-metal, compartilhamento)

Nesta aula: Ligação Metálica

4.2.2. Ligação Metálica

Definição: Ligação entre **átomos de metais**, formando estruturas sólidas metálicas.

Onde ocorre:

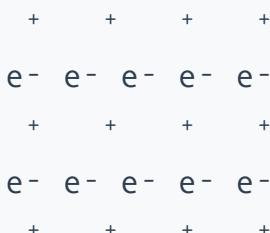
- Metais puros: Fe, Cu, Au, Ag, Al, Na, etc.
- Ligas metálicas: bronze (Cu + Sn), aço (Fe + C), latão (Cu + Zn)

4.2.3. Modelo do “Mar de Elétrons”

Teoria:

- Átomos metálicos perdem elétrons da camada de valência
- Formam **cátions** (+) fixos em posições
- Elétrons livres (“deslocalizados”) movem-se livremente
- **“Mar de elétrons”:** elétrons circulam entre os cátions

Representação:



Cátions (+): núcleos dos átomos metálicos **e⁻:** elétrons livres, móveis

Atração:

- Cátions (+) atraem elétrons (-)
- Elétrons mantêm os cátions unidos
- **Ligaçāo metálica:** atração entre cátions e mar de elétrons

4.2.4. Propriedades dos Metais

As propriedades dos metais são explicadas pelo modelo do mar de elétrons.

4.2.4.1. 1. Condutividade Elétrica

Característica: Metais **conduzem eletricidade** muito bem.

Explicação:

- Elétrons livres movem-se facilmente
- Ao aplicar diferença de potencial (voltagem), elétrons fluem
- **Corrente elétrica** = fluxo de elétrons

Aplicações: Fios elétricos (Cu, Al)

Melhores condutores: Ag (prata), Cu (cobre), Au (ouro)

4.2.4.2. 2. Condutividade Térmica

Característica: Metais conduzem **calor** eficientemente.

Explicação:

- Elétrons livres transportam energia térmica rapidamente
- Vibração dos cátions também contribui

Aplicações: Panelas (Al, Fe), dissipadores de calor (Cu)

4.2.4.3. 3. Maleabilidade

Característica: Metais podem ser **martelados** em lâminas finas sem quebrar.

Explicação:

- Cátions podem deslizar uns sobre os outros
- Mar de elétrons “se ajusta” à nova posição
- Ligação não é rompida

Exemplos: Folhas de alumínio, ouro batido

4.2.4.4. 4. Ductilidade

Característica: Metais podem ser **esticados** em fios.

Explicação:

- Mesma razão da maleabilidade
- Cátions deslizam, elétrons mantêm ligação

Exemplos: Fios de cobre, arame

4.2.4.5. 5. Brilho Metálico

Característica: Metais têm **superfície brilhante** quando polidos.

Explicação:

- Elétrons livres absorvem e re-emitem luz (reflexão)
- Aparecem “brilhantes”

Aplicações: Espelhos (Ag), joias (Au, Ag)

4.2.4.6. 6. Estado Físico e Pontos de Fusão/Ebulição

Característica:

- Maioria são **sólidos** à temperatura ambiente (exceto Hg
- mercúrio)
- Pontos de fusão/ebulição **variados** (geralmente médios a altos)

Explicação:

- Ligações metálicas são fortes (mas menos que iônicas)

- Dependem do número de elétrons de valência e tamanho do átomo

Exemplos:

- **Altos PF:** W (tungstênio)
- 3422°C
- **Baixos PF:** Hg (mercúrio)
- Líquido (-39°C), Ga (gálio)
- 30°C

4.2.4.7. 7. Densidade

Característica: Muitos metais são **densos**.

Explicação:

- Átomos empacotados compactamente no retículo cristalino

Exemplos:

- **Mais densos:** Os (ósmio), Ir (irídio), Pt (platina), Au (ouro)
- **Menos densos:** Li (lítio), Na (sódio), K (potássio)

4.2.5. Ligas Metálicas

Liga metálica: mistura de dois ou mais metais (ou metal + não-metal).

Objetivo: Melhorar propriedades (dureza, resistência à corrosão, etc.)

Exemplos:

Liga	Composição	Uso
Aço	Fe + C (carbono)	Construção, ferramentas
Bronze	Cu + Sn (estanho)	Esculturas, moedas antigas
Latão	Cu + Zn (zincos)	Instrumentos musicais
Ouro 18k	Au (75%) + Cu/Ag (25%)	Jóias (ouro puro é mole)
Aço inox	Fe + Cr + Ni	Talheres, equipamentos

Vantagens das ligas:

- **Mais duras** que metais puros
- Resistência à **corrosão**
- Podem ser **mais baratas**
- Propriedades **ajustáveis**

4.2.6. Resumo: Três Tipos de Ligação

	IÔNICA	COVALENTE	METÁLICA
Átomos	Metal+ Não-metal	Não-metal +Não-metal	Metais
Processo	Transfer.	Compartil.	Mar de e-
Formam	Íons cristais	Moléculas	Rede cristalina
PF/PE	Altos	Baixos	Variados
Condutiv. Elétrica	Fund/Dis.	Não	Sim (sempre)
Exemplo	NaCl	H ₂ O	Fe

4.2.7. Exercícios Resolvidos

4.2.7.1. Exercício 1

Por que metais conduzem eletricidade, mas compostos iônicos sólidos não?

Resposta: **Metais:** têm elétrons livres que se movem facilmente, transportando carga.

Iônicos sólidos: íons estão **fixos** no retículo cristalino, não podem se mover. Só conduzem quando fundidos ou dissolvidos (íons ficam livres).

4.2.7.2. Exercício 2

Explique por que o ouro usado em joias é geralmente uma liga (ouro 18k) e não ouro puro.

Resposta: Ouro puro (24k) é muito **mole e maleável**, deformando facilmente. A liga com cobre ou prata (18k = 75% Au + 25% outros) torna o material **mais duro e resistente**, adequado para joias.

4.2.7.3. Exercício 3

Qual o tipo de ligação presente em: a) Fe (ferro) b) H₂O (água) c) KCl (cloreto de potássio)

Respostas:

1. **Metálica** (Fe é metal)
2. **Covalente** (H e O são não-metais)
3. **Iônica** (K é metal, Cl é não-metal)

4.2.7.4. Exercício 4

(UFMG) Por que o cobre é usado em fios elétricos?

Resposta: Cobre tem excelente **condutividade elétrica** (elétrons livres), é **maleável e ductil** (pode ser esticado em fios), e tem custo relativamente baixo comparado à prata (melhor condutor).

4.2.8. Dicas para a Prova

1. **Ligação metálica:** entre metais
2. **Mar de elétrons:** elétrons livres, móveis
3. **Conduzem eletricidade:** sempre (elétrons livres)
4. **Maleáveis e dúcteis:** cátions deslizam
5. **Brilho metálico:** elétrons refletem luz
6. **Ligas:** mistura de metais (melhoram propriedades)
7. **Comparar ligações:** iônica, covalente, metálica
8. **Hg:** único metal líquido (temperatura ambiente)

4.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligaçāo Metálica:

- Entre metais
- Mar de elétrons livres
- Cátions fixos + elétrons móveis

Propriedades dos Metais:

- Condutividade elétrica (elétrons livres)
- Condutividade térmica
- Maleabilidade (martelar)
- Ductilidade (esticar)
- Brilho metálico
- Sólidos (maioria)

Ligas Metálicas:

- Mistura de metais
- Melhoram propriedades
- Exemplos: aço, bronze, latão

4.2.10. Resumo Visual

LIGAÇÃO METÁLICA:

Metal + Metal → Retículo Metálico

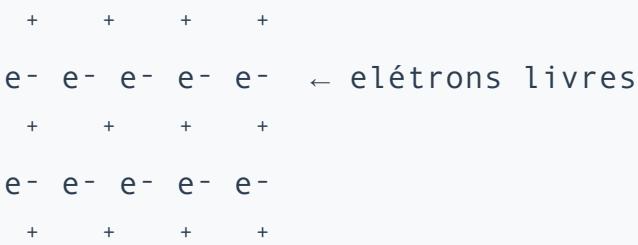
↓ ↓

Perdem valência

↓

Cátions + + Mar de elétrons e-

Modelo:



Propriedades:

- └ Conduzem eletricidade (e- livres)
- └ Conduzem calor
- └ Maleáveis (cátions deslizam)
- └ Dúcteis (esticam)
- └ Brilho (reflexão luz)
- └ Sólidos (maioria)

COMPARAÇÃO LIGAÇÕES:

IÔNICA: Metal → Não-metal
 Transferência

COVALENTE: Não-metal → Não-metal
 Compartilhamento

METÁLICA: Metal → Metal
 Mar de elétrons

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:**  (importante)

- completa o estudo de ligações!)

5. 11/29

- Férias Dia 4

5.1. Aula 36

- Matemática: Função Exponencial
- Parte 2 (Equações, Gráficos e Crescimento)
- 90min

5.1.1. Revisão: Função Exponencial Parte 1

Na Aula 34, estudamos:

- Potenciação e propriedades
- Equações exponenciais simples (bases iguais)
- Inequações básicas
- Gráfico introdutório

Nesta aula: Equações mais complexas, gráficos detalhados e aplicações.

5.1.2. Definição de Função Exponencial

Função Exponencial:

$$f(x) = a^x$$

Onde:

- **a:** base ($a > 0$ e $a \neq 1$)

- x : expoente (variável)

Por que $a > 0$ e $a \neq 1$?

- $a > 0$: evitar resultados indefinidos (ex: $(-2)^{(1/2)}$)
- $a \neq 1$: pois $1^x = 1$ (constante, não exponencial)

Forma geral:

$$f(x) = b + a^{cx + d} + e$$

Mas começamos com a forma básica: $f(x) = a^x$

5.1.3. Propriedades da Função Exponencial

1. Domínio: $D(f) = \mathbb{R}$ (todos os reais)

2. Imagem: $\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+^* = (0, +\infty)$

- Função sempre positiva: $f(x) > 0$ para todo x

3. Intercepto com eixo y:

- Quando $x = 0$: $f(0) = a^0 = 1$
- Sempre passa pelo ponto **(0, 1)**

4. Não intercepta eixo x:

- Nunca $f(x) = 0$ (sempre positiva)
- Eixo x é **assíntota horizontal**

5. Injetora:

- Se $a^{x_1} = a^{x_2}$, então $x_1 = x_2$
- Cada valor de y corresponde a único valor de x

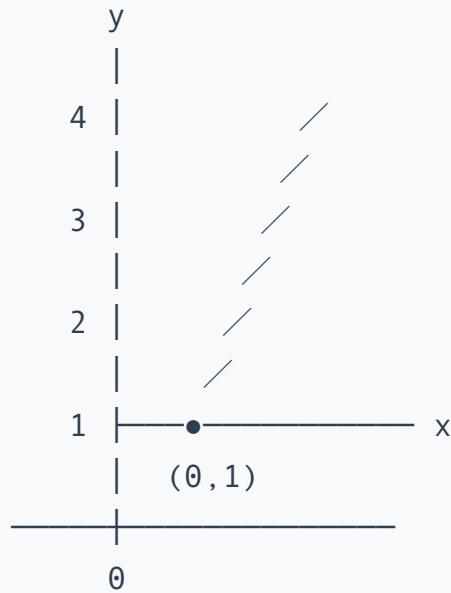
6. Monotonia (crescimento):

- $a > 1$: estritamente crescente
- $0 < a < 1$: estritamente decrescente

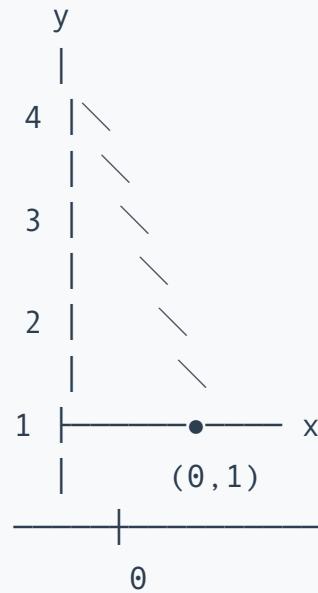
5.1.4. Gráficos Detalhados

GRÁFICOS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL: $f(x) = a^x$

Caso 1: $a > 1$ (CRESCENTE)



Caso 2: $0 < a < 1$ (DECRESCENTE)



Propriedades Comuns:

- Sempre passa por $(0, 1)$
- Sempre $f(x) > 0$ (acima do eixo x)
- Domínio: \mathbb{R} (todos os reais)
- Imagem: $(0, +\infty)$ (apenas positivos)
- NÃO tem raízes (não corta eixo x)

Se $a > 1$:

- Função CRESCENTE
- $x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow +\infty$
- $x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow 0$

Se $0 < a < 1$:

- Função DECRESCENTE
- $x \rightarrow +\infty, f(x) \rightarrow 0$
- $x \rightarrow -\infty, f(x) \rightarrow +\infty$

5.1.4.1. Caso 1: $a > 1$ (Função Crescente)

Exemplos: $f(x) = 2^x, f(x) = 3^x, f(x) = 10^x$

Características:

- Cresce rapidamente para $x > 0$

- Aproxima-se de 0 para $x \rightarrow -\infty$
- Passa por $(0, 1)$

Tabela ($f(x) = 2^x$):

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$1/8$	$1/4$	$1/2$	1	2	4	8

Gráfico:



Quanto maior a base, mais “vertical” a curva:

- 10^x cresce mais rápido que 2^x

5.1.4.2. Caso 2: $0 < a < 1$ (Função Decrescente)

Exemplos: $f(x) = (1/2)^x$, $f(x) = (1/3)^x$

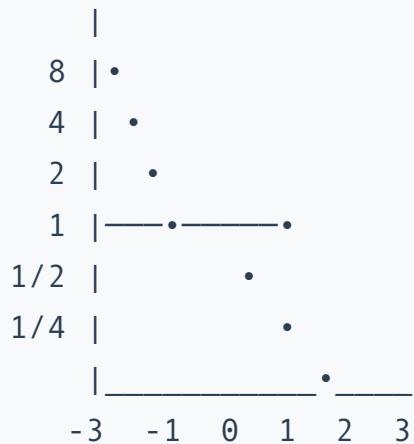
Características:

- Decresce rapidamente para $x > 0$
- Aproxima-se de 0 para $x \rightarrow +\infty$
- Passa por $(0, 1)$

Tabela ($f(x) = (1/2)^x$):

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$

Gráfico:



Relação importante:

$$(1/a)^x = a^{-x}$$

Então: $f(x) = (1/2)^x$ é reflexão de $g(x) = 2^x$ em relação ao eixo y

5.1.5. Equações Exponenciais Avançadas

5.1.5.1. Técnica 1: Substituição

Quando aparece a mesma base com expoentes relacionados.

Exemplo 1: 4^x

- 2^x
- $2 = 0$

Observar: $4^x = (2^2)^x = 2^{(2x)} = (2^x)^2$

Substituição: $y = 2^x$

$$y^2$$

- y
- $2 = 0$

$$(y$$

- $2)(y + 1) = 0$

$$y = 2 \text{ ou } y = -1$$

Voltar para x:

$$2^x = 2 \rightarrow x = 1 \quad \checkmark$$

$$2^x = -1 \rightarrow \text{impossível} (2^x > 0) \quad \times$$

[Ver resposta 25 no final do documento]

Exemplo 2: 9^x

- $4 \cdot 3^x + 3 = 0$

$$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$$

Substituição: $y = 3^x$

$$y^2$$

- $4y + 3 = 0$

$$(y$$

- $1)(y$
- $3) = 0$

$$y = 1 \text{ ou } y = 3$$

$$3^x = 1 = 3^0 \rightarrow x = 0 \quad 3^x = 3 = 3^1 \rightarrow x = 1$$

[Ver resposta 26 no final do documento]

5.1.5.2. Técnica 2: Bases Diferentes mas Relacionadas

Exemplo: $2^{(x+1)} + 2^{(x-1)} = 5$

Fatorar usando propriedades:

$$2^{(x+1)} = 2 \cdot 2^x \quad 2^{(x-1)} = 2^x / 2$$

$$2 \cdot 2^x + 2^x / 2 = 5$$

Multiplicar por 2:

$$4 \cdot 2^x + 2^x = 10$$

$$5 \cdot 2^x = 10$$

$$2^x = 2 = 2^1$$

$$x = 1$$

5.1.5.3. Técnica 3: Logaritmo (introdução)

Para equações como $2^x = 5$, precisaremos de logaritmos (próximas aulas).

5.1.6. Inequações Exponenciais Avançadas

Exemplo 1: $2^{(2x)} < 5$

$$\bullet 5 \cdot 2^x + 4 \leq 0$$

Substituição: $y = 2^x$ ($y > 0$)

$$y^2$$

$$\bullet 5y + 4 \leq 0$$

Raízes: (y

$$\bullet 1)(y$$

$$\bullet 4) = 0 \quad y = 1 \text{ ou } y = 4$$

Estudo do sinal: $a = 1 > 0$ (parábola U)

$$\begin{array}{c} \backslash \quad / \\ 1 \qquad 4 \end{array}$$

y^2

- $5y + 4 \leq 0: 1 \leq y \leq 4$

Voltar para x:

$$1 \leq 2^x \leq 4$$

$$2^0 \leq 2^x \leq 2^2$$

$$0 \leq x \leq 2$$

[Ver resposta 27 no final do documento]

5.1.7. Aplicações: Crescimento e Decaimento Exponencial

5.1.7.1. Aplicação 1: Crescimento Populacional

Uma população de bactérias dobra a cada hora. Inicialmente há 100 bactérias.

Modelo:

$$\begin{aligned} P(t) &= P_0 \cdot 2^t \\ P(t) &= 100 \cdot 2^t \end{aligned}$$

Onde:

- $P(t)$: população após t horas
- $P_0 = 100$: população inicial
- Base 2: dobra a cada hora

a) Quantas bactérias após 5 horas?

$$P(5) = 100 \cdot 2^5 = 100 \cdot 32 = 3.200 \text{ bactérias}$$

b) Quando atinge 12.800 bactérias?

$$100 \cdot 2^t = 12.800$$

$$2^t = 128 = 2^7$$

$$t = 7 \text{ horas}$$

5.1.7.2. Aplicação 2: Decaimento Radioativo

Uma substância radioativa tem meia-vida de 10 anos (metade se desintegra a cada 10 anos).

Modelo:

$$M(t) = M_0 \cdot (1/2)^{(t/10)}$$

Se $M_0 = 800\text{g}$:

a) Massa após 30 anos?

$$M(30) = 800 \cdot (1/2)^{(30/10)} = 800 \cdot (1/2)^3 = 800 \cdot 1/8 = 100\text{g}$$

b) Quando resta 100g?

$$800 \cdot (1/2)^{(t/10)} = 100$$

$$(1/2)^{(t/10)} = 1/8 = (1/2)^3$$

$$t/10 = 3$$

$$t = 30 \text{ anos}$$

5.1.7.3. Aplicação 3: Juros Compostos

Capital inicial de R\$ 1.000 aplicado a 10% ao ano (juros compostos).

Modelo:

$$M(t) = C \cdot (1 + i)^t$$

$$M(t) = 1000 \cdot (1,1)^t$$

Após 5 anos:

$$M(5) = 1000 \cdot (1,1)^5 \approx 1000 \cdot 1,61 \approx R\$ 1.610$$

5.1.8. Exercícios Resolvidos

5.1.8.1. Exercício 1

Resolva: $5^{(2x)} = 25$

$$\bullet 25 = 5^2$$

Solução:

$$5^{(2x)} = 25 = 5^2$$

$$2x = 2$$

$$x = 1$$

5.1.8.2. Exercício 2

Determine o conjunto solução: $3^x > 27$

Solução:

$$3^x > 3^3$$

Base 3 > 1 (crescente) → mantém sinal

$$x > 3$$

$$S = (3, +\infty)$$

5.1.8.3. Exercício 3

Resolva: $2^{(x+2)} + 2^x = 20$

Solução:

$$2^{(x+2)} = 2^2 \cdot 2^x = 4 \cdot 2^x$$

$$4 \cdot 2^x + 2^x = 20$$

$$5 \cdot 2^x = 20$$

$$2^x = 4 = 2^2$$

$$x = 2$$

5.1.8.4. Exercício 4

Uma população de 500 bactérias triplica a cada 2 horas. Quantas bactérias após 6 horas?

Solução:

$$P(t) = 500 \cdot 3^{(t/2)}$$

$$P(6) = 500 \cdot 3^{(6/2)} = 500 \cdot 3^3 = 500 \cdot 27 = 13.500$$

[Ver resposta 28 no final do documento]

5.1.9. Dicas para a Prova

1. Sempre passa por $(0, 1)$
2. Sempre positiva: $f(x) > 0$
3. $a > 1$: crescente; $0 < a < 1$: decrescente
4. Substituição: quando aparece $(a^x)^2$
5. Fatorar: $2^{(x+1)} = 2 \cdot 2^x$
6. Crescimento: base > 1
7. Decaimento: base entre 0 e 1
8. Juros compostos: $M = C(1+i)^t$

5.1.10. Conceitos-Chave para Memorizar

Função Exponencial:

- $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)
- Domínio: \mathbb{R}
- Imagem: $(0, +\infty)$
- Passa por $(0, 1)$

Comportamento:

- $a > 1$: crescente
- $0 < a < 1$: decrescente

Técnicas de Resolução:

- Bases iguais: igualar expoentes
- Substituição: $y = a^x$
- Fatorar: usar propriedades

Aplicações:

- Crescimento: $P(t) = P_0 \cdot a^t$ ($a > 1$)
- Decaimento: $M(t) = M_0 \cdot a^t$ ($0 < a < 1$)
- Juros: $M = C(1+i)^t$

5.1.11. Fórmulas Essenciais

Função Exponencial:

$$f(x) = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

Propriedades:

- $D(f) = \mathbb{R}$
- $\text{Im}(f) = \mathbb{R}_+^* = (0, +\infty)$
- $f(0) = 1$
- $a > 1$: crescente
- $0 < a < 1$: decrescente

Transformações:

$$a^{(x+n)} = a^n \cdot a^x$$

$$a^{(x-n)} = a^x / a^n$$

$$(a^m)^x = a^{(mx)}$$

Aplicações:

Crescimento: $P(t) = P_0 \cdot a^t$

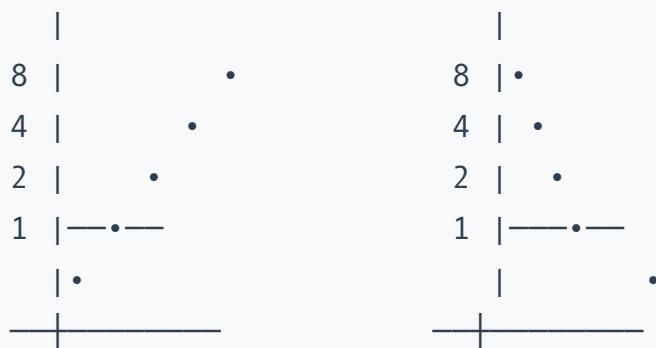
Decaimento: $M(t) = M_0 \cdot (1/2)^{(t/T)} \quad [T = \text{meia-vida}]$

Juros Compostos: $M = C(1 + i)^t$

5.1.12. Resumo Visual

GRÁFICOS:

$a > 1$ (crescente): $0 < a < 1$ (decresc.):



CRESCIMENTO:

$$P(t) = P_0 \cdot a^t \quad (a > 1)$$

DECAIMENTO:

$$M(t) = M_0 \cdot a^t \quad (0 < a < 1)$$



SUBSTITUIÇÃO:

$$4^x = (2^x)^2$$

$$9^x = (3^x)^2$$

$$\text{Se } y = a^x, \text{ então } a^{(2x)} = y^2$$

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto

Importância para a prova: (essencial)

- aplicações são muito cobradas!)

5.2. Aula 37

- Física: Forças Especiais
- Peso, Normal e Atrito (Revisão e Aprofundamento)
- 30min

5.2.1. Revisão: Leis de Newton

Na Aula 22, estudamos as Leis de Newton e tipos básicos de forças.

Nesta aula: Aprofundamento em forças especiais e aplicações.

5.2.2. Força Peso (P)

Definição: Força gravitacional que a Terra exerce sobre um corpo.

Fórmula:

$$P = m \cdot g$$

Onde:

- P: peso (N)
- newtons)
- m: massa (kg)
- g: aceleração da gravidade (m/s^2)

Na Terra: $g \approx 10 \text{ m/s}^2$ (ou $9,8 \text{ m/s}^2$ para maior precisão)

Características:

- **Direção:** vertical
- **Sentido:** para baixo (centro da Terra)
- **Ponto de aplicação:** centro de gravidade do corpo

Diferença Massa vs. Peso:

Massa (m)	Peso (P)
Quantidade de matéria	Força gravitacional
Escalar (kg)	Vetor (N)
NÃO varia	VARIA com g
Mesma em qualquer lugar	Diferente em planetas

Exemplos:

Pessoa com 60 kg:

- **Terra:** $P = 60 \times 10 = 600 \text{ N}$
- **Lua:** $g_{\text{Lua}} \approx 1,6 \text{ m/s}^2 \rightarrow P = 60 \times 1,6 = 96 \text{ N}$
- **Massa:** 60 kg (não muda!)

5.2.3. Força Normal (N)

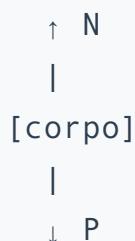
Definição: Força de reação da superfície, perpendicular ao contato.

Características:

- **Direção:** perpendicular à superfície
- **Sentido:** “empurra” o corpo para fora da superfície
- **Intensidade:** varia conforme situação

NÃO é sempre igual ao peso!

5.2.3.1. Caso 1: Superfície Horizontal (equilíbrio vertical)

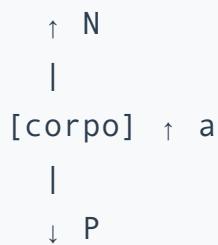


Equilíbrio vertical: $\Sigma F_y = 0$

- $P = 0 \quad N = P = mg$

5.2.3.2. Caso 2: Corpo em Aceleração Vertical

a) Elevador subindo acelerado ($a \uparrow$):



$$F_R = ma \text{ (para cima)} \quad N$$

- $P = ma \quad N = P + ma = m(g + a)$

Normal **maior** que peso (sensação de “mais pesado”)

b) Elevador descendo acelerado ($a \downarrow$):

$$F_R = ma \text{ (para baixo)} \quad P$$

- $N = ma \quad *N = P$
- $ma = m(g$
- $a)^*$

Normal **menor** que peso (sensação de “mais leve”)

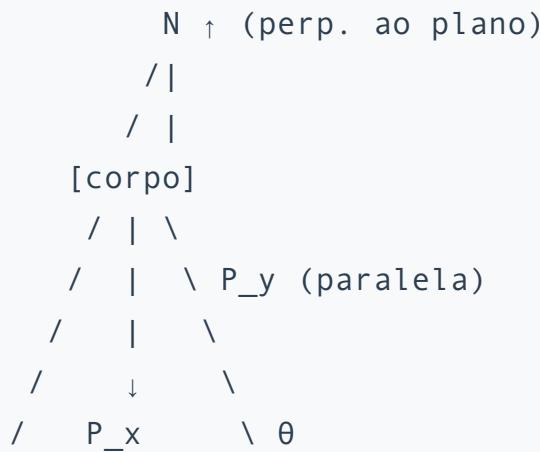
c) Queda livre ($a = g \downarrow$):

$$N = m(g$$

- $g) = 0$

$N = 0$ (ausência de peso, “flutuação”)

5.2.3.3. Caso 3: Plano Inclinado



Decomposição do peso:

- $P_x = P \cdot \sin(\theta) = mg \sin(\theta)$ (paralelo ao plano)
- $P_y = P \cdot \cos(\theta) = mg \cos(\theta)$ (perpendicular ao plano)

Equilíbrio perpendicular: $N = P_y = mg \cos(\theta)$

5.2.3.4. Caso 4: Corpo Pressionado Contra Parede



$N = F$ (força aplicada horizontalmente)

5.2.4. Força de Atrito (F_{at})

Definição: Força que se opõe ao movimento relativo entre superfícies em contato.

Características:

- **Direção:** paralela às superfícies
- **Sentido:** oposto ao movimento (ou tendência)

- **Origem:** irregularidades microscópicas das superfícies

5.2.4.1. Atrito Estático ($F_{at,e}$)

Quando: corpo em repouso, tende a se mover mas ainda está parado.

Características:

- Varia de 0 até máximo
- $F_{at,e} \leq \mu_e \cdot N$

Força de atrito estático máximo:

$$F_{at,e(\max)} = \mu_e \cdot N$$

μ_e : coeficiente de atrito estático (adimensional)

Exemplo: Empurrando caixa com força crescente:

- Força pequena: caixa não move ($F_{at} = F_{aplicada}$)
- Aumenta força: atrito aumenta
- Atinge $F_{at(\max)}$: caixa está prestes a deslizar
- Ultrapassa $F_{at(\max)}$: caixa começa a deslizar

5.2.4.2. Atrito Cinético ($F_{at,c}$)

Quando: corpo em movimento.

Fórmula:

$$F_{at,c} = \mu_c \cdot N$$

μ_c : coeficiente de atrito cinético

Observações:

- Valor constante (não varia)
- Geralmente $\mu_c < \mu_e$ (mais fácil manter movimento que iniciar)

5.2.4.3. Fatores que Influenciam o Atrito

Depende de:

- **Natureza das superfícies:** μ (coeficiente)
- **Força normal:** N

NÃO depende de:

- Área de contato
- Velocidade (atrito cinético)

5.2.5. Aplicações

5.2.5.1. Problema 1

Um bloco de 10 kg está sobre uma superfície horizontal. $\mu_e = 0,4$ e $\mu_c = 0,3$. Qual a força mínima para: a) Tirar o bloco do repouso? b) Mantê-lo em movimento? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

$$N = P = mg = 10 \times 10 = 100 \text{ N}$$

1. Força para tirar do repouso: $F \geq F_{\text{at},e(\text{máx})} = \mu_e \cdot N = 0,4 \times 100 = 40 \text{ N}$

$$F \geq 40 \text{ N}$$

1. Manter em movimento: $F = F_{\text{at},c} = \mu_c \cdot N = 0,3 \times 100 = 30 \text{ N}$

$$F = 30 \text{ N}$$

5.2.5.2. Problema 2

Bloco de 5 kg em plano inclinado de 30° . Determine a normal e a componente paralela do peso. ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

$$P = 5 \times 10 = 50 \text{ N}$$

Normal: $N = mg \cos(30^\circ) = 50 \times (\sqrt{3}/2) \approx 50 \times 0,87 \approx 43,5 \text{ N}$

Componente paralela: $P_x = mg \sin(30^\circ) = 50 \times 0,5 = 25 \text{ N}$

5.2.6. Exercícios Resolvidos

5.2.6.1. Exercício 1

Qual o peso de um corpo de massa 8 kg na Terra ($g = 10 \text{ m/s}^2$)?

Solução: $P = mg = 8 \times 10 = 80 \text{ N}$

[Ver resposta 29 no final do documento]

5.2.6.2. Exercício 2

Uma pessoa de 70 kg está em um elevador que sobe com aceleração de 2 m/s^2 . Qual a normal? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

Elevador subindo acelerado: $N = m(g + a) = 70(10 + 2) = 70 \times 12 = 840 \text{ N}$

[Ver resposta 30 no final do documento]

5.2.6.3. Exercício 3

(UFMG) Um bloco está em repouso sobre uma mesa. A força normal é: a) Sempre igual ao peso b) Par ação-reação do peso c) Força de reação da mesa

[Ver resposta 31 no final do documento]

Importante: Normal NÃO é par ação-reação do peso!

- Peso: Terra atrai bloco
- Reação do peso: Bloco atrai Terra

5.2.7. Dicas para a Prova

1. **Peso:** sempre $P = mg$ (para baixo)
2. **Normal:** perpendicular à superfície
3. **$N = P$:** só em superfície horizontal sem aceleração vertical
4. **Plano inclinado:** $N = mg \cos(\theta)$
5. **Atrito estático:** $F_{at} \leq \mu_e N$ (varia)

6. Atrito cinético: $F_{at} = \mu_c N$ (constante)

7. $\mu_e > \mu_c$: iniciar movimento é mais difícil

8. Atrito: sempre oposto ao movimento

5.2.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Peso:

- $P = mg$
- Vertical, para baixo
- Varia com g

Normal:

- Perpendicular à superfície
- Varia conforme situação
- Horizontal: $N = P$
- Inclinado: $N = mg \cos(\theta)$

Atrito:

- Opõe movimento
- Estático: $F_{at} \leq \mu_e N$
- Cinético: $F_{at} = \mu_c N$
- $\mu_e > \mu_c$

5.2.9. Fórmulas Essenciais

Peso:

$$P = m \cdot g$$

Normal (casos):

Horizontal: $N = P = mg$

Elevador ($\uparrow a$): $N = m(g + a)$

Elevador ($\downarrow a$): $N = m(g - a)$

Plano inclinado: $N = mg \cos(\theta)$

Atrito:

Estático (máx): $F_{at,e} = \mu_e \cdot N$

Cinético: $F_{at,c} = \mu_c \cdot N$

Plano Inclinado:

$$P_{paralela} = mg \sin(\theta)$$

$$P_{perpendicular} = mg \cos(\theta)$$

5.2.10. Resumo Visual

PESO:

[corpo]

|

$$\downarrow P = mg$$

NORMAL:

Horizontal: Inclinado (θ):

$\uparrow N$

|

[corpo]

$N \uparrow$

/ |

[corpo]

/

$\downarrow P$

/ P

θ

ATRITO:

Estático:

[corpo] $\rightarrow F_{apl}$

$\leftarrow F_{at}$ (varia)

Cinético:

[corpo] $\rightarrow v$

$\leftarrow F_{at}$ (constante)

$$F_{at} \leq \mu_e \cdot N$$

$$F_{at} = \mu_c \cdot N$$

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:**  (muito importante)

- forças são essenciais!

6. 11/30

- Férias Dia 5

6.1. Aula 38

- Matemática: Função Logarítmica
- Parte 1 (Definição e Logaritmo Decimal/Natural)
- 90min

6.1.1. Introdução: O Problema Inverso

Problema: Resolver $2^x = 8$ é fácil ($x = 3$).

Mas e $2^x = 5$? Não conseguimos escrever 5 como potência de 2!

Solução: Usar **logaritmos**.

6.1.2. Definição de Logaritmo

Logaritmo é o expoente ao qual devemos elevar a base para obter um número.

Definição formal:

$$\log_a b = x \iff a^x = b$$

Onde:

- **a:** base ($a > 0, a \neq 1$)
- **b:** logaritmando ($b > 0$)
- **x:** logaritmo

Lê-se: “Logaritmo de b na base a é igual a x”

Significado: “a elevado a x é igual a b”

6.1.3. Exemplos Básicos

Exemplo 1: $\log_2 8 = ?$

“2 elevado a quanto dá 8?” $2^3 = 8$ $\log_2 8 = 3$

Exemplo 2: $\log_5 125 = ?$

$$5^3 = 125 \log_5 125 = 3$$

Exemplo 3: $\log_{10} 100 = ?$

$$10^2 = 100 \log_{10} 100 = 2$$

Exemplo 4: $\log_3 (1/9) = ?$

$$3^x = 1/9 = 1/3^2 = 3^{-2} \log_3 (1/9) = -2$$

Exemplo 5: $\log_4 2 = ?$

$$4^x = 2 \quad (2^2)^x = 2 \quad 2^{(2x)} = 2^1 \quad 2x = 1 \quad \log_4 2 = 1/2$$

6.1.4. Casos Especiais

6.1.4.1. 1. Logaritmo de 1

$$\log_a 1 = 0 \quad (\text{para qualquer } a)$$

Por quê? $a^0 = 1$

Exemplos:

- $\log_5 1 = 0$
- $\log_{10} 1 = 0$

6.1.4.2. 2. Logaritmo da Base

$$\log_a a = 1 \quad (\text{para qualquer } a)$$

Por quê? $a^1 = a$

Exemplos:

- $\log_7 7 = 1$
- $\log_{10} 10 = 1$

6.1.4.3. 3. Potência da Base

$$\log_a (a^n) = n$$

Exemplos:

- $\log_2 (2^5) = 5$
- $\log_3 (3^{-2}) = -2$

6.1.4.4. 4. Base Elevada ao Logaritmo

$$a^{(\log_a b)} = b$$

Exemplo: $2^{(\log_2 5)} = 5$

6.1.5. Condições de Existência

Para $\log_a b$ existir:

1. $a > 0$ e $a \neq 1$ (base positiva e diferente de 1)
2. $b > 0$ (logaritmando positivo)

Consequências:

- $\log_2 (-4)$: NÃO existe (logaritmando negativo)
- $\log_1 5$: NÃO existe (base = 1)
- $\log_{-2} 8$: NÃO existe (base negativa)
- $\log_2 0$: NÃO existe (logaritmando = 0)

6.1.6. Logaritmo Decimal (Base 10)

Logaritmo decimal: $\log_{10} b$

Notação simplificada:

$$\log b = \log_{10} b$$

Quando a base não aparece, é base 10!

Exemplos:

- $\log 100 = \log_{10} 100 = 2$ (pois $10^2 = 100$)
- $\log 1000 = 3$ (pois $10^3 = 1000$)
- $\log 0,01 = -2$ (pois $10^{-2} = 0,01$)

Aplicações:

- Escala Richter (terremotos)
- pH (acidez)
- Decibéis (som)
- Ordens de grandeza

6.1.7. Logaritmo Natural (Base e)

Número de Euler:

$$e \approx 2,718281828\dots$$

Logaritmo natural: $\log_e b$

Notação:

$$\ln b = \log_e b$$

Lê-se: “ene de b” ou “logaritmo natural de b”

Exemplos:

- $\ln e = 1$ (pois $e^1 = e$)
- $\ln e^2 = 2$
- $\ln 1 = 0$

Aplicações:

- Crescimento populacional

- Juros compostos contínuos
- Decaimento radioativo
- Cálculo (derivadas, integrais)

Por que “natural”? Aparece naturalmente em problemas de crescimento/decaimento contínuo.

6.1.8. Relação entre Logaritmo e Exponencial

Funções inversas:

Se $f(x) = a^x$ (exponencial) Então $f^{-1}(x) = \log_a x$ (logarítmica)

Propriedade fundamental:

$$y = a^x \iff x = \log_a y$$

Consequências:

- $\log_a (a^x) = x$
- $a^{\log_a x} = x$

6.1.9. Gráfico da Função Logarítmica (Introdução)

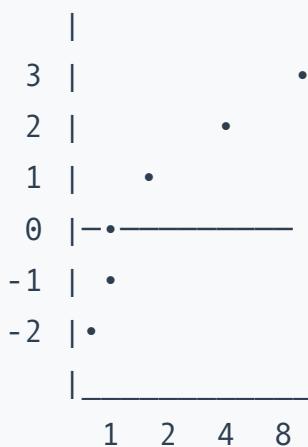
Função: $f(x) = \log_a x$

6.1.9.1. Caso 1: $a > 1$

Exemplo: $f(x) = \log_2 x$

x		1/4		1/2		1		2		4		8
$\log_2 x$		-2		-1		0		1		2		3

Gráfico:



Características:

- **Crescente**
- Passa por $(1, 0)$
- Eixo y é assíntota vertical
- Domínio: $x > 0$
- Imagem: \mathbb{R}

6.1.9.2. Caso 2: $0 < a < 1$

Exemplo: $f(x) = \log_{\frac{1}{2}}x$

Características:

- **Decrescente**
- Passa por $(1, 0)$
- Eixo y é assíntota

6.1.10. Exercícios Resolvidos

6.1.10.1. Exercício 1

Calcule: a) $\log_5 25$ b) $\log_3 27$ c) $\log_{10} 0,001$

Soluções:

$$1. 5^x = 25 = 5^2 \rightarrow x = 2$$

2. $3^x = 27 = 3^3 \rightarrow x = 3$

3. $10^x = 0,001 = 1/1000 = 10^{-3} \rightarrow x = -3$

6.1.10.2. Exercício 2

Determine o valor de $\log_4 8$.

Solução:

$$4^x = 8 \quad (2^2)^x = 2^3 \quad 2^{(2x)} = 2^3 \quad 2x = 3 \quad x = 3/2$$

6.1.10.3. Exercício 3

Calcule: $\log_7 1 + \log_7 7 + \log_7 49$

Solução:

$$\log_7 1 = 0 \quad \log_7 7 = 1 \quad \log_7 49 = \log_7 (7^2) = 2$$

Soma: $0 + 1 + 2 = 3$

6.1.10.4. Exercício 4

Para quais valores de x existe $\log_2(x$

• $3)?$

Solução:

Condição: logaritmando > 0

x

• $3 > 0 \quad x > 3$

6.1.10.5. Exercício 5

Simplifique: $3^{(\log_3 10)}$

Solução:

Propriedade: $a^{(\log_a b)} = b$

$$3^{(\log_3 10)} = 10$$

6.1.11. Dicas para a Prova

1. $\log_a b = x \iff a^x = b$ (definição!)

2. $\log_a 1 = 0$ (sempre)

3. $\log_a a = 1$ (sempre)

4. $\log_a (a^n) = n$

5. $a^{\log_a b} = b$

6. $\log b = \log_{10} b$ (base 10)

7. $\ln b = \log_e b$ (base e)

8. **Condições:** $a > 0, a \neq 1, b > 0$

6.1.12. Conceitos-Chave para Memorizar

Definição:

- $\log_a b = x \iff a^x = b$
- a: base
- b: logaritmando
- x: logaritmo

Casos Especiais:

- $\log_a 1 = 0$
- $\log_a a = 1$
- $\log_a (a^n) = n$
- $a^{\log_a b} = b$

Bases Especiais:

- $\log b = \log_{10} b$ (decimal)
- $\ln b = \log_e b$ (natural)

Condições:

- $a > 0, a \neq 1$
- $b > 0$

6.1.13. Fórmulas Essenciais

Definição:

$$\log_a b = x \iff a^x = b$$

Casos Especiais:

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a (a^n) = n$$

$$a^{(\log_a b)} = b$$

Logaritmos Especiais:

$$\log b = \log_{10} b \quad (\text{decimal})$$

$$\ln b = \log_e b \quad (\text{natural, } e \approx 2,718)$$

Condições de Existência:

$$a > 0, a \neq 1$$

$$b > 0$$

6.1.14. Resumo Visual

DEFINIÇÃO:

$$\log_a b = x$$

↓

$$a^x = b$$

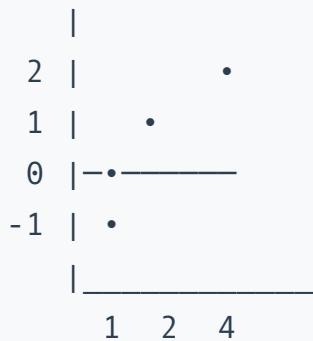
"a elevado a x dá b"

EXEMPLOS:

$$\log_2 8 = 3 \text{ porque } 2^3 = 8$$

$$\log_{10} 100 = 2 \text{ porque } 10^2 = 100$$

GRÁFICO ($a > 1$):



- Crescente ($a > 1$)
- Passa por $(1, a)$
- Assíntota: $x = 0$

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** (essencial)

- logaritmos são fundamentais!

6.2. Aula 39

- Física: Plano Inclinado

- 30min

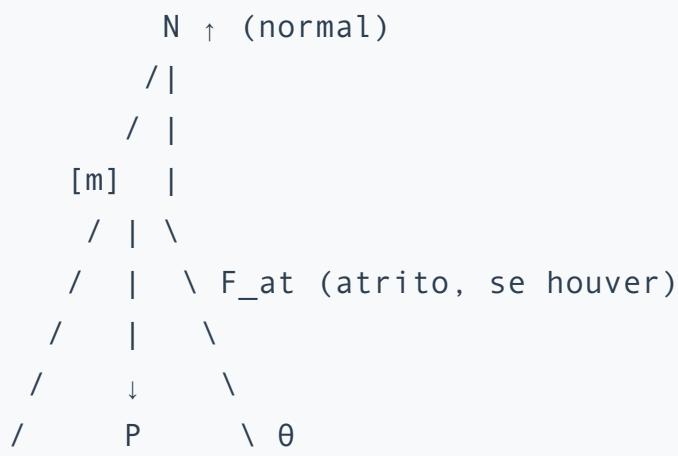
6.2.1. Introdução

Plano inclinado: superfície plana formando ângulo θ com a horizontal.

Exemplos: rampas, ladeiras, escorregadores

Importância: Combina conceitos de forças, decomposição vetorial, atrito.

6.2.2. Forças no Plano Inclinado



Forças atuantes: 1. **Peso (P):** vertical, para baixo ($P = mg$) 2. **Normal (N):** perpendicular ao plano 3. **Atrito (F_at):** paralelo ao plano, opõe movimento

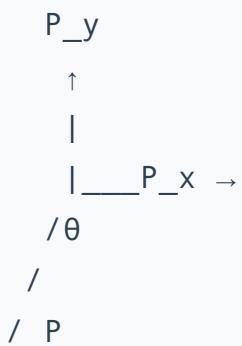
6.2.3. Decomposição do Peso

Como o peso é vertical mas o plano é inclinado, decompomos P :

Componentes do peso:

$$\begin{aligned} P_x &= P \sin(\theta) = mg \sin(\theta) && (\text{paralela ao plano, "desce"}) \\ P_y &= P \cos(\theta) = mg \cos(\theta) && (\text{perpendicular ao plano}) \end{aligned}$$

Diagrama:



Memorização:

- **P_x (paralela):** $\sin(\theta)$
- “sobe” com θ
- **P_y (perpendicular):** $\cos(\theta)$
- “desce” com θ

6.2.4. Força Normal no Plano Inclinado

Equilíbrio perpendicular ao plano:

Não há movimento perpendicular $\rightarrow \sum F_{\text{perp}} = 0$

*N

- $P_y = 0^*$

$$N = P_y = P \cos(\theta) = mg \cos(\theta)$$

Importante: $N \neq P$ (diferente da superfície horizontal!)

Observação: Quanto maior θ , menor N.

6.2.5. Casos de Movimento

6.2.5.1. Caso 1: Plano Inclinado SEM Atrito

Forças paralelas ao plano:

- P_x (desce)

2^a Lei de Newton (paralelo ao plano):

$$\begin{aligned} F_R &= ma \\ P_x &= ma \\ mg \sin(\theta) &= ma \\ a &= g \sin(\theta) \end{aligned}$$

Aceleração:

$$a = g \sin(\theta) \quad (\text{descendo o plano})$$

Observações:

- Aceleração independe da massa!
- $\theta = 0^\circ$: $a = 0$ (horizontal)
- $\theta = 90^\circ$: $a = g$ (queda livre)

6.2.5.2. Caso 2: Plano Inclinado COM Atrito

Forças paralelas:

- P_x (desce)
- F_{at} (sobe, opõe movimento)

Atrito: $F_{at} = \mu N = \mu mg \cos(\theta)$

2^a Lei (descendo):

$$\begin{aligned} mg \sin(\theta) \\ - \mu mg \cos(\theta) &= ma \\ a &= g(\sin(\theta) \\ - \mu \cos(\theta)) \end{aligned}$$

Condição para descer: $\sin(\theta) > \mu \cos(\theta)$ $\tan(\theta) > \mu$

Se $\tan(\theta) \leq \mu$: corpo não desce (atraito segura)

6.2.5.3. Caso 3: Corpo Empurrado Plano Acima

Força aplicada F (paralela ao plano, subindo):

Subindo:

F

- P_x
- $F_{at} = ma$

F

- $mg \sin(\theta)$
- $\mu mg \cos(\theta) = ma$

6.2.6. Aplicações

6.2.6.1. Problema 1

Bloco de 10 kg em plano inclinado de 30° , sem atrito. Qual a aceleração? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

$$a = g \sin(30^\circ) = 10 \times 0,5 = 5 \text{ m/s}^2$$

[Ver resposta 32 no final do documento]

6.2.6.2. Problema 2

Mesmo bloco, mesma inclinação, $\mu = 0,2$. Qual a aceleração?

Solução:

$$a = g(\sin(\theta))$$

- $\mu \cos(\theta) a = 10(\sin(30^\circ))$
- $0,2 \times \cos(30^\circ) a = 10(0,5)$
- $0,2 \times 0,87 a = 10(0,5)$
- $0,174 a = 10 \times 0,326 a \approx 3,26 \text{ m/s}^2$

[Ver resposta 33 no final do documento]

6.2.6.3. Problema 3

Determine a normal de um bloco de 5 kg em plano de 60° . ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

$$N = mg \cos(60^\circ) = 5 \times 10 \times 0,5 = 25 \text{ N}$$

[Ver resposta 34 no final do documento]

6.2.7. Exercícios Resolvidos

6.2.7.1. Exercício 1

Em um plano inclinado de 45° sem atrito, um corpo de 2 kg tem qual aceleração? ($g = 10 \text{ m/s}^2$)

Solução:

$$a = g \sin(45^\circ) = 10 \times (\sqrt{2}/2) \approx 10 \times 0,7 = 7 \text{ m/s}^2$$

[Ver resposta 35 no final do documento]

6.2.7.2. Exercício 2

(UFMG) Qual a força normal em um corpo de 8 kg em plano de 30° ?

Solução:

$$N = mg \cos(30^\circ) = 8 \times 10 \times (\sqrt{3}/2) \approx 80 \times 0,87 \approx 69,6 \text{ N}$$

[Ver resposta 36 no final do documento]

6.2.8. Dicas para a Prova

1. Decompor peso: $P_x = mg \sin(\theta)$, $P_y = mg \cos(\theta)$

2. Normal: $N = mg \cos(\theta)$ (não é igual a P!)

3. Sem atrito: $a = g \sin(\theta)$

4. Com atrito: $a = g(\sin(\theta) - \mu \cos(\theta))$

5. $\mu \cos(\theta))$

6. Ângulos notáveis: saber sen/cos de 30° , 45° , 60°

7. Aceleração independe da massa (sem atrito)

8. Maior θ : maior aceleração, menor normal

6.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Decomposição do Peso:

- $P_x = mg \sin(\theta)$ (paralela)
- $P_y = mg \cos(\theta)$ (perpendicular)

Normal:

- $N = mg \cos(\theta)$

Aceleração:

- Sem atrito: $a = g \sin(\theta)$
- Com atrito: $a = g(\sin(\theta) - \mu \cos(\theta))$

6.2.10. Fórmulas Essenciais

Plano Inclinado (θ):

Decomposição do Peso:

$$P_x = mg \sin(\theta) \quad (\text{paralela ao plano})$$

$$P_y = mg \cos(\theta) \quad (\text{perpendicular})$$

Normal:

$$N = mg \cos(\theta)$$

Aceleração (sem atrito):

$$a = g \sin(\theta)$$

Atrito:

$$F_{at} = \mu N = \mu mg \cos(\theta)$$

Aceleração (com atrito):

$$a = g(\sin(\theta)$$

$$- \mu \cos(\theta))$$

Ângulos Notáveis:

$$\sin(30^\circ) = 1/2 = 0,5$$

$$\cos(30^\circ) = \sqrt{3}/2 \approx 0,87$$

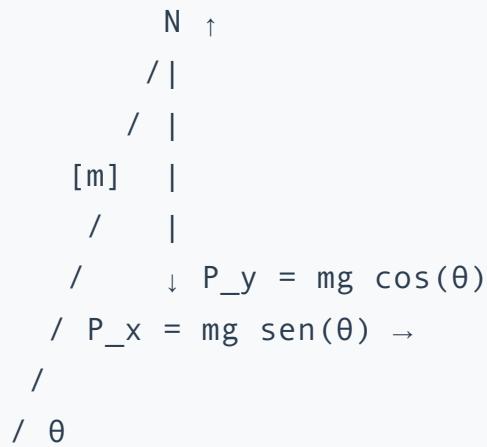
$$\sin(45^\circ) = \cos(45^\circ) = \sqrt{2}/2 \approx 0,7$$

$$\sin(60^\circ) = \sqrt{3}/2 \approx 0,87$$

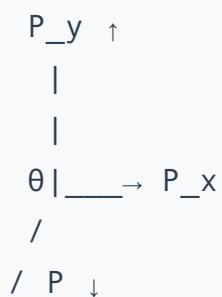
$$\cos(60^\circ) = 1/2 = 0,5$$

6.2.11. Resumo Visual

PLANO INCLINADO:



Decomposição:



P_x "desce"

- $\sin(\theta)$

P_y "comprime"

- $\cos(\theta)$

SEM ATRITO:

$$a = g \sin(\theta)$$

COM ATRITO:

$$a = g(\sin - \mu \cos)$$

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto
Importância para a prova: (muito importante)

- aplicação prática de forças!)

7. 12/01

- Férias Dia 6

7.1. Aula 40

- Matemática: Função Logarítmica
- Parte 2 (Propriedades e Equações)
- 90min

7.1.1. Revisão: Logaritmos Parte 1

Na Aula 38, estudamos:

- Definição: $\log_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$
- Casos especiais: $\log_a 1 = 0$, $\log_a a = 1$
- Logaritmo decimal (\log) e natural (\ln)
- Condições de existência

Nesta aula: Propriedades operatórias e equações logarítmicas.

7.1.2. Propriedades Operatórias dos Logaritmos

7.1.2.1. 1. Logaritmo do Produto

$$\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$$

“Logaritmo do produto = soma dos logaritmos”

Exemplos:

- $\log_2 (8 \times 4) = \log_2 8 + \log_2 4 = 3 + 2 = 5$
- $\log (100 \times 10) = \log 100 + \log 10 = 2 + 1 = 3$

Aplicação: $\log_5 50 = \log_5 (5 \times 10) = \log_5 5 + \log_5 10 = 1 + \log_5 10$

7.1.2.2. 2. Logaritmo do Quociente

$$\log_a (b/c) = \log_a b - \log_a c$$

“Logaritmo do quociente = diferença dos logaritmos”

Exemplos:

- $\log_2 (16/4) = \log_2 16 - \log_2 4 = 4 - 2 = 2$
- $\log (1000/10) = \log 1000 - \log 10 = 3 - 1 = 2$
- $\log (1/10) = \log 1 - \log 10 = 0 - 1 = -1$
- $\log (1/100) = \log 1 - \log 100 = 0 - 2 = -2$

7.1.2.3. 3. Logaritmo da Potência

$$\log_a (b^n) = n \cdot \log_a b$$

“Logaritmo da potência = expoente × logaritmo”

Exemplos:

- $\log_2 (8^3) = 3 \cdot \log_2 8 = 3 \times 3 = 9$
- $\log (100^2) = 2 \cdot \log 100 = 2 \times 2 = 4$
- $\log_3 (\sqrt{9}) = \log_3 (9^{1/2}) = (1/2) \cdot \log_3 9 = (1/2) \times 2 = 1$

7.1.2.4. 4. Mudança de Base

$$\log_a b = (\log_c b) / (\log_c a)$$

Casos particulares:

Para base 10:

$$\log_a b = (\log b) / (\log a)$$

Para base e:

$$\log_a b = (\ln b) / (\ln a)$$

Consequência importante:

$$\log_a b = 1 / \log_b a$$

Exemplos:

$$\log_2 5 = (\log 5) / (\log 2) \approx 0,699 / 0,301 \approx 2,32$$

$$\log_5 2 = 1 / \log_2 5 \approx 1 / 2,32 \approx 0,43$$

7.1.3. Aplicações das Propriedades

7.1.3.1. Exemplo 1: Simplificar

$$\log 2 + \log 5$$

$$\text{Solução: } = \log (2 \times 5) = \log 10 = 1$$

7.1.3.2. Exemplo 2: Simplificar

$$\log_3 81$$

$$\bullet \log_3 9$$

$$\text{Solução: } = \log_3 (81/9) = \log_3 9 = \log_3 (3^2) = 2$$

7.1.3.3. Exemplo 3: Calcular

$$\log_2 5 + \log_2 8$$

$$\bullet \log_2 10$$

$$\text{Solução: } = \log_2 (5 \times 8 / 10) = \log_2 (40/10) = \log_2 4 = \log_2 (2^2) = 2$$

7.1.3.4. Exemplo 4: Simplificar

$$2 \log 5 + \log 4$$

Solução: $= \log (5^2) + \log 4 = \log 25 + \log 4 = \log (25 \times 4) = \log 100 = 2$

7.1.4. Equações Logarítmicas

Equação logarítmica: incógnita dentro do logaritmo ou como logaritmo.

7.1.4.1. Tipo 1: $\log_a f(x) = k$

Método: Passar para forma exponencial

Exemplo: $\log_2 (x + 1) = 3$

$$2^3 = x + 1 \quad 8 = x + 1 \quad x = 7$$

Verificação: $\log_2 (7 + 1) = \log_2 8 = 3 \quad \checkmark$

7.1.4.2. Tipo 2: $\log_a f(x) = \log_a g(x)$

Método: Igualar argumentos (se bases iguais)

Exemplo: $\log_5 (2x)$

$$\bullet 3 = \log_5 (x + 1)$$

$$2x$$

$$\bullet 3 = x + 1 \quad x = 4$$

Verificação de condições: $2x$

$$\bullet 3 > 0 \rightarrow x > 3/2 \quad \checkmark \quad x + 1 > 0 \rightarrow x > -1 \quad \checkmark \quad x = 4 \text{ satisfaz ambas}$$

[Ver resposta 37 no final do documento]

7.1.4.3. Tipo 3: Equações com Propriedades

Exemplo 1: $\log x + \log (x$

$$\bullet 3) = 1$$

Solução: $\log [x(x$

- $3)] = 1 \log (x^2)$
- $3x) = 1$

x^2

- $3x = 10^1 x^2$
- $3x$
- $10 = 0 (x$
- $5)(x + 2) = 0$

$x = 5$ ou $x = -2$

Verificar condições:

- $x > 0 \vee (x = 5) \times (x = -2)$
- x
- $3 > 0 \rightarrow x > 3 \vee (x = 5) \times (x = -2)$

[Ver resposta 38 no final do documento]

Exemplo 2: $\log_2 x$

- $\log_2 (x$
- $) = 1$

$\log_2 [x/(x$

- $1)] = 1$

$x/(x$

- $) = 2^1$

$x = 2(x$

- $) x = 2x$
- $2 x = 2$

Verificação: $x = 2 > 0 \checkmark$, x

- $1 = 1 > 0 \checkmark$

[Ver resposta 39 no final do documento]

7.1.4.4. Tipo 4: Substituição

Exemplo: $(\log x)^2$

- $3 \log x + 2 = 0$

Substituição: $y = \log x$

$$y^2$$

- $3y + 2 = 0$ (y)
- $1)(y$
- $2) = 0$ $y = 1$ ou $y = 2$

Voltar para x: $\log x = 1 \rightarrow x = 10^1 = 10$ $\log x = 2 \rightarrow x = 10^2 = 100$

[Ver resposta 40 no final do documento]

7.1.5. Inequações Logarítmicas

Regra depende da base:

Se $a > 1$: função crescente

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \rightarrow f(x) > g(x)$$

Se $0 < a < 1$: função decrescente

$$\log_a f(x) > \log_a g(x) \rightarrow f(x) < g(x) \quad (\text{inverte!})$$

Exemplo 1: $\log_2 (x + 1) > \log_2 5$

Base 2 > 1 (crescente) → mantém sinal

$$x + 1 > 5 \rightarrow x > 4$$

Condição: $x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

Interseção: $x > 4$

[Ver resposta 41 no final do documento]

Exemplo 2: $\log_{(1/2)} x < \log_{(1/2)} 4$

Base $1/2 < 1$ (decrescente) \rightarrow **inverte**

$$x > 4$$

Condição: $x > 0$

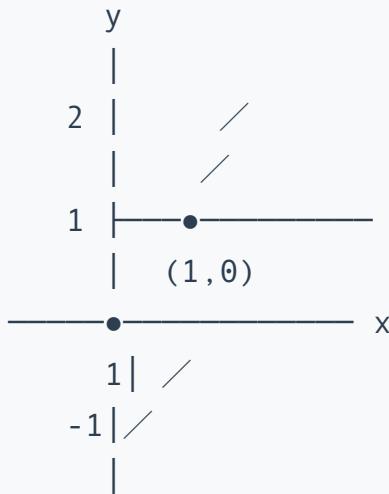
Interseção: $x > 4$

[Ver resposta 42 no final do documento]

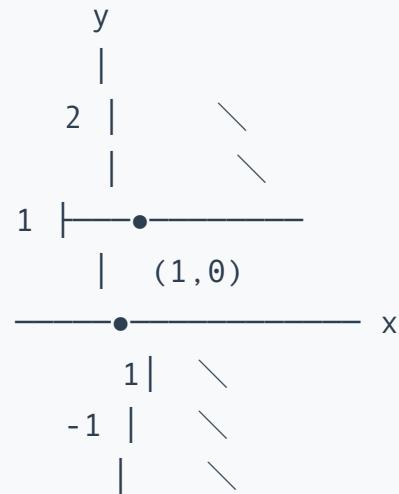
7.1.6. Gráfico da Função Logarítmica

GRÁFICOS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA: $f(x) = \log_a x$

Caso 1: $a > 1$ (CRESCENTE)



Caso 2: $0 < a < 1$ (DECRESCENTE)



Propriedades Comuns:

- Sempre passa por $(1, 0)$
- Domínio: $(0, +\infty)$ (apenas $x > 0$)
- Imagem: \mathbb{R} (todos os reais)
- Assíntota vertical: $x = 0$ (eixo y)
- NÃO existe log de número ≤ 0

Se $a > 1$:

- Função CRESCENTE
- Inversa de a^x com $a > 1$

Se $0 < a < 1$:

- Função DECRESCENTE
- Inversa de a^x com $0 < a < 1$

SIMETRIA: log e exp são simétricas em relação à reta $y = x$

$$f(x) = \log_a x$$

Características:

- **Domínio:** $x > 0$ (\mathbb{R}_+^*)
- **Imagem:** \mathbb{R} (todos os reais)
- **Intercepto com eixo x:** $(1, 0)$

- sempre!
- **Assíntota vertical:** $x = 0$ (eixo y)
- $a > 1$: crescente
- $0 < a < 1$: decrescente

Relação com exponencial:

Se $f(x) = a^x$
 Então $f^{-1}(x) = \log_a x$

Gráficos são simétricos em relação à reta $y = x$.

7.1.7. Exercícios Resolvidos

7.1.7.1. Exercício 1

Simplifique: $\log_5 25 + \log_5 5$

- $\log_5 125$

Solução: $= 2 + 1$

- $3 = 0$

7.1.7.2. Exercício 2

Calcule: $\log 2 + \log 50$

Solução: $= \log (2 \times 50) = \log 100 = 2$

7.1.7.3. Exercício 3

Resolva: $\log_3 (x^2)$

- $8 = 3^2 x^2$

Solução: x^2

- $8 = 3^2 x^2$
- $8 = 9 x^2 = 17 \quad x = \pm\sqrt{17}$

Condição: x^2

- $8 > 0 \rightarrow x^2 > 8$

Ambos $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$ satisfazem (pois $17 > 8$)

[Ver resposta 43 no final do documento]

7.1.7.4. Exercício 4

Resolva: $\log x + \log(x + 3) = 1$

Solução: $\log [x(x + 3)] = 1$ $x^2 + 3x = 10$ $x^2 + 3x - 10 = 0$

- $10 = 0$ $(x + 5)(x - 2) = 0$
- $2) = 0$

$x = -5$ ou $x = 2$

Condições: $x > 0$: apenas $x = 2$ ✓ $x + 3 > 0$: $x > -3$, ambos satisfazem, mas $x = -5$ já foi eliminado

[Ver resposta 44 no final do documento]

7.1.7.5. Exercício 5

Calcule $\log_8 2$.

Solução:

*Método 1

- Definição: $8^x = 2$ $(2^3)^x = 2^1$ $2^{(3x)} = 2^1$ $3x = 1$ $x = 1/3$

*Método 2

- Mudança de base: $\log_8 2 = (\log 2)/(\log 8) = (\log 2)/(\log 2^3) = (\log 2)/(3 \log 2) = 1/3$

[Ver resposta 45 no final do documento]

7.1.8. Dicas para a Prova

1. **Produto:** $\log(ab) = \log a + \log b$

2. Quociente: $\log(a/b) = \log a - \log b$

3. log b

4. Potência: $\log(a^n) = n \log a$

5. Mudança de base: $\log_a b = (\log b)/(\log a)$

6. Equação $\log_a f = \log_a g$: $f = g$ (igualar)

7. Inequação e $a > 1$: mantém sinal

8. Inequação e $0 < a < 1$: inverte sinal

9. Sempre verificar condições: logaritmando > 0

7.1.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Propriedades:

- Produto: $\log(ab) = \log a + \log b$
- Quociente: $\log(a/b) = \log a - \log b$
- $\log b$
- Potência: $\log(a^n) = n \log a$
- Mudança: $\log_a b = (\log b)/(\log a)$

Equações:

- $\log_a f(x) = k \rightarrow a^k = f(x)$
- $\log_a f = \log_a g \rightarrow f = g$

Inequações:

- $a > 1$: crescente (mantém)
- $0 < a < 1$: decrescente (inverte)

Sempre: verificar condições (> 0)

7.1.10. Fórmulas Essenciais

Propriedades Operatórias:

$$\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$$

$$\log_a(b/c) = \log_a b - \log_a c$$

$$\log_a(b^n) = n \cdot \log_a b$$

Mudança de Base:

$$\log_a b = (\log_c b) / (\log_c a)$$

$$\log_a b = (\log b) / (\log a) \quad [\text{base } 10]$$

$$\log_a b = (\ln b) / (\ln a) \quad [\text{base } e]$$

$$\log_a b = 1 / \log_b a$$

Equação:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \implies f(x) = g(x)$$

Inequação:

$$a > 1: \log_a f > \log_a g \implies f > g$$

$$0 < a < 1: \log_a f > \log_a g \implies f < g$$

Condições:

Sempre verificar logaritmando > 0

7.1.11. Resumo Visual

PROPRIEDADES:

Produto: Quociente:

$$\log(a \times b) = \log a + \log b$$

$$=$$

$$\log a + \log b$$

$$- \log b$$

Potência:

$$\log(a^n) = n \cdot \log a$$

EQUAÇÃO:

$$\log_a f = \log_a g$$

↓

$$f = g$$

INEQUAÇÃO:

$a > 1$ (cresce): $0 < a < 1$ (decresce):

$$\log_a f > \log_a g \quad \log_a f > \log_a g$$

↓

$$f > g$$

(mantém)

↓

$$f < g$$

(inverte)

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto

Importância para a prova:  (essencial)

- propriedades são muito cobradas!)

7.2. Aula 41

- Química: Propriedades das Substâncias Segundo Ligações
- 30min

7.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Já estudamos os três tipos principais:

- **Aula 31:** Ligação Iônica (metal + não-metal, íons)
- **Aula 33:** Ligação Covalente (não-metal + não-metal, moléculas)
- **Aula 35:** Ligação Metálica (metais, mar de elétrons)

Nesta aula: Como o tipo de ligação determina as propriedades das substâncias.

7.2.2. Propriedades dos Compostos Iônicos

Exemplos: NaCl, CaO, MgCl₂, K₂SO₄

7.2.2.1. Características Físicas

1. Estado Físico:

- **Sólidos** à temperatura ambiente
- Formam cristais (retículo cristalino ordenado)

2. Pontos de Fusão e Ebulição:

- **Muito altos**
- Fortes atrações eletrostáticas entre íons

Exemplos:

- NaCl: PF = 801°C
- MgO: PF = 2852°C

3. Dureza:

- **Duros** (resistem a deformação)
- **Quebradiços** (fraturam ao invés de deformar)

7.2.2.2. Condutividade Elétrica

Sólidos: NÃO conduzem

- Íons fixos no retículo, não se movem

Fundidos (líquidos): CONDUZEM

- Íons livres para se mover

Dissolvidos em água: CONDUZEM

- Íons dispersos na solução, móveis

Resumo:

Iônico sólido: NÃO conduz

Iônico fundido/dissolvido: CONDUZ

7.2.2.3. Solubilidade

Em água (polar): Geralmente solúveis

- “Semelhante dissolve semelhante”
- Compostos iônicos são polares
- Íons se dispersam na água

Em solventes apolares: Insolúveis

- Gasolina, benzeno, etc.

Regras de solubilidade (principais):

- Sais de Na^+ , K^+ , NH_4^+ : sempre solúveis
- Nitratos (NO_3^-): sempre solúveis
- Cloretos, brometos, iodetos: geralmente solúveis (exceto Ag^+ , Pb^{2+})
- Sulfatos: geralmente solúveis (exceto Ba^{2+} , Pb^{2+})

7.2.3. Propriedades dos Compostos Covalentes (Moleculares)

Exemplos: H_2O , CO_2 , CH_4 , O_2 , N_2

7.2.3.1. Características Físicas

1. Estado Físico:

- Maioria: **gases** ou **líquidos** à temp. ambiente
- Alguns sólidos (gelo, açúcar, naftaleno)

2. Pontos de Fusão e Ebulição:

- **Baixos** (comparados a iônicos)
- Forças intermoleculares fracas

Exemplos:

- H₂O: PE = 100°C
- CO₂: sublima a -78°C

Exceção: Substâncias covalentes em rede (SiO₂, diamante)

- PF/PE muito altos
- Ligações covalentes formam rede tridimensional

7.2.3.2. Condutividade Elétrica

Geralmente: NÃO conduzem

- Não têm íons ou elétrons livres

Exceções:

- **Grafite:** estrutura especial com elétrons livres
- **Ácidos em água:** formam íons (HCl → H⁺ + Cl⁻)

7.2.3.3. Solubilidade

Depende da **polaridade** da molécula:

Moléculas polares:

- Solúveis em solventes polares (água)
- Exemplos: H₂O, HCl, NH₃, álcoois

Moléculas apolares:

- Solúveis em solventes apolares (gasolina, benzeno)
- Exemplos: O₂, N₂, CH₄, CO₂, gorduras

Regra de ouro:

"Semelhante dissolve semelhante"

7.2.4. Propriedades das Substâncias Metálicas

Exemplos: Fe, Cu, Au, Al, Na

7.2.4.1. Características

1. Estado Físico:

- **Sólidos** à temp. ambiente (exceto Hg
- mercúrio)

2. Pontos de Fusão:

- **Variados** (baixos a muito altos)
- W (tungstênio): 3422°C (alto)
- Hg (mercúrio): -39°C (líquido)
- Ga (gálio): 30°C (derrete na mão)

3. Condutividade Elétrica e Térmica:

- **Excelentes condutores** (sempre)
- Elétrons livres transportam carga e calor

Melhores condutores:

- Ag (prata) > Cu (cobre) > Au (ouro) > Al (alumínio)

4. Brilho Metálico:

- Superfície reflete luz (elétrons livres)

5. Maleabilidade e Ductilidade:

- **Maleáveis:** podem ser martelados (lâminas)
- **Dúcteis:** podem ser esticados (fios)

6. Densidade:

- Maioria são densos
- Exceções: Li, Na, K (menos densos que água)

7.2.5. Comparação das Propriedades

Propriedade	IÔNICA	COVALENTE	METÁLICA
Estado físico	Sólidos	Gases/Líq.	Sólidos
PF / PE	Altos	Baixos	Variados
Condutividade Elétrica	Fund/Dis.	Não	Sim (sempre)
Solubilidade	H ₂ O (polar)	Varia (polar/ap)	Baixa
Dureza	Duros, quebradiç.	Varia	Varia (maleáv.)
Exemplo	NaCl	H ₂ O	Fe

7.2.6. Aplicações Práticas

7.2.6.1. Sal de Cozinha (NaCl)

- Iônico
- Sólido cristalino

- Alto PF (801°C)
- Solúvel em água
- Solução conduz eletricidade (íons Na^+ e Cl^-)

7.2.6.2. 2. Água (H_2O)

- Covalente Polar
- Líquida à temp. ambiente
- PE = 100°C (baixo)
- Polar: dissolve iônicos e polares
- Não conduz pura (mas conduz com íons dissolvidos)

7.2.6.3. 3. Cobre (Cu)

- Metálico
- Sólido à temp. ambiente
- Excelente condutor elétrico (fios)
- Maleável e dúctil
- Brilho metálico

7.2.7. Exercícios Resolvidos

7.2.7.1. Exercício 1

Por que o sal de cozinha (NaCl) não conduz eletricidade quando sólido, mas conduz quando dissolvido em água?

Resposta: **Sólido:** íons Na^+ e Cl^- estão fixos no retículo cristalino, não podem se mover, logo NÃO conduzem.

Dissolvido: íons ficam livres na solução aquosa, podem se mover e transportar carga elétrica, logo CONDUZEM.

7.2.7.2. Exercício 2

Explique por que metais são bons condutores de eletricidade.

Resposta: Metais têm **elétrons livres** (mar de elétrons) que se movem facilmente. Ao aplicar diferença de potencial, os elétrons fluem, criando corrente elétrica.

7.2.7.3. Exercício 3

Uma substância é sólida à temperatura ambiente, tem alto ponto de fusão, é solúvel em água e sua solução conduz eletricidade. Que tipo de ligação tem?

Resposta: Ligação iônica. As características (sólido, alto PF, solúvel em água, solução condutora) são típicas de compostos iônicos.

7.2.7.4. Exercício 4

(UFMG) Compare NaCl e H₂O quanto à condutividade elétrica.

Resposta:

- **NaCl sólido:** não conduz (íons fixos)
- **NaCl fundido/dissolvido:** conduz (íons livres)
- **H₂O pura:** não conduz (covalente, sem íons)
- **H₂O com sais dissolvidos:** conduz (íons do sal)

7.2.8. Dicas para a Prova

- 1. Iônico:** sólidos, altos PF/PE, conduzem fundidos/dissolvidos
- 2. Covalente:** gases/líquidos, baixos PF/PE, não conduzem
- 3. Metálico:** sólidos, conduzem sempre, maleáveis
- 4. Solubilidade:** “semelhante dissolve semelhante”
- 5. Condutividade:** precisa de partículas carregadas móveis
- 6. Iônicos:** solúveis em água (polar)
- 7. Covalentes apolares:** solúveis em apolares
- 8. Metais:** sempre conduzem (elétrons livres)

7.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Iônica:

- Sólidos cristalinos
- Altos PF/PE
- Conduzem fundidos/dissolvidos
- Solúveis em água

Covalente:

- Gases/líquidos (maioria)
- Baixos PF/PE
- Não conduzem (geralmente)
- Solubilidade varia

Metálica:

- Sólidos (exceto Hg)
- Conduzem sempre
- Maleáveis, dúcteis
- Brilho metálico

7.2.10. Resumo Visual

PROPRIEDADES × LIGAÇÕES:

IÔNICA (NaCl):

- └ Sólido cristalino
- └ Alto PF (801°C)
- └ Conduz fundido/dissolvido
- └ Solúvel H_2O

COVALENTE (H_2O):

- └ Líquido/Gás
- └ Baixo PE (100°C)
- └ Não conduz puro
- └ Polar: dissolve polar

METÁLICA (Cu):

- └ Sólido
- └ Conduz sempre
- └ Maleável, dúctil
- └ Brilho

TABELA:

	Iônico	Cov.	Met.
Estado	Sól.	G/L	Sól.
PF/PE	Alto	Baixo	Var.
Conduz	F/D	Não	Sim

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:**  (importante)

- relaciona estrutura e propriedades!)

8. 12/02

- Férias Dia 7 (ÚLTIMO DIA DE FÉRIAS!)

8.1. Aula 42

- Matemática: Relação entre Funções Exponencial e Logarítmica
- 60min

8.1.1. Funções Inversas

Definição: Duas funções f e g são inversas se:

$$f(g(x)) = x \quad \text{e} \quad g(f(x)) = x$$

Notação: $g = f^{-1}$ (função inversa de f)

Graficamente: Gráficos são simétricos em relação à reta $y = x$

8.1.2. Função Exponencial e Logarítmica: Inversas

Função exponencial: $f(x) = a^x$ **Função logarítmica:** $g(x) = \log_a x$

São funções inversas!

8.1.2.1. Verificação

1. $f(g(x)) = x$:

$$\begin{aligned} f(g(x)) &= f(\log_a x) \\ &= a^{\log_a x} \\ &= x \quad \checkmark \end{aligned}$$

2. $g(f(x)) = x$:

$$\begin{aligned}
 g(f(x)) &= g(a^x) \\
 &= \log_a (a^x) \\
 &= x \quad \checkmark
 \end{aligned}$$

8.1.3. Propriedades Fundamentais

Decorrentes da relação inversa:

1. Composição:

$$\begin{aligned}
 a^{(\log_a x)} &= x \quad (x > 0) \\
 \log_a (a^x) &= x \quad (x \in \mathbb{R})
 \end{aligned}$$

2. Domínio e Imagem:

Função	Domínio	Imagem
$f(x) = a^x$	\mathbb{R}	$\mathbb{R}_+^* (0, +\infty)$
$g(x) = \log_a x$	$\mathbb{R}_+^* (0, +\infty)$	\mathbb{R}

Observe: Domínio de uma é imagem da outra!

3. Interceptos:

Exponencial:

- Intercepto y: $(0, 1)$
- sempre!
- Não intercepta eixo x (assíntota)

Logarítmica:

- Intercepto x: $(1, 0)$
- sempre!
- Não intercepta eixo y (assíntota)

8.1.4. Gráficos: Simetria

Propriedade: Gráficos de $f(x) = a^x$ e $g(x) = \log_a x$ são **simétricos** em relação à **reta $y = x$** .

8.1.4.1. Exemplo: $a = 2$

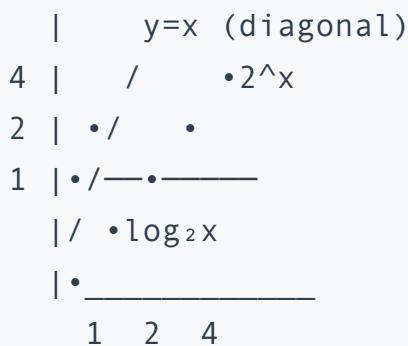
$$f(x) = 2^x:$$

- Passa por $(0, 1), (1, 2), (2, 4)$
- Crescente
- Assíntota: $y = 0$ (eixo x)

$$g(x) = \log_2 x:$$

- Passa por $(1, 0), (2, 1), (4, 2)$
- Crescente
- Assíntota: $x = 0$ (eixo y)

Gráfico:



Simetria: Pontos (a, b) em f correspondem a (b, a) em g .

8.1.5. Equações Envolvendo Ambas

8.1.5.1. Tipo 1: $a^x = k \rightarrow \text{Usar log}$

Exemplo: $2^x = 5$

*Método 1

- Logaritmo decimal:*

$$\begin{aligned}\log(2^x) &= \log 5 \\ x \log 2 &= \log 5 \\ x &= (\log 5)/(\log 2) \\ x &\approx 0,699/0,301 \approx 2,32\end{aligned}$$

*Método 2

- Logaritmo na base adequada:*

$$\begin{aligned}\log_2(2^x) &= \log_2 5 \\ x &= \log_2 5\end{aligned}$$

8.1.5.2. Tipo 2: $\log_a x = k \rightarrow$ Usar exponencial

Exemplo: $\log_3 x = 4$

$$\begin{aligned}3^4 &= x \\ x &= 81\end{aligned}$$

8.1.5.3. Tipo 3: Mistas

Exemplo: $2^x = \log_2 16$

Resolver $\log_2 16$ primeiro: $\log_2 16 = \log_2 (2^4) = 4$

Então: $2^x = 4 = 2^2 \Rightarrow x = 2$

8.1.6. Mudança de Base: Aplicações

Fórmula:

$$\log_a b = (\log_c b) / (\log_c a)$$

Uso prático: Calcular logaritmos em bases diferentes de 10 ou e.

Exemplo: Calcular $\log_5 20$

$$\begin{aligned}\log_5 20 &= (\log 20) / (\log 5) \\ &\approx 1,301 / 0,699 \\ &\approx 1,86\end{aligned}$$

Ou usando ln:

$$\begin{aligned}\log_5 20 &= (\ln 20) / (\ln 5) \\ &\approx 2,996 / 1,609 \\ &\approx 1,86\end{aligned}$$

8.1.7. Aplicações Práticas

8.1.7.1. Problema 1: Crescimento Exponencial

Uma população de 1000 bactérias dobra a cada hora. Quando atinge 10.000?

Modelo: $P(t) = 1000 \cdot 2^t$

Resolver: $1000 \cdot 2^t = 10000$ $2^t = 10$ $t = \log_2 10$ $t = (\log 10) / (\log 2) = 1 / 0,301 \approx 3,32$ horas

[Ver resposta 46 no final do documento]

8.1.7.2. Problema 2: Decaimento Radioativo

Substância com meia-vida de 5 anos. Tempo para restar 10% da massa inicial?

Modelo: $M(t) = M_0 \cdot (1/2)^{t/5}$

Resolver: $(1/2)^{t/5} = 0,1$

Aplicar log: $\log[(1/2)^{t/5}] = \log 0,1$ $(t/5) \log(1/2) = \log 0,1$ $(t/5) \times (-0,301) = -1$ $t/5 = 1 / 0,301 \approx 3,32$ $t \approx 16,6$ anos

8.1.7.3. Problema 3: Juros Compostos

Capital de R\$ 2000 a 8% ao ano. Quando duplica?

Modelo: $M = 2000(1,08)^t$

Resolver: $2000(1,08)^t = 4000 \quad 1,08^t = 2 \quad t = \log_{1,08} 2 \quad t = (\log 2)/(\log 1,08) \quad t \approx 0,301/0,0334 \approx 9 \text{ anos}$

8.1.8. Exercícios Resolvidos

8.1.8.1. Exercício 1

Resolva: $3^x = 20$

Solução: $x = \log_3 20 = (\log 20)/(\log 3) \approx 1,301/0,477 \approx 2,73$

[Ver resposta 47 no final do documento]

8.1.8.2. Exercício 2

Se $\log_2 x = 5$, qual o valor de x?

Solução: $2^5 = x \quad x = 32$

[Ver resposta 48 no final do documento]

8.1.8.3. Exercício 3

Simplifique: $5^{(\log_5 7)}$

Solução: Propriedade: $a^{(\log_a b)} = b$

$5^{(\log_5 7)} = 7$

[Ver resposta 49 no final do documento]

8.1.8.4. Exercício 4

Calcule: $\log_2 (2^{(3x)})$ quando $x = 2$

Solução: $\log_2 (2^{(3x)}) = 3x = 3 \times 2 = 6$

[Ver resposta 50 no final do documento]

8.1.9. Dicas para a Prova

1. $a^{\log_a b} = b$ (propriedade inversa)
2. $\log_a (a^x) = x$ (propriedade inversa)
3. **Simetria:** gráficos refletem em $y = x$
4. **Equação $a^x = k$:** aplicar log
5. **Equação $\log x = k$:** passar para exponencial
6. **Mudança de base:** $\log_a b = (\log b)/(\log a)$
7. **Domínio exp:** \mathbb{R} ; **Imagem exp:** $(0, +\infty)$
8. **Domínio log:** $(0, +\infty)$; **Imagem log:** \mathbb{R}

8.1.10. Conceitos-Chave para Memorizar

Funções Inversas:

- $f(x) = a^x \iff f^{-1}(x) = \log_a x$
- Composição = identidade
- Gráficos simétricos ($y = x$)

Propriedades:

- $a^{\log_a x} = x$
- $\log_a (a^x) = x$

Domínio/Imagem:

- Exp: $D = \mathbb{R}$, $Im = (0, +\infty)$
- Log: $D = (0, +\infty)$, $Im = \mathbb{R}$

Pontos Especiais:

- Exp: $(0, 1)$
- Log: $(1, 0)$

8.1.11. Fórmulas Essenciais

Relação Inversa:

$$f(x) = a^x \Leftrightarrow f^{-1}(x) = \log_a x$$

Composição:

$$a^{(\log_a x)} = x \quad (x > 0)$$

$$\log_a (a^x) = x \quad (x \in \mathbb{R})$$

Resolver $a^x = k$:

$$x = \log_a k = (\log k) / (\log a)$$

Resolver $\log_a x = k$:

$$x = a^k$$

Mudança de Base:

$$\log_a b = (\log b) / (\log a)$$

8.1.12. Resumo Visual

SIMETRIA:

$$\begin{array}{ccc} f(x) = a^x & y = x & g(x) = \log_a x \\ \backslash & / & / \\ \backslash & / & / \\ \backslash & / & / \\ (0, 1) & / \text{---} (1, 0) & \\ & / & \\ & / & \\ & / & \end{array}$$

Pontos correspondentes:

$$\text{Exp: } (0, 1), (1, a), (2, a^2)$$

$$\text{Log: } (1, 0), (a, 1), (a^2, 2)$$

RELAÇÃO:

Exponencial

$$\downarrow \\ y = a^x$$

↓
Aplica \log_a

$$\downarrow \\ x = \log_a y$$

↓
Logarítmica

PROPRIEDADES INVERSAS:

$$a^{(\log_a x)} = x$$

$$\log_a (a^x) = x$$

Tempo de estudo recomendado: 60 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto

Importância para a prova:  (essencial)

- relação fundamental!)
-

9. PERÍODO DE FÉRIAS COMPLETO!

Você concluiu todas as **14 aulas** do período de férias (26/11 a 02/12)!

Progresso total: 43/96 lições concluídas (44,8%)

10. Respostas dos Exercícios

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\}$ ou $(2, 3)$

2. $S = [1, 3]$

3. Valor máximo = 2 (em $x = 2$)

4. $2 < x < 4$ ou $x \in (2, 4)$

5. $S = \mathbb{R}$ (todos os reais)

6. $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$ ou $[1, +\infty)$

7. $k = 10$

8. Al_2O_3 (óxido de alumínio)

9. $S = [-3, -2] \cup [2, 3]$

10. $S = (-\infty, -2) \cup [-1, 1] \cup (2, +\infty)$

11. $S = [2, 3]$

12. Dimensões: 4 cm × 6 cm

13. Aproximadamente 4,24 s

14. $0 \leq x < 10$ ou $x > 30$ unidades

15. $S = (-3, 2) \cup (3, +\infty)$

16. $S = [-2, 3]$

17. Pontos (3, 9) e (-1, 1)

18. F—F (ligação simples)

19. 2 ligações duplas

20. Polar. Cl puxa mais os elétrons, formando $H^{\{(\delta+)\}}-Cl^{\{(\delta-)\}}$.

21. a) 32; b) 1/9; c) 4

22. 64

23. $x < 3$ ou $x \in (-\infty, 3)$

24. y^2

25. $x = 1$

26. $x = 0$ ou $x = 1$

27. $S = [0, 2]$

28. 13.500 bactérias

29. 80 N

30. 840 N

31. c) Força de reação da mesa (perpendicular à superfície)

32. 5 m/s² (descendo o plano)

33. $\approx 3,3$ m/s²

34. 25 N

35. ≈ 7 m/s²

36. ≈ 70 N

37. $x = 4$

38. $x = 5$

39. $x = 2$

40. $x = 10$ ou $x = 100$

41. $S = (4, +\infty)$

42. $S = (4, +\infty)$

43. $x = \sqrt{17}$ ou $x = -\sqrt{17}$

44. $x = 2$

45. $1/3$

46. Aproximadamente 3,3 horas

47. $x \approx 2,73$

48. 32

49. 7

50. 6

O que você estudou nas férias:

- Matemática: Função Quadrática (aprofundamento), Função Exponencial (completa), Função Logarítmica (completa), Relação Exp-Log
- Química: Ligações Químicas completas (Iônica, Covalente, Metálica) + Propriedades
- Física: Forças especiais e Plano Inclinado

Próximos passos:

- Semana 2: 03/12 a 07/12 (Geometria, Hidrostática, Estequiometria, Geografia, Humanas, Biologia)
- Semana 3 (final): 09/12 a 13/12 (Revisões intensivas)

- *PROVA: 14/12

- SÁBADO*

Você está quase na metade! Continue com dedicação! 

Date: 2025-11-16

Author: Material de Estudo SERIADO UFMG

Created: 2025-11-16 Sun 18:46

Validate