ඛණ්ඩාංක ජ්‍යාමිතිය

අනුක්‍රමණය සහ අන්තඃඛණ්ඩය සෙවීම.

$$y = mx + c$$

m ↑ අනුක්‍රමණය c ← අන්තඃඛණ්ඩය

Ex :-

01) $y = 5x + 7$

$= m = 5$

$c = 7$

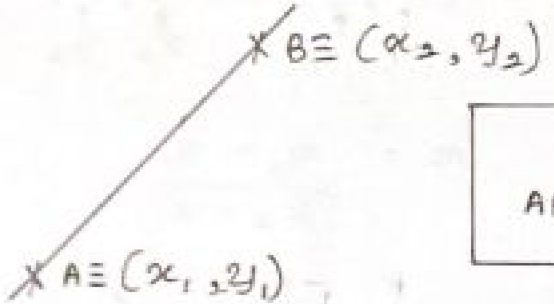
02) $3y - 2x = -12$

$y = \frac{2x}{3} - \frac{12}{3}$

$y = \frac{2}{3}x - 4$

$m = \frac{2}{3} \quad c = -4$

ලක්ෂ්‍ය 02ක් යාකරන සරල රේඛාවක දිග සෙවීම.

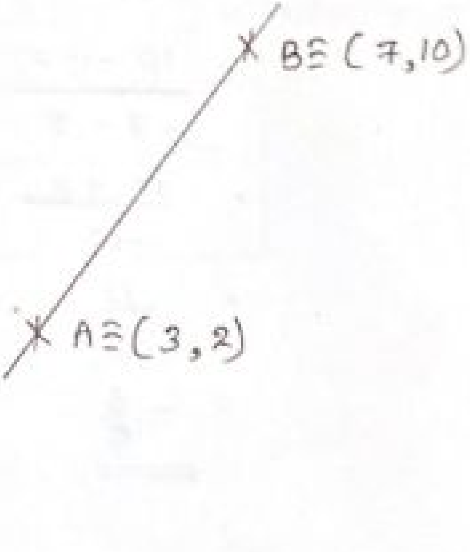


$$AB \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

Ex :-

01) $A \equiv (3, 2)$ $B \equiv (7, 10)$

($x_1 = 3$, $y_1 = 2$; $x_2 = 7$, $y_2 = 10$)



$AB \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$= \sqrt{(10-2)^2 + (7-3)^2}$

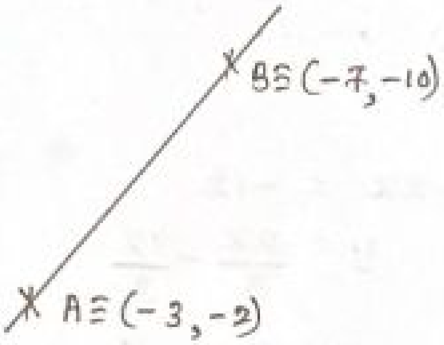
$= \sqrt{8^2 + 4^2}$

$= \sqrt{64 + 16}$

$= \sqrt{80}$ ඒකක

02) $A \equiv (-3, -2)$ $B \equiv (-7, -10)$

$x_1 = -3,\ y_1 = -2$ $x_2 = -7,\ y_2 = -10$



$$AB \text{ දුර} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-10-(-2))^2 + (-7-(-3))^2}$$
$$= \sqrt{(-10+2)^2 + (-7+3)^2}$$
$$= \sqrt{(-8)^2 + (-4)^2}$$
$$= \sqrt{64 + 16}$$
$$= \sqrt{80} \text{ ඒකක}$$

ලක්ෂ්‍ය 2ක් යාකරන රේඛාවක අනුක්‍රමණය සෙවීම.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Ex:- 01) $A \equiv (-4, 3)$ $B \equiv (-8, -11)$

$x_1 = -4,\ y_1 = 3$ $x_2 = -8,\ y_2 = -11$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{-11 - 3}{-8-(-4)}$$
$$= \frac{-14}{-8+4}$$
$$= \frac{-14}{-4}$$
$$= \frac{7}{2}$$

02) $A \equiv (3, -2)$, $B \equiv (-7, 10)$

$x_1 = 3,\ y_1 = -2$ $x_2 = -7,\ y_2 = 10$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{10-(-2)}{-7-3}$$
$$= \frac{10+2}{-10}$$
$$= \frac{12}{-10}$$
$$= -\frac{6}{5}$$

ලක්ෂ්‍ය 02ක් යාකරන රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය සෙවීම.

$$C \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

Ex:-

01) $A \equiv (-4, 3)$, $B \equiv (-8, -11)$ — where $x_1 = -4$, $y_1 = 3$, $x_2 = -8$, $y_2 = -11$

$$C \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$\equiv \left(\frac{-4 + (-8)}{2}, \frac{3 + (-11)}{2} \right)$$

$$\equiv \left(\frac{-4 - 8}{2}, \frac{3 - 11}{2} \right)$$

$$\equiv \left(\frac{-12}{2}, \frac{-8}{2} \right)$$

$$C \equiv (-6, -4)$$

(02) $A \equiv (-3, 2)$, $B \equiv (7, -10)$ — where $x_1 = -3$, $y_1 = 2$, $x_2 = 7$, $y_2 = -10$

$$C \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

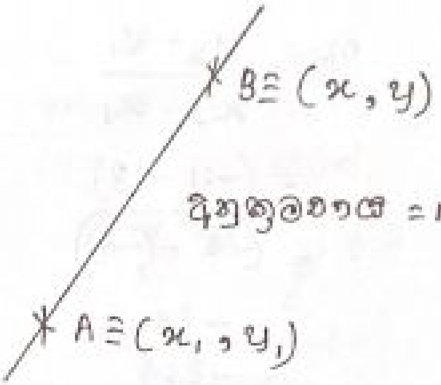
$$\equiv \left(\frac{-3 + 7}{2}, \frac{2 + (-10)}{2} \right)$$

$$\equiv \left(\frac{4}{2}, \frac{2 - 10}{2} \right)$$

$$\equiv \left(2, \frac{-8}{2} \right)$$

$$C \equiv (2, -4)$$

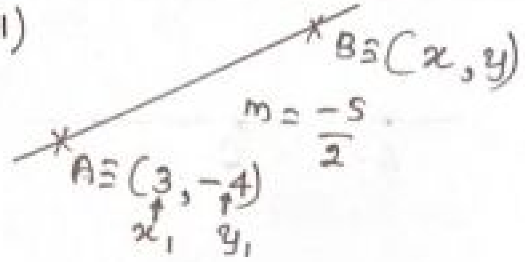
ලක්ෂ්‍යයක් හා අනුක්‍රමණය දුන් විට සරල රේඛාවක සමීකරණය



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

Ex :-

01)



$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - (-4)}{x - 3} = \frac{-5}{2}$$

$$2(y + 4) = -5x + 15$$

$$2y + 8 = -5x + 15$$

$$2y = -5x + 15 - 8$$

$$y = -\frac{5x}{2} + \frac{7}{2}$$

(02) $A \equiv (\underset{x_1}{-2}, \underset{y_1}{-5})$

$m = \frac{3}{2}$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - (-5)}{x - (-2)} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{y + 5}{x + 2} = \frac{3}{2}$$

$$2(y + 5) = 3x + 6$$

$$2y + 10 = 3x + 6$$

$$2y = 3x + 6 - 10$$

$$y = \frac{3x}{2} - \frac{4}{2}$$

$$y = \frac{3}{2}x - 2$$

ලක්ෂ්‍ය 2ක් දන්නා විට සරල රේඛාවක සමීකරණය සෙවීම.

$$\boxed{\frac{y - y_1}{x - x_1} = m}$$

Eg:-

01) $A \equiv (\underset{x_1}{-4}, \underset{y_1}{3})$

$B \equiv (\underset{x_2}{-8}, \underset{y_2}{-11})$

මෙහිදී පලමුව අනුක්‍රමණය සොයා ගත යුතුය.

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{(-11 - 3)}{(-8 - (-4))}$$

$$= \frac{-14}{-8 + 4}$$

$$= \frac{-14}{-4}$$

$$m = \frac{7}{2}$$

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - 3}{x - (-4)} = \frac{7}{2}$$

$$\frac{2(y - 3)}{x + 4} = 7$$

$$2y - 6 = 7x + 28$$

$$2y = 7x + 28 + 6$$

$$y = \frac{7x}{2} + \frac{34}{2}$$

$$y = \frac{7}{2}x + 17$$

සරල රේඛා 02ක් සමාන්තර වීම

*රේඛා 02ක් සමාන්තර වීමේදී එක් රේඛාවක සමීකරණයේ අනුක්‍රමණය අනෙක් රේඛාවේ සමීකරණයේ අනුක්‍රමණයට සමාන වේ.

Ex:-

01) $y = 5x + 2$ රේඛාවට සමාන්තර සහ $(2, 3)$ ලක්ෂ්‍යය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - 3}{x - 2} = 5$$

$$y - 3 = 5x - 10$$

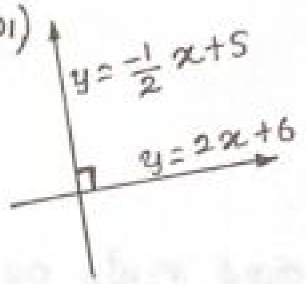
$$y = 5x - 10 + 3$$

$$y = 5x - 7$$

රේඛා 2ක් ලම්බක වීම.

$$m_1 m_2 = -1$$

Ex:- 01)



$m_1 \times m_2 = -1$ බැවින්,

$$m_1 \times m_2 = \frac{-1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}$$

$$m_1 m_2 = -1$$

02) $y = 3x - 5$ රේඛාවට ලම්බක රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

$$y = \underset{\uparrow\ m_1}{3}x - 5$$

$m_1 m_2 = -1$ බැවින්,

$$3 \times m_2 = -1$$

$$m_2 = \frac{-1}{3}$$

රේඛා 02ක ඡේදනය.

01)
පහත රේඛා 2කෙහි ඡේදන ලක්ෂ්‍යය සොයමු.

$$y = 2x + 5$$
$$y = 6x - 3$$

ඡේදන ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක x_1 හා y_1 යැයි ගනිමු.

$$y_1 = 2x_1 + 5 \quad \text{---} \quad (1)$$
$$y_1 = 6x_1 - 3 \quad \text{---} \quad (2)$$

(1) හා (2) සමීකරණ ගත් විට,
$y_1 = y_1$ නිසා සමීකරණවල පද සමාන විය යුතුය.

$$2x_1 + 5 = 6x_1 - 3$$
$$5 + 3 = 6x_1 - 2x_1$$
$$8 = 4x_1$$
$$\frac{8}{4} = x_1$$
$$\underline{\underline{2 = x_1}}$$

$x_1 = 2$ (1) ට ආදේශයෙන්,

$$y_1 = 2x_1 + 5$$
$$y_1 = 2 \times 2 + 5$$
$$y_1 = 4 + 5$$
$$\underline{\underline{y_1 = 9}}$$

ඡේදන ලක්ෂ්‍යය = (2, 9)

02) පහත A, B ලක්ෂ්‍ය සලකන්න.

$A \equiv (2, 3)$ $\quad B \equiv (2, 5)$

($x_1 = 2$, $y_1 = 3$; $x_2 = 2$, $y_2 = 5$)

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{5 - 3}{2 - 2}$$
$$= \frac{2}{0}$$
$$\underline{\underline{m = 0}}$$

* කිසියම් ලක්ෂ්‍ය 02ක y පද හෝ x පද සමාන වේ නම්, හෝ අනුක්‍රමණය 0 හෝ අනන්තයක් වේ නම්, එම රේඛා 02ක ඡේදනය වන්නේ නැත.

ලක්ෂයක් රේඛාවක් මත පිහිටයිද පරීක්ෂා කිරීම.

$A \equiv (2 \; , \; 3)$

$\uparrow \quad \uparrow$

$x_1 \quad y_1$

මෙහි x අගය පමණක් ① සමීකරණයට ආදේශයෙ

$y = 5x - 7$ — ①

$y = 5x - 7$

$y = 5 \times 2 - 7$

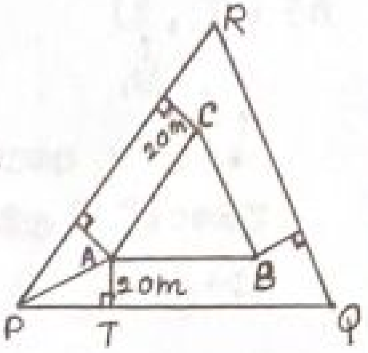
$y = 10 - 7$

$y = 3$

A ලක්ෂයේ y අගය ද 3 බැවින් ලක්ෂය රේඛාව මත පිහිටයි.

විසඳු ගැටළු

01) අරය 5m බැගින් වූ ගෝලාකාර ටැංකි 3ක් යොදා ගෙන තෙල් ගබඩා සංකීර්ණයක් සකස් කිරීමට සැලසුම්කරුවෙක් යෝජනා කරයි. ටැංකිවල කේන්ද්‍ර සමතලා බිම එහි A, B හා C ලක්ෂ්‍යවලට හරි මැදින් එළවීමට සැලසුම් කර ඇත. එම බිමෙහි ඒකකයක් 1m වන, යම් කාටීසීය තලයක් ඇඳියි ගත් විට $A \equiv (0,0)$, $B \equiv (20,0)$, $C \equiv (10, 10\sqrt{3})$ වේ.



a) A, B හා C ලක්ෂ්‍ය සමපාද ත්‍රිකෝණයක ශීර්ෂවල පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$A \equiv (0, 0)$ (x_1, y_1) $B \equiv (20, 0)$ (x_2, y_2)

$$\begin{aligned} AB \text{ දුර} &= \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2} \\ &= \sqrt{(0-0)^2 + (20-0)^2} \\ &= \sqrt{20^2} \\ &= \sqrt{400} \\ &= \underline{\underline{20 \text{ ඒකක}}} \end{aligned}$$

$A \equiv (0, 0)$ (x_1, y_1) $C = (10, 10\sqrt{3})$ (x_2, y_2)

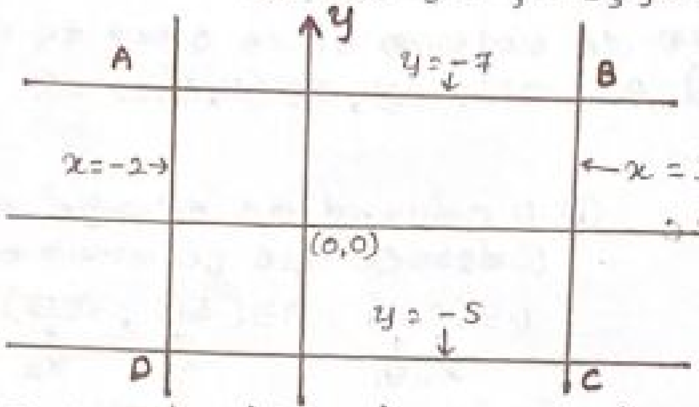
$B \equiv (20, 0)$ (x_1, y_1) $C \equiv (10, 10\sqrt{3})$ (x_2, y_2)

$$\begin{aligned} AC \text{ දුර} &= \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2} \\ &= \sqrt{(10\sqrt{3}-0)^2 + (10-0)^2} \\ &= \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (10)^2} \\ &= \sqrt{100 \times 3 + 100} \\ &= \sqrt{300 + 100} \\ &= \sqrt{400} \\ &= \underline{\underline{20 \text{ ඒකක}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC \text{ දුර} &= \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2} \\ &= \sqrt{(10\sqrt{3}-0)^2 + (10-20)^2} \\ &= \sqrt{(10\sqrt{3})^2 + (-10)^2} \\ &= \sqrt{100 \times 3 + 100} \\ &= \sqrt{300 + 100} \\ &= \sqrt{400} \\ &= \underline{\underline{20 \text{ ඒකක}}} \end{aligned}$$

$AC = AB = BC$ බැවින් ABC සමපාද ත්‍රිකෝණයක් වේ.

02) පහත දැක්වෙන්නේ කළල් මල්පාත්තියක් සැකසීමට නිර්මාණය කරන ලද ලෑලි සැකැස්මකි. එහි AB, BC, CD හා DA රේඛා වල සමීකරණ පිළිවෙලින් $y = 7$, $x = 3$, $y = -5$, $x = -2$ වේ.



i) A, B, C හා D ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$A \equiv (-2, 7)$ $B \equiv (3, 7)$ $C \equiv (3, -5)$ $D \equiv (-2, -5)$

ii) BD විකර්ණයේ දිග B හා D ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක භාවිතයෙන් සොයන්න.

$B \equiv (3, 7)$ $D \equiv (-2, -5)$
$x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

$$BD \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-5 - 7)^2 + (-2 - 3)^2}$$
$$= \sqrt{(-12)^2 + (-5)^2}$$
$$= \sqrt{144 + 25}$$
$$= \sqrt{169}$$
$$= 13 \text{ ඒකක}$$

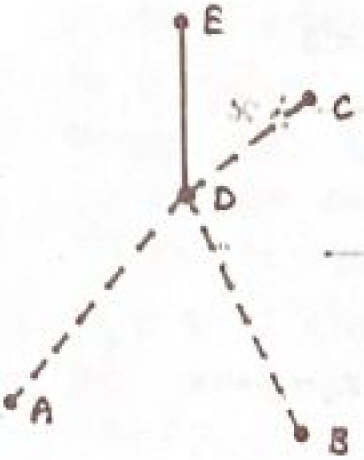
iii) DB විකර්ණය DC සමඟ සාදන කෝණයේ sin අනුපාතය සොයන්න.

$B \equiv (3, 7)$ $C \equiv (3, -5)$
$x_1 \ y_1$ $x_2 \ y_2$

$$BC \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-5 - 7)^2 + (3 - 3)^2}$$
$$= \sqrt{(-12)^2 + 0^2}$$
$$= \sqrt{144}$$
$$= 12 \text{ ඒකක}$$

$$\sin\theta = \frac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}} = \frac{BC}{DB} = \frac{12}{13}$$

03) සමතලා බිමක පිහිටි A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල සිසුන් තිදෙනෙක් සිටගෙන සිටී. ඔවුන් D (0, 0) ලක්ෂ්‍යයේ පිහිටා ඇති උස කුළුණක මුදුන (E ලක්ෂ්‍ය) නිරීක්ෂණය කරයි. එම බිමෙහි ඒකකයක් 1cm වන සේ කාටීසීය තලයක ඇතැයි සිතූ විට $A \cong (5\sqrt{2}, -5\sqrt{2})$, $B \cong (10\sqrt{2}, -10)$, $C \cong (5, 5/\sqrt{3})$ වේ.



(i) D ලක්ෂ්‍යයේ සිට පිළිවෙලින් A, B, C ලක්ෂ්‍යවලට ඇති දුර ගණනය කරන්න.

$D \cong (0, 0)$, $A \cong (5\sqrt{2}, -5\sqrt{2})$ — x_1, y_1; x_2, y_2

$$AD \text{ දුර} = \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-5\sqrt{2}-0)^2 + (5\sqrt{2}-0)^2}$$
$$= \sqrt{(-5\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{25 \times 2 + 25 \times 2}$$
$$= \sqrt{50 + 50}$$
$$= \sqrt{100}$$
$$= 10 \text{ ඒකක}$$

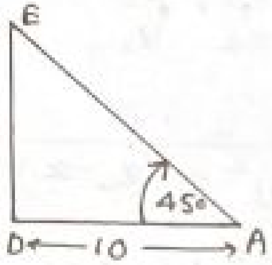
$D \cong (0, 0)$, $B \cong (10\sqrt{2}, -10)$ — x_1, y_1; x_2, y_2

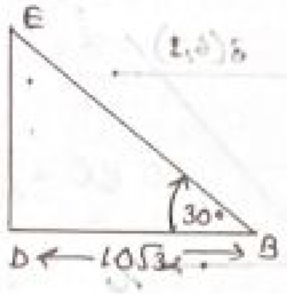
$$BD \text{ දුර} = \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(-10-0)^2 + (10\sqrt{2}-0)^2}$$
$$= \sqrt{(-10)^2 + (10\sqrt{2})^2}$$
$$= \sqrt{100 + 100 \times 2}$$
$$= \sqrt{100 + 200}$$
$$= \sqrt{300}$$
$$= \sqrt{100} \times \sqrt{3}$$
$$= 10\sqrt{3} \text{ ඒකක.}$$

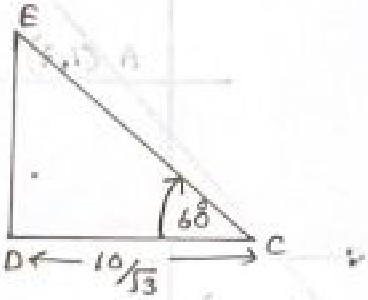
$D \cong (0, 0)$, $C \cong (5, 5/\sqrt{3})$ — x_1, y_1; x_2, y_2

$$DC \text{ දුර} = \sqrt{(y_2-y_1)^2 + (x_2-x_1)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{5}{\sqrt{3}} - 0\right)^2 + (5-0)^2}$$
$$= \sqrt{\left(\frac{5}{\sqrt{3}}\right)^2 + (5)^2}$$
$$= \sqrt{\frac{25}{3} + 25}$$
$$= \sqrt{\frac{25+75}{3}}$$
$$= \sqrt{\frac{100}{3}} \rightarrow \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{3}} = \frac{10}{\sqrt{3}}$$

ii) ළමුන් තිදෙනා කුළුණේ මුදුන දකින ආරෝහණ කෝණ පිළිවෙලින් 45°, 30°, 60° වේ. එවිට AE, BE හා CE ගණනය කරන්න.







AE දුර,

$\cos 45° = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{AD}{AE}$

$AE = 10\sqrt{2}$

BE දුර,

$\cos 30° = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{BD}{BE}$

$BE = \dfrac{10\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \times 2$

$BE = 20$

CE දුර,

$\cos 60° = \dfrac{\text{බද්ධ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{DC}{CE}$

$CE = 10/\sqrt{3} \times 2$

$CE = 20/\sqrt{3}$

iii) කුළුණේ උස ගණනය කරන්න.

$\sin 45° = \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{DE}{AD}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{DE}{10\sqrt{2}}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} \times 10\sqrt{2} = DE$

$10 = DE$

$\sin 30° = \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{DE}{BE}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{DE}{20}$

$\dfrac{1}{2} \times 20 = DE$

$10 = DE$

$\sin 60° = \dfrac{\text{සම්මුඛ පාදය}}{\text{කර්ණය}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{DE}{CE}$

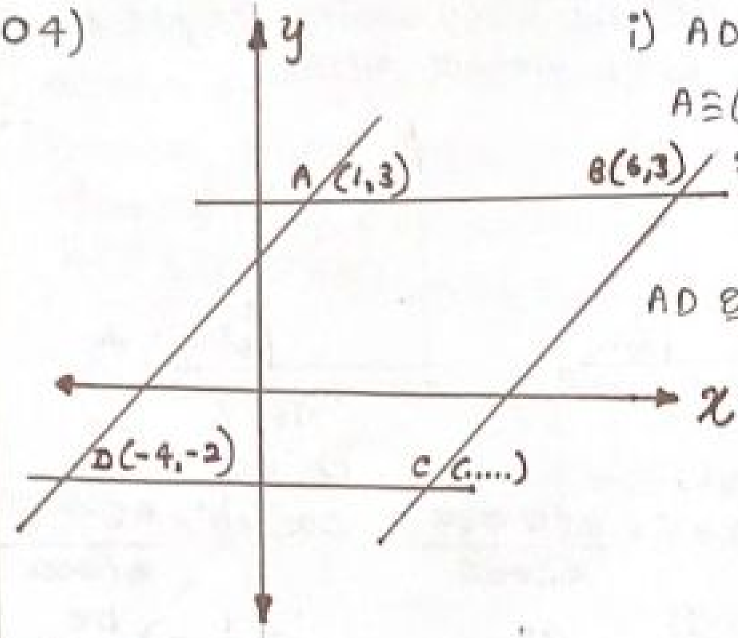
$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{DE}{20/\sqrt{3}}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} \times 20/\sqrt{3} = DE$

$10 = DE$

කුළුණේ උස 10 වේ.

04)



i) AD සරල රේඛාවේ දිග සොයන්න.

$A \equiv (1, 3)$ $D \equiv (-4, -2)$

x_1, y_1 x_2, y_2

$$AD \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(-2 - 3)^2 + (-4 - 1)^2}$$

$$= \sqrt{(-5)^2 + -5^2}$$

$$= \sqrt{25 + 25}$$

$$= \sqrt{50}$$

$$= \sqrt{25 \times 2}$$

$$= \sqrt{25} \times \sqrt{2}$$

$$= 5\sqrt{2} \text{ ඒකක}$$

ii) සම බණ්ඩාංක තලයේ AD සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

$A \equiv (1, 3)$ $D \equiv (-4, -2)$

x_1, y_1 x_2, y_2

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \qquad \frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$= \frac{-2 - 3}{-4 - 1} \qquad \frac{y - 3}{x - 1} = +1$$

$$= \frac{-5}{-5} \qquad y - 3 = x - 1$$

$$= +1 \qquad y = x - 1 + 3$$

$$y = x + 2$$

iii) ඉහත AD සරල රේඛාවට සමාන්තර BC රේඛාවේ සමීකරණය ලියන්න.

$y = 1x + 2$ (m) $B \equiv (6, 3)$ (x_1, y_1)

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - 3}{x - 6} = 1$$

$$y - 3 = x - 6$$

$$y = x - 6 + 3$$

$$y = x - 3$$

05) a) i) කාටීසියානු තලයේ පිහිටි $A \equiv (x_1, y_1)$, $B \equiv (x_2, y_2)$ ලක්ෂ්‍ය අතර දුර සඳහා සූත්‍රයක් ලබාගන්න.

$A \equiv (x_1, y_1) \quad B \equiv (x_2, y_2)$

AB දුර $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

ii) $x \equiv (-1, -2)$, $y \equiv (3, 4)$ නම් x, y අතර දුර සොයන්න.

xy දුර $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$= \sqrt{(4 - (-2))^2 + (3 - (-1))^2}$

$= \sqrt{(4 + 2)^2 + (3 + 1)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 4^2}$

$= \sqrt{36 + 16}$

$= \sqrt{52}$ ඒකක

iii) xy ලක්ෂ්‍ය දෙක හරහා යන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{4 - (-2)}{3 - (-1)}$

$= \dfrac{4 + 2}{3 + 1}$

$= \dfrac{6}{4}$

$= \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{y - y_1}{x - x_1} = m$

$\dfrac{y - (-2)}{x - (-1)} = \dfrac{3}{2}$

$\dfrac{y + 2}{x + 1} = \dfrac{3}{2}$

$2(y + 2) = 3x + 3$

$2y + 4 = 3x + 3$

$2y = 3x + 3 - 4$

$y = \dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}$

iv) ඉහත රේඛාවට සමාන්තර සහ (0, -4) ඛණ්ඩාංකයෙන් දැක්වෙන ලක්ෂ්‍ය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

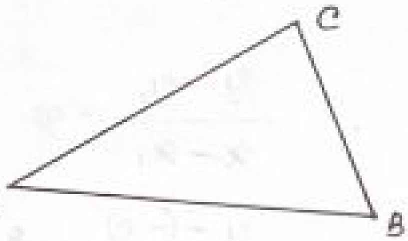
$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - (-4)}{x - 0} = \frac{3}{2}$$

$$2(y+4) = 3x$$
$$2y + 8 = 3x$$
$$2y = 3x - 8$$
$$y = \frac{3}{2}x - \frac{8}{2}$$
$$y = \frac{3}{2}x - 4$$

06) කාටීසියානු ඛණ්ඩාංක තලයක ඇති ABC ත්‍රිකෝණයක A, B හා C ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක පහත දක්වා ඇත.

$A \equiv (-1, -4)$
$B \equiv (5, -4)$
$C \equiv (2, 2)$



i) ABC ත්‍රිකෝණය සමද්විපාද ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

$A \equiv (-1, -4)$ $B \equiv (5, -4)$

AB දුර $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$= \sqrt{(-4 - (-4))^2 + (5 - (-1))^2}$

$= \sqrt{(-4+4)^2 + (5+1)^2}$

$= \sqrt{0^2 + 6^2}$

$= \sqrt{36}$

$=$ 6 ඒකක

$A \equiv (-1, -4)$ B $C \equiv (2, 2)$

AB දුර $= \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$

$= \sqrt{(2 - (-4))^2 + (2 - (-1))^2}$

$= \sqrt{(2+4)^2 + (2+1)^2}$

$= \sqrt{6^2 + 3^2}$

$= \sqrt{36 + 9}$

$= \sqrt{45}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5}$ ඒකක

$B \equiv (5,-4)$ $C \equiv (2,2)$

BC දිග $= \sqrt{(y_2-y_1)^2+(x_2-x_1)^2}$

$= \sqrt{(2-(-4))^2+(2-5)^2}$

$= \sqrt{(2+4)^2 + 3^2}$

$= \sqrt{6^2+3^2}$

$= \sqrt{36+9}$

$= \sqrt{45}$

$= \sqrt{9} \times \sqrt{5}$

$= 3\sqrt{5}$ ඒකක.

BC පාදයේ දිග = AC පාදයේ දිග බැවින් ABC Δ සමද්විපාද Δ වේ.

ii) AB, BC, CA රේඛා වල අනුක්‍රමණ සොයා AB රේඛාව x අක්ෂයට සමාන්තර බව පෙන්වන්න.

AB අනුක්‍රමණය

$= \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \dfrac{-4-(-4)}{5-(-1)}$

$= \dfrac{-4+4}{5+1}$

$= \dfrac{0}{6}$

$= 0$

BC හි $m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \dfrac{2-(-4)}{2-5}$

$= \dfrac{6}{-3}$

$= -2$

CA හි $m = \dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$= \dfrac{2-(-4)}{2-(-1)}$

$= \dfrac{2+4}{2+1}$

$= \dfrac{6}{3}$

$= 2$

AB රේඛාවේ අනුක්‍රමණය 0 බැවින් AB රේඛාව x අක්ෂයට සමාන්තර වේ.

iii) AB, BC, CA රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

$A \equiv (-1,-4)$ $B \equiv (5,-4)$

AB හි සමීකරණය $= \dfrac{y-y_1}{x-x_1} = m$

$\dfrac{y-(-4)}{x-(-1)} = 0$

$y+4 = 0$

$y = -4$

$B \equiv (5, -4) \quad C \equiv (2, 2)$

BC හි සමීකරණය

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - (-4)}{x - 5} = -2$$

$$\frac{y + 4}{x - 5} = -2$$

$$y + 4 = -2x + 10$$

$$y = -2x + 10 - 4$$

$$\underline{\underline{y = -2x + 6}}$$

$A \equiv (-1, -4) \quad C \equiv (2, 2)$

AC හි සමීකරණය

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - 2}{x - 2} = 2$$

$$y - 2 = 2x - 4$$

$$y = 2x - 4 + 2$$

$$\underline{\underline{y = 2x - 2}}$$

iv) AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍ය වන D හි ඛණ්ඩාංක සොයන්න.

$A \equiv (-1, -4) \quad B \equiv (5, -4)$

$$C \equiv \left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{-1 + 5}{2}, \frac{-4 + (-4)}{2}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{4}{2}, \frac{-4 - 4}{2}\right)$$

$$\equiv \left(2, \frac{-8}{2}\right)$$

$$\underline{\underline{C \equiv (2, -4)}}$$

$$D \equiv \underline{\underline{2, -4}}$$

v) B C

$(5, -4)$ $(2, 2)$

$x_1 \; y_1$ $x_2 \; y_2$

3 1

$$E \equiv \left(\frac{5\times 1 + 2\times 3}{3+1}, \frac{1\times(-4) + 3\times 2}{3+1}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{5+6}{4}, \frac{-4+6}{4}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{11}{4}, \frac{2}{4}\right)$$

$$\equiv \left(\frac{11}{4}, \frac{1}{2}\right)$$

DE හි $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$$= \frac{-4 - \frac{1}{2}}{2 - \frac{11}{4}}$$

$$= 6$$

DE හි සමීකරණය

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$

$$\frac{y - (-4)}{x - 2} = 6$$

$$y + 4 = 6x - 12$$

$$y = 6x - 12 - 4$$

$$y = 6x - 16$$

අන්තඃඛණ්ඩය $= -16$

07) ABCD යනු සමාන්තරාස්‍රයක ශීර්ෂ වේ. එහි A, B, C හා D ලක්ෂ්‍ය වල ඛණ්ඩාංක පහත දක්වා ඇත.

$A \equiv (-2, 0)$ $B \equiv (4, 0)$ $C \equiv (4, 6)$ $D \equiv (x, y)$

a) D ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක සඳහා x හා y හි අගයන් ගණනය කරන්න.

AC හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය = BD හි මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය

$$\left(\frac{-2+4}{2}, \frac{0+6}{2}\right) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{0+y}{2}\right)$$

$$(1, 3) = \left(\frac{4+x}{2}, \frac{y}{2}\right)$$

$\therefore 1 = \frac{4+x}{2}$ හා $3 = \frac{y}{2}$

$x = -2$ හා $y = 6$ වේ.

b) ABCD සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

$A \equiv (-2, 0)$ $B \equiv (4, 0)$

$$AB \text{ දුර} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(0-0)^2 + (4-(-2))^2}$$
$$= \sqrt{0^2 + (4+2)^2}$$
$$= \sqrt{(6)^2}$$
$$= \sqrt{36}$$
$$= 6 \text{ ඒකක}$$

$B \equiv (4, 0)$ $C \equiv (4, 6)$

$$BC \text{ දුර} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$
$$= \sqrt{(6-0)^2 + (4-4)^2}$$
$$= \sqrt{6^2 + 0^2}$$
$$= \sqrt{36}$$
$$= 6 \text{ ඒකක}$$

සමචතුරස්‍රයේ වර්ගඵලය $= AB \times BC$
$= 6 \times 6$
$= 36$

c) AC රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

$$AC \text{ අනුක්‍රමණය} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$
$$= \frac{0 - 6}{-2 - 4}$$
$$= \frac{-6}{-6}$$
$$= 1$$

AC සමීකරණය

$$\frac{y - y_1}{x - x_1} = m$$
$$\frac{y - 0}{x - (-2)} = 1$$
$$y = x + 2$$

d) BD රේඛාව 3:2 අනුපාතයට බෙදන ලක්ෂ්‍යය E නම්, E හරහා යන්නාවූද, BC රේඛාවට සමාන්තර වූද සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

B D
(4, 0) (−2, 6)
3 2

$$E = \left(\frac{2 \times 4 + 3 \times (-2)}{5}, \frac{2 \times 0 + 3 \times 6}{5}\right)$$
$$= \left(\frac{8 - 6}{5}, \frac{0 + 18}{5}\right)$$
$$= \left(\frac{2}{5}, \frac{18}{5}\right)$$

BC අනුක්‍රමණය $= \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{0-6}{4-4}$

$= \dfrac{-6}{0}$

$= \infty$

* BC හි අනුක්‍රමණය අනන්තයක් වන අතර එම නිසා එම රේඛාව y අක්ෂයට සමාන්තර වේ.

* එම නිසා E ලක්ෂ්‍යය හරහා යන BCට සමාන්තර සරල රේඛාවේ සමීකරණය $x = \frac{2}{5}$ වේ.

e) එක්තරා පුද්ගලයෙකු A ලක්ෂ්‍යයේ සිට C ලක්ෂ්‍යය නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. A සිට C හි ආරෝහණ කෝණය ගණනය කරන්න.

BC දුර = 6

AB දුර = 6

$\tan\theta = \dfrac{BC}{AB}$

$\tan\theta = \dfrac{6}{6}$

$\theta = \tan^{-1} 1$

$\theta = 45^\circ$

08) A, B හා C යනු ඛණ්ඩාංක තලයක් මත පිහිටි ලක්ෂ්‍ය 03කි. එම ලක්ෂ්‍යවල ඛණ්ඩාංක පහත දක්වා ඇත.

$A \equiv (2,3)$ $\quad B \equiv (4,3)$ $\quad C \equiv (4,5)$

A, B හා C ලක්ෂ්‍ය යා කිරීමෙන් ත්‍රිකෝණයක් නිර්මාණය කරනු ලබයි.

a) AB හා BC පාද අන්‍යෝන්‍ය ලම්බක බව පෙන්වන්න.

AB අනුක්‍රමණය,

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{3-3}{2-4}$

$= \dfrac{0}{-2}$

$= 0$

BC අනුක්‍රමණය,

$m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \dfrac{3-5}{4-4}$

$= \dfrac{-2}{0}$

$= \infty$

AB රේඛාවේ අනුක්‍රමණය ශූන්‍ය නිසා එම රේඛාව x අක්ෂයට සමාන්තර වේ. BC රේඛාවේ අනුක්‍රමණය අපරිමිත (අනන්තය) නිසා එය x අක්ෂයට ලම්බක වේ. එම නිසා AB හා BC සැදු එකිනෙකට ලම්බක වේ.

b) AC රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

AC අනුක්‍රමණය

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{3-5}{2-4}$$

$$= \frac{-2}{-2}$$

$$= 1$$

AC සමීකරණය $= \frac{y - y_1}{x - x_1} = m$

$$\frac{y-3}{x-2} = 1$$

$$y - 3 = x - 2$$

$$y = x - 2 + 3$$

$$\underline{\underline{y = x + 1}}$$

c) ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය සොයන්න.

$A \equiv (2, 3)$ (x_1, y_1) $B \equiv (4, 3)$ (x_2, y_2)

$$AB \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(3-3)^2 + (4-2)^2}$$

$$= \sqrt{0^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2 \text{ ඒකක}$$

$B \equiv (4, 3)$ (x_1, y_1) $C \equiv (4, 5)$ (x_2, y_2)

$$BC \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5-3)^2 + (4-4)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 0^2}$$

$$= \sqrt{4}$$

$$= 2 \text{ ඒකක}$$

$A \equiv (2, 3)$ (x_1, y_1) $C \equiv (4, 5)$ (x_2, y_2)

$$AC \text{ දිග} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(5-3)^2 + (4-2)^2}$$

$$= \sqrt{2^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{4 + 4}$$

$$= \sqrt{8}$$

$$= 2\sqrt{2} \text{ ඒකක}$$

* ABC ත්‍රිකෝණයේ පරිමිතිය.

$$AB + BC + AC$$

$$2 + 2 + 2\sqrt{2}$$

$$4 + 2\sqrt{2}$$

$$\underline{\underline{2(2 + \sqrt{2})}}$$

d) ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය සොයන්න.

ABC ත්‍රිකෝණයේ වර්ගඵලය $= \frac{1}{2} \times AB \times BC$

$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2$

$= 2$

e) ABC ත්‍රිකෝණය සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයක් බව පෙන්වන්න.

$AB = 2$ $BC = 2$ $AC = 2\sqrt{2}$

$AC^2 = AB^2 + BC^2$

$(2\sqrt{2})^2 = 2^2 + 2^2$

$4 \times 2 = 4 + 4$

$8 = 8$

* $AC^2 = AB^2 + BC^2$ බැවින් සහ පයිතගරස් ප්‍රමේයය ඵලදායී බැවින් ABC යනු සෘජුකෝණී ත්‍රිකෝණයකි.

f) BC රේඛාවට ලම්බකව (4,2) ලක්ෂ්‍ය හරහා යන රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

BC අනුක්‍රමණය $= \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$= \frac{3-5}{4-4}$

$= \frac{-2}{0}$

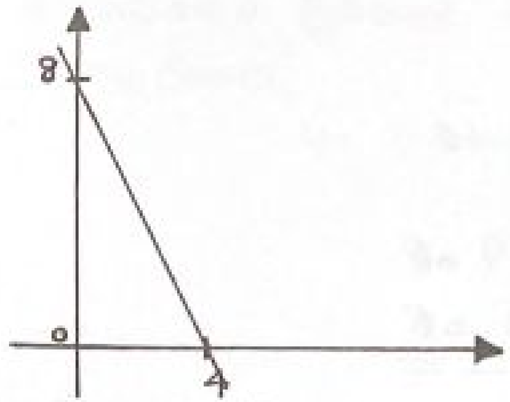
$= \infty$

* BC රේඛාවට ලම්බක රේඛාවක් x අක්ෂයට සමාන්තර විය යුතුය.
* අදාළ සරල රේඛාවේ සමීකරණය $y = 2$ වේ.

09) a) x අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය 4 ද, y අක්ෂය මත අන්තඃඛණ්ඩය 8 ද, වන සරල රේඛාවක් සලකන්න.

i) එම සරල රේඛාව කාටීසීය ඛණ්ඩාංක තලයක් මත ලකුණු කරන්න.

(4,0) (0,8)



ii) එම සරල රේඛාවේ අනුක්‍රමණය සොයන්න.

$m = \frac{0-8}{4-0}$

$= -2$

iii) එම සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලබාගන්න.

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = m$$

$$\frac{y-0}{x-4} = -2$$

$$y-0 = -2x+8$$

$$y = -2x+8$$

iv) එම සරල රේඛාවට ලම්බකව මූල ලක්ෂ්‍යය හරහා ගමන් කරන සරල රේඛාවේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

$$y = mx$$

$$y = \frac{1}{2}x$$

b) ඛණ්ඩාංක තලයක් මත පිහිටි $A(a, 2b)$ සහ $B \equiv (2a-1, b-1)$ යන ලක්ෂ්‍ය දෙක සලකන්න

i) AB රේඛාවේ මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යයේ ඛණ්ඩාංක $(-5, 4)$ නම් a හා b අගයන් ගණනය කරන්න.

$$A \equiv (\underset{x_1}{a}, \underset{y_1}{2b}) \qquad B \equiv (\underset{x_2}{2a-1}, \underset{y_2}{b-1})$$

$$C \equiv \left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

$$(-5, 4) \equiv \left(\frac{a+2a-1}{2}, \frac{2b+b-1}{2}\right)$$

$$(-5, 4) \equiv \left(\frac{3a-1}{2}, \frac{3b-1}{2}\right)$$

$\frac{3a-1}{2} = -5$ සහ $\frac{3b-1}{2} = 4$ වේ

$3a = -9$ සහ $3b = 9$ වේ

$a = -3$ සහ $b = 3$ වේ

ii) AB ලක්ෂ්‍ය අතර දුර ගණනය කරන්න.

$A \equiv (-3, 6)$ $B \equiv (-7, 2)$

(x_1, y_1) (x_2, y_2)

$$AB \text{ දුර} = \sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}$$

$$= \sqrt{(2 - 6)^2 + (-7 - (-3))^2}$$

$$= \sqrt{(-4)^2 + (-7 + 3)^2}$$

$$= \sqrt{16 + (-4)^2}$$

$$= \sqrt{16 + 16}$$

$$= \underline{\underline{4\sqrt{2}}}$$

iii) AB රේඛාවට ලම්බකව ගමන් කළ හැකි සරල රේඛාවක සමීකරණයක් ලියා දක්වන්න

$$AB \text{ අනුක්‍රමණය} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{6 - 2}{-3 - (-7)}$$

$$= \frac{4}{-3 + 7}$$

$$= \frac{4}{4}$$

$$= 1$$

AB රේඛාවට ලම්බකව ගමන් කළ හැකි සරල රේඛාවේ සමීකරණය,

$$y = -x + 5$$