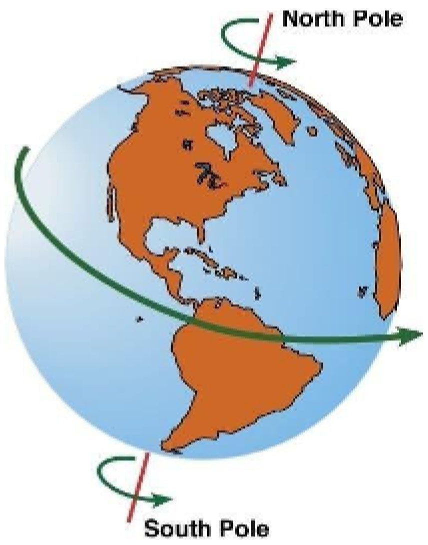
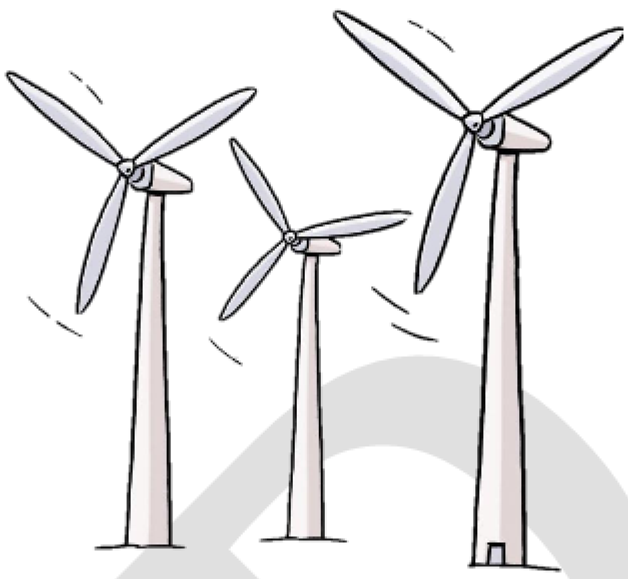
8 භ්‍රමණ චලිතය rotational motion

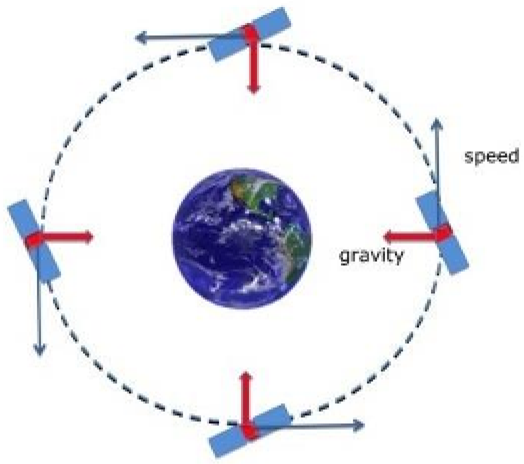
- කිසියම් වස්තුවක් හෝ අංශුවක් ඒමත පිහිටි අක්ෂයක් වටා ගමන් කිරීම භ්‍රමණ චලිතය ලෙස හඳුන්වයි.
- භ්‍රමණ චලිතයේ යෙදෙන වස්තු සහ පද්ධති

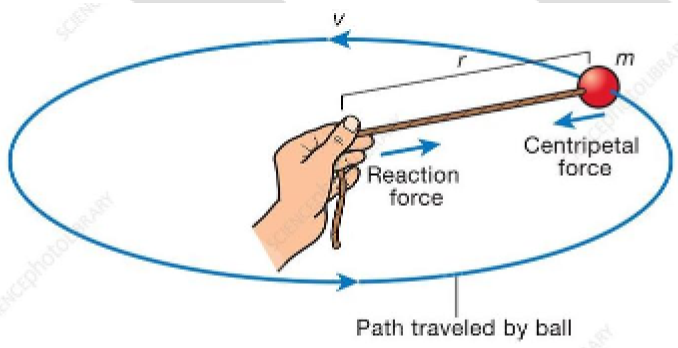


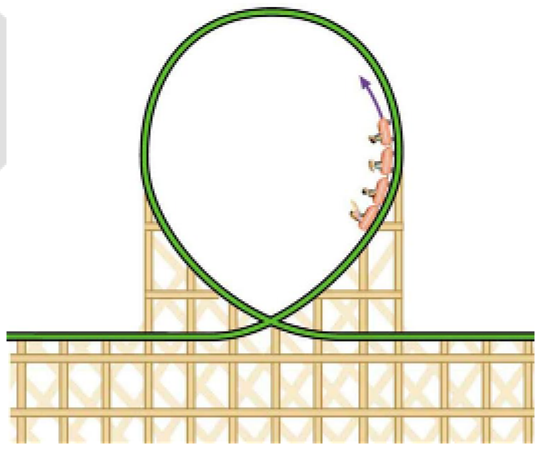


වෘත්තාකාර චලිතය circular motion

- යම් අංශුවක් හෝ වස්තුවක් ඊට බාහිරින් පිහිටි අක්ෂයක් හෝ ලක්ෂ්‍යයක් කේන්ද්‍ර කරගනිමින් අරය නියත වූ වෘත්තයක පරිධිය ඔස්සේ ගමන් කිරීම වෘත්තාකාර චලිතය ලෙස හඳුන්වයි.





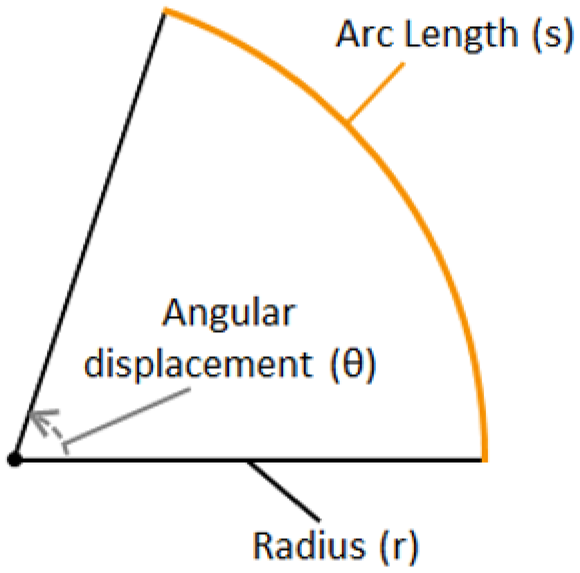


- උත්තාරණ (රේඛීය) චලිතය සඳහා චලිත රාශි ලෙස විස්ථාපනය, ප්‍රවේගය, ත්වරණය, කාලය, බලය වැනි රාශි භාවිත කලද භ්‍රමණ චලිතය යම් අක්ෂයක් හෝ ලක්ෂයක් වටා සිදුකරන කෝණික චලිතයක් බැවින් භ්‍රමණ චලිතය සඳහා වෙනමම රාශි හඳුනාගත යුතු වේ.
- මේ අනුව මෙම ඒකකයේදී වඩාත් වැදගත්වන රාශි කිහිපයක් පහත දැක්වේ.

උත්තාරණ චලිතය	රාශි සංකේතය	භ්‍රමණ චලිතය	රාශි සංකේතය
විස්ථාපනය	S	කෝණික විස්ථාපනය	θ
ප්‍රවේගය	v	කෝණික ප්‍රවේගය	ω
ත්වරණය	a	කෝණික ත්වරණය	α
කාලය	t	සංඛ්‍යාතය	f
		ආවර්ත කාලය	T

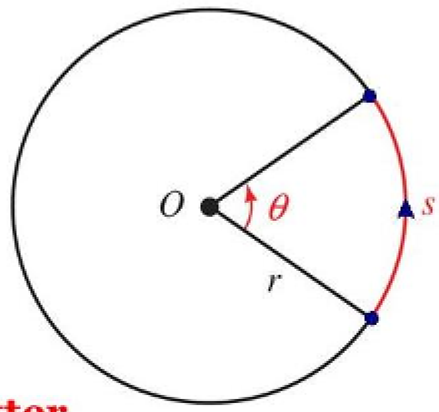
කෝණික විස්ථාපනය (θ) Angular displacement

- භ්‍රමණ චලිතයක දී භ්‍රමණ කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කෙරෙන කෝණය මෙනමින් හඳුන්වයි.
- එහි ඒකකය rad වේ.



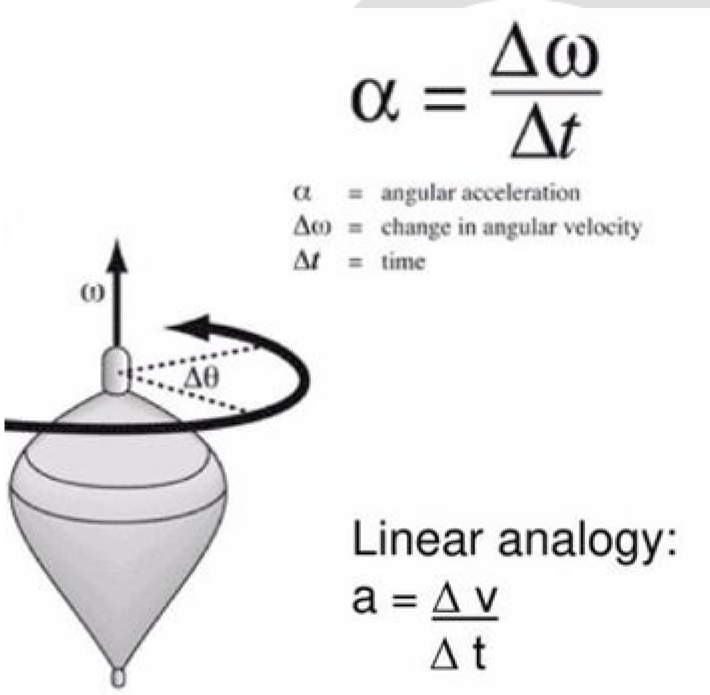
කෝණික ප්‍රවේගය (ω) Angular Velocity

- කෝණික විස්ථාපනය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාව හෙවත් ඒකක කාලයකදී කේන්ද්‍රයේ ආපාතනය කෙරෙන කෝණය, කෝණික ප්‍රවේගය නම් වේ.
- දෛශිකයකි, දිශාව සුරත් නීතිය මගින් ලබා දේ.
- මෙහි ඒකක rad s^{-1} වේ.



Greek Letter Omega (lowercase)

$$\omega = \frac{\theta}{t}$$



කෝණික ත්වරණය (α)- Angular Acceleration

- කෝණික ප්‍රවේගය වෙනස්වීමේ සීඝ්‍රතාව කෝණික ත්වරණය ලෙස හඳුන්වයි.

එහි සම්මත ඒකකය rad s^{-2} වේ.

නියත කෝණික ත්වරණ සඳහා

$$\alpha = \frac{\omega - \omega_0}{t}$$

ω_0 = ආරම්භක කෝණික ප්‍රවේගය

ω = අවසාන කෝණික ප්‍රවේගය

t = ගත වූ කාලය

සංඛ්‍යාතය (f) frequency

- යම් දෙයක් තත්පරයකට කැරකෙන වට ගණන එහි සංඛ්‍යාතය (frequency), f ලෙස හැඳින්වේ.
- එය මනින සම්මත ඒකකය හර්ට්ස් (Hertz) Hz වේ. ($1\ s^{-1} = 1$ Hz)
- තත්පරයකට වට දහයක් කැරකැවේ නම්, එහි සංඛ්‍යාතය හර්ට්ස් දහයකි (10 Hz). යමක් තත්පරයකට වට භාගයක් කැරකැවේ නම්, එහි සංඛ්‍යාතය 0.5 Hz වේ.

- තවද, තත්පරයකට නොව විනාඩියකට කරකැවෙන වට ගණනද (revolutions per minute) නිතර භාවිතා වන රාශියකි. RPM යනුවෙන් බොහෝ අවස්ථාවල කියන්නේ මෙයයි.
- RPM අගය 60න් බෙදීමෙන් අපට හර්ට්ස් වලින් මනින සංඛ්‍යාතය පහසුවෙන්ම ලැබේ.

ආවර්ථ කාලය T - periodic time

- යම් වස්තුවක් සම්පූර්ණ එක් වටයක් කැරකැවීමට ගතවන කාලය ආවර්ථය (period), T ලෙස හැඳින් වේ.
- සංඛ්‍යාතය හා ආවර්ථය අතර ඇත්තේ සරල සම්බන්ධතාවකි. සංඛ්‍යාතය (f), කෝණික ප්‍රවේගය (ω), ආවර්ථය (T) යන ඒකක තුන අතර පහත ආකාරයේ සම්බන්ධතා ගොඩනැගිය හැකියි.

ආවර්ථය $= \frac{1}{\text{සංඛ්‍යාතය}}$ $\quad (T = \frac{1}{f})$ $\quad$ (T යනු ආවර්ථ කාලය වන අතර, f යනු සංඛ්‍යාතය වේ.)

තවද, කෝණික ප්‍රවේගය $= \frac{2\pi}{\text{ආවර්ථය}}$ $\quad (\omega = \frac{2\pi}{T})$ $\quad$ (ω යනු කෝණික ප්‍රවේගය වේ.)

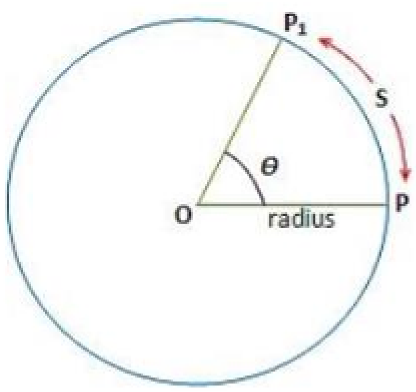
$$\omega = 2\pi f$$

- නියත කෝණික ත්වරණයක් යටතේ සිදුවන චලිත සඳහා පහත සඳහන් සමීකරණ යෙදිය හැක.

උත්තාරණ චලිතය	භ්‍රමණ චලිතය
$V = u + at$	$\omega = \omega_0 + \alpha t$
$S = \left(\frac{u+v}{2}\right)t$	$\theta = \left(\frac{\omega_0 + \omega}{2}\right)t$
$S = ut + \frac{1}{2}at^2$	$\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2}\alpha t^2$
$V^2 = u^2 + 2aS$	$\omega^2 = \omega_0{}^2 + 2\alpha\theta$

ස්පර්ශීය වේගය v - tangential speed (or tangential velocity)

- වෘත්ත චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක යම් මොහොතක වේගය ස්පර්ශීය වේගය ලෙස හඳුන්වයි.



$$V = r\,\omega$$

v - වස්තුවේ ස්පර්ශීය ප්‍රවේගය

ω - කෝණික ප්‍රවේගය

r - වස්තුව කේන්ද්‍රයේ සිට පවතින දුර

$$s = r\theta^{rad}$$

$$\frac{s}{t} = r\,\frac{\theta^{rad}}{t}$$

$$V = r\,\omega$$

ව්‍යාවර්ථය τ (Torque)

- වස්තුවක් මත ක්‍රියාකරන බල ඝූර්ණයේ හෝ යුග්මයේ විශාලත්වය ව්‍යාවර්ථය ලෙස හැඳින්වේ.
- වස්තුවක් මත සම්ප්‍රයුක්ත බලයක් නොයෙදෙන තාක් එය නිසලව පවතී නැතහොත් ඒකාකාර ප්‍රවේගයෙන් චලනය වෙමින් පවතී.
- වස්තුවක් මත ව්‍යාවර්ථයක් නොයෙදෙන තාක් එය නිසලව පවතී නැතහොත් ඒකාකාර කෝණික ප්‍රවේගයකින් භ්‍රමණය වෙමින් පවතී.

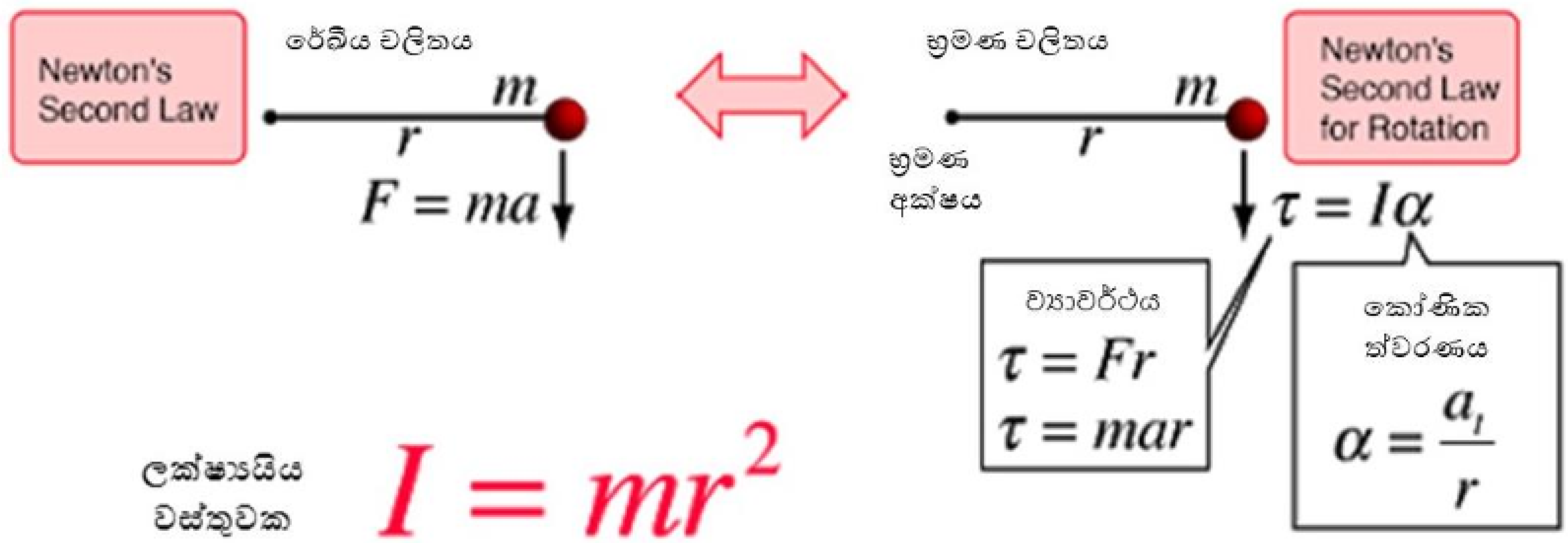
$$\tau = I\,\alpha$$

අවස්ථිති ඝූර්ණය I (Moment of inertia)

වස්තුවක් සෑදී ඇත්තේ කුඩා අංශුවලිනි.

- එම වස්තුව චලනය වනවා යනු එම අංශු චලනය වීමයි.
- අංශුවකට චලනය වීමට ඇති හැකියාව එම අංශුව පිහිටා ඇති ස්ථානය අනුව වෙනස් වේ.
- භ්‍රමණ අක්ෂයේ සිට අංශුව පවතින ස්ථානයට ඇති දුර අනුව ඝූර්ණය වෙනස් වන නිසා එහිදී වස්තුවේ කේන්ද්‍රයට ළඟින් පිහිටි අංශු පහසුවෙන් කැරකීමට චලනය වීමට උත්සහ දරන අතර කේන්ද්‍රයේ සිට ඈතින් පිහිටි අංශු චලනය වීමට අපහසුවක් (මැලිකමක්) දක්වයි.
- මෙම ස්වභාවය අවස්ථිති ඝූර්ණය මගින් සංඛ්‍යාත්මකව ලබාගත හැක.
- වස්තූන්හි අවස්ථිති ඝූර්ණය වස්තුවේ හැඩය එනම් එම වස්තුවේ අංශු පිහිටා ඇති ආකාරය මත රඳාපවතී.

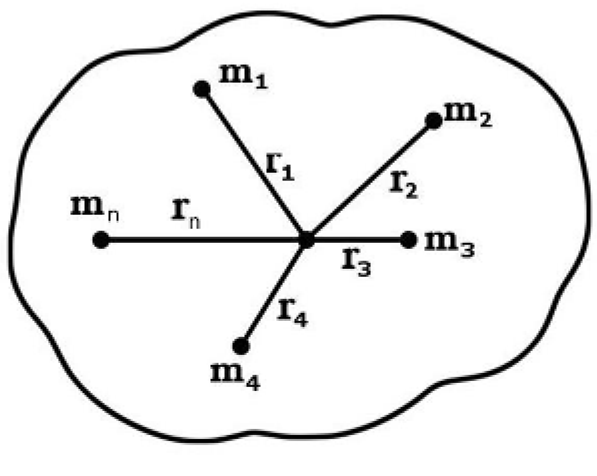
ලක්ෂ්‍යයිය වස්තුවක අවස්ථිති ඝූර්ණය



$$mar = I\frac{a}{r}$$

$$I = mr^2$$

ලක්ෂ්‍යයිය නොවන වස්තුවක අවස්ථිති ඝූර්ණය

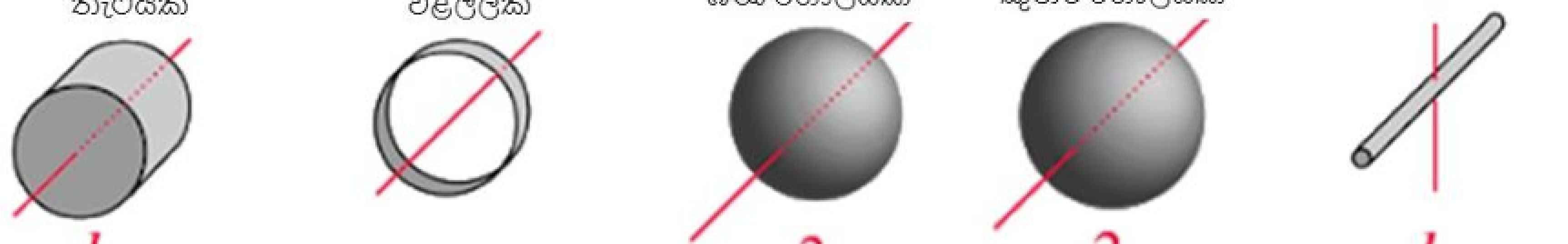


$$I = m_1{r_1}^2 + m_2{r_2}^2 + m_3{r_3}^2 + \ldots + m_n{r_n}^2$$

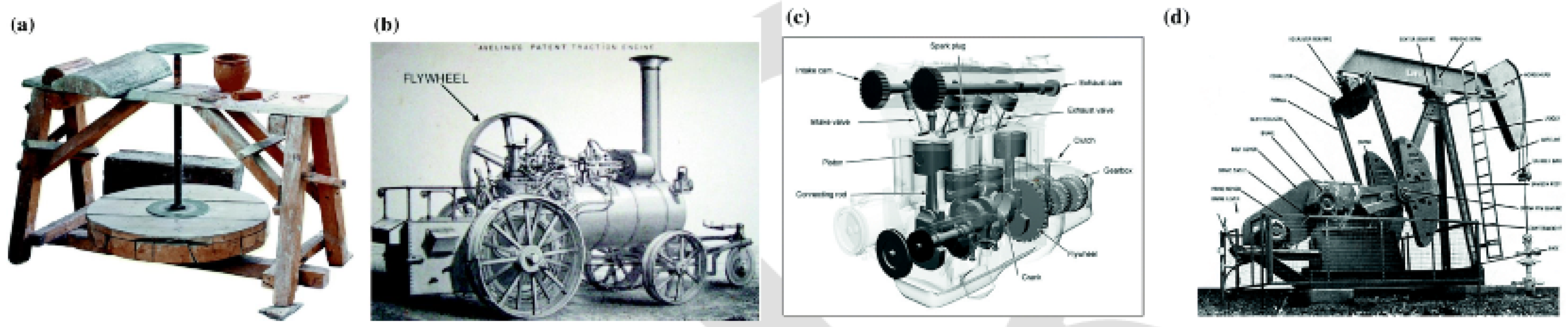
$$I = \sum_{i=1}^{n} m_i{r_i}^2$$

විවිධ වස්තු කිහිපයක අවස්ථිති ඝූර්ණය

මධ්‍ය අක්ෂය වටා තැටියක	මධ්‍ය අක්ෂය වටා වළල්ලක	කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා ඝණ ගෝලයක	කේන්ද්‍රය හරහා යන අක්ෂයක් වටා කුහර ගෝලයක	මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වටා දණ්ඩක
$I=\frac{1}{2}MR^2$	$I=MR^2$	$I=\frac{2}{5}MR^2$	$I=\frac{2}{3}MR^2$	$I=\frac{1}{12}ML^2$



ප්‍රයෝගික භාවිත



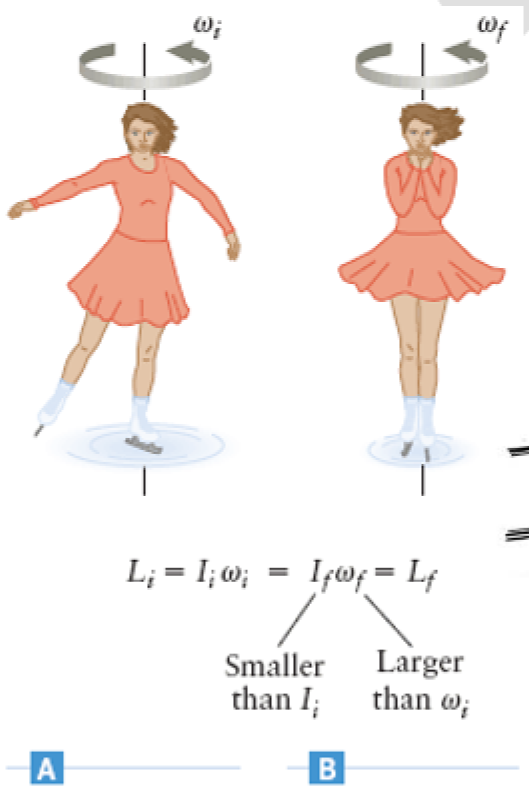
කෝණික ගම්‍යතාවය L (angular momentum)

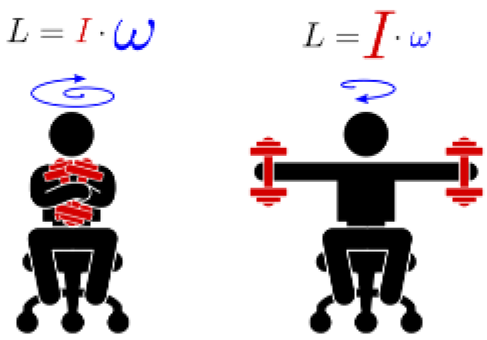
- අවස්ථිති ඝූර්ණයේත් කෝණික ප්‍රවේගයේත් ගුණිතය කෝණික ගම්‍යතාව ලෙස හඳුන්වයි.

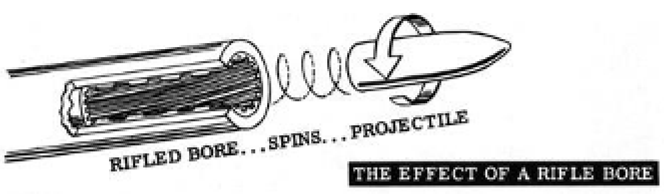
$$L = I\omega$$

ඒකකය kgm^2s^{-1} වේ.

- වස්තුවක් මත බාහිර ව්‍යාවර්තයක් නොයෙදේ නම් කෝණික ගම්‍යතාව සංස්ථිතික වේ.
- එනම් අවස්ථිති ඝූර්ණය අඩු වන විට කෝණික ප්‍රවේගය වැඩි වීමද අවස්ථිති ඝූර්ණය වැඩි වනවිට කෝණික ප්‍රවේගය අඩු වීමද සිදු වේ.

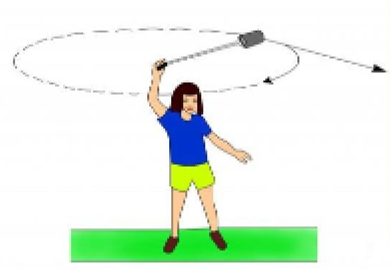


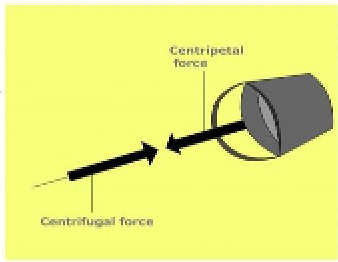


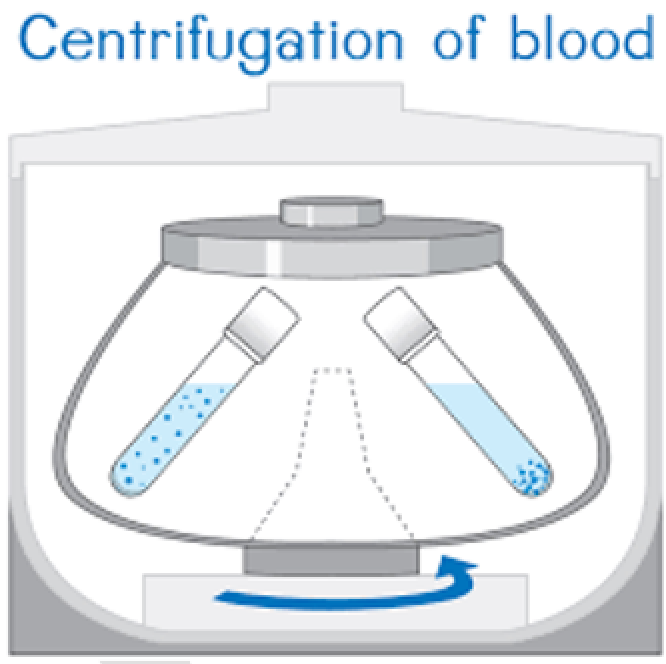


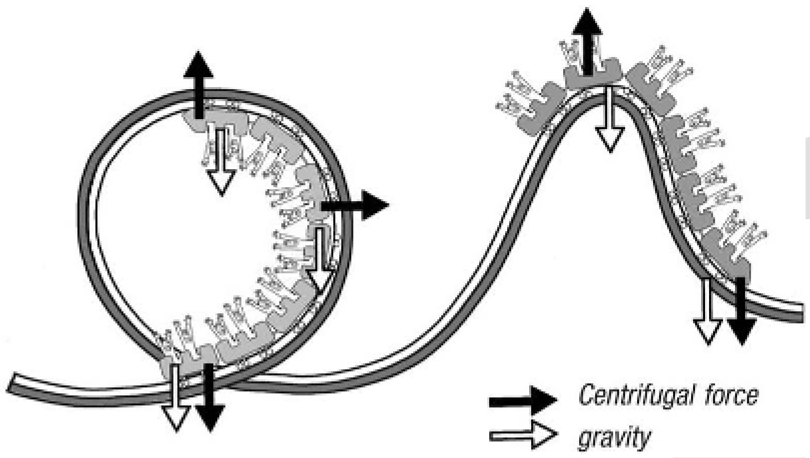
කේන්ද්‍රාපසාරී බලය (centrifugal force)

- වෘත්තාකාර චලිතයක යෙදෙන වස්තුවක් මත වෘත්තාකාර පථයේ කේන්ද්‍රයෙන් ඉවතට ක්‍රියාකරන බලය කේන්ද්‍රාපසාරී බලය ලෙස හඳුන්වයි.



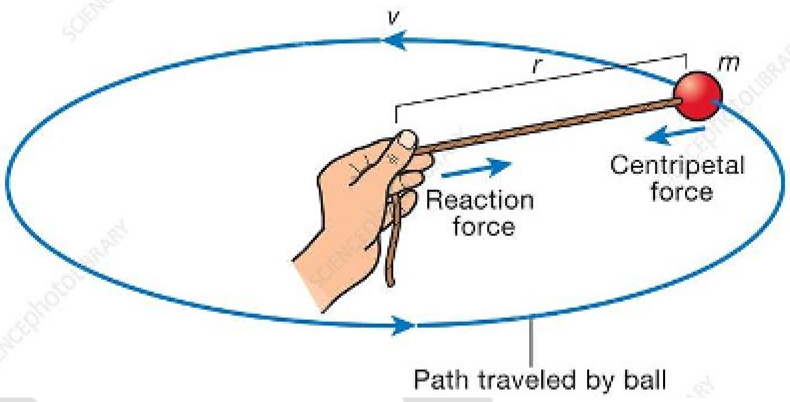






කේන්ද්‍රාභිසාරී බලය (Centripetal force)

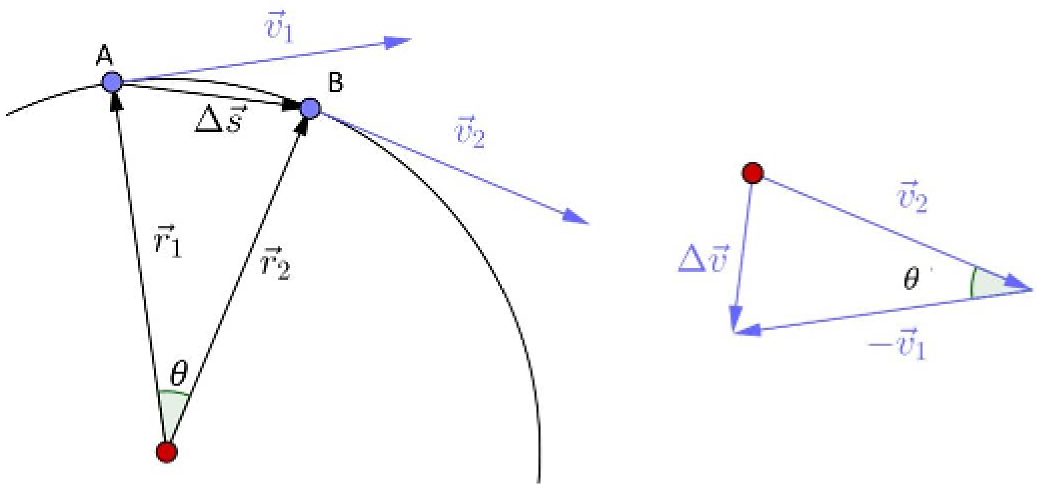
- වස්තුවක් වෘත්තාකාර චලිතයක පැවතීමට නම් කේන්ද්‍රය දෙසට යෙදෙන බලයක් පැවතිය යුතුය මෙසේ කේන්ද්‍රය දෙසට යොමුව පවතින බලය කේන්ද්‍රාභිසාරී බලය නම් වේ.



- නියත කෝණික ප්‍රවේගයක් සහිත වස්තුවක

කේන්ද්‍රාපසාරී බලය = කේන්ද්‍රාභිසාරී බලය

කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය (Centripetal acceleration)



- A පිහිටුමේ සිට B පිහිටුමට යන විට ප්‍රවේග වෙනස් වීම $v_2 - v_1$ මගින් ගත හැකිය . ගත වූ **ඉතා කුඩා t කාල ප්‍රාන්තරයක්** තුළ සිදුවූ කෝණික විස්ථාපනය θ වන විට A පිහිටුමේ සිට B පිහිටුමට යන විට ප්‍රවේග වෙනස් වීම $v_2 - v_1$ මගින් ගත හැකිය . ගත වූ ඉතා කුඩා t කාල ප්‍රාන්තරයක් තුළ සිදුවූ කෝණික විස්ථාපනය θ වන විට

$$\text{ත්වරණය} = \frac{v_2 - v_1}{t}$$

$$\text{කෝණික විස්ථාපනය} = \frac{\theta}{t}$$

v_1 v_2 විශාලත්ව එකිනෙක සමානය එය v ලෙස සලකමු.එවිට

$$S = r\,\theta$$

$$\theta = \frac{vt}{r} \;\rightarrow (1)$$

v_1 v_2 අතර කෝණය θ බැවින් (කුඩා කෝණ සඳහා θ→ tan θ)

$$\theta = \frac{\Delta v}{v} \;\rightarrow (2)$$

2 සමීකරණයේ θ වෙනුවට 1 න් ආදේශ කිරීමෙන්

$$\frac{vt}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{\Delta v}{t}$$

$$\frac{\Delta v}{t} = \text{ත්වරණයෙහි විශාලත්වය}$$

v_2 - v_1 හි දිශාව මගින් ත්වරණයෙහි දිශාව ලැබේ ඉහත රූප සටහන අනුව එය කේන්ද්‍රය දෙසට පවතී.

ඒ අනුව $\frac{v^2}{r}$ මගින් කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය (a) ලෙස හැඳින්වේ.

$v = r\omega$ බැවින් $a = \frac{v^2}{r} = r\omega^2$ ලෙසද ගත හැකිය

- එබැවින් ස්කන්ධය m වූ වස්තුවක් වෘත්තාකාර චලිතයක යෙදෙන විට ක්‍රියාකරන කේන්ද්‍රාභිසාරී බලය, කේන්ද්‍රාභිසාරී ත්වරණය හා ස්කන්ධය ඇසුරින් පහත පරිදි ගත හැකිය.

$$F=ma$$

$$F = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$$

භ්‍රමණ චලිතයේ යෙදෙන වස්තුවක චාලක ශක්තිය (Kinetic Energy)

$$KE_{\text{භ්‍රමණ}} = \frac{1}{2} I\omega^2$$

ω කෝණික ප්‍රවේගය

v රේඛීය ප්‍රවේගය

$$KE_{\text{භ්‍රමණ}} = \frac{1}{2} I\omega^2 \qquad \frac{1}{2} mv^2 = KE_{\text{රේඛීය}}$$

Linear and rotational kinetic energy have the same form.

භ්‍රමණ අවස්ථිතිය (අවස්ථිති ඝූර්ණය) I

උත්තාරණ අවස්ථිතිය (ස්කන්ධය) m

$$F_T = ma_T$$

$$\tau = F_T \times r \qquad a_T = r\alpha$$

$$\frac{\tau}{r} = mr\alpha$$

$$\tau = I\alpha$$

අවස්ථිති ඝූර්ණය , $I=kmr^2$

k හැඩය සහ අක්ෂය මත රඳාපවතී