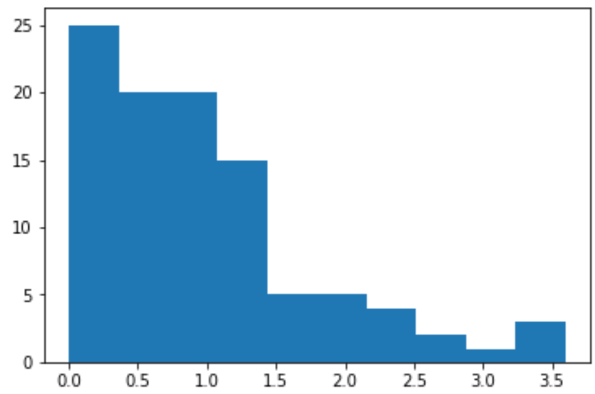
In [10]:
```
import numpy as np
import pandas as pd
import math
import matplotlib.pyplot as plt
from scipy.stats import expon as exp
from statsmodels.distributions.empirical_distribution import ECDF
%matplotlib inline
```

In [11]:
```
X = np.load('9_1.npy')
print(len(X))
plt.hist(X)
np.array(X)
```

```
100
```

Out[11]:
```
array([6.31658053e-01, 1.71735935e-01, 3.52685972e+00, 1.50591035e+00,
       5.80619091e-01, 9.85155535e-01, 2.01091277e-01, 7.49075925e-04,
       1.82880185e+00, 4.13715532e-01, 1.30097646e+00, 3.30825111e+00,
       1.01349481e+00, 3.14739528e+00, 3.37175357e-01, 8.24229046e-01,
       8.84039537e-01, 4.80542171e-02, 1.44162393e+00, 7.47400882e-01,
       1.22871011e+00, 8.64221175e-01, 1.26129507e+00, 1.85207725e+00,
       2.86514708e-01, 7.60916471e-01, 9.74397852e-01, 4.77322780e-01,
       6.18428542e-01, 1.56506189e-01, 8.71832665e-01, 4.36802958e-01,
       1.17935079e+00, 1.34606160e+00, 6.51531958e-02, 2.01026346e+00,
       1.47583741e+00, 1.24447767e+00, 5.72315817e-01, 4.18539813e-01,
       3.61445651e-01, 1.48828273e-01, 8.84554398e-01, 1.21435256e+00,
       5.83004805e-01, 2.50203878e-02, 2.33333234e+00, 8.52179568e-02,
       3.33754224e-01, 1.56357430e-01, 1.54033965e+00, 8.19137479e-01,
       9.11557663e-01, 1.36125500e+00, 1.06175558e+00, 2.91610553e-01,
       9.59723000e-01, 2.79513063e+00, 1.47681907e+00, 5.77497230e-01,
       9.71068343e-01, 1.75553545e-01, 3.78518054e-01, 2.03887736e+00,
       2.86345804e-01, 2.09412875e-01, 2.24162593e+00, 1.27344749e+00,
       2.04836554e-01, 3.13287305e-01, 2.97870694e-01, 8.27589538e-01,
       1.07208723e+00, 4.74049315e-01, 2.93996027e-01, 1.83872165e+00,
       8.47576910e-01, 2.54434584e+00, 2.45837244e-01, 5.19176434e-01,
       1.03638232e-01, 1.08955008e+00, 1.17745361e+00, 2.68562567e-01,
       3.84017228e-01, 8.10246808e-01, 7.37319806e-01, 5.70989766e-01,
       3.59279463e+00, 1.30871381e+00, 7.09161958e-01, 5.59917008e-01,
       4.61270624e-01, 1.28989210e+00, 2.50094670e+00, 2.29380863e+00,
       1.27187673e+00, 3.11119569e-01, 6.30246836e-01, 1.26155409e+00])
```



Имеем выборку $X_1, \ldots, X_n$ из распределения $Exp(\theta)$ с $\theta = \{0.9, 1, 1.1\}$.
Делаем множественную проверку гипотез. Пусть $H = \{H_1, H_2, H_3\}$ - множество нулевых гипотез против альтернатив $H' = \{\overline{H_1}, \overline{H_2}, \overline{H_3}\}$.
Здесь: $H_1 : \theta = 0.9$ против альтернативы $\overline{H_1} : \theta \neq 0.9$
$H_2 : \theta = 1$ против альтернативы $\overline{H_2} : \theta \neq 1$
$H_3 : \theta = 1.1$ против альтернативы $\overline{H_3} : \theta \neq 1.1$

CDF: $F_\theta(x) = 1 - e^{-\theta x}$
PDF: $p_\theta(x) = \theta e^{-\theta x}$

In [12]:
```
#empirical function of distribution F*, CDF F_0:
def D_n(Y,th):
    F = []
    for i in range(len(Y)):
        c=0
        for j in range(len(Y)):
            if (Y[j]<=Y[i]):
                c+=1
        F.append(c/len(Y) - exp.cdf(Y[i],scale=th))
    Dn = np.max(F)
    return Dn
```

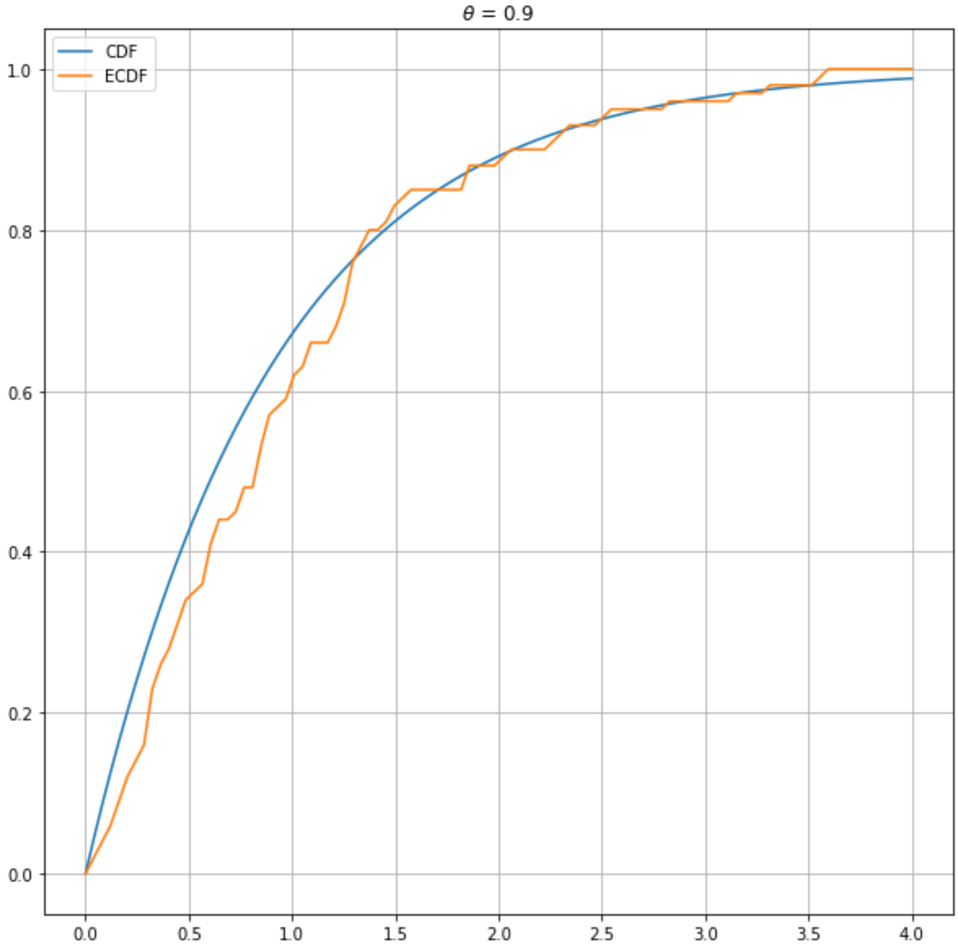
In [13]:
```
theta = [0.9,1,1.1]
Dn = []
for t in theta:
    Dn.append(D_n(X,t))
```

В качестве критериев проверки гипотезы возьмём критерий согласия Колмогорова. CDF экспоненциального распределения непрерывна, значит, если $X \in S_n$, где $S_n = \{\sqrt{n}D_n > K_{1-\alpha}\}, D_n = sup|F_n^*(x) - F_0(x)|$, то мы отвергаем основную гипотезу .

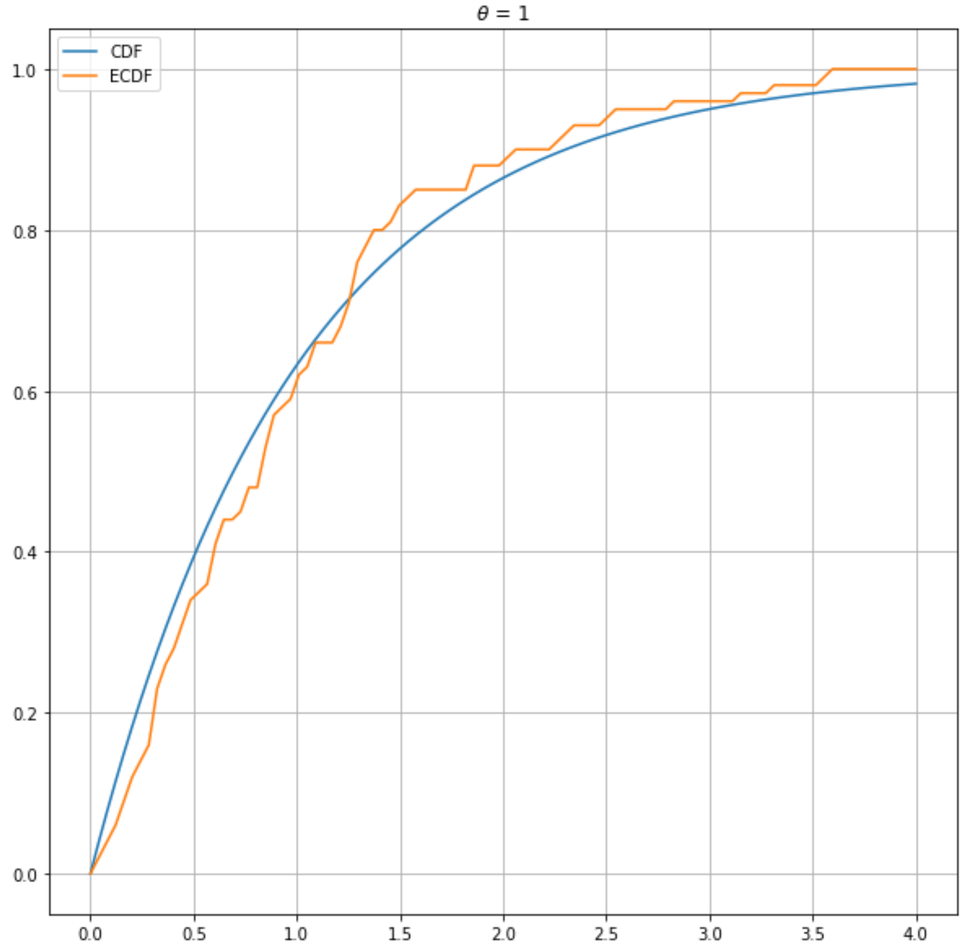
In [14]:
```
D = [Dn[i]*((len(X))**(1/2)) for i in range(3)]
print(D)
#print(1 - np.exp(-X[99]))
#print(exp.cdf(X[99],scale=1))
```

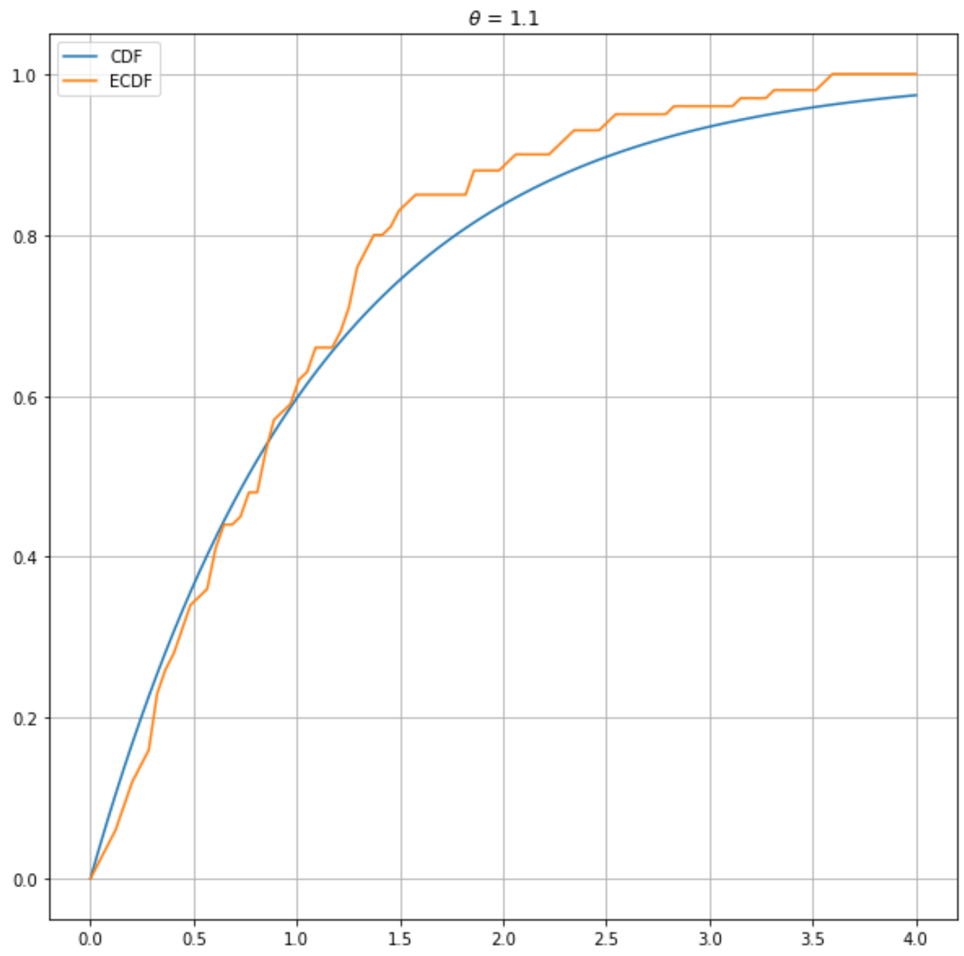
```
[0.30596774917722835, 0.6430830006856103, 0.9652083413443535]
```

In [18]:
```
Y = np.linspace(0,4,100)
for th in theta:
    ecdf = ECDF(X[:len(X)])  # Empirical Cumulative Distribution Function
    emp_cdf = ecdf(Y)
    plt.figure(figsize = (10,10))
    plt.title(r'$\theta$ = ' + str(th))
    plt.plot(Y,exp.cdf(Y,scale = th), label = 'CDF')
    plt.plot(Y,emp_cdf, label = 'ECDF')
    plt.grid()
    plt.legend()
    plt.show()
```



θ = 0.9
CDF
ECDF
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0


θ = 1
CDF
ECDF
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
0.0
0.5
1.0
1.5
2.0
2.5
3.0
3.5
4.0



Из графиков видно, что эмпирическая функция распределения, посторенная по выборке, лучше всего приближает CDF при $\theta = 0.9$

В массиве D мы вычислили значения $\sqrt{n}D_n$ для каждого θ. Необходимо определить истинное значение θ. Видим, что при $\theta = 0.9$ $\sqrt{n}D_n$ принимает наименьшее значение, значит, максимальное значение эмпирической функции распределения, построенной по данной выборке, от CDF экспоненциального распределения с параметром 0.9 минимальное среди всех остальных предложенных θ.

Вывод: $P(X \in S_n|\theta = 0.9) = P(\sqrt{n}D_n > K_{1-\alpha}|\theta = 0.9) \leq P(\sqrt{n}D_n > K_{1-\alpha}|\theta \in \{1, 1.1\})\forall\alpha$, значит, при $\theta = 0.9$ большая вероятность принять основную гипотезу:
$H_1 : \theta = 0.9$ vs $H_1' : \theta \neq 0.9$. 0.9 - истинное значение.

```
In [ ]:
```