Домашняя работа 11/10/2024

№1

Доказать, что если $Pr\{A\} = Pr\{A|B\}$, то из этого автомат. следует, что $Pr\{A\} = Pr\{A|\overline{B}\}$

Полная вероятность для события A

$$Pr\{A\} = Pr\{A|B\} \cdot Pr\{B\} + Pr\{A|\overline{B}\} \cdot Pr\{\overline{B}\}$$

$Pr\{A\}$ (наше условие)

$$Pr\{A\} = Pr\{A\} \cdot Pr\{B\} + Pr\{A|\overline{B}\} \cdot Pr\{\overline{B}\}$$

$$Pr\{A\} - Pr\{A\} \cdot Pr\{B\} = Pr\{A|\overline{B}\} \cdot Pr\{\overline{B}\}$$

$1 - Pr\{B\}$

$$Pr\{A\}(1 - Pr\{B\}) = Pr\{A|\overline{B}\} \cdot (1 - Pr\{B\})$$

$$Pr\{A\} = Pr\{A|\overline{B}\}$$

ч.т.д.

№2

Доказать, что из $RR = 1$ следует, что случайные события независимы.

$$RR = \frac{Pr\{A|B\}}{Pr\{A|\overline{B}\}}$$

$$RR = 1 \Rightarrow Pr\{A|B\} = Pr\{A|\overline{B}\}$$

Полная вероятность для события A

$$Pr\{A\} = Pr\{A|B\} \cdot Pr\{B\} + Pr\{A|\overline{B}\} \cdot Pr\{\overline{B}\}$$

Обозначим $Pr\{A|B\}$ и $Pr\{A|\overline{B}\}$ как p

$$Pr\{A\} = p \cdot Pr\{B\} + p \cdot Pr\{\overline{B}\} = p(Pr\{B\} + Pr\{\overline{B}\})$$
$$= p \cdot 1 = p$$

$$Pr\{A\} = p = Pr\{A|B\} = Pr\{A|\overline{B}\}$$

Если вероятность в подгруппах равны вероятности в общей группе, то эти события независимы.

№3

Дебют

Число циклов	1	2
Вероятность	0.5	0.5

$M[\text{циклы}]_1 = 1\cdot 0.5 + 2\cdot 0.5 = 1.5$

$D[\text{цикл}]_1 = 0.5\cdot(1-1.5)^2 + 0.5(2-1.5)^2 = 0.125 + 0.125 = 0.25$

Рецидив

Число циклов	2	3
Вероятность	0.25	0.75

$M[\text{цикл}]_2 = 2\cdot 0.5 + 3\cdot 0.75 = 2.75$

$D[\text{цикл}]_2 = 0.25(2-2.75)^2 + 0.75(3-2.75)^2 = 0.14 + 0.047 = 0.187$

Общее число циклов терапии

(т.е. учитываем дебютные циклы у рецидив. пациентов)

1+2	1+3	2+2	2+3
3	4	4	5
3	4		5
0.5 · 0.25 = 0.125	0.5 · 0.75 + 0.5 · 0.25 = 0.5		0.5 · 0.75 = 0.375

$M[\text{цикл}]_{\text{сум}} = \overset{0.375}{3\cdot 0.125} + \overset{2}{4\cdot 0.5} + \overset{1.875}{5\cdot 0.375} = 4.25$

$D[\text{цикл}]_{\text{сум}} = \overset{0.199}{0.125(3-4.25)^2} + \overset{0.031}{0.5(4-4.25)^2} + \overset{0.21}{0.375(5-4.25)^2} = 0.437$