Semana 2 - Período de Férias - Aprofundamento (26 Nov - 02 Dez)

Table of Contents

1. Material de Estudo

- Período de Férias (26/11
- 02/12)

Objetivo: Revisão leve e aprofundamento em tópicos-chave (2h/dia)

---

2. 11/26

- Férias Dia 1

2.1. Aula 30

- Matemática: Função Quadrática
- Parte 2 (Zeros, Máximo/Mínimo, Estudo do Sinal)
- 90min

2.1.1. Revisão: Função Quadrática Parte 1

Na Aula 26, estudamos:

- Definição: $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Gráfico: parábola

- Concavidade (a > 0: ∪; a < 0: ∩)
- Discriminante (Δ) e número de raízes
- Fórmula de Bhaskara
- Vértice básico

Nesta aula: Aprofundar zeros, máximo/mínimo e estudo do sinal.

2.1.2. Zeros da Função Quadrática (Revisão Aprofundada)

Zeros (raízes): valores de x onde f(x) = 0.

2.1.2.1. Métodos para Encontrar Zeros

1. Fórmula de Bhaskara (método geral):

```
Δ = b²
- 4ac

x = (-b ± √Δ) / 2a
```

2. Soma e Produto (Relações de Girard):

```
x₁ + x₂ = -b/a
x₁ · x₂ = c/a
```

Uso: Se conhecemos a soma e produto, podemos encontrar as raízes sem Bhaskara.

Exemplo: Raízes somam 7 e multiplicam 10.

$x_1 + x_2 = 7$ $x_1 \cdot x_2 = 10$

Equação do 2º grau: x^2

- (soma)x + (produto) = 0 x^2
- 7x + 10 = 0

Raízes: 2 e 5 (verificar: 2+5=7, 2×5=10 ✓)

3. Fatoração (quando possível):

$ax^2 + bx + c = a(x$

- $x_1)(x$
- $x_2)$

Exemplo: x^2

- $5x + 6 = 0$ $(x$
- $2)(x$
- $3) = 0$ $x = 2$ ou $x = 3$

4. Completamento de quadrados:

Útil para encontrar vértice e zeros simultaneamente.

Exemplo: x^2

- $4x + 3 = 0$ x^2
- $4x = -3$ x^2
- $4x + 4 = -3 + 4$ $(x$
- $2)^2 = 1$ x
- $2 = \pm 1$ $x = 3$ ou $x = 1$

2.1.3. Máximo e Mínimo da Função

O vértice da parábola é ponto de **máximo** ou **mínimo** da função.

2.1.3.1. Vértice: $V(x_v, y_v)$

Coordenadas:

```
xᵥ = -b / 2a

yᵥ = -Δ / 4a
ou
yᵥ = f(xᵥ)
```

Interpretação:

Se a > 0 (parábola para cima ∪):

- Vértice é ponto de **MÍNIMO**
- y_v = valor mínimo da função
- $f(x) \geq y_v$ para todo x

Se a < 0 (parábola para baixo ∩):

- Vértice é ponto de **MÁXIMO**
- y_v = valor máximo da função
- $f(x) \leq y_v$ para todo x

2.1.3.2. Imagem da Função

Se a > 0: $Im(f) = [y_v, +\infty) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq y_v\}$

Se a < 0: $Im(f) = (-\infty, y_v] = \{y \in \mathbb{R} \mid y \leq y_v\}$

2.1.4. Estudo do Sinal da Função Quadrática

```
    ESTUDO DO SINAL
- FUNÇÃO QUADRÁTICA f(x) = ax² + bx + c

    Caso 1: a > 0 e Δ > 0 (duas raízes x₁ e x₂)

         f(x)
          |     ╱|╲
          |    ╱ | ╲
    ──────┼───────────────── x
         x₁    xᵥ    x₂

    Sinal:  +  |
- | +
        ────x₁───x₂────
        >0  =0 <0 =0 >0


    Caso 2: a > 0 e Δ = 0 (uma raiz dupla)

         f(x)
          |     ╱|╲
          |    ╱ | ╲
    ──────┼─────(V)───── x
             x₁=x₂

    Sinal:  + | +
        ──x₁──
        >0 =0 >0


    Caso 3: a > 0 e Δ < 0 (sem raízes)

         f(x)
          |     ╱╲
          |    ╱ ╲
    ──────┼─────────── x
          |   (V)
```

```
Sinal: sempre +
       (f(x) > 0 para todo x)


Caso 4: a < 0 e Δ > 0 (duas raízes)

     f(x)
     x₁   xᵥ   x₂
──────┼─────────────── x
      |   ╲ | ╱
      |    ╲|╱

Sinal:  -  | + | -
        ────x₁───x₂────
        <0  =0 >0 =0 <0

RESUMO:
• a > 0: parábola ∪ (positivo nas "pontas")
• a < 0: parábola ∩ (negativo nas "pontas")
• Entre as raízes: sinal oposto ao de "a"
```

Estudar o sinal: determinar para quais valores de x a função é positiva, negativa ou zero.

Método: 1. Calcular as raízes (se existirem) 2. Observar a concavidade (sinal de a) 3. Analisar os intervalos

2.1.4.1. Caso 1: Δ > 0 (duas raízes distintas: x_1 e x_2)

Assumindo $x_1 < x_2$:

Se a > 0 (parábola U):

```
f(x) > 0: x < x₁ ou x > x₂  (fora das raízes)
f(x) = 0: x = x₁ ou x = x₂  (nas raízes)
f(x) < 0: x₁ < x < x₂        (entre as raízes)
```

Gráfico:

```
  +    +
  \___/
 x₁    x₂


 + + + 0
- -
- 0 + + +
    x₁      x₂
```

Se a < 0 (parábola ∩):

```
f(x) > 0: x₁ < x < x₂        (entre as raízes)
f(x) = 0: x = x₁ ou x = x₂  (nas raízes)
f(x) < 0: x < x₁ ou x > x₂  (fora das raízes)
```

Gráfico:

```
 x₁/‾‾‾\x₂
  -    -


 -
- - 0 + + + 0
- - -
    x₁      x₂
```

2.1.4.2. Caso 2: Δ = 0 (uma raiz: $x_1 = x_2 = x_v$)

Se a > 0:

```
f(x) > 0: x ≠ xᵥ  (para todo x exceto xᵥ)
f(x) = 0: x = xᵥ  (só no vértice)
f(x) < 0: nunca
```

Se a < 0:

```
f(x) > 0: nunca
f(x) = 0: x = xᵥ  (só no vértice)
f(x) < 0: x ≠ xᵥ  (para todo x exceto xᵥ)
```

2.1.4.3. Caso 3: Δ < 0 (sem raízes reais)

Se a > 0:

```
f(x) > 0: para todo x ∈ ℝ
f(x) = 0: nunca
f(x) < 0: nunca
```

Se a < 0:

```
f(x) > 0: nunca
f(x) = 0: nunca
f(x) < 0: para todo x ∈ ℝ
```

2.1.5. Inequações do 2º Grau

Resolver inequações usando estudo do sinal.

Tipos:

- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$

Método: 1. Igualar a zero e encontrar raízes 2. Esboçar parábola (concavidade) 3. Identificar região pedida

Exemplo 1: Resolver: x^2

- $5x + 6 < 0$

Passo 1: Raízes x^2

- $5x + 6 = 0$ (x
- 2)(x
- 3) = 0 $x_1 = 2$, $x_2 = 3$

Passo 2: Concavidade $a = 1 > 0 \to \cup$

Passo 3: Esboço

```
\____/
2      3
```

Passo 4: f(x) < 0 (região negativa) Entre as raízes: $2 < x < 3$

[Ver resposta 1 no final do documento]

Exemplo 2: Resolver: $-x^2 + 4x$

- $3 \geq 0$

Passo 1: Raízes $-x^2 + 4x$

- $3 = 0$ Multiplicando por -1: x^2
- $4x + 3 = 0$ (x
- 1)(x
- 3) = 0 $x_1 = 1$, $x_2 = 3$

Passo 2: Concavidade $a = -1 < 0 \to \cap$

Passo 3: Esboço

```
1/‾‾‾\3
 -      -
```

Passo 4: f(x) ≥ 0 (região positiva ou zero) Entre as raízes (incluindo): $1 \leq x \leq 3$

[Ver resposta 2 no final do documento]

2.1.6. Exercícios Resolvidos

2.1.6.1. Exercício 1

Determine o valor máximo de $f(x) = -2x^2 + 8x$

- 6.

Solução: $a = -2 < 0 \rightarrow$ tem máximo

$x_v = -8/2(-2) = -8/(-4) = 2$

$y_v = f(2) = -2(4) + 8(2)$

- 6 = -8 + 16
- 6 = 2

[Ver resposta 3 no final do documento]

2.1.6.2. Exercício 2

Para quais valores de x a função $f(x) = x^2$

- $6x + 8$ é negativa?

Solução:

Raízes: $\Delta = 36$

- $32 = 4$ $x = (6 \pm 2)/2$ $x_1 = 2$, $x_2 = 4$

Concavidade: $a = 1 > 0 \rightarrow \cup$

f(x) < 0: entre as raízes

[Ver resposta 4 no final do documento]

2.1.6.3. Exercício 3

Resolva: x^2

- $4x + 4 \geq 0$

Solução:

Raízes: $\Delta = 16$

- $16 = 0$ $x = 4/2 = 2$ (raiz dupla)

Concavidade: $a = 1 > 0 \rightarrow \cup$

Análise: $\Delta = 0$ e $a > 0$

- Toca o eixo x apenas em $x = 2$
- É sempre positiva ou zero

$f(x) \geq 0$: para todo $x \in \mathbb{R}$

[Ver resposta 5 no final do documento]

2.1.6.4. Exercício 4

(UFMG) Qual a imagem da função $f(x) = x^2$

- $4x + 5$?

Solução:

$a = 1 > 0 \rightarrow$ mínimo

$x_v = 4/2 = 2$

$y_v = f(2) = 4$

- $8 + 5 = 1$

Imagem: $[y_v, +\infty) = [1, +\infty)$

[Ver resposta 6 no final do documento]

2.1.6.5. Exercício 5

Determine para quais valores de k a função $f(x) = x^2$

- $6x + k$ tem valor mínimo igual a 1.

Solução:

$a = 1 > 0 \rightarrow$ mínimo

$y_v = 1$ (dado)

$y_v = -\Delta/4a$ 1 = -(b²

- 4ac)/4(1) 1 = -(36
- 4k)/4 4 = -(36
- 4k) 4 = -36 + 4k 4k = 40 k = 10

[Ver resposta 7 no final do documento]

Verificação: f(x) = x²

- 6x + 10 $x_v = 3$ $y_v = 9$
- 18 + 10 = 1 ✓

2.1.7. Dicas para a Prova

1. **Estudo do sinal:** raízes + concavidade
2. **Δ > 0 e a > 0:** negativa entre as raízes
3. **Δ > 0 e a < 0:** positiva entre as raízes
4. **Inequações:** use estudo do sinal
5. **Máximo:** a < 0, valor = y_v
6. **Mínimo:** a > 0, valor = y_v
7. **≥ ou ≤:** incluir raízes (colchete [])
8. **> ou <:** excluir raízes (parêntese ())

2.1.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Vértice:

- $x_v = -b/2a$
- $y_v = -\Delta/4a$ ou $f(x_v)$
- Máximo se a < 0
- Mínimo se a > 0

Estudo do Sinal (Δ > 0):

- a > 0: negativa entre raízes
- a < 0: positiva entre raízes

Imagem:

- a > 0: $[y_v, +\infty)$
- a < 0: $(-\infty, y_v]$

Inequações: 1. Encontrar raízes 2. Esboçar parábola 3. Identificar região

2.1.9. Fórmulas Essenciais

```
Vértice:
xᵥ = -b / 2a
yᵥ = -Δ / 4a  ou  yᵥ = f(xᵥ)

Máximo/Mínimo:
a > 0: mínimo = yᵥ
a < 0: máximo = yᵥ

Imagem:
a > 0: Im = [yᵥ, +∞)
a < 0: Im = (-∞, yᵥ]

Estudo do Sinal (Δ > 0, x₁ < x₂):
a > 0:
  f(x) > 0: x < x₁ ou x > x₂
  f(x) < 0: x₁ < x < x₂

a < 0:
  f(x) > 0: x₁ < x < x₂
  f(x) < 0: x < x₁ ou x > x₂
```

2.1.10. Resumo Visual

```
ESTUDO DO SINAL:

Δ > 0, a > 0 (∪):
  + + + + +
  \       /
   \____/
    x₁   x₂

+ 0
- -
- 0 +
 x₁        x₂

Δ > 0, a < 0 (∩):
    x₁   x₂
   /‾‾‾‾\
  /       \
  -
- -
- -

- 0 + + + 0 -
 x₁        x₂

INEQUAÇÕES:
< ou >: parêntese ( )
≤ ou ≥: colchete [ ]
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto
Importância para a prova: ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- muito cobrado!)

2.2. Aula 31

- Química: Ligações Químicas
- Parte 1 (Ligação Iônica)
- 30min

2.2.1. Introdução: Por que Átomos se Ligam?

A maioria dos átomos na natureza **não existe isolada**, mas **ligada** a outros átomos.

Por quê?

- Átomos isolados geralmente são **instáveis**
- Ligações químicas levam à **estabilidade**

Regra do Octeto (ou Teoria do Octeto): > Átomos tendem a ganhar, perder ou compartilhar elétrons para adquirir **8 elétrons na camada de valência** (configuração de gás nobre).

Exceções:

- **Hélio (He):** estável com 2 elétrons (camada K completa)
- **Hidrogênio (H):** estável com 2 elétrons (dueto)
- Alguns elementos do 3º período podem expandir octeto

Gases Nobres:

- Já têm 8 elétrons na valência (He tem 2)
- São **estáveis** e **inertes** (não fazem ligações facilmente)
- Exemplos: He (2), Ne (2,8), Ar (2,8,8)

2.2.2. Tipos de Ligações Químicas

Principais tipos: 1. **Ligação Iônica** (ou eletrovalente) 2. **Ligação Covalente** (ou molecular) 3. **Ligação Metálica**

Classificação depende:

- Tipo de átomo envolvido (metal, não-metal, semimetal)

- Diferença de eletronegatividade

2.2.3. Ligação Iônica

Definição: Ligação entre **metal e não-metal** através da **transferência de elétrons.**

Características:

- Metal **perde** elétrons → forma **cátion** (+)
- Não-metal **ganha** elétrons → forma **ânion** (-)
- Atração eletrostática entre íons de cargas opostas

Condições:

- Grande diferença de eletronegatividade ($\Delta EN \geq 1{,}7$)
- Metal (baixa EN) + Não-metal (alta EN)

2.2.3.1. Formação da Ligação Iônica

Exemplo 1: Cloreto de Sódio (NaCl)

Sódio (Na, Z = 11):

- Distribuição: 2, 8, 1
- 1 elétron na valência
- Tende a **perder 1 e^-** → Na^+ (2, 8)
- estável

Cloro (Cl, Z = 17):

- Distribuição: 2, 8, 7
- 7 elétrons na valência
- Tende a **ganhar 1 e^-** → Cl^- (2, 8, 8)
- estável

Ligação:

```
Na → Na⁺ + e⁻  (perde)
Cl + e⁻ → Cl⁻  (ganha)

Na⁺ + Cl⁻ → NaCl
```

Resultado: Cristal iônico de NaCl (sal de cozinha)

Exemplo 2: Óxido de Magnésio (MgO)

Magnésio (Mg, Z = 12):

- Distribuição: 2, 8, 2
- Perde 2 e^- → Mg^{2+} (2, 8)

Oxigênio (O, Z = 8):

- Distribuição: 2, 6
- Ganha 2 e^- → O^{2-} (2, 8)

Ligação:

```
Mg → Mg²⁺ + 2e⁻
O + 2e⁻ → O²⁻

Mg²⁺ + O²⁻ → MgO
```

Exemplo 3: Cloreto de Cálcio ($CaCl_2$)

Cálcio (Ca, Z = 20):

- Distribuição: 2, 8, 8, 2
- Perde 2 e^- → Ca^{2+}

Cloro (Cl, Z = 17):

- Ganha 1 e^- → Cl^-

Problema: Ca perde 2 e^-, mas cada Cl ganha apenas 1 e^-!

Solução: 2 átomos de Cl para 1 átomo de Ca

```
Ca → Ca²⁺ + 2e⁻
2Cl + 2e⁻ → 2Cl⁻

Ca²⁺ + 2Cl⁻ → CaCl₂
```

Fórmula: $CaCl_2$ (1 Ca para 2 Cl)

2.2.4. Propriedades dos Compostos Iônicos

1. Estado físico:

- **Sólidos** à temperatura ambiente
- Cristais iônicos (arranjo ordenado de íons)

2. Ponto de fusão e ebulição:

- **Altos** (fortes atrações eletrostáticas)
- Exemplo: NaCl funde a 801°C

3. Condutividade elétrica:

- **Sólidos:** NÃO conduzem (íons fixos no retículo)
- **Fundidos ou dissolvidos:** CONDUZEM (íons livres)

4. Solubilidade:

- Geralmente **solúveis em água** (solvente polar)
- Insolúveis em solventes apolares (gasolina, etc.)

5. Dureza:

- Duros, mas **quebradiços** (fraturam facilmente)

2.2.5. Fórmula de Compostos Iônicos

Regra: Número total de cargas positivas = número total de cargas negativas

Método prático (troca de valências):

Cátion A^(m+) + Ânion B^(n-) → A_n B_m

Exemplos:

1. **Al^{3+} + O^{2-}**
   - Troca: Al_2O_3
   - Óxido de alumínio
2. **Fe^{3+} + S^{2-}**
   - Troca: Fe_2S_3
   - Sulfeto de ferro III
3. **Na^+ + SO_4^{2-}**
   - Troca: Na_2SO_4
   - Sulfato de sódio

Simplificação: Se houver divisor comum, simplifique.

Exemplo: Ca^{2+} + O^{2-} → Ca_2O_2 → **CaO** (simplificado)

2.2.6. Exercícios Resolvidos

2.2.6.1. Exercício 1

O que acontece com os átomos de sódio (Na) e cloro (Cl) ao formarem NaCl?

Resposta:

- **Na (2,8,1):** perde 1 elétron → Na^+ (2,8)
- cátion
- **Cl (2,8,7):** ganha 1 elétron → Cl^- (2,8,8)
- ânion
- Formam ligação iônica por atração eletrostática entre Na^+ e Cl^-

2.2.6.2. Exercício 2

Determine a fórmula do composto formado entre alumínio (Al^{3+}) e oxigênio (O^{2-}).

Solução: Troca de valências: Al^{3+} → índice 2 O^{2-} → índice 3

Fórmula: Al_2O_3

[Ver resposta 8 no final do documento]

2.2.6.3. Exercício 3

Por que o sal de cozinha (NaCl) conduz eletricidade quando dissolvido em água, mas não no estado sólido?

Resposta:

- **Sólido:** íons estão fixos no retículo cristalino, não podem se mover, NÃO conduzem
- **Dissolvido:** íons ficam livres na solução, podem se mover e transportar carga, CONDUZEM eletricidade

2.2.6.4. Exercício 4

(UFMG) Qual o tipo de ligação entre magnésio (Mg) e cloro (Cl)?

Resposta: Ligação iônica.

- Mg é metal (perde elétrons)
- Cl é não-metal (ganha elétrons)
- Grande diferença de eletronegatividade
- Fórmula: $MgCl_2$

2.2.7. Dicas para a Prova

1. **Ligação iônica:** metal + não-metal
2. **Transferência** de elétrons (não compartilhamento)
3. **Metal perde** → cátion (+)
4. **Não-metal ganha** → ânion (-)
5. **Propriedades:** sólidos, altos PF/PE, conduzem fundidos/dissolvidos
6. **Fórmula:** total de cargas + = total de cargas -
7. **Regra do octeto:** 8 elétrons na valência (estável)

8. **Gases nobres:** já estáveis (8 e^-)

2.2.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligação Iônica:

- Metal + Não-metal
- Transferência de elétrons
- Formação de íons
- Atração eletrostática

Íons:

- **Cátion:** íon positivo (perdeu e^-)
- **Ânion:** íon negativo (ganhou e^-)

Propriedades:

- Sólidos cristalinos
- Altos PF e PE
- Conduzem fundidos/dissolvidos
- Solúveis em água

Fórmula:

- Troca de valências
- Cargas balanceadas

2.2.9. Resumo Visual

```
LIGAÇÃO IÔNICA:

Metal (baixa EN)  +  Não-metal (alta EN)
        ↓                    ↓
    Perde e⁻             Ganha e⁻
        ↓                    ↓
     Cátion⁺              Ânion⁻
        ↓                    ↓
        └────────┬───────────┘
          Atração eletrostática
                 ↓
          Composto Iônico

Exemplo:
Na (2,8,1) → Na⁺ (2,8) + e⁻
Cl (2,8,7) + e⁻ → Cl⁻ (2,8,8)

Na⁺ + Cl⁻ → NaCl

Propriedades:
├─ Sólidos (cristais)
├─ Altos PF/PE
├─ Conduzem fundidos/dissolvidos
└─ Solúveis em H₂O
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐ (muito importante

- ligações são fundamentais!)

3. 11/27

- Férias Dia 2

3.1. Aula 32

- Matemática: Função Quadrática
- Parte 3 (Inequações e Sistemas)
- 90min

3.1.1. Revisão: Função Quadrática

Já estudamos:

- **Parte 1 (Aula 26):** Definição, gráfico, raízes (Bhaskara), vértice
- **Parte 2 (Aula 30):** Zeros, máximo/mínimo, estudo do sinal básico

Nesta aula: Inequações mais complexas e sistemas envolvendo função quadrática.

3.1.2. Inequações do 2º Grau

- Aprofundamento

3.1.2.1. Inequações-Produto

Formato: $(ax^2 + bx + c)(dx^2 + ex + f) > 0$ (ou $<$, $\geq$, $\leq$)

Método: 1. Estudar o sinal de cada fator separadamente 2. Fazer quadro de sinais 3. Multiplicar os sinais 4. Responder conforme pedido

Exemplo: $(x^2$

- $4)(x^2$
- $9) \leq 0$

Passo 1: Estudar cada fator

Fator 1: x^2

- 4
- Raízes: $x = \pm 2$
- $a = 1 > 0$ (∪)
- Sinal: + |
- | + -2 2

Fator 2: x^2

- 9
- Raízes: $x = \pm 3$
- $a = 1 > 0$ (∪)
- Sinal: + |
- | + -3 3

Passo 2: Quadro de sinais

```
        -3   -2    2    3
x²-4:   +    +  0  -  0  +  +
x²-9:   +  0
-    -    -  0  +
────────────────────────────────
Produto: + 0
-  0  +  0  - 0  +
```

Passo 3: Produto ≤ 0 (negativo ou zero)

Intervalos: $[-3, -2] \cup [2, 3]$

[Ver resposta 9 no final do documento]

3.1.2.2. Inequações-Quociente

Formato: $(ax^2 + bx + c)/(dx^2 + ex + f) > 0$

Método: 1. Estudar sinal do numerador 2. Estudar sinal do denominador 3. Quadro de sinais (dividir sinais) 4. **IMPORTANTE:** Denominador ≠ 0 (excluir raízes do denominador)

Exemplo: (x^2

- 1)/(x^2
- 4) ≥ 0

Numerador: x^2

- 1
- Raízes: x = ±1
- a = 1 > 0
- Sinal: + |
- | + -1 1

Denominador: x^2

- 4
- Raízes: x = ±2 (EXCLUIR da resposta!)
- a = 1 > 0
- Sinal: + |
- | + -2 2

Quadro:

```
          -2    -1     1     2
Numer.:   +     + 0   - 0   +     +
Denom.:   + ≠0
-    -    - ≠0 +
────────────────────────────────
Quoc.:    +  ∅
- 0  + 0  -  ∅  +
```

Quociente ≥ 0: positivo ou zero

[Ver resposta 10 no final do documento]

Observe: -2 e 2 EXCLUÍDOS (denominador zero), -1 e 1 INCLUÍDOS (numerador zero)

3.1.2.3. Inequações Simultâneas

Formato: Sistema de inequações

Exemplo:

```
{ x²
- 5x + 6 < 0
{ x²
- 4 ≥ 0
```

Resolver cada uma:

1ª inequação: x^2

- $5x + 6 < 0$
- Raízes: 2 e 3
- $a > 0 \rightarrow$ negativa entre raízes
- $S_1 = (2, 3)$

2ª inequação: x^2

- $4 \geq 0$
- Raízes: -2 e 2
- $a > 0 \rightarrow$ positiva fora raízes (ou nas raízes)
- $S_2 = (-\infty, -2] \cup [2, +\infty)$

Interseção $S_1 \cap S_2$:

```
S₁:      ═══════(───)═══════
                2    3

S₂: ══════]        [════════
         -2         2

S₁∩S₂:            [─)
                  2  3
```

[Ver resposta 11 no final do documento]

3.1.3. Sistemas de Equações do 2º Grau

3.1.3.1. Sistema Linear-Quadrático

Formato:

```
{ y = ax + b          (reta)
{ y = cx² + dx + e    (parábola)
```

Método: Substituição

Exemplo:

```
{ y = 2x + 1
{ y = x²
- 2x + 3
```

Substituição: $2x + 1 = x^2$

- $2x + 3$ $0 = x^2$
- $4x + 2$ x^2
- $4x + 2 = 0$

Bhaskara: $\Delta = 16$

- $8 = 8$ $x = (4 \pm \sqrt{8})/2 = (4 \pm 2\sqrt{2})/2 = 2 \pm \sqrt{2}$

$x_1 = 2 + \sqrt{2}$ $x_2 = 2$

- $\sqrt{2}$

Encontrar y: $y_1 = 2(2 + \sqrt{2}) + 1 = 5 + 2\sqrt{2}$ $y_2 = 2(2$

- $\sqrt{2}) + 1 = 5$
- $2\sqrt{2}$

Soluções:

- $(2 + \sqrt{2}, 5 + 2\sqrt{2})$
- (2
- $\sqrt{2}$, 5
- $2\sqrt{2}$)

Interpretação geométrica: Pontos onde a reta intercepta a parábola.

3.1.3.2. Sistema Quadrático-Quadrático

Formato:

```
{ y = ax² + bx + c
{ y = dx² + ex + f
```

Exemplo:

```
{ y = x²
- 4
{ y = -x² + 2x + 4
```

Igualando: x^2

- $4 = -x^2 + 2x + 4$ $2x^2$
- 2x

- $8 = 0 x^2$
- x
- $4 = 0$

$\Delta = 1 + 16 = 17$ $x = (1 \pm \sqrt{17})/2$

E assim por diante…

3.1.4. Aplicações

- Problemas Contextualizados

3.1.4.1. Problema 1: Geometria

Um retângulo tem perímetro 20 cm e área 24 cm². Quais suas dimensões?

Solução:

Sejam x e y os lados.

```
{ 2x + 2y = 20  →  x + y = 10  →  y = 10
- x
{ xy = 24
```

Substituindo: x(10

- x) = 24 10x
- $x^2 = 24$ x^2
- $10x + 24 = 0$

Fatorando: (x

- 4)(x
- 6) = 0 x = 4 ou x = 6

Se x = 4: y = 6 Se x = 6: y = 4

[Ver resposta 12 no final do documento]

3.1.4.2. Problema 2: Movimento (Física)

Um projétil é lançado verticalmente. Sua altura h(t) em metros no tempo t (segundos) é dada por:

$h(t) = -5t^2 + 20t + 5$

1. Qual a altura máxima?
2. Quando atinge o solo (h = 0)?

Solução:

1. **Altura máxima = y_v**

a = -5, b = 20, c = 5

$t_v = -20/2(-5) = 20/10 = 2$ s

$h_v = -5(4) + 20(2) + 5 = -20 + 40 + 5 = 25$ m

Máxima: 25 m (em t = 2 s)

1. **h = 0:**

$-5t^2 + 20t + 5 = 0$ t^2

- 4t
- 1 = 0

$\Delta = 16 + 4 = 20$

$t = (4 \pm \sqrt{20})/2 = (4 \pm 2\sqrt{5})/2 = 2 \pm \sqrt{5}$

$t_1 = 2$

- $\sqrt{5} \approx -0{,}24$ s (descartado: negativo) $t_2 = 2 + \sqrt{5} \approx 4{,}24$ s ✓

[Ver resposta 13 no final do documento]

3.1.4.3. Problema 3: Economia

Uma empresa descobriu que o lucro L (em mil reais) ao vender x unidades é dado por:

$L(x) = -x^2 + 40x$

- 300
- Quantas unidades deve vender para lucro máximo?
- Qual o lucro máximo?
- Para quais quantidades há prejuízo ($L < 0$)?

Solução:

$a = -1$, $b = 40$, $c = -300$

1. **$x_v = -40/2(-1) = 20$ unidades**
2. $*L_v = -(20)^2 + 40(20)$
3. $300* = -400 + 800$
4. $300 = 100$

Lucro máximo: 100 mil reais

1. **$L < 0$:**

Raízes: $\Delta = 1600$

- $1200 = 400$ $x = (40 \pm 20)/2$ $x_1 = 10$, $x_2 = 30$

$a = -1 < 0$ ($\cap$): negativa fora das raízes

Prejuízo: $x < 10$ ou $x > 30$

Mas $x \geq 0$ (não há quantidade negativa):

[Ver resposta 14 no final do documento]

3.1.5. Exercícios Resolvidos

3.1.5.1. Exercício 1

Resolva: (x

- $2)(x^2$
- $9) > 0$

Solução:

Fator 1: x

- 2
- Raiz: x = 2
- Sinal:
- | + 2

Fator 2: x^2

- 9
- Raízes: x = ±3
- Sinal: + |
- | + -3 3

Quadro:

```
      -3    2    3
x-2:  -  -  -  0 +  +
x²-9: + 0
-    - 0 +
──────────────────────
Prod:
- 0 +  0
- 0 +
```

Produto > 0: (-3, 2) ∪ (3, +∞)

[Ver resposta 15 no final do documento]

3.1.5.2. Exercício 2

Resolva: (x^2

- 4)/(x
- 3) ≤ 0

Solução:

Numerador: x^2

- 4
- Raízes: ±2
- Sinal: + |
- | + -2 2

Denominador: x

- 3
- Raiz: 3 (EXCLUIR)
- Sinal:
- | + 3

Quadro:

```
      -2    2    3
Num.: + 0
- 0 +     +
Den.:
-   -   - ≠0 +
──────────────────────
Quo.:
- 0 + 0
-  ∅  +
```

Quociente ≤ 0: [-2, 2] ∪ (2, 3)

Simplificando: [-2, 2] ∪ (2, 3) = [-2, 3)

[Ver resposta 16 no final do documento]

(3 excluído pois anula denominador)

3.1.5.3. Exercício 3

Determine os pontos de interseção de $y = x^2$ e $y = 2x + 3$.

Solução:

$x^2 = 2x + 3$ x^2

- $2x$
- $3 = 0$ $(x$
- $3)(x + 1) = 0$ $x = 3$ ou $x = -1$

Para $x = 3$: $y = 9$ **Para $x = -1$:** $y = 1$

[Ver resposta 17 no final do documento]

3.1.6. Dicas para a Prova

1. **Inequação-produto:** quadro de sinais e multiplicar
2. **Inequação-quociente:** EXCLUIR raízes do denominador
3. **≥ ou ≤:** incluir raízes do numerador (não do denominador!)
4. **Sistema simultâneo:** interseção das soluções
5. **Problema contextualizado:** montar função a partir do enunciado
6. **Máximo/mínimo:** sempre vértice (y_v)
7. **Geometria:** cuidado com dimensões positivas
8. **Física:** tempo negativo não tem sentido (descartar)

3.1.7. Conceitos-Chave para Memorizar

Inequação-Produto:

- Quadro de sinais
- Multiplicar sinais dos fatores

Inequação-Quociente:

- Dividir sinais
- Denominador ≠ 0 (excluir da resposta)

Sistema Linear-Quadrático:

- Substituição
- 0, 1 ou 2 soluções

Problemas:

- Identificar variáveis
- Montar equação/sistema
- Resolver
- Interpretar (descartar soluções sem sentido físico)

3.1.8. Fórmulas Essenciais

```
Quadro de Sinais:
1. Encontrar raízes de cada fator
2. Determinar sinal de cada fator
3. Combinar sinais (× para produto, ÷ para quociente)
4. Ler região pedida

Inequação-Quociente:
Numerador = 0: pode incluir (se ≥ ou ≤)
Denominador = 0: SEMPRE excluir (∅)

Sistema de Inequações:
Resolver cada uma → Interseção S₁ ∩ S₂

Aplicações:
- Perímetro retângulo: 2(x + y)
- Área retângulo: xy
- Altura projétil: h(t) = -gt²/2 + v₀t + h₀
```

3.1.9. Resumo Visual

```
INEQUAÇÃO-PRODUTO: (f₁)(f₂) > 0

        raízes f₁  raízes f₂
f₁:     ─────0────0─────
f₂:     ──0─────────0───
        ───────────────
Prod:   [combinar sinais]

INEQUAÇÃO-QUOCIENTE: f₁/f₂ ≥ 0

Num:    ────0────0────  (pode incluir)
Den:    ──≠0────────≠0  (EXCLUIR sempre)
        ──────────────
Quo:    [dividir sinais]

SISTEMA:
S₁:  ═════(─────)═════
S₂:  ═══════[───────)══

S₁∩S₂:    [──)  (interseção)
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Alto **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- inequações sempre caem!)

3.2. Aula 33

- Química: Ligações Químicas
- Parte 2 (Ligação Covalente)
- 30min

3.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Na Aula 31, estudamos:

- **Ligação Iônica:** metal + não-metal, transferência de elétrons, íons

Nesta aula: Ligação Covalente (molecular)

3.2.2. Ligação Covalente

Definição: Ligação entre **não-metais** através do **compartilhamento de elétrons**.

Características:

- Não-metal + Não-metal
- **Compartilham** elétrons (não transferem)
- Formam **moléculas**
- Pequena diferença de eletronegatividade (ΔEN < 1,7)

Objetivo: Ambos os átomos atingem configuração de gás nobre (regra do octeto ou dueto).

3.2.3. Formação da Ligação Covalente

3.2.3.1. Exemplo 1: Hidrogênio (H_2)

H (Z = 1):

- Distribuição: 1
- Precisa de 1 elétron para completar (dueto: 2 elétrons)

Ligação:

```
H • + • H  →  H : H  ou  H—H
```

Cada H compartilha 1 elétron → ambos ficam com 2 elétrons (estáveis)

Fórmula molecular: H_2

Fórmula estrutural: H—H (traço = par de elétrons compartilhado)

3.2.3.2. Exemplo 2: Cloro (Cl_2)

Cl (Z = 17):

- Distribuição: 2, 8, 7
- Precisa de 1 elétron para completar octeto (8)

Representação de Lewis:

```
:Cl· + ·Cl:  →  :Cl:Cl:  ou  Cl—Cl
```

Cada Cl compartilha 1 elétron → ambos com 8 elétrons na valência

Fórmula molecular: Cl_2

3.2.3.3. Exemplo 3: Água (H_2O)

O (Z = 8):

- Distribuição: 2, 6
- Precisa de 2 elétrons

H:

- Precisa de 1 elétron (cada)

Ligação:

```
    ·O·
   H   H

Cada H compartilha 1 elétron com O
O compartilha 2 elétrons (1 com cada H)
```

Fórmula estrutural:

```
H—O—H
```

O tem 8 elétrons (2 ligações + 4 não-ligantes) Cada H tem 2 elétrons

3.2.3.4. Exemplo 4: Amônia (NH_3)

N (Z = 7):

- Distribuição: 2, 5
- Precisa de 3 elétrons

H: precisa de 1 (cada um)

Fórmula estrutural:

```
    H
    |
  H—N—H
```

N faz 3 ligações (compartilha 6 elétrons) + 2 não-ligantes = 8 total

3.2.3.5. Exemplo 5: Metano (CH_4)

C (Z = 6):

- Distribuição: 2, 4
- Precisa de 4 elétrons

Fórmula estrutural:

```
    H
    |
  H—C—H
    |
    H
```

C faz 4 ligações → 8 elétrons (octeto completo)

3.2.4. Tipos de Ligações Covalentes

3.2.4.1. 1. Ligação Simples

Um par de elétrons compartilhado.

Representação: A—B

Exemplos:

- H—H
- Cl—Cl
- H—O—H

3.2.4.2. 2. Ligação Dupla

Dois pares de elétrons compartilhados.

Representação: A═B

Exemplo: Oxigênio (O_2)

O: 2, 6 (precisa de 2 elétrons)

```
:O::O:   ou   O═O
```

Cada O compartilha 2 elétrons (4 no total) → ligação dupla

3.2.4.3. 3. Ligação Tripla

Três pares de elétrons compartilhados.

Representação: A≡B

Exemplo: Nitrogênio (N_2)

N: 2, 5 (precisa de 3 elétrons)

```
:N:::N:   ou   N≡N
```

Cada N compartilha 3 elétrons (6 no total) → ligação tripla

Outro exemplo: Gás carbônico (CO_2)

```
O═C═O
```

C faz duas ligações duplas (4 pares = 8 elétrons)

3.2.5. Polaridade das Ligações Covalentes

3.2.5.1. Ligação Covalente Apolar

Condição: ΔEN = 0 (átomos iguais ou eletronegatividades iguais)

Características:

- Elétrons compartilhados **igualmente**
- Sem polo positivo/negativo

Exemplos:

- H_2, O_2, N_2, Cl_2 (moléculas diatômicas iguais)
- CH_4 (simetria molecular)

3.2.5.2. Ligação Covalente Polar

Condição: 0 < ΔEN < 1,7 (átomos diferentes)

Características:

- Elétrons compartilhados **desigualmente**
- Átomo mais eletronegativo "puxa" mais os elétrons
- Forma **polos:** δ^+ (parcialmente positivo) e δ^- (parcialmente negativo)

Exemplos:

- **HCl:** Cl mais eletronegativo → H^{(δ+)—Cl}(δ-)
- **H_2O:** O mais eletronegativo → H^{(δ+)—O}(δ-)—H^(δ+)

Dipolo elétrico: representado por seta → apontando para polo negativo

```
H → Cl
  ↑
 dipolo
```

3.2.6. Geometria Molecular (Introdução)

A **forma tridimensional** da molécula influencia propriedades.

Exemplos:

Linear: CO_2 (O═C═O)

- 180°

Angular: H_2O

```
H
 \
  O  (104,5°)
 /
H
```

Trigonal plana: BF_3

- 120°

Tetraédrica: CH_4

```
  H
  |
H—C—H  (109,5°)
  |
  H
```

Piramidal: NH_3

(Aprofundaremos geometria em aulas futuras)

3.2.7. Propriedades dos Compostos Covalentes (Moleculares)

1. Estado físico:

- **Gases** ou **líquidos** à temperatura ambiente (maioria)

- Alguns sólidos (açúcar, gelo)

2. Ponto de fusão e ebulição:

- **Baixos** (forças intermoleculares fracas)
- Exceção: macromoléculas (diamante, quartzo)

3. Condutividade elétrica:

- **NÃO conduzem** (não têm íons livres)
- Exceção: grafite (estrutura especial)

4. Solubilidade:

- Polares: solúveis em solventes polares (água)
- Apolares: solúveis em solventes apolares (gasolina)
- “Semelhante dissolve semelhante”

3.2.8. Comparação: Ligação Iônica vs. Covalente

	IÔNICA	COVALENTE
Átomos	Metal+Não-met.	Não-metal+Não
Processo	Transferência	Compartilhamento
Formam	Íons	Moléculas
Estado físico	Sólidos	Gases/Líquidos
PF/PE	Altos	Baixos
Condutividade	Fund/Dissol.	Não conduz
Exemplo	NaCl	H_2O

3.2.9. Exercícios Resolvidos

3.2.9.1. Exercício 1

Represente a fórmula estrutural do F_2 (Z do F = 9).

Solução:

F: 2, 7 (precisa de 1 elétron)

```
:F: + :F:  →  :F:F:  ou  F—F
```

[Ver resposta 18 no final do documento]

3.2.9.2. Exercício 2

Quantas ligações o carbono faz na molécula CO_2?

Solução:

C: 2, 4 (precisa de 4 elétrons = 4 ligações)

Estrutura: O═C═O

C faz **2 ligações duplas** (total: 4 ligações)

[Ver resposta 19 no final do documento]

3.2.9.3. Exercício 3

A ligação H—Cl é polar ou apolar? Por quê?

Solução:

H e Cl são átomos **diferentes** Cl é **mais eletronegativo** que H $\Delta EN > 0$

[Ver resposta 20 no final do documento]

3.2.9.4. Exercício 4

(UFMG) Qual o tipo de ligação em cada substância: a) NaCl b) H_2 c) CaO

Solução:

1. **NaCl:** Na (metal) + Cl (não-metal) → **Iônica**
2. **H_2:** H + H (não-metais iguais) → **Covalente apolar**
3. **CaO:** Ca (metal) + O (não-metal) → **Iônica**

3.2.10. Dicas para a Prova

1. **Ligação covalente:** não-metal + não-metal
2. **Compartilhamento** de elétrons (não transferência)
3. **Ligação simples:** 1 par (—)
4. **Ligação dupla:** 2 pares (═)
5. **Ligação tripla:** 3 pares (≡)
6. **Apolar:** $\Delta EN = 0$ (átomos iguais ou simétricos)
7. **Polar:** $0 < \Delta EN < 1{,}7$ (átomos diferentes)
8. **Propriedades:** baixos PF/PE, não conduzem

3.2.11. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligação Covalente:

- Não-metal + Não-metal
- Compartilhamento de elétrons
- Formam moléculas

Tipos:

- Simples: — (1 par)
- Dupla: ═ (2 pares)
- Tripla: ≡ (3 pares)

Polaridade:

- Apolar: $\Delta EN = 0$
- Polar: $0 < \Delta EN < 1{,}7$

Propriedades (molecular):

- Baixos PF/PE
- Gases ou líquidos
- Não conduzem eletricidade

3.2.12. Resumo Visual

```
LIGAÇÃO COVALENTE:

Não-metal  +  Não-metal
     ↓            ↓
 Compartilham elétrons
          ↓
      Moléculas

Exemplos:
H · + · H  →  H:H  →  H—H  (H₂)

:Cl· + ·Cl: → :Cl:Cl: → Cl—Cl (Cl₂)

·Ö· + H + H → H:Ö:H → H—O—H (H₂O)


Tipos de Ligação:
Simples:  A—B   (1 par)
Dupla:    A═B   (2 pares)
Tripla:   A≡B   (3 pares)

Polaridade:
Apolar:  H—H  (ΔEN = 0)
         Cl—Cl

Polar:   H^δ+—Cl^δ-  (ΔEN > 0)
         H^δ+—O^δ-—H^δ+
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- ligação covalente é fundamental!)

4. 11/28

- Férias Dia 3

4.1. Aula 34

- Matemática: Função Exponencial
- Parte 1 (Potenciação e Propriedades)
- 90min

4.1.1. Introdução: Crescimento Exponencial

Problemas que envolvem crescimento/decrescimento muito rápido:

- População de bactérias (duplica a cada hora)
- Juros compostos (dinheiro cresce exponencialmente)
- Desintegração radioativa (decaimento exponencial)

Esses fenômenos são modelados por **funções exponenciais**.

4.1.2. Revisão: Potenciação

4.1.2.1. Definição

Potência: a^n (a elevado a n)

- **Base:** a
- **Expoente:** n
- **Resultado:** potência

Exemplos:

- $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
- $5^2 = 5 \times 5 = 25$
- $10^4 = 10.000$

4.1.2.2. Casos Especiais

Expoente zero:

```
a⁰ = 1  (para a ≠ 0)
```

Exemplos: $5^0 = 1$, $100^0 = 1$

Expoente um:

```
a¹ = a
```

Expoente negativo:

```
a^(-n) = 1/a^n
```

Exemplos:

- $2^{(-3)} = 1/2^3 = 1/8$
- $5^{(-2)} = 1/5^2 = 1/25$

Expoente fracionário:

```
a^(m/n) = ⁿ√(a^m)
```

Exemplos:

- $4^{(1/2)} = \sqrt{4} = 2$
- $8^{(2/3)} = \sqrt[3]{(8^2)} = \sqrt[3]{64} = 4$
- $27^{(1/3)} = \sqrt[3]{27} = 3$

4.1.3. Propriedades da Potenciação

4.1.3.1. 1. Multiplicação de Mesma Base

```
a^m × a^n = a^(m+n)
```

Exemplos:

- $2^3 \times 2^2 = 2^{(3+2)} = 2^5 = 32$
- $x^4 \times x^3 = x^7$

Regra: Mantém a base, soma os expoentes.

4.1.3.2. 2. Divisão de Mesma Base

```
a^m / a^n = a^(m-n)
```

Exemplos:

- $5^7 / 5^4 = 5^{(7-4)} = 5^3 = 125$
- $x^8 / x^3 = x^5$

Regra: Mantém a base, subtrai os expoentes.

4.1.3.3. 3. Potência de Potência

```
(a^m)^n = a^(m×n)
```

Exemplos:

- $(2^3)^2 = 2^{(3\times 2)} = 2^6 = 64$
- $(x^2)^5 = x^{(2\times 5)} = x^{10}$

Regra: Mantém a base, multiplica os expoentes.

4.1.3.4. 4. Potência de Produto

```
(a × b)^n = a^n × b^n
```

Exemplos:

- $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$
- $(xy)^3 = x^3y^3$

4.1.3.5. 5. Potência de Quociente

```
(a/b)^n = a^n / b^n
```

Exemplos:

- $(2/3)^2 = 2^2/3^2 = 4/9$
- $(x/y)^4 = x^4/y^4$

4.1.4. Equações Exponenciais Simples

Equação exponencial: incógnita no expoente.

Formato: a^x = b

4.1.4.1. Método 1: Bases Iguais

Se conseguirmos escrever ambos os lados com a mesma base:

```
a^x = a^y  →  x = y
```

Exemplo 1: 2^x = 8

$8 = 2^3$

$2^x = 2^3$

x = 3

Exemplo 2: 5^(x+1) = 25

$25 = 5^2$

$5^{(x+1)} = 5^2$

$x + 1 = 2$

$x = 1$

Exemplo 3: $3^{(2x)} = 1/9$

$1/9 = 1/3^2 = 3^{(-2)}$

$3^{(2x)} = 3^{(-2)}$

$2x = -2$

$x = -1$

Exemplo 4: $4^x = 32$

Bases diferentes, mas podem ser escritas como potências de 2:

$4 = 2^2$ $32 = 2^5$

$(2^2)^x = 2^5$

$2^{(2x)} = 2^5$

$2x = 5$

$x = 5/2$

4.1.4.2. Casos com Soma/Produto no Expoente

Exemplo 5: $2^{(x+2)} = 2^x + 12$

Não podemos igualar expoentes diretamente!

Estratégia: Fatorar

$2^{(x+2)} = 2^x \times 2^2 = 4 \times 2^x$

$4 \times 2^x = 2^x + 12$

4×2^x

- $2^x = 12$

$3 \times 2^x = 12$

$2^x = 4$

$2^x = 2^2$

x = 2

4.1.5. Inequações Exponenciais Simples

Formato: $a^x > b$ (ou <, ≥, ≤)

Regra depende da base:

Se a > 1: função crescente

- $a^x > a^y \rightarrow x > y$

Se 0 < a < 1: função decrescente

- $a^x > a^y \rightarrow x < y$ (inverte!)

Exemplo 1: $2^x > 8$

$2^x > 2^3$

Base 2 > 1 (crescente) → mantém sinal

x > 3

Exemplo 2: $(1/2)^x \geq 4$

$(1/2)^x \geq (1/2)^{-2}$

Base 1/2 < 1 (decrescente) → **inverte** sinal

x ≤ -2

4.1.6. Gráfico da Função Exponencial (Introdução)

Função exponencial: $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)

4.1.6.1. Caso 1: a > 1 (Crescente)

Exemplo: $f(x) = 2^x$

```
x  | f(x)
-2 | 1/4
-1 | 1/2
 0 | 1
 1 | 2
 2 | 4
 3 | 8
```

Gráfico:

```
      |
   8  |          •
   4  |        •
   2  |      •
   1  |    •─────────
 1/2  |  •
      |______________
       -2   0   2
```

Características:

- **Crescente**
- Passa por (0, 1)
- Eixo x é **assíntota horizontal** (nunca toca)
- Sempre positiva (f(x) > 0)

4.1.6.2. Caso 2: 0 < a < 1 (Decrescente)

Exemplo: f(x) = (1/2)^x

```
x  | f(x)
-2 | 4
-1 | 2
 0 | 1
 1 | 1/2
 2 | 1/4
```

Gráfico:

```
     |
   4 | •
   2 |   •
   1 |───•──────
 1/2 |       •
     |         •
     |______________
    -2   0   2
```

Características:

- **Decrescente**
- Passa por (0, 1)
- Eixo x é assíntota
- Sempre positiva

4.1.7. Exercícios Resolvidos

4.1.7.1. Exercício 1

Calcule: a) 2^5 b) 3^(-2) c) 16^(1/2)

Soluções:

1. $2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$
2. $3^{(-2)} = 1/3^2 = 1/9$
3. $16^{(1/2)} = \sqrt{16} = 4$

[Ver resposta 21 no final do documento]

4.1.7.2. Exercício 2

Simplifique: $2^7 \times 2^3 / 2^4$

Solução:

= $2^{(7+3)} / 2^4 = 2^{10} / 2^4 = 2^{(10-4)} = 2^6 = 64$

[Ver resposta 22 no final do documento]

4.1.7.3. Exercício 3

Resolva: 3^x = 81

Solução:

$81 = 3^4$

$3^x = 3^4$

x = 4

4.1.7.4. Exercício 4

Resolva: 2^(x-1) = 1/8

Solução:

$1/8 = 1/2^3 = 2^{(-3)}$

$2^{(x-1)} = 2^{(-3)}$

x

- 1 = -3

x = -2

4.1.7.5. Exercício 5

Resolva a inequação: 5^x < 125

Solução:

$125 = 5^3$

$5^x < 5^3$

Base 5 > 1 (crescente) → mantém sinal

$x < 3$

[Ver resposta 23 no final do documento]

4.1.7.6. Exercício 6

Simplifique: $(x^2y^3)^2 / (xy)^4$

Solução:

$= (x^2)^2(y^3)^2 / x^4y^4 = x^4y^6 / x^4y^4 = x^{(4-4)} y^{(6-4)} = x^0y^2 = y^2$

[Ver resposta 24 no final do documento]

4.1.8. Dicas para a Prova

1. **$a^0 = 1$** (sempre)
2. **$a^{-n} = 1/a^n$** (expoente negativo = inverso)
3. **Multiplicação:** soma expoentes (mesma base)
4. **Divisão:** subtrai expoentes
5. **(a^{m)}n = a^(m×n)**
6. **Equação $a^x = a^y$:** $x = y$
7. **Inequação e $a > 1$:** mantém sinal
8. **Inequação e $0 < a < 1$:** inverte sinal
9. **Gráfico:** sempre passa por (0, 1)

4.1.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Potenciação:

- $a^n = a \times a \times \ldots \times a$ (n vezes)
- $a^0 = 1$

- $a^{(-n)} = 1/a^n$
- $a^{(m/n)} = \sqrt[n]{(a^m)}$

Propriedades (mesma base):

- $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$
- $a^m / a^n = a^{(m-n)}$
- (a^{m)}n = a^(m×n)

Equação Exponencial:

- $a^x = a^y \rightarrow x = y$

Inequação:

- $a > 1$: crescente (mantém sinal)
- $0 < a < 1$: decrescente (inverte sinal)

Gráfico:

- Passa por (0, 1)
- Sempre $f(x) > 0$
- Eixo x é assíntota

4.1.10. Fórmulas Essenciais

```
Propriedades de Potenciação:
a^m × a^n = a^(m+n)
a^m / a^n = a^(m-n)
(a^m)^n = a^(mn)
(ab)^n = a^n b^n
(a/b)^n = a^n / b^n

Casos Especiais:
a⁰ = 1
a¹ = a
a^(-n) = 1/a^n
a^(1/n) = ⁿ√a
a^(m/n) = ⁿ√(a^m)

Equação:
a^x = a^y  ⟹  x = y

Inequação:
a > 1:     a^x > a^y  ⟹  x > y
0 < a < 1: a^x > a^y  ⟹  x < y
```

4.1.11. Resumo Visual

```
PROPRIEDADES:

Multiplicação:    Divisão:
2³ × 2² = 2⁵      2⁵ / 2² = 2³
↑soma expoentes   ↑subtrai

Potência de Potência:
(2³)² = 2⁶
    ↑multiplica

GRÁFICOS:

a > 1 (crescente):   0 < a < 1 (decresc.):
     |                    |
   • |                  • |
  •  |(0,1)        (0,1)|  •
 •———•                •———•
     |                    |
—————┼—————          —————┼—————

Sempre > 0           Sempre > 0
Passa por (0,1)      Passa por (0,1)
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- função exponencial é muito cobrada!)

4.2. Aula 35

- Química: Ligações Químicas
- Parte 3 (Ligação Metálica)
- 30min

4.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Já estudamos:

- **Aula 31:** Ligação Iônica (metal + não-metal, transferência)
- **Aula 33:** Ligação Covalente (não-metal + não-metal, compartilhamento)

Nesta aula: Ligação Metálica

4.2.2. Ligação Metálica

Definição: Ligação entre **átomos de metais**, formando estruturas sólidas metálicas.

Onde ocorre:

- Metais puros: Fe, Cu, Au, Ag, Al, Na, etc.
- Ligas metálicas: bronze (Cu + Sn), aço (Fe + C), latão (Cu + Zn)

4.2.3. Modelo do "Mar de Elétrons"

Teoria:

- Átomos metálicos perdem elétrons da camada de valência
- Formam **cátions** (+) fixos em posições
- Elétrons livres ("deslocalizados") movem-se livremente
- **"Mar de elétrons":** elétrons circulam entre os cátions

Representação:

```
  +    +    +    +
e⁻  e⁻  e⁻  e⁻  e⁻
  +    +    +    +
e⁻  e⁻  e⁻  e⁻  e⁻
  +    +    +    +
```

Cátions (+): núcleos dos átomos metálicos **e^-:** elétrons livres, móveis

Atração:

- Cátions (+) atraem elétrons (-)
- Elétrons mantêm os cátions unidos
- **Ligação metálica:** atração entre cátions e mar de elétrons

4.2.4. Propriedades dos Metais

As propriedades dos metais são explicadas pelo modelo do mar de elétrons.

4.2.4.1. 1. Condutividade Elétrica

Característica: Metais **conduzem eletricidade** muito bem.

Explicação:

- Elétrons livres movem-se facilmente
- Ao aplicar diferença de potencial (voltagem), elétrons fluem
- **Corrente elétrica** = fluxo de elétrons

Aplicações: Fios elétricos (Cu, Al)

Melhores condutores: Ag (prata), Cu (cobre), Au (ouro)

4.2.4.2. 2. Condutividade Térmica

Característica: Metais conduzem **calor** eficientemente.

Explicação:

- Elétrons livres transportam energia térmica rapidamente
- Vibração dos cátions também contribui

Aplicações: Panelas (Al, Fe), dissipadores de calor (Cu)

4.2.4.3. 3. Maleabilidade

Característica: Metais podem ser **martelados** em lâminas finas sem quebrar.

Explicação:

- Cátions podem deslizar uns sobre os outros
- Mar de elétrons "se ajusta" à nova posição
- Ligação não é rompida

Exemplos: Folhas de alumínio, ouro batido

4.2.4.4. 4. Ductilidade

Característica: Metais podem ser **esticados** em fios.

Explicação:

- Mesma razão da maleabilidade
- Cátions deslizam, elétrons mantêm ligação

Exemplos: Fios de cobre, arame

4.2.4.5. 5. Brilho Metálico

Característica: Metais têm **superfície brilhante** quando polidos.

Explicação:

- Elétrons livres absorvem e re-emitem luz (reflexão)
- Aparecem "brilhantes"

Aplicações: Espelhos (Ag), joias (Au, Ag)

4.2.4.6. 6. Estado Físico e Pontos de Fusão/Ebulição

Característica:

- Maioria são **sólidos** à temperatura ambiente (exceto Hg
- mercúrio)
- Pontos de fusão/ebulição **variados** (geralmente médios a altos)

Explicação:

- Ligações metálicas são fortes (mas menos que iônicas)

- Dependem do número de elétrons de valência e tamanho do átomo

Exemplos:

- **Altos PF:** W (tungstênio)
- 3422°C
- **Baixos PF:** Hg (mercúrio)
- líquido (-39°C), Ga (gálio)
- 30°C

4.2.4.7. 7. Densidade

Característica: Muitos metais são **densos.**

Explicação:

- Átomos empacotados compactamente no retículo cristalino

Exemplos:

- **Mais densos:** Os (ósmio), Ir (irídio), Pt (platina), Au (ouro)
- **Menos densos:** Li (lítio), Na (sódio), K (potássio)

4.2.5. Ligas Metálicas

Liga metálica: mistura de dois ou mais metais (ou metal + não-metal).

Objetivo: Melhorar propriedades (dureza, resistência à corrosão, etc.)

Exemplos:

Liga	Composição	Uso
Aço	Fe + C (carbono)	Construção, ferramentas
Bronze	Cu + Sn (estanho)	Esculturas, moedas antigas
Latão	Cu + Zn (zinco)	Instrumentos musicais
Ouro 18k	Au (75%) + Cu/Ag (25%)	Joias (ouro puro é mole)
Aço inox	Fe + Cr + Ni	Talheres, equipamentos

Vantagens das ligas:

- **Mais duras** que metais puros
- Resistência à **corrosão**
- Podem ser **mais baratas**
- Propriedades **ajustáveis**

4.2.6. Resumo: Três Tipos de Ligação

	IÔNICA	COVALENTE	METÁLICA
Átomos	Metal+ Não-metal	Não-metal +Não-metal	Metais
Processo	Transfer.	Compartil.	Mar de e-
Formam	Íons cristais	Moléculas	Rede cristalina
PF/PE	Altos	Baixos	Variados
Condutiv. Elétrica	Fund/Dis.	Não	Sim (sempre)
Exemplo	NaCl	H_2O	Fe

4.2.7. Exercícios Resolvidos

4.2.7.1. Exercício 1

Por que metais conduzem eletricidade, mas compostos iônicos sólidos não?

Resposta: Metais: têm elétrons livres que se movem facilmente, transportando carga.

Iônicos sólidos: íons estão **fixos** no retículo cristalino, não podem se mover. Só conduzem quando fundidos ou dissolvidos (íons ficam livres).

4.2.7.2. Exercício 2

Explique por que o ouro usado em joias é geralmente uma liga (ouro 18k) e não ouro puro.

Resposta: Ouro puro (24k) é muito **mole e maleável**, deformando facilmente. A liga com cobre ou prata (18k = 75% Au + 25% outros) torna o material **mais duro e resistente**, adequado para joias.

4.2.7.3. Exercício 3

Qual o tipo de ligação presente em: a) Fe (ferro) b) H_2O (água) c) KCl (cloreto de potássio)

Respostas:

1. **Metálica** (Fe é metal)
2. **Covalente** (H e O são não-metais)
3. **Iônica** (K é metal, Cl é não-metal)

4.2.7.4. Exercício 4

(UFMG) Por que o cobre é usado em fios elétricos?

Resposta: Cobre tem excelente **condutividade elétrica** (elétrons livres), é **maleável** e **ductil** (pode ser esticado em fios), e tem custo relativamente baixo comparado à prata (melhor condutor).

4.2.8. Dicas para a Prova

1. **Ligação metálica:** entre metais
2. **Mar de elétrons:** elétrons livres, móveis
3. **Conduzem eletricidade:** sempre (elétrons livres)
4. **Maleáveis e dúcteis:** cátions deslizam
5. **Brilho metálico:** elétrons refletem luz
6. **Ligas:** mistura de metais (melhoram propriedades)
7. **Comparar ligações:** iônica, covalente, metálica
8. **Hg:** único metal líquido (temperatura ambiente)

4.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Ligação Metálica:

- Entre metais
- Mar de elétrons livres
- Cátions fixos + elétrons móveis

Propriedades dos Metais:

- Condutividade elétrica (elétrons livres)
- Condutividade térmica
- Maleabilidade (martelar)
- Ductilidade (esticar)
- Brilho metálico
- Sólidos (maioria)

Ligas Metálicas:

- Mistura de metais
- Melhoram propriedades
- Exemplos: aço, bronze, latão

4.2.10. Resumo Visual

```
LIGAÇÃO METÁLICA:

Metal  +  Metal  →  Retículo Metálico
  ↓         ↓
Perdem valência
  ↓
Cátions ⁺ + Mar de elétrons e⁻

Modelo:
   +   +   +   +
  e⁻ e⁻ e⁻ e⁻ e⁻  ← elétrons livres
   +   +   +   +
  e⁻ e⁻ e⁻ e⁻ e⁻
   +   +   +   +

Propriedades:
├─ Conduzem eletricidade (e⁻ livres)
├─ Conduzem calor
├─ Maleáveis (cátions deslizam)
├─ Dúcteis (esticam)
├─ Brilho (reflexão luz)
└─ Sólidos (maioria)

COMPARAÇÃO LIGAÇÕES:

IÔNICA:     Metal → Não-metal
            Transferência

COVALENTE:  Não-metal → Não-metal
            Compartilhamento

METÁLICA:   Metal → Metal
            Mar de elétrons
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐ (importante

- completa o estudo de ligações!)

5. 11/29

- Férias Dia 4

5.1. Aula 36

- Matemática: Função Exponencial
- Parte 2 (Equações, Gráficos e Crescimento)
- 90min

5.1.1. Revisão: Função Exponencial Parte 1

Na Aula 34, estudamos:

- Potenciação e propriedades
- Equações exponenciais simples (bases iguais)
- Inequações básicas
- Gráfico introdutório

Nesta aula: Equações mais complexas, gráficos detalhados e aplicações.

5.1.2. Definição de Função Exponencial

Função Exponencial:

```
f(x) = a^x
```

Onde:

- **a:** base ($a > 0$ e $a \neq 1$)

- **x:** expoente (variável)

Por que a > 0 e a ≠ 1?

- **a > 0:** evitar resultados indefinidos (ex: (-2)^(1/2))
- **a ≠ 1:** pois 1^x = 1 (constante, não exponencial)

Forma geral:

```
f(x) = b · a^(cx + d) + e
```

Mas começamos com a forma básica: f(x) = a^x

5.1.3. Propriedades da Função Exponencial

1. Domínio: D(f) = $\mathbb{R}$ (todos os reais)

2. Imagem: Im(f) = $\mathbb{R}_+^*$ = (0, +∞)

- Função sempre positiva: f(x) > 0 para todo x

3. Intercepto com eixo y:

- Quando x = 0: f(0) = a^0 = 1
- Sempre passa pelo ponto **(0, 1)**

4. Não intercepta eixo x:

- Nunca f(x) = 0 (sempre positiva)
- Eixo x é **assíntota horizontal**

5. Injetora:

- Se a^x_1 = a^x_2, então x_1 = x_2
- Cada valor de y corresponde a único valor de x

6. Monotonia (crescimento):

- **a > 1:** estritamente crescente
- **0 < a < 1:** estritamente decrescente

5.1.4. Gráficos Detalhados

```
GRÁFICOS DA FUNÇÃO EXPONENCIAL: f(x) = aˣ

Caso 1: a > 1 (CRESCENTE)        Caso 2: 0 < a < 1 (DECRESCENTE)

     y                                y
     │                                │
   4 │          ╱                   4 │╲
     │         ╱                      │ ╲
   3 │        ╱                     3 │  ╲
     │       ╱                        │   ╲
   2 │      ╱                       2 │    ╲
     │     ╱                          │     ╲
   1 ├───●───────────── x          1 ├──────●──── x
     │  (0,1)                         │    (0,1)
─────┼──────────────           ──────┼──────────
     0                                0

Propriedades Comuns:
• Sempre passa por (0, 1)
• Sempre f(x) > 0 (acima do eixo x)
• Domínio: ℝ (todos os reais)
• Imagem: (0, +∞) (apenas positivos)
• NÃO tem raízes (não corta eixo x)

Se a > 1:                       Se 0 < a < 1:
• Função CRESCENTE               • Função DECRESCENTE
• x → +∞, f(x) → +∞            • x → +∞, f(x) → 0
• x → -∞, f(x) → 0             • x → -∞, f(x) → +∞
```

5.1.4.1. Caso 1: a > 1 (Função Crescente)

Exemplos: f(x) = 2^x, f(x) = 3^x, f(x) = 10^x

Características:

- Cresce rapidamente para x > 0

- Aproxima-se de 0 para x → -∞
- Passa por (0, 1)

Tabela (f(x) = 2^x):

```
x   | -3  | -2  | -1  |  0  |  1  |  2  |  3
f(x)| 1/8 | 1/4 | 1/2 |  1  |  2  |  4  |  8
```

Gráfico:

```
      |
   8  |           •
   4  |         •
   2  |       •
   1  |•─────•─────────
 1/2  |  •
 1/4  | •
      |•________________
    -3   -1  0   1   2   3
```

Quanto maior a base, mais "vertical" a curva:

- 10^x cresce mais rápido que 2^x

5.1.4.2. Caso 2: 0 < a < 1 (Função Decrescente)

Exemplos: f(x) = (1/2)^x, f(x) = (1/3)^x

Características:

- Decresce rapidamente para x > 0
- Aproxima-se de 0 para x → +∞
- Passa por (0, 1)

Tabela (f(x) = (1/2)^x):

```
x   | -3  | -2  | -1  |  0  |  1  |  2  |  3
f(x)|  8  |  4  |  2  |  1  | 1/2 | 1/4 | 1/8
```

Gráfico:

```
     |
  8  |•
  4  | •
  2  |  •
  1  |───•─────•
1/2  |       •
1/4  |         •
     |___________•____
   -3   -1   0   1   2   3
```

Relação importante:

```
(1/a)^x = a^(-x)
```

Então: f(x) = (1/2)^x é reflexão de g(x) = 2^x em relação ao eixo y

5.1.5. Equações Exponenciais Avançadas

5.1.5.1. Técnica 1: Substituição

Quando aparece a mesma base com expoentes relacionados.

Exemplo 1: 4^x

- 2^x
- 2 = 0

Observar: 4^x = (2²)^x = 2^(2x) = (2^x)²

Substituição: y = 2^x

y^2

- y
- $2 = 0$

$(y$

- $2)(y + 1) = 0$

$y = 2$ ou $y = -1$

Voltar para x:

$2^x = 2 \rightarrow x = 1$ ✓

$2^x = -1 \rightarrow$ impossível $(2^x > 0)$ ✗

[Ver resposta 25 no final do documento]

Exemplo 2: 9^x

- $4 \cdot 3^x + 3 = 0$

$9^x = (3^2)^x = (3^x)^2$

Substituição: $y = 3^x$

y^2

- $4y + 3 = 0$

$(y$

- $1)(y$
- $3) = 0$

$y = 1$ ou $y = 3$

$3^x = 1 = 3^0 \rightarrow x = 0$ $3^x = 3 = 3^1 \rightarrow x = 1$

[Ver resposta 26 no final do documento]

5.1.5.2. Técnica 2: Bases Diferentes mas Relacionadas

Exemplo: 2^(x+1) + 2^(x-1) = 5

Fatorar usando propriedades:

2^(x+1) = 2·2^x 2^(x-1) = 2^x/2

2·2^x + 2^x/2 = 5

Multiplicar por 2:

4·2^x + 2^x = 10

5·2^x = 10

2^x = 2 = 2^1

x = 1

5.1.5.3. Técnica 3: Logaritmo (introdução)

Para equações como 2^x = 5, precisaremos de logaritmos (próximas aulas).

5.1.6. Inequações Exponenciais Avançadas

Exemplo 1: 2^(2x)

- 5·2^x + 4 ≤ 0

Substituição: y = 2^x (y > 0)

y^2

- 5y + 4 ≤ 0

Raízes: (y

- 1)(y
- 4) = 0 y = 1 ou y = 4

Estudo do sinal: a = 1 > 0 (parábola ∪)

```
\_____/
1      4
```

y^2

- $5y + 4 \leq 0$: **$1 \leq y \leq 4$**

Voltar para x:

$1 \leq 2^x \leq 4$

$2^0 \leq 2^x \leq 2^2$

$0 \leq x \leq 2$

[Ver resposta 27 no final do documento]

5.1.7. Aplicações: Crescimento e Decaimento Exponencial

5.1.7.1. Aplicação 1: Crescimento Populacional

Uma população de bactérias dobra a cada hora. Inicialmente há 100 bactérias.

Modelo:

```
P(t) = P₀ · 2^t
P(t) = 100 · 2^t
```

Onde:

- $P(t)$: população após t horas
- $P_0 = 100$: população inicial
- Base 2: dobra a cada hora

a) Quantas bactérias após 5 horas?

$P(5) = 100 \cdot 2^5 = 100 \cdot 32 = 3.200$ bactérias

b) Quando atinge 12.800 bactérias?

$100 \cdot 2^t = 12.800$

$2^t = 128 = 2^7$

t = 7 horas

5.1.7.2. Aplicação 2: Decaimento Radioativo

Uma substância radioativa tem meia-vida de 10 anos (metade se desintegra a cada 10 anos).

Modelo:

```
M(t) = M₀ · (1/2)^(t/10)
```

Se M_0 = 800g:

a) Massa após 30 anos?

$M(30) = 800 \cdot (1/2)^{(30/10)} = 800 \cdot (1/2)^3 = 800 \cdot 1/8 = 100g$

b) Quando resta 100g?

$800 \cdot (1/2)^{(t/10)} = 100$

$(1/2)^{(t/10)} = 1/8 = (1/2)^3$

$t/10 = 3$

t = 30 anos

5.1.7.3. Aplicação 3: Juros Compostos

Capital inicial de R$ 1.000 aplicado a 10% ao ano (juros compostos).

Modelo:

```
M(t) = C · (1 + i)^t
M(t) = 1000 · (1,1)^t
```

Após 5 anos:

$M(5) = 1000 \cdot (1,1)^5 \approx 1000 \cdot 1,61 \approx$ R\$ 1.610

5.1.8. Exercícios Resolvidos

5.1.8.1. Exercício 1

Resolva: 5^(2x)

- 25 = 0

Solução:

$5^{(2x)} = 25 = 5^2$

$2x = 2$

x = 1

5.1.8.2. Exercício 2

Determine o conjunto solução: $3^x > 27$

Solução:

$3^x > 3^3$

Base 3 > 1 (crescente) → mantém sinal

x > 3

S = (3, +∞)

5.1.8.3. Exercício 3

Resolva: $2^{(x+2)} + 2^x = 20$

Solução:

$2^{(x+2)} = 2^2 \cdot 2^x = 4 \cdot 2^x$

$4 \cdot 2^x + 2^x = 20$

$5 \cdot 2^x = 20$

$2^x = 4 = 2^2$

x = 2

5.1.8.4. Exercício 4

Uma população de 500 bactérias triplica a cada 2 horas. Quantas bactérias após 6 horas?

Solução:

$P(t) = 500 \cdot 3^{(t/2)}$

$P(6) = 500 \cdot 3^{(6/2)} = 500 \cdot 3^3 = 500 \cdot 27 = 13.500$

[Ver resposta 28 no final do documento]

5.1.9. Dicas para a Prova

1. **Sempre passa por (0, 1)**
2. **Sempre positiva:** $f(x) > 0$
3. **a > 1:** crescente; **0 < a < 1:** decrescente
4. **Substituição:** quando aparece $(a^x)^2$
5. **Fatorar:** $2^{(x+1)} = 2 \cdot 2^x$
6. **Crescimento:** base > 1
7. **Decaimento:** base entre 0 e 1
8. **Juros compostos:** $M = C(1+i)^t$

5.1.10. Conceitos-Chave para Memorizar

Função Exponencial:

- $f(x) = a^x$ ($a > 0$, $a \neq 1$)
- Domínio: $\mathbb{R}$
- Imagem: $(0, +\infty)$
- Passa por (0, 1)

Comportamento:

- $a > 1$: crescente
- $0 < a < 1$: decrescente

Técnicas de Resolução:

- Bases iguais: igualar expoentes
- Substituição: $y = a^x$
- Fatorar: usar propriedades

Aplicações:

- Crescimento: $P(t) = P_0 \cdot a^t$ $(a > 1)$
- Decaimento: $M(t) = M_0 \cdot a^t$ $(0 < a < 1)$
- Juros: $M = C(1+i)^t$

5.1.11. Fórmulas Essenciais

```
Função Exponencial:
f(x) = a^x  (a > 0, a ≠ 1)

Propriedades:
- D(f) = ℝ
- Im(f) = ℝ₊* = (0, +∞)
- f(0) = 1
- a > 1: crescente
- 0 < a < 1: decrescente

Transformações:
a^(x+n) = a^n · a^x
a^(x-n) = a^x / a^n
(a^m)^x = a^(mx)

Aplicações:
Crescimento: P(t) = P₀ · a^t
Decaimento: M(t) = M₀ · (1/2)^(t/T)  [T = meia-vida]
Juros Compostos: M = C(1 + i)^t
```

5.1.12. Resumo Visual

```
GRÁFICOS:

a > 1 (crescente):     0 < a < 1 (decresc.):
      |                      |
    8 |        •           8 |•
    4 |      •             4 | •
    2 |    •               2 |  •
    1 |──•──               1 |───•──
      |•                     |       •
    ──┼──────────          ──┼──────────

CRESCIMENTO:           DECAIMENTO:
P(t) = P₀ · a^t       M(t) = M₀ · a^t
(a > 1)               (0 < a < 1)

  •                      •
    •                  •
      •              •
        •          •
          •      •

SUBSTITUIÇÃO:
4^x = (2^x)²
9^x = (3^x)²
Se y = a^x, então a^(2x) = y²
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- aplicações são muito cobradas!)

5.2. Aula 37

- Física: Forças Especiais
- Peso, Normal e Atrito (Revisão e Aprofundamento)
- 30min

5.2.1. Revisão: Leis de Newton

Na Aula 22, estudamos as Leis de Newton e tipos básicos de forças.

Nesta aula: Aprofundamento em forças especiais e aplicações.

5.2.2. Força Peso (P)

Definição: Força gravitacional que a Terra exerce sobre um corpo.

Fórmula:

```
P = m · g
```

Onde:

- P: peso (N
- newtons)
- m: massa (kg)
- g: aceleração da gravidade (m/s²)

Na Terra: $g \approx 10$ m/s² (ou 9,8 m/s² para maior precisão)

Características:

- **Direção:** vertical
- **Sentido:** para baixo (centro da Terra)
- **Ponto de aplicação:** centro de gravidade do corpo

Diferença Massa vs. Peso:

Massa (m)	Peso (P)
Quantidade de matéria	Força gravitacional
Escalar (kg)	Vetor (N)
NÃO varia	VARIA com g
Mesma em qualquer lugar	Diferente em planetas

Exemplos:

Pessoa com 60 kg:

- **Terra:** P = 60 × 10 = 600 N
- **Lua:** g_Lua ≈ 1,6 m/s² → P = 60 × 1,6 = 96 N
- **Massa:** 60 kg (não muda!)

5.2.3. Força Normal (N)

Definição: Força de reação da superfície, perpendicular ao contato.

Características:

- **Direção:** perpendicular à superfície
- **Sentido:** "empurra" o corpo para fora da superfície
- **Intensidade:** varia conforme situação

NÃO é sempre igual ao peso!

5.2.3.1. Caso 1: Superfície Horizontal (equilíbrio vertical)

```
   ↑ N
   |
[corpo]
   |
   ↓ P
```

Equilíbrio vertical: ΣF_y = 0 N

- P = 0 **N = P = mg**

5.2.3.2. Caso 2: Corpo em Aceleração Vertical

a) Elevador subindo acelerado (a ↑):

```
  ↑ N
  |
[corpo] ↑ a
  |
  ↓ P
```

F_R = ma (para cima) N

- P = ma **N = P + ma = m(g + a)**

Normal **maior** que peso (sensação de "mais pesado")

b) Elevador descendo acelerado (a ↓):

F_R = ma (para baixo) P

- N = ma *N = P
- ma = m(g
- a)*

Normal **menor** que peso (sensação de "mais leve")

c) Queda livre (a = g ↓):

N = m(g

- g) = 0

N = 0 (ausência de peso, "flutuação")

5.2.3.3. Caso 3: Plano Inclinado

```
         N ↑ (perp. ao plano)
        /|
       / |
    [corpo]
     / | \
    /  |  \ P_y (paralela)
   /   |   \
  /    ↓    \
 /   P_x     \ θ
______________
```

Decomposição do peso:

- P_x = P · sen(θ) = mg sen(θ) (paralelo ao plano)
- P_y = P · cos(θ) = mg cos(θ) (perpendicular ao plano)

Equilíbrio perpendicular: N = P_y = mg cos(θ)

5.2.3.4. Caso 4: Corpo Pressionado Contra Parede

```
Parede
  | ← N
  |
  | [corpo] → F (força aplicada)
  |
```

N = F (força aplicada horizontalmente)

5.2.4. Força de Atrito (F_at)

Definição: Força que se opõe ao movimento relativo entre superfícies em contato.

Características:

- **Direção:** paralela às superfícies
- **Sentido:** oposto ao movimento (ou tendência)

- **Origem:** irregularidades microscópicas das superfícies

5.2.4.1. Atrito Estático (F_at,e)

Quando: corpo em repouso, tende a se mover mas ainda está parado.

Características:

- Varia de 0 até máximo
- **$F_{at,e} \leq \mu_e \cdot N$**

Força de atrito estático máximo:

```
F_at,e(máx) = μ_e · N
```

μ_e: coeficiente de atrito estático (adimensional)

Exemplo: Empurrando caixa com força crescente:

- Força pequena: caixa não move ($F_{at} = F_{aplicada}$)
- Aumenta força: atrito aumenta
- Atinge $F_{at}(máx)$: caixa está prestes a deslizar
- Ultrapassa $F_{at}(máx)$: caixa começa a deslizar

5.2.4.2. Atrito Cinético (F_at,c)

Quando: corpo em movimento.

Fórmula:

```
F_at,c = μ_c · N
```

μ_c: coeficiente de atrito cinético

Observações:

- Valor constante (não varia)
- Geralmente $\mu_c < \mu_e$ (mais fácil manter movimento que iniciar)

5.2.4.3. Fatores que Influenciam o Atrito

Depende de:

- **Natureza das superfícies:** μ (coeficiente)
- **Força normal:** N

NÃO depende de:

- Área de contato
- Velocidade (atrito cinético)

5.2.5. Aplicações

5.2.5.1. Problema 1

Um bloco de 10 kg está sobre uma superfície horizontal. $\mu_e = 0{,}4$ e $\mu_c = 0{,}3$. Qual a força mínima para: a) Tirar o bloco do repouso? b) Mantê-lo em movimento? ($g = 10$ m/s²)

Solução:

$N = P = mg = 10 \times 10 = 100$ N

1. **Força para tirar do repouso:** $F \geq F_{at,e(máx)} = \mu_e \cdot N = 0{,}4 \times 100 = 40$ N

F ≥ 40 N

1. **Manter em movimento:** $F = F_{at,c} = \mu_c \cdot N = 0{,}3 \times 100 = 30$ N

F = 30 N

5.2.5.2. Problema 2

Bloco de 5 kg em plano inclinado de 30°. Determine a normal e a componente paralela do peso. ($g = 10$ m/s²)

Solução:

$P = 5 \times 10 = 50$ N

Normal: $N = mg \cos(30°) = 50 \times (\sqrt{3}/2) \approx 50 \times 0{,}87 \approx 43{,}5$ N

Componente paralela: $P_x = mg \operatorname{sen}(30°) = 50 \times 0{,}5 = 25$ N

5.2.6. Exercícios Resolvidos

5.2.6.1. Exercício 1

Qual o peso de um corpo de massa 8 kg na Terra ($g = 10\ m/s^2$)?

Solução: $P = mg = 8 \times 10 = 80$ N

[Ver resposta 29 no final do documento]

5.2.6.2. Exercício 2

Uma pessoa de 70 kg está em um elevador que sobe com aceleração de $2\ m/s^2$. Qual a normal? ($g = 10\ m/s^2$)

Solução:

Elevador subindo acelerado: $N = m(g + a) = 70(10 + 2) = 70 \times 12 = 840$ N

[Ver resposta 30 no final do documento]

5.2.6.3. Exercício 3

(UFMG) Um bloco está em repouso sobre uma mesa. A força normal é: a) Sempre igual ao peso b) Par ação-reação do peso c) Força de reação da mesa

[Ver resposta 31 no final do documento]

Importante: Normal NÃO é par ação-reação do peso!

- Peso: Terra atrai bloco
- Reação do peso: Bloco atrai Terra

5.2.7. Dicas para a Prova

1. **Peso:** sempre $P = mg$ (para baixo)
2. **Normal:** perpendicular à superfície
3. **N = P:** só em superfície horizontal sem aceleração vertical
4. **Plano inclinado:** $N = mg\cos(\theta)$
5. **Atrito estático:** $F_{at} \leq \mu_e N$ (varia)

6. **Atrito cinético:** $F_{at} = \mu_c N$ (constante)
7. **$\mu_e > \mu_c$:** iniciar movimento é mais difícil
8. **Atrito:** sempre oposto ao movimento

5.2.8. Conceitos-Chave para Memorizar

Peso:

- $P = mg$
- Vertical, para baixo
- Varia com g

Normal:

- Perpendicular à superfície
- Varia conforme situação
- Horizontal: $N = P$
- Inclinado: $N = mg \cos(\theta)$

Atrito:

- Opõe movimento
- Estático: $F_{at} \leq \mu_e N$
- Cinético: $F_{at} = \mu_c N$
- $\mu_e > \mu_c$

5.2.9. Fórmulas Essenciais

```
Peso:
P = m · g

Normal (casos):
Horizontal: N = P = mg
Elevador (↑a): N = m(g + a)
Elevador (↓a): N = m(g
- a)
Plano inclinado: N = mg cos(θ)

Atrito:
Estático (máx): F_at,e = μ_e · N
Cinético: F_at,c = μ_c · N

Plano Inclinado:
P_paralela = mg sen(θ)
P_perpendicular = mg cos(θ)
```

5.2.10. Resumo Visual

```
PESO:
    [corpo]
       |
       ↓ P = mg

NORMAL:

Horizontal:    Inclinado (θ):
  ↑ N             N ↑
  |              /|
[corpo]      [corpo]
  |            /
  ↓ P         / P
          θ

ATRITO:

Estático:           Cinético:
[corpo] → F_apl    [corpo] → v
←F_at (varia)     ←F_at (constante)

F_at ≤ μ_e·N      F_at = μ_c·N
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐ (muito importante

- forças são essenciais!)

6. 11/30

- Férias Dia 5

6.1. Aula 38

- Matemática: Função Logarítmica
- Parte 1 (Definição e Logaritmo Decimal/Natural)
- 90min

6.1.1. Introdução: O Problema Inverso

Problema: Resolver 2^x = 8 é fácil (x = 3).

Mas e 2^x = 5? Não conseguimos escrever 5 como potência de 2!

Solução: Usar **logaritmos**.

6.1.2. Definição de Logaritmo

Logaritmo é o expoente ao qual devemos elevar a base para obter um número.

Definição formal:

```
log_a b = x  ⟺  a^x = b
```

Onde:

- **a:** base ($a > 0$, $a \neq 1$)
- **b:** logaritmando ($b > 0$)
- **x:** logaritmo

Lê-se: "Logaritmo de b na base a é igual a x"

Significado: "a elevado a x é igual a b"

6.1.3. Exemplos Básicos

Exemplo 1: $\log_2 8 = ?$

"2 elevado a quanto dá 8?" $2^3 = 8$ **$\log_2 8 = 3$**

Exemplo 2: $\log_5 125 = ?$

$5^3 = 125$ **$\log_5 125 = 3$**

Exemplo 3: $\log_{10} 100 = ?$

$10^2 = 100$ **$\log_{10} 100 = 2$**

Exemplo 4: $\log_3 (1/9) = ?$

$3^x = 1/9 = 1/3^2 = 3^{-2}$ **$\log_3 (1/9) = -2$**

Exemplo 5: $\log_4 2 = ?$

$4^x = 2$ $(2^2)^x = 2$ $2^{(2x)} = 2^1$ $2x = 1$ **$\log_4 2 = 1/2$**

6.1.4. Casos Especiais

6.1.4.1. 1. Logaritmo de 1

```
log_a 1 = 0  (para qualquer a)
```

Por quê? $a^0 = 1$

Exemplos:

- $\log_5 1 = 0$
- $\log_{10} 1 = 0$

6.1.4.2. 2. Logaritmo da Base

```
log_a a = 1  (para qualquer a)
```

Por quê? $a^1 = a$

Exemplos:

- $\log_7 7 = 1$
- $\log_{10} 10 = 1$

6.1.4.3. 3. Potência da Base

```
log_a (a^n) = n
```

Exemplos:

- $\log_2 (2^5) = 5$
- $\log_3 (3^{-2}) = -2$

6.1.4.4. 4. Base Elevada ao Logaritmo

```
a^(log_a b) = b
```

Exemplo: $2^(\log_2 5) = 5$

6.1.5. Condições de Existência

Para log_a b existir:

1. **a > 0 e a ≠ 1** (base positiva e diferente de 1)
2. **b > 0** (logaritmando positivo)

Consequências:

- $\log_2 (-4)$: NÃO existe (logaritmando negativo)
- $\log_1 5$: NÃO existe (base = 1)
- $\log_{-2} 8$: NÃO existe (base negativa)
- $\log_2 0$: NÃO existe (logaritmando = 0)

6.1.6. Logaritmo Decimal (Base 10)

Logaritmo decimal: $\log_{10} b$

Notação simplificada:

```
log b = log₁₀ b
```

Quando a base não aparece, é base 10!

Exemplos:

- $\log 100 = \log_{10} 100 = 2$ (pois $10^2 = 100$)
- $\log 1000 = 3$ (pois $10^3 = 1000$)
- $\log 0{,}01 = -2$ (pois $10^{-2} = 0{,}01$)

Aplicações:

- Escala Richter (terremotos)
- pH (acidez)
- Decibéis (som)
- Ordens de grandeza

6.1.7. Logaritmo Natural (Base e)

Número de Euler:

```
e ≈ 2,718281828...
```

Logaritmo natural: log_e b

Notação:

```
ln b = log_e b
```

Lê-se: “ene de b” ou “logaritmo natural de b”

Exemplos:

- $\ln e = 1$ (pois $e^1 = e$)
- $\ln e^2 = 2$
- $\ln 1 = 0$

Aplicações:

- Crescimento populacional

- Juros compostos contínuos
- Decaimento radioativo
- Cálculo (derivadas, integrais)

Por que "natural"? Aparece naturalmente em problemas de crescimento/decaimento contínuo.

6.1.8. Relação entre Logaritmo e Exponencial

Funções inversas:

Se f(x) = a^x (exponencial) Então $f^{-1}(x)$ = log_a x (logarítmica)

Propriedade fundamental:

```
y = a^x  ⟺  x = log_a y
```

Consequências:

- log_a (a^x) = x
- a^(log_a x) = x

6.1.9. Gráfico da Função Logarítmica (Introdução)

Função: f(x) = log_a x

6.1.9.1. Caso 1: a > 1

Exemplo: $f(x) = \log_2 x$

```
x     | 1/4 | 1/2 | 1   | 2   | 4   | 8
log₂x| -2   | -1   | 0   | 1   | 2   | 3
```

Gráfico:

```
   |
 3 |           •
 2 |       •
 1 |   •
 0 |─•─────────
-1 | •
-2 |•
   |____________
     1  2  4  8
```

Características:

- **Crescente**
- Passa por (1, 0)
- Eixo y é assíntota vertical
- Domínio: x > 0
- Imagem: $\mathbb{R}$

6.1.9.2. Caso 2: 0 < a < 1

Exemplo: f(x) = log_(1/2) x

Características:

- **Decrescente**
- Passa por (1, 0)
- Eixo y é assíntota

6.1.10. Exercícios Resolvidos

6.1.10.1. Exercício 1

Calcule: a) $\log_5 25$ b) $\log_3 27$ c) $\log_{10} 0{,}001$

Soluções:

1. 5^x = 25 = 5^2 → **x = 2**

2. $3^x = 27 = 3^3 \rightarrow$ **$x = 3$**
3. $10^x = 0{,}001 = 1/1000 = 10^{-3} \rightarrow$ **$x = -3$**

6.1.10.2. Exercício 2

Determine o valor de $\log_4 8$.

Solução:

$4^x = 8$ $(2^2)^x = 2^3$ $2^{(2x)} = 2^3$ $2x = 3$ **$x = 3/2$**

6.1.10.3. Exercício 3

Calcule: $\log_7 1 + \log_7 7 + \log_7 49$

Solução:

$\log_7 1 = 0$ $\log_7 7 = 1$ $\log_7 49 = \log_7 (7^2) = 2$

Soma: $0 + 1 + 2 =$ **3**

6.1.10.4. Exercício 4

Para quais valores de x existe $\log_2$ (x

- 3)?

Solução:

Condição: logaritmando > 0

x

- 3 > 0 **x > 3**

6.1.10.5. Exercício 5

Simplifique: $3^{(\log_3 10)}$

Solução:

Propriedade: $a^{(\log_a b)} = b$

$3^{(\log_3 10)} = 10$

6.1.11. Dicas para a Prova

1. **log_a b = x ⟺ a^x = b** (definição!)
2. **log_a 1 = 0** (sempre)
3. **log_a a = 1** (sempre)
4. **log_a (a^n) = n**
5. **a^(log_a b) = b**
6. **log b = $\log_{10}$ b** (base 10)
7. **ln b = log_e b** (base e)
8. **Condições:** a > 0, a ≠ 1, b > 0

6.1.12. Conceitos-Chave para Memorizar

Definição:

- log_a b = x ⟺ a^x = b
- a: base
- b: logaritmando
- x: logaritmo

Casos Especiais:

- log_a 1 = 0
- log_a a = 1
- log_a (a^n) = n
- a^(log_a b) = b

Bases Especiais:

- log b = $\log_{10}$ b (decimal)
- ln b = log_e b (natural)

Condições:

- a > 0, a ≠ 1
- b > 0

6.1.13. Fórmulas Essenciais

```
Definição:
log_a b = x  ⟺  a^x = b

Casos Especiais:
log_a 1 = 0
log_a a = 1
log_a (a^n) = n
a^(log_a b) = b

Logaritmos Especiais:
log b = log₁₀ b  (decimal)
ln b = log_e b   (natural, e ≈ 2,718)

Condições de Existência:
a > 0, a ≠ 1
b > 0
```

6.1.14. Resumo Visual

```
DEFINIÇÃO:

log_a b = x
     ↓
   a^x = b

"a elevado a x dá b"

EXEMPLOS:
log₂ 8 = 3  porque  2³ = 8
log₁₀ 100 = 2  porque  10² = 100

GRÁFICO (a > 1):
    |
  2 |       •
  1 |   •
  0 |—•——————
 -1 | •
    |____________
      1  2  4

- Crescente (a > 1)
- Passa por (1,0)
- Assíntota: x = 0
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- logaritmos são fundamentais!)

6.2. Aula 39

- Física: Plano Inclinado

- 30min

6.2.1. Introdução

Plano inclinado: superfície plana formando ângulo θ com a horizontal.

Exemplos: rampas, ladeiras, escorregadores

Importância: Combina conceitos de forças, decomposição vetorial, atrito.

6.2.2. Forças no Plano Inclinado

```
        N ↑ (normal)
         /|
        / |
    [m]   |
      / | \
     /  |  \ F_at (atrito, se houver)
    /   |   \
   /    ↓    \
  /     P     \ θ
 ______________
```

Forças atuantes: 1. **Peso (P):** vertical, para baixo (P = mg) 2. **Normal (N):** perpendicular ao plano 3. **Atrito (F_at):** paralelo ao plano, opõe movimento

6.2.3. Decomposição do Peso

Como o peso é vertical mas o plano é inclinado, decompomos P:

Componentes do peso:

```
P_x = P sen(θ) = mg sen(θ)  (paralela ao plano, "desce")
P_y = P cos(θ) = mg cos(θ)  (perpendicular ao plano)
```

Diagrama:

```
   P_y
    ↑
    |
    |____P_x →
   /θ
  /
 /  P
```

Memorização:

- **P_x (paralela):** sen(θ)
- “sobe” com θ
- **P_y (perpendicular):** cos(θ)
- “desce” com θ

6.2.4. Força Normal no Plano Inclinado

Equilíbrio perpendicular ao plano:

Não há movimento perpendicular → ΣF_perp = 0

*N

- P_y = 0*

```
N = P_y = P cos(θ) = mg cos(θ)
```

Importante: N ≠ P (diferente da superfície horizontal!)

Observação: Quanto maior θ, menor N.

6.2.5. Casos de Movimento

6.2.5.1. Caso 1: Plano Inclinado SEM Atrito

Forças paralelas ao plano:

- P_x (desce)

2ª Lei de Newton (paralelo ao plano):

```
F_R = ma
P_x = ma
mg sen(θ) = ma
a = g sen(θ)
```

Aceleração:

```
a = g sen(θ)  (descendo o plano)
```

Observações:

- Aceleração independe da massa!
- θ = 0°: a = 0 (horizontal)
- θ = 90°: a = g (queda livre)

6.2.5.2. Caso 2: Plano Inclinado COM Atrito

Forças paralelas:

- P_x (desce)
- F_at (sobe, opõe movimento)

Atrito: F_at = μN = μ mg cos(θ)

2ª Lei (descendo):

```
mg sen(θ)
- μ mg cos(θ) = ma
a = g(sen(θ)
- μ cos(θ))
```

Condição para descer: sen(θ) > μ cos(θ) **tan(θ) > μ**

Se tan(θ) ≤ μ: corpo não desce (atrito segura)

6.2.5.3. Caso 3: Corpo Empurrado Plano Acima

Força aplicada F (paralela ao plano, subindo):

Subindo:

```
F
- P_x
- F_at = ma
F
- mg sen(θ)
- μ mg cos(θ) = ma
```

6.2.6. Aplicações

6.2.6.1. Problema 1

Bloco de 10 kg em plano inclinado de 30°, sem atrito. Qual a aceleração? ($g = 10$ m/s²)

Solução:

$a = g \operatorname{sen}(30°) = 10 \times 0{,}5 = 5$ m/s²

[Ver resposta 32 no final do documento]

6.2.6.2. Problema 2

Mesmo bloco, mesma inclinação, $\mu = 0{,}2$. Qual a aceleração?

Solução:

$a = g(\operatorname{sen}(\theta)$

- $\mu \cos(\theta))$ $a = 10(\operatorname{sen}(30°)$
- $0{,}2 \times \cos(30°))$ $a = 10(0{,}5$
- $0{,}2 \times 0{,}87)$ $a = 10(0{,}5$
- $0{,}174)$ $a = 10 \times 0{,}326$ $a \approx 3{,}26$ m/s²

[Ver resposta 33 no final do documento]

6.2.6.3. Problema 3

Determine a normal de um bloco de 5 kg em plano de 60°. ($g = 10\ m/s^2$)

Solução:

$N = mg\cos(60°) = 5 \times 10 \times 0{,}5 = 25\ N$

[Ver resposta 34 no final do documento]

6.2.7. Exercícios Resolvidos

6.2.7.1. Exercício 1

Em um plano inclinado de 45° sem atrito, um corpo de 2 kg tem qual aceleração? ($g = 10\ m/s^2$)

Solução:

$a = g\,\text{sen}(45°) = 10 \times (\sqrt{2}/2) \approx 10 \times 0{,}7 = 7\ m/s^2$

[Ver resposta 35 no final do documento]

6.2.7.2. Exercício 2

(UFMG) Qual a força normal em um corpo de 8 kg em plano de 30°?

Solução:

$N = mg\cos(30°) = 8 \times 10 \times (\sqrt{3}/2) \approx 80 \times 0{,}87 \approx 69{,}6\ N$

[Ver resposta 36 no final do documento]

6.2.8. Dicas para a Prova

1. **Decompor peso:** $P_x = mg\,\text{sen}(\theta)$, $P_y = mg\cos(\theta)$
2. **Normal:** $N = mg\cos(\theta)$ (não é igual a P!)
3. **Sem atrito:** $a = g\,\text{sen}(\theta)$
4. **Com atrito:** $a = g(\text{sen}(\theta)$
5. $\mu\cos(\theta))$
6. **Ângulos notáveis:** saber sen/cos de 30°, 45°, 60°

7. **Aceleração independe da massa** (sem atrito)
8. **Maior θ:** maior aceleração, menor normal

6.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Decomposição do Peso:

- P_x = mg sen(θ) (paralela)
- P_y = mg cos(θ) (perpendicular)

Normal:

- N = mg cos(θ)

Aceleração:

- Sem atrito: a = g sen(θ)
- Com atrito: a = g(sen(θ)
- μ cos(θ))

6.2.10. Fórmulas Essenciais

```
Plano Inclinado (ângulo θ):

Decomposição do Peso:
P_x = mg sen(θ)  (paralela ao plano)
P_y = mg cos(θ)  (perpendicular)

Normal:
N = mg cos(θ)

Aceleração (sem atrito):
a = g sen(θ)

Atrito:
F_at = μN = μ mg cos(θ)

Aceleração (com atrito):
a = g(sen(θ)
- μ cos(θ))

Ângulos Notáveis:
sen(30°) = 1/2 = 0,5
cos(30°) = √3/2 ≈ 0,87
sen(45°) = cos(45°) = √2/2 ≈ 0,7
sen(60°) = √3/2 ≈ 0,87
cos(60°) = 1/2 = 0,5
```

6.2.11. Resumo Visual

```
PLANO INCLINADO:

        N ↑
       /|
      / |
   [m]  |
    /   |
   /    ↓ P_y = mg cos(θ)
  / P_x = mg sen(θ) →
 /
/ θ
________


Decomposição:
        P_y ↑
         |
         |
        θ|___→ P_x
        /
       / P ↓

P_x "desce"
- sen(θ)
P_y "comprime"
- cos(θ)

SEM ATRITO:        COM ATRITO:
a = g sen(θ)       a = g(sen-μcos)
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐ (muito importante

- aplicação prática de forças!)

7. 12/01

- Férias Dia 6

7.1. Aula 40

- Matemática: Função Logarítmica
- Parte 2 (Propriedades e Equações)
- 90min

7.1.1. Revisão: Logaritmos Parte 1

Na Aula 38, estudamos:

- Definição: log_a b = x ⟺ a^x = b
- Casos especiais: log_a 1 = 0, log_a a = 1
- Logaritmo decimal (log) e natural (ln)
- Condições de existência

Nesta aula: Propriedades operatórias e equações logarítmicas.

7.1.2. Propriedades Operatórias dos Logaritmos

7.1.2.1. 1. Logaritmo do Produto

```
log_a (b · c) = log_a b + log_a c
```

“Logaritmo do produto = soma dos logaritmos”

Exemplos:

- $\log_2 (8 \times 4) = \log_2 8 + \log_2 4 = 3 + 2 = 5$
- $\log (100 \times 10) = \log 100 + \log 10 = 2 + 1 = 3$

Aplicação: $\log_5 50 = \log_5 (5 \times 10) = \log_5 5 + \log_5 10 = 1 + \log_5 10$

7.1.2.2. 2. Logaritmo do Quociente

```
log_a (b/c) = log_a b
- log_a c
```

“Logaritmo do quociente = diferença dos logaritmos”

Exemplos:

- $\log_2 (16/4) = \log_2 16$
- $\log_2 4 = 4$
- $2 = 2$
- $\log (1000/10) = \log 1000$
- $\log 10 = 3$
- $1 = 2$

7.1.2.3. 3. Logaritmo da Potência

```
log_a (b^n) = n · log_a b
```

“Logaritmo da potência = expoente × logaritmo”

Exemplos:

- $\log_2 (8^3) = 3 \cdot \log_2 8 = 3 \times 3 = 9$
- $\log (100^2) = 2 \cdot \log 100 = 2 \times 2 = 4$
- $\log_3 (\sqrt{9}) = \log_3 (9^{(1/2)}) = (1/2) \cdot \log_3 9 = (1/2) \times 2 = 1$

7.1.2.4. 4. Mudança de Base

```
log_a b = (log_c b) / (log_c a)
```

Casos particulares:

Para base 10:

```
log_a b = (log b) / (log a)
```

Para base e:

```
log_a b = (ln b) / (ln a)
```

Consequência importante:

```
log_a b = 1 / log_b a
```

Exemplos:

$\log_2 5 = (\log 5) / (\log 2) \approx 0{,}699 / 0{,}301 \approx 2{,}32$

$\log_5 2 = 1 / \log_2 5 \approx 1 / 2{,}32 \approx 0{,}43$

7.1.3. Aplicações das Propriedades

7.1.3.1. Exemplo 1: Simplificar

$\log 2 + \log 5$

Solução: $= \log (2 \times 5) = \log 10 = 1$

7.1.3.2. Exemplo 2: Simplificar

$\log_3 81$

- $\log_3 9$

Solução: $= \log_3 (81/9) = \log_3 9 = \log_3 (3^2) = 2$

7.1.3.3. Exemplo 3: Calcular

$\log_2 5 + \log_2 8$

- $\log_2 10$

Solução: $= \log_2 (5 \times 8 / 10) = \log_2 (40/10) = \log_2 4 = \log_2 (2^2) = 2$

7.1.3.4. Exemplo 4: Simplificar

2 log 5 + log 4

Solução: = $\log(5^2) + \log 4 = \log 25 + \log 4 = \log(25 \times 4) = \log 100 = 2$

7.1.4. Equações Logarítmicas

Equação logarítmica: incógnita dentro do logaritmo ou como logaritmo.

7.1.4.1. Tipo 1: log_a f(x) = k

Método: Passar para forma exponencial

Exemplo: $\log_2 (x + 1) = 3$

$2^3 = x + 1$ $8 = x + 1$ $\mathbf{x = 7}$

Verificação: $\log_2 (7 + 1) = \log_2 8 = 3$ ✓

7.1.4.2. Tipo 2: log_a f(x) = log_a g(x)

Método: Igualar argumentos (se bases iguais)

Exemplo: $\log_5$ (2x

- 3) = $\log_5 (x + 1)$

2x

- 3 = x + 1 x = 4

Verificação de condições: 2x

- 3 > 0 → x > 3/2 ✓ x + 1 > 0 → x > -1 ✓ x = 4 satisfaz ambas

[Ver resposta 37 no final do documento]

7.1.4.3. Tipo 3: Equações com Propriedades

Exemplo 1: log x + log (x

- 3) = 1

Solução: log [x(x

- 3)] = 1 log (x^2
- 3x) = 1

x^2

- 3x = 10^1 x^2
- 3x
- 10 = 0 (x
- 5)(x + 2) = 0

x = 5 ou x = -2

Verificar condições:

- x > 0 ✓ (x = 5) ✗ (x = -2)
- x
- 3 > 0 → x > 3 ✓ (x = 5) ✗ (x = -2)

[Ver resposta 38 no final do documento]

Exemplo 2: $\log_2$ x

- $\log_2$ (x
- 1) = 1

$\log_2$ [x/(x

- 1)] = 1

x/(x

- 1) = 2^1

x = 2(x

- 1) x = 2x
- 2 x = 2

Verificação: $x = 2 > 0$ ✓, x

- $1 = 1 > 0$ ✓

[Ver resposta 39 no final do documento]

7.1.4.4. Tipo 4: Substituição

Exemplo: $(\log x)^2$

- $3 \log x + 2 = 0$

Substituição: $y = \log x$

y^2

- $3y + 2 = 0$ (y
- 1)(y
- 2) = 0 $y = 1$ ou $y = 2$

Voltar para x: $\log x = 1 \rightarrow x = 10^1 = 10$ $\log x = 2 \rightarrow x = 10^2 = 100$

[Ver resposta 40 no final do documento]

7.1.5. Inequações Logarítmicas

Regra depende da base:

Se a > 1: função crescente

```
log_a f(x) > log_a g(x)  →  f(x) > g(x)
```

Se 0 < a < 1: função decrescente

```
log_a f(x) > log_a g(x)  →  f(x) < g(x)  (inverte!)
```

Exemplo 1: $\log_2 (x + 1) > \log_2 5$

Base $2 > 1$ (crescente) → mantém sinal

$x + 1 > 5$ $x > 4$

Condição: $x + 1 > 0 \rightarrow x > -1$

Interseção: $x > 4$

[Ver resposta 41 no final do documento]

Exemplo 2: $\log_{(1/2)} x < \log_{(1/2)} 4$

Base $1/2 < 1$ (decrescente) → **inverte**

$x > 4$

Condição: $x > 0$

Interseção: $x > 4$

[Ver resposta 42 no final do documento]

7.1.6. Gráfico da Função Logarítmica

```
GRÁFICOS DA FUNÇÃO LOGARÍTMICA: f(x) = logₐ x

Caso 1: a > 1 (CRESCENTE)        Caso 2: 0 < a < 1 (DECRESCENTE)

     y                                y
     │                                │
   2 │     ╱                        2 │     ╲
     │    ╱                           │      ╲
   1 ├──●─────────                 1 ├──●─────────
     │  (1,0)                         │  (1,0)
─────●─────────── x               ─────●─────────── x
      1│ ╱                             1│ ╲
   -1│╱                             -1 │  ╲
     │                                 │   ╲

Propriedades Comuns:
• Sempre passa por (1, 0)
• Domínio: (0, +∞) (apenas x > 0)
• Imagem: ℝ (todos os reais)
• Assíntota vertical: x = 0 (eixo y)
• NÃO existe log de número ≤ 0

Se a > 1:                        Se 0 < a < 1:
• Função CRESCENTE               • Função DECRESCENTE
• Inversa de aˣ com a > 1      • Inversa de aˣ com 0 < a < 1

SIMETRIA: log e exp são simétricas em relação à reta y = x
```

f(x) = log_a x

Características:

- **Domínio:** $x > 0$ ($\mathbb{R}_+^*$)
- **Imagem:** $\mathbb{R}$ (todos os reais)
- **Intercepto com eixo x:** (1, 0)

- sempre!
- **Assíntota vertical:** $x = 0$ (eixo y)
- **a > 1:** crescente
- **0 < a < 1:** decrescente

Relação com exponencial:

```
Se f(x) = a^x
Então f⁻¹(x) = log_a x
```

Gráficos são simétricos em relação à reta $y = x$.

7.1.7. Exercícios Resolvidos

7.1.7.1. Exercício 1

Simplifique: $\log_5 25 + \log_5 5$

- $\log_5 125$

Solução: = 2 + 1

- 3 = 0

7.1.7.2. Exercício 2

Calcule: $\log 2 + \log 50$

Solução: $= \log (2 \times 50) = \log 100 = 2$

7.1.7.3. Exercício 3

Resolva: $\log_3 (x^2$

- 8) = 2

Solução: x^2

- $8 = 3^2$ x^2
- $8 = 9$ $x^2 = 17$ $x = \pm\sqrt{17}$

Condição: x^2

- $8 > 0 \rightarrow x^2 > 8$

Ambos $\sqrt{17}$ e $-\sqrt{17}$ satisfazem (pois $17 > 8$)

[Ver resposta 43 no final do documento]

7.1.7.4. Exercício 4

Resolva: $\log x + \log (x + 3) = 1$

Solução: $\log [x(x + 3)] = 1$ $x^2 + 3x = 10$ $x^2 + 3x$

- $10 = 0$ $(x + 5)(x$
- $2) = 0$

$x = -5$ ou $x = 2$

Condições: $x > 0$: apenas $x = 2$ ✓ $x + 3 > 0$: $x > -3$, ambos satisfazem, mas $x = -5$ já foi eliminado

[Ver resposta 44 no final do documento]

7.1.7.5. Exercício 5

Calcule $\log_8 2$.

Solução:

*Método 1

- Definição:* $8^x = 2$ $(2^3)^x = 2^1$ $2^{(3x)} = 2^1$ $3x = 1$ $x = 1/3$

*Método 2

- Mudança de base:* $\log_8 2 = (\log 2)/(\log 8) = (\log 2)/(\log 2^3) = (\log 2)/(3 \log 2) = 1/3$

[Ver resposta 45 no final do documento]

7.1.8. Dicas para a Prova

1. **Produto:** $\log(ab) = \log a + \log b$

2. **Quociente:** log(a/b) = log a
3. log b
4. **Potência:** log(a^n) = n log a
5. **Mudança de base:** log_a b = (log b)/(log a)
6. **Equação log_a f = log_a g:** f = g (igualar)
7. **Inequação e a > 1:** mantém sinal
8. **Inequação e 0 < a < 1:** inverte sinal
9. **Sempre verificar condições:** logaritmando > 0

7.1.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Propriedades:

- Produto: log(ab) = log a + log b
- Quociente: log(a/b) = log a
- log b
- Potência: log(a^n) = n log a
- Mudança: log_a b = (log b)/(log a)

Equações:

- log_a f(x) = k → a^k = f(x)
- log_a f = log_a g → f = g

Inequações:

- a > 1: crescente (mantém)
- 0 < a < 1: decrescente (inverte)

Sempre: verificar condições (> 0)

7.1.10. Fórmulas Essenciais

```
Propriedades Operatórias:
log_a (bc) = log_a b + log_a c
log_a (b/c) = log_a b
- log_a c
log_a (b^n) = n · log_a b

Mudança de Base:
log_a b = (log_c b) / (log_c a)
log_a b = (log b) / (log a)  [base 10]
log_a b = (ln b) / (ln a)    [base e]
log_a b = 1 / log_b a

Equação:
log_a f(x) = log_a g(x)  ⟹  f(x) = g(x)

Inequação:
a > 1:     log_a f > log_a g  ⟹  f > g
0 < a < 1: log_a f > log_a g  ⟹  f < g

Condições:
Sempre verificar logaritmando > 0
```

7.1.11. Resumo Visual

```
PROPRIEDADES:

Produto:      Quociente:
log(a×b)      log(a/b)
  =             =
log a + log b log a
- log b

Potência:
log(a^n) = n·log a

EQUAÇÃO:
log_a f = log_a g
     ↓
    f = g

INEQUAÇÃO:
a > 1 (cresce):   0 < a < 1 (decresce):
log_a f > log_a g log_a f > log_a g
     ↓                  ↓
    f > g              f < g
  (mantém)           (inverte)
```

Tempo de estudo recomendado: 90 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- propriedades são muito cobradas!)

7.2. Aula 41

- Química: Propriedades das Substâncias Segundo Ligações
- 30min

7.2.1. Revisão: Ligações Químicas

Já estudamos os três tipos principais:

- **Aula 31:** Ligação Iônica (metal + não-metal, íons)
- **Aula 33:** Ligação Covalente (não-metal + não-metal, moléculas)
- **Aula 35:** Ligação Metálica (metais, mar de elétrons)

Nesta aula: Como o tipo de ligação determina as propriedades das substâncias.

7.2.2. Propriedades dos Compostos Iônicos

Exemplos: $NaCl$, CaO, $MgCl_2$, K_2SO_4

7.2.2.1. Características Físicas

1. Estado Físico:

- **Sólidos** à temperatura ambiente
- Formam cristais (retículo cristalino ordenado)

2. Pontos de Fusão e Ebulição:

- **Muito altos**
- Fortes atrações eletrostáticas entre íons

Exemplos:

- NaCl: PF = 801°C
- MgO: PF = 2852°C

3. Dureza:

- **Duros** (resistem a deformação)
- **Quebradiços** (fraturam ao invés de deformar)

7.2.2.2. Condutividade Elétrica

Sólidos: NÃO conduzem

- Íons fixos no retículo, não se movem

Fundidos (líquidos): CONDUZEM

- Íons livres para se mover

Dissolvidos em água: CONDUZEM

- Íons dispersos na solução, móveis

Resumo:

```
Iônico sólido: NÃO conduz
Iônico fundido/dissolvido: CONDUZ
```

7.2.2.3. Solubilidade

Em água (polar): Geralmente **solúveis**

- "Semelhante dissolve semelhante"
- Compostos iônicos são polares
- Íons se dispersam na água

Em solventes apolares: Insolúveis

- Gasolina, benzeno, etc.

Regras de solubilidade (principais):

- Sais de Na^+, K^+, NH_4^+: sempre solúveis
- Nitratos (NO_3^-): sempre solúveis
- Cloretos, brometos, iodetos: geralmente solúveis (exceto Ag^+, Pb^{2+})
- Sulfatos: geralmente solúveis (exceto Ba^{2+}, Pb^{2+})

7.2.3. Propriedades dos Compostos Covalentes (Moleculares)

Exemplos: H_2O, CO_2, CH_4, O_2, N_2

7.2.3.1. Características Físicas

1. Estado Físico:

- Maioria: **gases** ou **líquidos** à temp. ambiente
- Alguns sólidos (gelo, açúcar, naftaleno)

2. Pontos de Fusão e Ebulição:

- **Baixos** (comparados a iônicos)
- Forças intermoleculares fracas

Exemplos:

- H_2O: PE = 100°C
- CO_2: sublima a -78°C

Exceção: Substâncias covalentes em rede (SiO_2, diamante)

- PF/PE muito altos
- Ligações covalentes formam rede tridimensional

7.2.3.2. Condutividade Elétrica

Geralmente: NÃO conduzem

- Não têm íons ou elétrons livres

Exceções:

- **Grafite:** estrutura especial com elétrons livres
- **Ácidos em água:** formam íons ($HCl \rightarrow H^+ + Cl^-$)

7.2.3.3. Solubilidade

Depende da **polaridade** da molécula:

Moléculas polares:

- Solúveis em solventes polares (água)
- Exemplos: H_2O, HCl, NH_3, álcoois

Moléculas apolares:

- Solúveis em solventes apolares (gasolina, benzeno)
- Exemplos: O_2, N_2, CH_4, CO_2, gorduras

Regra de ouro:

```
"Semelhante dissolve semelhante"
```

7.2.4. Propriedades das Substâncias Metálicas

Exemplos: Fe, Cu, Au, Al, Na

7.2.4.1. Características

1. Estado Físico:

- **Sólidos** à temp. ambiente (exceto Hg
- mercúrio)

2. Pontos de Fusão:

- **Variados** (baixos a muito altos)
- W (tungstênio): 3422°C (alto)
- Hg (mercúrio): -39°C (líquido)
- Ga (gálio): 30°C (derrete na mão)

3. Condutividade Elétrica e Térmica:

- **Excelentes condutores** (sempre)
- Elétrons livres transportam carga e calor

Melhores condutores:

- Ag (prata) > Cu (cobre) > Au (ouro) > Al (alumínio)

4. Brilho Metálico:

- Superfície reflete luz (elétrons livres)

5. Maleabilidade e Ductilidade:

- **Maleáveis:** podem ser martelados (lâminas)
- **Dúcteis:** podem ser esticados (fios)

6. Densidade:

- Maioria são densos
- Exceções: Li, Na, K (menos densos que água)

7.2.5. Comparação das Propriedades

Propriedade	IÔNICA	COVALENTE	METÁLICA
Estado físico	Sólidos	Gases/Líq.	Sólidos
PF / PE	Altos	Baixos	Variados
Condutividade Elétrica	Fund/Dis.	Não	Sim (sempre)
Solubilidade	H_2O (polar)	Varia (polar/ap)	Baixa
Dureza	Duros, quebradiç.	Varia	Varia (maleáv.)
Exemplo	NaCl	H_2O	Fe

7.2.6. Aplicações Práticas

7.2.6.1. 1. Sal de Cozinha (NaCl)

- Iônico
- Sólido cristalino

- Alto PF (801°C)
- Solúvel em água
- Solução conduz eletricidade (íons Na^+ e Cl^-)

7.2.6.2. 2. Água (H_2O)

- Covalente Polar
- Líquida à temp. ambiente
- PE = 100°C (baixo)
- Polar: dissolve iônicos e polares
- Não conduz pura (mas conduz com íons dissolvidos)

7.2.6.3. 3. Cobre (Cu)

- Metálico
- Sólido à temp. ambiente
- Excelente condutor elétrico (fios)
- Maleável e dúctil
- Brilho metálico

7.2.7. Exercícios Resolvidos

7.2.7.1. Exercício 1

Por que o sal de cozinha (NaCl) não conduz eletricidade quando sólido, mas conduz quando dissolvido em água?

Resposta: Sólido: íons Na^+ e Cl^- estão fixos no retículo cristalino, não podem se mover, logo NÃO conduzem.

Dissolvido: íons ficam livres na solução aquosa, podem se mover e transportar carga elétrica, logo CONDUZEM.

7.2.7.2. Exercício 2

Explique por que metais são bons condutores de eletricidade.

Resposta: Metais têm **elétrons livres** (mar de elétrons) que se movem facilmente. Ao aplicar diferença de potencial, os elétrons fluem, criando corrente elétrica.

7.2.7.3. Exercício 3

Uma substância é sólida à temperatura ambiente, tem alto ponto de fusão, é solúvel em água e sua solução conduz eletricidade. Que tipo de ligação tem?

Resposta: Ligação iônica. As características (sólido, alto PF, solúvel em água, solução condutora) são típicas de compostos iônicos.

7.2.7.4. Exercício 4

(UFMG) Compare NaCl e H_2O quanto à condutividade elétrica.

Resposta:

- **NaCl sólido:** não conduz (íons fixos)
- **NaCl fundido/dissolvido:** conduz (íons livres)
- **H_2O pura:** não conduz (covalente, sem íons)
- **H_2O com sais dissolvidos:** conduz (íons do sal)

7.2.8. Dicas para a Prova

1. **Iônico:** sólidos, altos PF/PE, conduzem fundidos/dissolvidos
2. **Covalente:** gases/líquidos, baixos PF/PE, não conduzem
3. **Metálico:** sólidos, conduzem sempre, maleáveis
4. **Solubilidade:** “semelhante dissolve semelhante”
5. **Condutividade:** precisa de partículas carregadas móveis
6. **Iônicos:** solúveis em água (polar)
7. **Covalentes apolares:** solúveis em apolares
8. **Metais:** sempre conduzem (elétrons livres)

7.2.9. Conceitos-Chave para Memorizar

Iônica:

- Sólidos cristalinos
- Altos PF/PE
- Conduzem fundidos/dissolvidos
- Solúveis em água

Covalente:

- Gases/líquidos (maioria)
- Baixos PF/PE
- Não conduzem (geralmente)
- Solubilidade varia

Metálica:

- Sólidos (exceto Hg)
- Conduzem sempre
- Maleáveis, dúcteis
- Brilho metálico

7.2.10. Resumo Visual

```
PROPRIEDADES × LIGAÇÕES:

IÔNICA (NaCl):
├─ Sólido cristalino
├─ Alto PF (801°C)
├─ Conduz fundido/dissolvido
└─ Solúvel H₂O

COVALENTE (H₂O):
├─ Líquido/Gás
├─ Baixo PE (100°C)
├─ Não conduz puro
└─ Polar: dissolve polar

METÁLICA (Cu):
├─ Sólido
├─ Conduz sempre
├─ Maleável, dúctil
└─ Brilho

TABELA:
           Iônico  Cov.  Met.
Estado     Sól.    G/L   Sól.
PF/PE      Alto    Baixo Var.
Conduz     F/D     Não   Sim
```

Tempo de estudo recomendado: 30 minutos **Nível de dificuldade:** Médio **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐ (importante

- relaciona estrutura e propriedades!)

8. 12/02

- Férias Dia 7 (ÚLTIMO DIA DE FÉRIAS!)

8.1. Aula 42

- Matemática: Relação entre Funções Exponencial e Logarítmica
- 60min

8.1.1. Funções Inversas

Definição: Duas funções f e g são inversas se:

```
f(g(x)) = x  e  g(f(x)) = x
```

Notação: g = f^{-1} (função inversa de f)

Graficamente: Gráficos são simétricos em relação à reta y = x

8.1.2. Função Exponencial e Logarítmica: Inversas

Função exponencial: f(x) = a^x **Função logarítmica:** g(x) = log_a x

São funções inversas!

8.1.2.1. Verificação

1. f(g(x)) = x:

```
f(g(x)) = f(log_a x)
        = a^(log_a x)
        = x  ✓
```

2. g(f(x)) = x:

```
g(f(x)) = g(a^x)
        = log_a (a^x)
        = x   ✓
```

8.1.3. Propriedades Fundamentais

Decorrentes da relação inversa:

1. Composição:

```
a^(log_a x) = x   (x > 0)
log_a (a^x) = x   (x ∈ ℝ)
```

2. Domínio e Imagem:

Função	Domínio	Imagem
f(x) = a^x	$\mathbb{R}$	$\mathbb{R}_+^*$ (0, +∞)
g(x) = log_a x	$\mathbb{R}_+^*$ (0, +∞)	$\mathbb{R}$

Observe: Domínio de uma é imagem da outra!

3. Interceptos:

Exponencial:

- Intercepto y: (0, 1)
- sempre!
- Não intercepta eixo x (assíntota)

Logarítmica:

- Intercepto x: (1, 0)
- sempre!
- Não intercepta eixo y (assíntota)

8.1.4. Gráficos: Simetria

Propriedade: Gráficos de f(x) = a^x e g(x) = log_a x são **simétricos** em relação à **reta y = x.**

8.1.4.1. Exemplo: a = 2

f(x) = 2^x:

- Passa por (0, 1), (1, 2), (2, 4)
- Crescente
- Assíntota: y = 0 (eixo x)

g(x) = $\log_2$ x:

- Passa por (1, 0), (2, 1), (4, 2)
- Crescente
- Assíntota: x = 0 (eixo y)

Gráfico:

```
   |     y=x (diagonal)
4  |    /     •2^x
2  |  •/    •
1  |•/——•———
   |/  •log₂x
   |•____________
     1   2   4
```

Simetria: Pontos (a, b) em f correspondem a (b, a) em g.

8.1.5. Equações Envolvendo Ambas

8.1.5.1. Tipo 1: a^x = k → Usar log

Exemplo: 2^x = 5

*Método 1

- Logaritmo decimal:*

```
log(2^x) = log 5
x log 2 = log 5
x = (log 5)/(log 2)
x ≈ 0,699/0,301 ≈ 2,32
```

*Método 2

- Logaritmo na base adequada:*

```
log₂(2^x) = log₂ 5
x = log₂ 5
```

8.1.5.2. Tipo 2: log_a x = k → Usar exponencial

Exemplo: $\log_3 x = 4$

```
3⁴ = x
x = 81
```

8.1.5.3. Tipo 3: Mistas

Exemplo: $2^x = \log_2 16$

Resolver $\log_2$ 16 primeiro: $\log_2 16 = \log_2 (2^4) = 4$

Então: $2^x = 4 = 2^2$ $x = 2$

8.1.6. Mudança de Base: Aplicações

Fórmula:

```
log_a b = (log_c b)/(log_c a)
```

Uso prático: Calcular logaritmos em bases diferentes de 10 ou e.

Exemplo: Calcular $\log_5 20$

```
log₅ 20 = (log 20)/(log 5)
        ≈ 1,301/0,699
        ≈ 1,86
```

Ou usando ln:

```
log₅ 20 = (ln 20)/(ln 5)
        ≈ 2,996/1,609
        ≈ 1,86
```

8.1.7. Aplicações Práticas

8.1.7.1. Problema 1: Crescimento Exponencial

Uma população de 1000 bactérias dobra a cada hora. Quando atinge 10.000?

Modelo: P(t) = 1000 · 2^t

Resolver: 1000 · 2^t = 10000 2^t = 10 t = $\log_2 10$ t = (log 10)/(log 2) = 1/0,301 ≈ 3,32 horas

[Ver resposta 46 no final do documento]

8.1.7.2. Problema 2: Decaimento Radioativo

Substância com meia-vida de 5 anos. Tempo para restar 10% da massa inicial?

Modelo: M(t) = M_0 · (1/2)^(t/5)

Resolver: (1/2)^(t/5) = 0,1

Aplicar log: log[(1/2)^(t/5)] = log 0,1 (t/5) log(1/2) = log 0,1 (t/5) × (-0,301) = -1 t/5 = 1/0,301 ≈ 3,32 t ≈ 16,6 anos

8.1.7.3. Problema 3: Juros Compostos

Capital de R$ 2000 a 8% ao ano. Quando duplica?

Modelo: M = 2000(1,08)^t

Resolver: 2000(1,08)^t = 4000 1,08^t = 2 t = $\log_{1.08}$ 2 t = (log 2)/(log 1,08) t ≈ 0,301/0,0334 ≈ 9 anos

8.1.8. Exercícios Resolvidos

8.1.8.1. Exercício 1

Resolva: 3^x = 20

Solução: x = $\log_3$ 20 = (log 20)/(log 3) ≈ 1,301/0,477 ≈ 2,73

[Ver resposta 47 no final do documento]

8.1.8.2. Exercício 2

Se $\log_2$ x = 5, qual o valor de x?

Solução: 2^5 = x x = 32

[Ver resposta 48 no final do documento]

8.1.8.3. Exercício 3

Simplifique: 5^($\log_5$ 7)

Solução: Propriedade: a^(log_a b) = b

5^($\log_5$ 7) = 7

[Ver resposta 49 no final do documento]

8.1.8.4. Exercício 4

Calcule: $\log_2$ (2^(3x)) quando x = 2

Solução: $\log_2$ (2^(3x)) = 3x = 3 × 2 = 6

[Ver resposta 50 no final do documento]

8.1.9. Dicas para a Prova

1. **a^(log_a b) = b** (propriedade inversa)
2. **log_a (a^x) = x** (propriedade inversa)
3. **Simetria:** gráficos refletem em y = x
4. **Equação a^x = k:** aplicar log
5. **Equação log x = k:** passar para exponencial
6. **Mudança de base:** log_a b = (log b)/(log a)
7. **Domínio exp:** $\mathbb{R}$; **Imagem exp:** (0, +∞)
8. **Domínio log:** (0, +∞); **Imagem log:** $\mathbb{R}$

8.1.10. Conceitos-Chave para Memorizar

Funções Inversas:

- f(x) = a^x ⟺ $f^{-1}(x)$ = log_a x
- Composição = identidade
- Gráficos simétricos (y = x)

Propriedades:

- a^(log_a x) = x
- log_a (a^x) = x

Domínio/Imagem:

- Exp: D = $\mathbb{R}$, Im = (0,+∞)
- Log: D = (0,+∞), Im = $\mathbb{R}$

Pontos Especiais:

- Exp: (0, 1)
- Log: (1, 0)

8.1.11. Fórmulas Essenciais

```
Relação Inversa:
f(x) = a^x  ⟺  f⁻¹(x) = log_a x

Composição:
a^(log_a x) = x  (x > 0)
log_a (a^x) = x  (x ∈ ℝ)

Resolver a^x = k:
x = log_a k = (log k)/(log a)

Resolver log_a x = k:
x = a^k

Mudança de Base:
log_a b = (log b)/(log a)
```

8.1.12. Resumo Visual

```
SIMETRIA:

    f(x)=a^x    y=x    g(x)=log_a x
         \       /       /
          \     /       /
           \   /       /
         (0,1)/__(1,0)
             /
            /
           /

Pontos correspondentes:
Exp: (0,1), (1,a), (2,a²)
Log: (1,0), (a,1), (a²,2)

RELAÇÃO:
         Exponencial
              ↓
         y = a^x
              ↓
         Aplica log_a
              ↓
         x = log_a y
              ↓
         Logarítmica

PROPRIEDADES INVERSAS:
a^(log_a x) = x
log_a (a^x) = x
```

Tempo de estudo recomendado: 60 minutos **Nível de dificuldade:** Médio-Alto **Importância para a prova:** ⭐⭐⭐⭐⭐ (essencial

- relação fundamental!)

---

9. 🎉 PERÍODO DE FÉRIAS COMPLETO! 🎉

Você concluiu todas as **14 aulas** do período de férias (26/11 a 02/12)!

Progresso total: 43/96 lições concluídas (44,8%)

---

10. Respostas dos Exercícios

1. $S = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 3\}$ ou $(2, 3)$

2. $S = [1, 3]$

3. Valor máximo = 2 (em $x = 2$)

4. $2 < x < 4$ ou $x \in (2, 4)$

5. $S = \mathbb{R}$ (todos os reais)

6. $Im(f) = \{y \in \mathbb{R} \mid y \geq 1\}$ ou $[1, +\infty)$

7. $k = 10$

8. Al_2O_3 (óxido de alumínio)

9. $S = [-3, -2] \cup [2, 3]$

10. $S = (-\infty, -2) \cup [-1, 1] \cup (2, +\infty)$

11. $S = [2, 3)$

12. Dimensões: 4 cm × 6 cm

13. Aproximadamente 4,24 s

14. $0 \leq x < 10$ ou $x > 30$ unidades

15. $S = (-3, 2) \cup (3, +\infty)$

16. $S = [-2, 3)$

17. Pontos (3, 9) e (-1, 1)

18. F—F (ligação simples)

19. 2 ligações duplas

20. **Polar**. Cl puxa mais os elétrons, formando H^{(δ+)—Cl}(δ-).

21. a) 32; b) 1/9; c) 4

22. 64

23. $x < 3$ ou $x \in (-\infty, 3)$

24. y^2

25. $x = 1$

26. $x = 0$ ou $x = 1$

27. $S = [0, 2]$

28. 13.500 bactérias

29. 80 N

30. 840 N

31. **c) Força de reação da mesa** (perpendicular à superfície)

32. 5 m/s^2 (descendo o plano)

33. ≈ 3,3 m/s^2

34. 25 N

35. ≈ 7 m/s^2

36. ≈ 70 N

37. x = 4

38. x = 5

39. x = 2

40. x = 10 ou x = 100

41. S = (4, +∞)

42. S = (4, +∞)

43. x = √17 ou x = -√17

44. x = 2

45. 1/3

46. Aproximadamente 3,3 horas

47. x ≈ 2,73

48. 32

49. 7

50. 6

O que você estudou nas férias:

- ✅ Matemática: Função Quadrática (aprofundamento), Função Exponencial (completa), Função Logarítmica (completa), Relação Exp-Log
- ✅ Química: Ligações Químicas completas (Iônica, Covalente, Metálica) + Propriedades
- ✅ Física: Forças especiais e Plano Inclinado

Próximos passos:

- Semana 2: 03/12 a 07/12 (Geometria, Hidrostática, Estequiometria, Geografia, Humanas, Biologia)
- Semana 3 (final): 09/12 a 13/12 (Revisões intensivas)

- *PROVA: 14/12
- SÁBADO*

Você está quase na metade! Continue com dedicação! 💪📚

Date: 2025-11-16

Author: Material de Estudo SERIADO UFMG

Created: 2025-11-16 Sun 18:46

Validate