

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО УМФ НА ФРКТ В 2024 г. (поток Бурского В.П.)

с рекомендуемыми страницами в литературных источниках.

1. Приведение к каноническому виду уравнений второго порядка в окрестности точки в случае двух переменных. [2] -- 17-23 или [1] -- 47-52.
2. Задача Коши для уравнения колебания струны. Представление решения. Принцип Дюамеля. Формула Даламбера. Теорема существования и единственности классического решения. [2] -- 39-42, 60-62.
3. Начально-краевая задача для уравнения колебания струны на полуоси для случая данных Дирихле. Согласование начальных и граничных данных как условия гладкости решения. [2] – 70-73.
4. Смешанная задача для волнового уравнения в R^n . Закон сохранения энергии (без доказательства). Априорная оценка решения. Единственность классического решения. [1] – 348-353.
5. Понятие о корректной постановке задачи математической физики (по Адамару). Пример Адамара некорректно поставленной задачи Коши (для уравнения Лапласа). Корректность смешанной задачи для волнового уравнения в области из априорной оценки решения. [2] – 66,69, [1] – 61,63.
6. Задача Коши для волнового уравнения в R^3 и в R^2 . Формулы Кирхгофа. Принцип Дюамеля. Метод спуска. Формула Пуассона. [2] – 47-50, 60-61, 57-62 или [3] – 203-207.
7. Метод Фурье решения начально-краевой задачи для уравнения колебания струны на конечном отрезке. Условия согласования начальных и граничных данных. [2] – 79-86.
8. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Представление решения формулой Пуассона. Принцип Дюамеля. [3] 186-189 (для $f=0$) и [2] – 121.
9. Принцип максимума для уравнения теплопроводности в ограниченной области. Единственность классического решения первой начально-краевой задачи для уравнения теплопроводности в ограниченной области. [2] – 94-96, 98-99.
10. Дельта - образная последовательность. Формула Пуассона для решения уравнения теплопроводности с непрерывной начальной функцией. [1] – 114-115, [2] – 193, 103-110, 113-114.
11. Пространства Шварца S и S' . Свертка функций, ее свойства. [2] – 201-203, 205-207.
12. Преобразование Фурье и его свойства. Фундаментальное решение оператора с постоянными коэффициентами помогает найти частное решение уравнения. [2] – 200-201, 204-205, 207-208, 222-224.
13. Фундаментальное решение оператора Лапласа для $n=3$. Фундаментальное решение оператора теплопроводности (без доказательства) [2]– 224-226, 232-235. [1] – 95,153,150.

14. Симметрический оператор в гильбертовом пространстве, свойства его собственных чисел и собственных функций. Формулы Грина и симметричность оператора Лапласа в $L_2(G)$ с граничными условиями трех видов. Теорема Гильберта-Шмидта и полнота системы собственных функций оператора Лапласа с граничными условиями (без доказательства). [1] – 3, 244 - 249, 251. [2] – 142-149, 321, 325.
15. Формула представления решения уравнения Пуассона. Потенциалы, их физический смысл и их свойства (без доказательства). [2] – 243-246, [1] – 282-287.
16. Функция Грина задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Интеграл Пуассона в \mathbf{R}^3 . [2] – 257-258, 261-266.
17. Теорема о среднем для гармонических функций. Принцип максимума для гармонических функций в ограниченной области. Единственность классического решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в ограниченной области. [2] – 251-254.
18. Теорема о стирании особенности гармонической функции. Вычисление собственных чисел оператора Бельтрами-Лапласа. [2] – 254-256. [4] – 16-21.
19. Определение обобщенного решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона. Теорема существования и единственности обобщенного решения краевой задачи для уравнения Пуассона в ограниченной области. [3] – 131-133, 136-138.
20. Метод Фурье решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге и во внешности круга. Внешние краевые задачи, условия на бесконечности. Метод Фурье решения краевой задачи для уравнения Лапласа в шаре и вне шара. Сферические функции. [2] – 178-181, 270-282, [4].

Литература:

- [1] Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. " Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
- [2] Уроев В.М. Уравнения математической физики. Москва: ИФ Яуза, 1998.
- [3] Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. Москва: БИНОМ, 2005.
- [4] Пальцев Б.В. Сферические функции. Учебное пособие на сайте кафедры высшей математики МФТИ: <https://old.mipt.ru/education/chair/mathematics/study/uchebniki/>
-

СОВЕТ: ПРИ ПОДГОТОВКЕ ПО КАЖДОМУ ВОПРОСУ СФОРМИРОВАТЬ СВОЙ ОТВЕТ.