

KONSTRUKTIONER

I Euklidisk geometri

JOHAN WILD 2019–02–20

©Johan Wild johan.wild@europaskolan.se Får gärna användas i undervisning, kontakta i så fall författaren.

1 Att dela en sträcka i två lika delar

Sträcka AB skall delas i två lika delar.

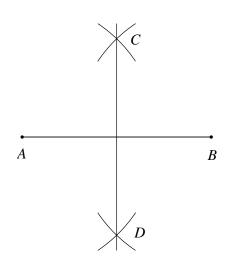
Ställ in passaren på ett avstånd större än halva AB.

Rita två cirkelbågar med A som medelpunkt och passarens avstånd som radie. Rita cirkelbågarna och markera skärningspunkterna C och D.

Använd samma avstånd på passaren som radie och rita två cirkelbågar som skär de två första.

Skärningspunkterna är C och D.

Drag linje genom C och D. Den delar AB i två lika delar.



2 Konstruktion av normal till linje genom given punkt utanför linjen

En normal till AB skall konstrueras så att den går genom punkt C.

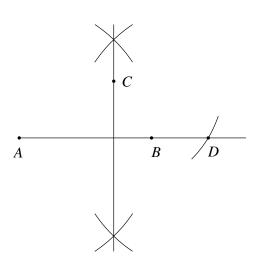
Förläng AB.

Mät upp AC på passaren.

Rita cirkelbåge med C som medelpunkt och AC som radie som skär förlängningen av AB.

Skärningspunkten är punkt D.

Konstruera linje som delar AD i två lika delar. Denna linje är normal till AB genom punkt C.



3 Konstruktion av normal till linje genom given punkt på linjen

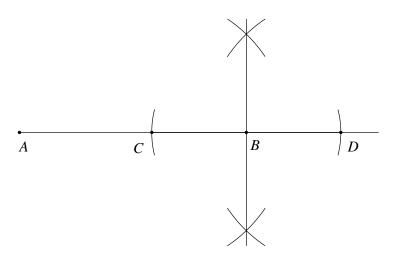
En normal till AB skall konstrueras så att den går genom punkt B.

Förläng AB.

Mät upp två punkter C och D på samma avstånd från B.

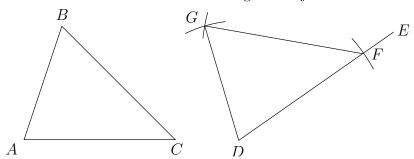
Konstruera linje som delar CD i två lika delar.

Denna linje är normal till AB genom punkt B.



4 Konstruktion av kongruent triangel

En triangel ABC är given. En triangel som är kongruent med denna skall konstrueras så att sida AC sammanfaller med en given linje DE.



Mät upp sträcka AC på passaren. Markera punkt F på linje DE så att AC = DF.

Mät upp sträcka AB på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i D och AB som radie.

Mät upp sträcka BC på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i F och BC som radie.

Låt cirkelbågarna skära varandra i punkt G och bilda $\triangle DGE \cong ABC$.

5 Konstruktion parallell linje genom given punkt

En linje är given, samt en punkt utanför denna. En linje skall konstrueras som går genom punkten och som är parallell med linjen.



Punkten A är given.

Markera punkterna Boch ${\cal C}$ på linjen. Dessa kan väljas godtyckligt.



Mät upp sträcka AB på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i C och AB som radie.

Mät upp sträcka BC på passaren. Rita en liten cirkelbåge med centrum i A och BC som radie.

Låt cirkelbågarna skära varandra i punkt D. Linje AD är nu parallell med den givna linjen.

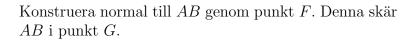
6 Att dela en sträcka i tre lika delar

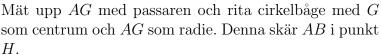
Sträckan AB skall delas i tre lika delar.

Konstruera två normaler till AB genom punkterna A respektive B. Gör dem lika långa: AC = BD .

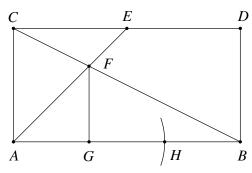
DelaCDi två lika delar: CE=DE .

Drag BC och AE. Skärningspunkten är F.





$$AB = 3AG$$
$$AG = GH = BH$$

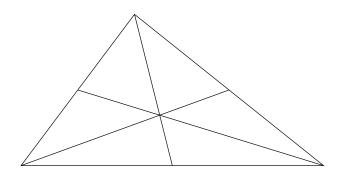


7 Konstruktion av masscentrum för triangel

Begreppet masscentrum är egentligen ett begrepp i fysiken. I ett homogent gravitationsfält sammanfaller denna punkt med tyngdpunkten. Ett viktigt faktum är att en fri kropp som roterar, gör det runt sitt masscentrumn.

Man kan visa att masscentrum för en triangel sammanfaller med skärningspunkterna för dess medianer. En median i en triangel är en linje från ett hörn till mittpunkten på motstående sida.

Konstruktionen är mycket enkel: Konstruera mittpunkten på varje sida i triangeln och dra medianerna.



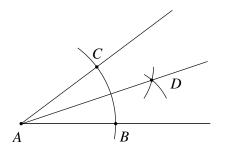
8 Konstruktion av bisektris

Bisektris till vinkel A skall konstrueras.

En cirkelbåge med någon radie ritas med centrum i A så att den skär båda vinkelbenen i punkterna B och C.

Två cirkelbågar med samma radie ritas med centrum i B respektive C så att de korsar varandra. Skärningspunkten är D.

Linje AD är bisektris till vinkel A.



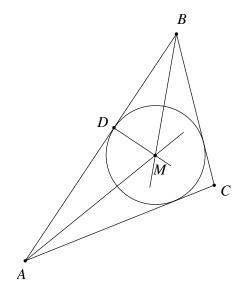
9 Konstruktion av en cirkel inskriven i en triangel

I $\triangle ABC$ skall en cirkel skrivas in.

Bilda bisektriser till $\angle A$ och $\angle B$. Dessa skär varandra i punkt M.

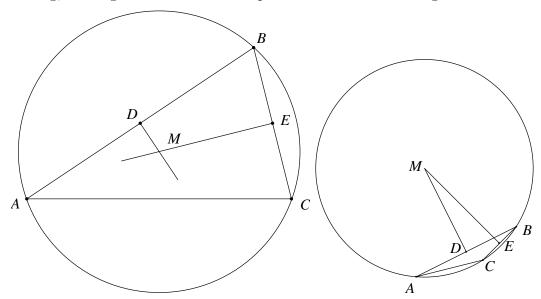
Bilda normal till AB som går genom punkt M. Den har punkt D gemensam med AB.

Rita en cirkel med medelpunkt i M och DM som radie. Denna tangerar BC och AC.



10 Konstruktion av en cirkel som omskriver en triangel

En cirkel som omskriver $\triangle ABC$ skall konstrueras. I figuren till höger är $\triangle ABC$ trubbvinklig, vilket gör att cirkelns medelpunkt faller utanför triangeln.



Bilda mittpunkterna D och E till AB respektive BC.

Bilda normaler till AB och BC som går genom D och E. Dessa skär varandra i punkt M. Rita en cirkel med medelpunkt i M och AM som radie. Punkt B och C ligger på denna.

11 Konstruktion av regelbunden sexhörning

En regelbunden sexhörning med sida AM skall konstrueras.

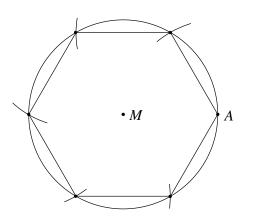
Rita en cirkel med centrum i M och Radie AM.

Markera punkt A på cirkeln.

Rita en cirkelbåge med centrum i A och AM som radie som skär cirkeln.

Upprepa detta fyra gånger till så att nästa cirkelbåge har centrum där den förra cirkelbågen skär cirkeln.

Drag linjer mellan de på cirkeln markerade punkterna.



12 Konstruktion av gyllene snittet

Sträckan AB är given. En punkt på F skall konstrueras mellan A och B så att

$$\frac{AF}{AB} = \frac{BF}{AF}.$$

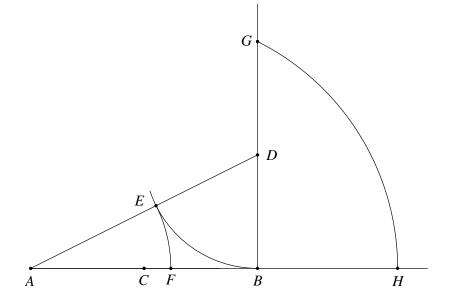
Vidare skall en punkt H på förlängningen av AB konstrueras så att

$$\frac{BH}{AB} = \frac{AB}{AH}.$$

Konstruera mittpunkten C på AB.

Konstruera en normal till AB genom punkt B.

Markera en punkt D på denna så att BD = BC.



Drag linje AD. Markera punkt E på denna linje så att BD = DE.

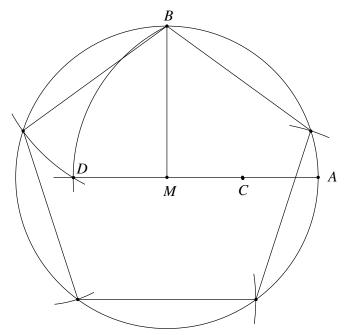
Markera punkt F på linje AB så att AF = AE.

Markera punkt G på normalen till AB så att AB = BG.

Rita cirkelbåge med centrum i C och CG som radie. Denna skär förlängningen av AB i punkt H.

13 Konstruktion av regelbunden femhörning

En femhörning med inskriven i en cirkel med centrum i M och radie AM som radie skall konstrueras.



Rita en cirkel med centrum i M och AM som radie.

Drag linje AM och förläng den bortom M. Konstruera mittpunkten C på sträcka AM.

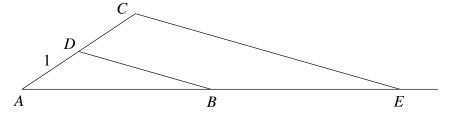
Konstruera normal till AM genom M. Markera punkt B där denna skär cirkeln.

Rita cirkelbåge med centrum i C och BC som radie så att denna skär förlängningen av AM i punkt D.

Femhörningen har sida BD. Markera hörnen på cirkeln.

14 Konstruktion av produkt

Produkten av två längder skall konstrueras. Låt de två givna längderna representeras av sträckorna AB och AC.



Rita två strålar i punkt A med vinkel
nv < R mellan dem. Markera punkt B och C på vinkelbenen.

Markera punkt D på strålen genom C så att AD är en längdenhet.

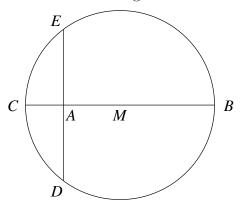
Drag linje BD.

Konstruera en linje genom C parallell med BD genom C. Markera dess skärningspunkt E med strålen genom B.

Sträckan AE har en längd som är produkten av de två ursprungliga längderna.

15 Konstruktion av kvadratrot

En sträcka vars längd är kvadratroten ur längden av en given sträcka AB skall konstrueras.



Förläng AB till C så att AC representerar en längdenhet.

Konstruerar mittpunkten M på AC och rita cirkeln med medelpunkt i M och MC som radie.

Konsturera en normal genom A som skär cirkeln i D och E.

Längden av sträckan AD är kvadratroten ur längden av sträcka AB.