**Állapotbecslő algoritmus autonóm járművekhez**

*Szakmai dolgozat a 20. VMTDK-ra*

Szerző:

Csanak Viktor

Szabadkai Műszaki Szakfőiskola

Elektrotechnika szakos hallgató

Mentor:

Dr. Pletl Szilveszter

Szabadkai Műszaki Szakfőiskola

Főiskolai tanár





Tartalomjegyzék

[Összefoglaló 4](#_Toc86606520)

[A dolgozat célja 4](#_Toc86606521)

[Felhasznált eszközök és szoftverek 4](#_Toc86606522)

[Felhasznált, illetve ismertetett módszerek 4](#_Toc86606523)

[Kulcsszavak 5](#_Toc86606524)

[1. Bevezető 6](#_Toc86606525)

[1.1 Referencia- és test koordinátarendszerek 6](#_Toc86606526)

[1.2 A test póz vektora 7](#_Toc86606527)

[1.2.1 Elmozdulás 7](#_Toc86606528)

[1.2.2 Euler szögek 7](#_Toc86606529)

[2. Euler szögek meghatározása 9](#_Toc86606530)

[2.1. Forgatómátrixok 9](#_Toc86606531)

[2.1.1. Gimbal lock 10](#_Toc86606532)

[2.2. Felhasznált szenzorok 11](#_Toc86606533)

[2.2.1 Gyorsulásmérő 12](#_Toc86606534)

[2.2.2. Giroszkóp 12](#_Toc86606535)

[2.2.3. Magnetométer 12](#_Toc86606536)

[2.3 Euler szögek meghatározása giroszkóp használatával 12](#_Toc86606537)

[2.4. Euler szögek meghatározása gyorsulásmérővel és magnetométerrel 13](#_Toc86606538)

[2.4.1. φ és θ szögek számítása gyorsulásmérő adatokból. 13](#_Toc86606539)

[2.4.2. ψ szög számítása magnetométer adatokból 14](#_Toc86606540)

[3. Pozíció meghatározása 16](#_Toc86606541)

[4. Szenzorfúzió 17](#_Toc86606542)

[4.1. Complementary-Filter 18](#_Toc86606543)

[4.2. Kálmán-szűrő 19](#_Toc86606544)

[4.2.1. Modell alapú frissítés 20](#_Toc86606545)

[4.2.2. Mérési frissítés 21](#_Toc86606546)

[4.3. A Kálmán-szűrő és CF összehasonlítása 22](#_Toc86606547)

[5. Kísérleti eredmények kiértékelése, saját készítésű algrotimussal 22](#_Toc86606548)

[Konklúzió 25](#_Toc86606549)

[Köszönetnyilvánítás 25](#_Toc86606550)

[Hivatkozások 25](#_Toc86606551)

[További hasznos linkek 26](#_Toc86606552)

# Összefoglaló

## A dolgozat célja

Az autonóm járművek helyzetének egyre pontosabb meghatározása napjaink egyik időszerű problémája. A feladatra már léteznek ugyan jól működő algoritmusok, de az érzékelők fejlődése és a számítási képességek növekedése lehetővé teszi és megköveteli ezen algoritmusok, eljárások továbbfejlesztését. Kutatásom során áttekintettem az irodalomban fellelhető jelentősebb, már meglévő elméleti és gyakorlati módszereket, melyek szenzoradatok alapján képesek egy jármű, elsősorban három dimenzióban mozgó tárgy, állapotáról információt szolgáltatni. A kutatás során olyan továbbfejlesztéseket dolgoztam ki, melyek egyes esetekben, még alacsony költségvetésű hardveren is képesek megfelelő pontosságú becslési adatokkal szolgálni, például az irányító egység felé. Szimulációs eszközöket alkalmaztam az általam kifejlesztett megoldások és az irodalomban találhatók összehasonlítására. A dolgozat tartalmazza az eredmények kiértékelését és taglalja a továbbfejlesztési lehetőségeket.

## Felhasznált eszközök és szoftverek

Az algoritmus tesztelését és az adatok kiértékelését asztali számítógépen, a MATLAB szoftvercsomag segítségével végeztem.

Az algoritmusok teszteléséhez szükséges mérésekhez a mobiltelefonomon fellelhető inercia szenzort(IMU) használtam fel, az adatok gyűjtéséhez pedig a MATLAB telefonos alkalmazását.

## Felhasznált, illetve ismertetett módszerek

A dolgozatban néhány olyan, a járművek helyzetének meghatározására alkalmas számítási módszer került bemutatásra, amely egy kilenc szabadságfokú inercia szenzort(9DOF IMU), azaz gyorsulásmérőt, giroszkópot és iránytűt használ fel, illetve alkalmas a becslések pontosítására további információ források segítségével, mint például más szenzorok vagy GPS rendszer.

A különböző adatokból jobb minőségű becslés létrehozására olyan szenzorfúziós algoritmusokat mutatok be, mint a Kálmán-szűrő vagy Complementary-Filter.

## Kulcsszavak

Szenzorfúzió, IMU, állapotbecslő

# Bevezető

A kutatásom és dolgozatom témája az olyan algoritmusok és matematikai módszerek, amelyek bemenő szenzor adatokból képesek meghatározni egy térben mozgó tárgy helyzetét, azonban idáig tisztázatlan maradt, hogy mit jelent ez. A test helyzete vagy póza alatt annak térbeli elhelyezkedését és orientációját értsük, azaz azt, hogy hol található meg és milyen irányba mutatnak annak bizonyos pontjai. Például egy repülő orrának iránya, illetve az orrának és szárnyainak elfordulása a horizonthoz viszonyítva.

## 1.1 Referencia- és test koordinátarendszerek

A test pózának meghatározásához két egymástól különálló koordinátarendszerre is szükségünk lesz, ezért bevezetjük a referenciarendszer és a testkoordinátarendszer fogalmát.

A testkoordinátarendszer egy térben mozgó testhez mereven csatolt koordinátarendszer, amely együtt mozog a kérdéses testtel. A vizsgált test helyzetét és orientációját egyértelműen meghatározza e koordináta rendszer póza. Átalában a csatolás a vizsgált test tömegközéppontjához történik. A szenzorok adatai a test koordináta rendszerben meghatározottak, ennek a későbbieknek még nagy jelentősége lesz.

A referencia rendszer egy olyan térbeli pozícióját és orientációját tekintve állandó koordináta rendszer, amelyet a számításaink során viszonyítási alapként használunk ahhoz, hogy meghatározzuk a test helyzetét, ugyanis annak térbeli elhelyezkedését három összetevőre bontsuk, a referencia rendszer tengelyei mentén való elmozdulásokra, illetve az orientációját is ehhez a rendszerhez képest határozzuk meg. A pozíció és az orientáció közös elnevezése a póz, amely a térben teljesen szabadon mozgó tárgy esetében hat komponensű, vagyis három egymástól független eltolás és három egymástól független elfordulás alkotja. Az orientáció részletesebb meghatározásáról egy további bekezdésben írok.

A referenciarendszer a mérnöki gyakorlatban ismert még világkoordinátarendszerként is, amelyek különböző konvenciók alapján többfélék lehetnek. Egy példán keresztül a saját számításaimhoz is használt NED koordináta rendszert mutatom be, amely a North – East – Down szavak rövidítése. A nevében szereplő irányok szerint a referenciarendszer tengelyeit a következő módon határozhatók meg: az x – tengely a Föld mágneses terének horizontális összetevőjének irányába, észak felé mutat. Erre merőlegesen az y – tengely kelet irányába és az előbbi két tengely síkjára merőlegesen, a z – tengely a gravitációs erő irányába mutat. [1]

A továbbiakban a referenciarendszer tengelyeit és az abban értelmezett mennyiségeket kisbetűkkel, míg a testkoordinátarendszerre vonatkozó fogalmakat nagybetűkkel jelölöm.

## 1.2 A test póz vektora

A póz egy olyan rendezett adatsor, amely a rendszer helyzetét leíró adatokat foglalja magába. Mivel a pozíciót és az orientációt is három paraméterrel tudjuk leírni, ezért egy hat dimenziós vektorról, azaz pózvektorról beszélhetünk, amelyből következik, hogy az azt meghatározó algoritmus egy hat szabadságfokú becslő algoritmus.

A pózvektor felbontható két három paraméteres részvektorra, pozícióra, a tengelyek menti elmozdulásokban meghatározva, és orientációra, amelyeket Euler szögek formájában határozhatunk meg.

### 1.2.1 Elmozdulás

Az elmozdulás háromelemes vektorként a referencia rendszerben meghatározott és a következő módon van jelölve:

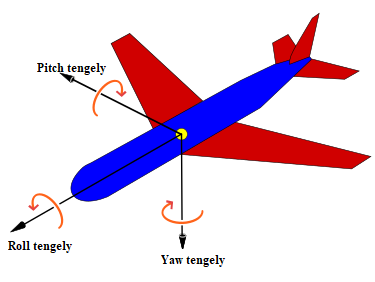
(1.1)

Fontos megjegyezni, hogy az elmozdulások kommutatívak, tehát a test akármilyen sorrendben mozoghat a referencia rendszer tengelyei mentén, a végpozíció minden esetben ugyan az lesz, feltéve, hogy minden tengely mentén ugyan akkora a megtett távolság.

### 1.2.2 Euler szögek

Euler rotációs elmélete szerint a térben bármilyen orientáció felvehető a testet három tengely mentén adott szöggel elforgatva. A három tengely lehetnek a referenciarendszer vagy a testkoordinátarendszer tengelyei.

Ebből kiindulva a test orientációja meghatározható a referenciarendszer és a testkoordinátarendszer közötti elforgatás mértékéből. Az Euler szögek tárgyalása esetén fontos tisztázni, hogy a különböző egyezmények közül melyik a használatos adott esetben. A dolgozatban a továbbiakban ez a mérnöki gyakorlatban gyakran használt, nem klasszikus Tait-Bryan konvenció, ahol Euler szögek alatt a testkoordinátarendszer tengelyei körüli elfordulásokat értjük. Ezeket a szögeket (Yaw, Pitch, Roll)-al (Billenés, Bólintás, Elfordulás) vagy (ψ, θ, φ) -vel jelöljük. A Yaw tengely a testben felülről lefelé, a Z – tengely irányába, a Pitch tengely a test bal oldalától jobbra, az Y – tengely mentén, a Roll pedig a hátulsó oldaltól előre, az X – tengellyel párhuzamosan fekszik.



(ábra 1)

Forrás: Wikipédia [2]

Az Euler szögeket tartalmazó vektor a következő módon jelölhető:

(1.2)

Az Euler szögek a test orientációjának meghatározása mellett két koordináta rendszer közötti transzformációhoz is szükségesek. Az utóbbi szükségességét és alkalmazását a következő fejezetben részletezem.

Szükséges még megemlíteni, hogy a térbeli transzlációs mozgással ellentétben a rotációk nem kommutatívak, mivel három adott szöggel való rotáció a sorrendtől és a forgatási konvenciótól(erről egy későbbi fejezetben) függően több orientációhoz is vezethet a térben.

# 2. Euler szögek meghatározása

## 2.1. Forgatómátrixok

Tételezzük fel, hogy rendelkezésünkre áll egy adathalmaz, amely csak egy koordinátarendszerben értelmezett, azonban szeretnénk olyan információt kinyerni belőle, amely csak egy másik viszonyítási rendszerben értelmezhető. Erre az esetre nyújt megoldást egy forgatómátrix, amely meghatározza egy R1 referenciarendszerben értelmezett adathalmaz vetületét R2 referenciarendszerben. Esetünkben ez a testkoordinátarendszert és a világkoordinátarendszert jelenti.

A forgatómátrixok olyan matematikai objektumok, amelyek vektorokat, illetve azokat ábrázoló adathalmazokat, egyik koordinátarendszerből egy másikba képesek leképezni vagyis forgatni. Ezeket a forgatásokat három elemi forgatómátrixra tudjuk felbontani, amelyek a mátrixszorzás sorrendjétől függően a test koordinátarendszert és az adatokat, amelyeket tartalmaz, az első tengely mentén elforgatva meghatározzák a köztes koordinátarendszert, vagyis a forgatott test koordinátarendszert, majd az így kapott koordinátarendszer soron következő tengelye mentén elforgatja és ezt a folyamatot még egyszer ismétli. Ezekhez az alábbi elemi rotációs mátrixok használhatók fel:

(2.1)

(2.2)

(2.3)

Forrás: 3D Motion Of Rigid Bodies [3]

A fent leírt rotációs mátrixok az adott tengely mentén a megfelelő Euler szöggel forgatják el a mérési eredményeket tartalmazó vektorokat. A mátrixszorzás nem kommutatív művelet, ezért a felírásuk sorrendje fontos. Ez a matematikai analógiája a test forgatási sorrendjének fontosságának. Euler elmélete szerint tizenkét egyedi forgatási sorrend létezik, amellyel a test egy adott orientációba vihető. A mi célunknak a robotikában is gyakran használt ZYX rotációs sorrend felel meg, amely a vektort először a testkoordinátarendszer valós helyzetéből a Z tengely mentén elforgatja a ψ szöggel, majd a beforgatott rendszer Y tengelye és végül az így kapott koordinátarendszer X tengelye körül forgatja el.

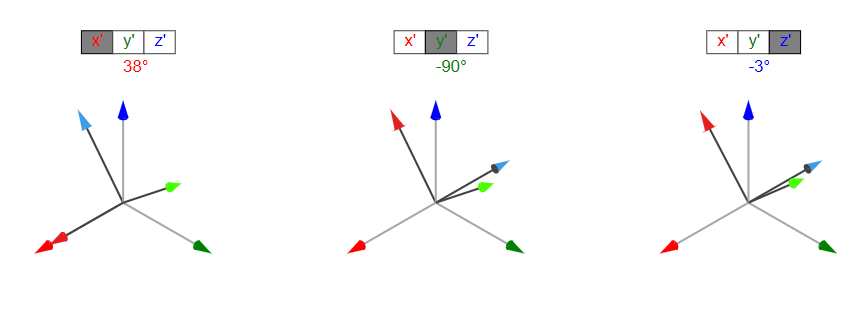
Ez a módszer egy egyszerű és intuitív módszert biztosít koordinátarendszerek közötti transzformációkhoz, azonban a trigonometrikus függvények miatt érzékeny a kerekítésre, illetve az ún. „gimbal lock” problémára. Ezekre a problémákra megoldást nyújtanak a kvaterniók, egy négydimenziós számrendszerben ábrázolt vektorok, amik alkalmasak háromdimenziós forgatások leírására. Ezek egyre inkább kiváltsák a forgatómátrixok szerepét mind a robotika, mind a számítógépes grafika területén is, viszont kívül esnek a dolgozatom keretén.

Fontos megjegyezni, hogy míg a két szélső forgatómátrixok (-pi, pi) tartományú bemenő szögekre értelmezettek, a középső esetében ez csak (-pi/2, pi/2), a gimbal lock jelenség miatt. [4]

### 2.1.1. Gimbal lock

A gimbal lock kifejezést eredetileg az a jelenség leírására használták, amikor egy gimbal mechanizmus két gyűrűje párhuzamossá vált, így azok egy síkban forogtak és az esetlegesen a szerkezet közepére csatolt tárgyat mind két gimbal gyűrű a test koordinátarendszerének ugyan azon tengelye körül forgatta. Ez az eset, egymásba ágyazott gyűrűk lévén, mindig a középső kilencven fokos elfordulása esetén fordult elő.

Ez a jelenség a mátrix transzformációk esetén is lezajlik, amikor a sorban második forgatás, esetünkben az Y – tengely mentén, a köztes koordinátarendszert kilencven fokkal elforgatja, így a kezdeti és végkoordinátarendszer két különböző tengelye egy egyenesre fog esni, és a transzformálni kívánt vektort a referenciarendszer ugyan azon síkjában forgatja két Euler szöggel való forgatás is. Ez a végső forgatómátrixban a két párhuzamos tengely körül mért elfordulások összegeként jelenik meg a trigonometrikus függvények argumentumában, ebből látható, hogy a két szöggel való forgatásnak azonos hatása lesz a vektorra. Az esetet az alábbi interaktív animációról készült pillanatkép szemlélteti.

(ábra 2)

Forrás – mecademic.com [5]

A fenti képen látható, ahogy a kezdeti testkoordinátarendszer X – tengelye és a végső koordinátarendszer Z – tengelye egymással 180 fokot zárnak be, így a referenciarendszer yz síkjában történő forgást írnak le.

A gimbal lock jelenség ellenére a forgatómátrixok hatékonyan használhatók, amennyiben úgy ítéljük meg, hogy az alkalmazás során a jármű vagy berendezés a forgatási sorban középső tengelye mentén nem szenvedhet kilencven fokos elfordulást normális működési körülmények között. Abban az esetben, ha ez a feltétel nem teljesül, számos alternatíva létezik erre a módszerre, mint a korábban említett kvaterniókkal való számítások vagy a „Direction Cosine Matrix”.[6]

## 2.2. Felhasznált szenzorok

A modern szenzorok, amelyeket méréseinkhez használunk fel, szinte minden esetben mikro-elektromechanikus rendszerek(MEMS). Ezek működése általában egy magas mértékben integrált mechanikus szerkezeten végzett méréseken és azok villamos mennyiségekké történő alakításán vagy a piezoelektromos jelenségen alapszik. MEMS szenzorok működése más elven is alapulhat, azonban ez a téma a dolgozatom keretén kívül esik.

Ebben a fejezetben egy kilenc szabadságfokú IMU által biztosított adatokkal való számításokat mutatom be az Euler szögek meghatározásához.

Megjegyezném, hogy az alábbi szenzorok minden mérést a testkoordinátarendszerben végeznek.

### 2.2.1 Gyorsulásmérő

A már említett IMU egyik eleme egy három szabadságfokkal rendelkező gyorsulásmérő, amely a testkoordináta rendszerben meghatározza a gyorsulásvektor három összetevőjét a három kardántengely mentén. A szóban forgó szenzor a testkoordináta rendszerre ható minden gyorsulást mér, így a gravitációt is, ezért nyugalmi helyzetben is egy 1 g [m/s2]magnitúdójú vektort ad meg.

### 2.2.2. Giroszkóp

A giroszkóp egy olyan három szabadságfokkal rendelkező berendezés, amely képes a test koordináta rendszer tengelyei mentén a szögsebességről információt biztosítani.

### 2.2.3. Magnetométer

A magnetométer az a berendezés, amely a Föld mágneses terét méri meg, ahogyan az áthalad a test rendszerén. Az iránytűvel ellentétben ez a berendezés nem csak a mágneses tér horizontális, hanem vertikális összetevőjét is képes meghatározni.

## 2.3 Euler szögek meghatározása giroszkóp használatával

A giroszkópok a test elfordulásának mértékét határozza meg, vagyis a szögsebességeket. A szögsebességek ismeretével a test szögpozíció a következő módon határozhatók meg:

*,* (2.4)

mivel a szögsebesség a szögpozíció infinitezimális változása vagyis a deriváltja.

A fenti módszer előnyei abban rejlenek, hogy a giroszkóp méréseit nem befolyásolják olyan külső hatások, mint a test transzlációs mozgása során fellépő gyorsulások és sebesség.

Azonban a fenti egyenlet a gyakorlatban nem ad hosszú időn át megfelelő becslést, mivel a méréseink nem determinisztikus, hanem sztochasztikus folyamatok, amelyek egy ún. „offsettel” rendelkeznek, vagyis a jel grafikonja a függőleges tengely mentén egy adott értékkel el van tolva a valós értékhez képest, amely körül véletlenszerűen, alacsony frekvenciával, de nagy szórással variál. Ez a hiba kiküszöbölhető oly módon, hogy nyugalmi helyzetben, mérésekkel meghatározzuk annak nagyságát, majd minden mérésből kivonjuk. Ezt a folyamatot kalibrációnak nevezzük. Azonban ez nem szünteti meg, csak kellő mértékben lecsökkenti az offsetet, illetve a jel véletlenszerű szórása továbbra is fennáll. Az ilyen hibák az integrálás során az értékhez hozzáadódnak és felhalmozódnak, így korrumpálja a számításainkat. A jelenséget a mérnöki gyakorlatban „driftnek” nevezzük.

## 2.4. Euler szögek meghatározása gyorsulásmérővel és magnetométerrel

A következő fejezetben ismertetett módszer, amely során egy három szabadságfokú gyorsulásmérő és magnetométer használatával hozunk létre egy az Euler szögek becslésére alkalmas algoritmust, az angol szakirodalomban széleskörben „eCompass” néven ismert. [7]

### 2.4.1. φ és θ szögek számítása gyorsulásmérő adatokból.

Tudjuk, hogy a gravitációs gyorsulás értéke 1 g, amely a mi tengerszint feletti magasságunkon g = 9.81 [m/s2] és iránya mindig a Föld tömegközéppontja felé mutat. Amennyiben a gyorsulásmérőt horizontálisan helyezzük el egy asztalra, a Z – tengely mentén 1 g gravitációs gyorsulást mérünk. Amennyiben azt kilencven fokkal elforgatjuk az X – tengely mentén, az Y - tengely mentén fokozottan 1 g-re nő a mért gyorsulás értéke, míg a Z – tengely mentén nullára csökken. Mindeközben az X – tengely mentén változatlan marad a gravitációs gyorsulás értéke. Amennyiben a forgató tengelyt X-ről Y-ra cseréljük, hasonló jelenség zajlik le, azzal a különbséggel, hogy a változatlan gravitációs gyorsulást szenvedő tengely az Y – tengely lesz. Ebből a demonstrációból látható, hogy a három tengely mentén a gravitációs gyorsulás összefügg a test orientációjától függő szögpozíciókkal vagyis a φ és θ szögekkel. Ezeket az alábbi módon tudjuk kifejezni, ahol (X, Y, Z) második deriváltjai rendre a test koordinátarendszerben mért gyorsulások:

(2.5)

(2.6)

Forrás: Tilt Sensing Using Linear Accelerometers [8]

### 2.4.2. ψ szög számítása magnetométer adatokból

Helyezzük a szenzort horizontálisan egy asztalra. Ekkor a magnetométer, az iránytűhöz hasonlóan, a Föld mágneses terének horizontális összetevőjét méri az XY síkban. Amikor az egyik tengely párhuzamos a horizontális összetevővel, azaz észak vagy dél irányába áll, a tengely mentén maximum vagy minimum értéket mér, a sík másik tengelye mentén pedig nullát. Ez alapján, az előző egyenletek mintájára a ψ szög meghatározható a következő egyenlettel:

ψ (2.7)

Ahol MX és MY a magnetométer által szolgáltatott mérések.

A helyzet bonyolódik, amennyiben a test nem horizontálisan helyezkedik el. Tekintve, hogy a Föld mágneses tere nem csak horizontális összetevőből áll, sőt, a Föld felszínén szinte mindenhol jelentősebb a vertikális összetevője, mint a horizontális, ezért bedöntött test esetében a horizontális összetevő hozzáadódik az X és Y – tengelyek menti mérésekhez, ezért azok ilyen formában nem használhatók fel a (2.7)-es egyenletben. Azonban, a másik két Euler szög ismeretében, a mérések áttranszformálhatók a test koordinátarendszerből a referencia rendszer xy síkjába, ily módon meghatározható a Z – tengely menti elfordulás. Ehhez a transzformációhoz a már ismertetett forgatómátrixokat használhatjuk fel.

A korábban a transzformációk elvégzéséhez leírt folyamat képes a testkoordinátarendszert és az abban értelmezett vektorokat úgy forgatni, hogy az teljesen átfedje a referencia rendszert, azonban a számításainkhoz a mérési adatokat elégséges az xy síkba forgatni, így csak két elemi forgatómátrixot kell használnunk. A transzformációkat és azok eredményét az alábbi egyenlet írja le:

(2.8)

Ahol (mx, my, mz) és (MX, MY, MZ) rendre a mágneses vektor összetevői a referencia és testrendszerben, Rx és Ry pedig az elemi forgatómátrixok, amelyek a már ismert Euler szögekkel forgatják a testrendszert és az adathalmazokat.

Ezek után a harmadik Euler szög meghatározható, mint:

(2.9)

Forrás: Implementing Tilt Compensated eCompass [9]

A fent leírt módszerek előnye abban rejlik, hogy a számításokat stacionáriusnak tekinthető fizikai tereken végzett mérések alapján végezzük. Ennek a jelentőségét egy kísérlettel tudom demonstrálni.

Fektessünk egy asztalra egy könyvet. A könyvhöz csatolt koordinátarendszerről feltételezzük, hogy egybeesik a NED világkoordináta rendszerrel, tehát az X – tengelye tőlünk elfelé mutat, az Y – tengelye jobbra, a Z – tengelye pedig lefelé. Fordítsuk el negyvenöt fokkal az X – tengelye mentén. Ilyenkor pi/4 [rad] nagyságú φ szöget kapunk. Majd a borítóra merőleges Z – tengely mentén forgassuk el kilencven fokkal. Ekkor a kezdeti pozícióhoz képest a Z – tengely mentén pi/2 [rad]-al, az Y – tengely mentén pedig pi/4 [rad]-al lesz beforgatva. A kezdeti φ szögünk teljes mértékben átalakult Y - tengely menti elfordulássá. A kísérlet szemlélteti, hogy forgás közben egy Euler szög változása befolyásolhatja a többit. A 2.4 fejezetben leírt módszerek segítségével ezen változások nyomon követhetők, ellenben a 2.3 fejezetben ismertetett megoldással, ugyanis a fenti kísérlet során a φ és θ szögek változása közben a test szögsebessége az X és Y – tengelyek mentén nulla volt, forgás csak a Z – tengely mentén történt.

A fenti módszerek hátránya az, hogy a szóban forgó szenzorok érzékenyek a külső hatásokra, mint a test mozgása során fellépő gyorsulások vagy mágneses tárgyak közelsége, illetve a giroszkóphoz hasonlóan zajos adatokat szolgáltatnak a frekvenciatartományban magasabban fekvő frekvenciákon.

# Pozíció meghatározása

A test pozíciójának meghatározásához felhasználhatjuk egy IMU által biztosított gyorsulási adatokat. Ez a három tengely mentén meghatározott gyorsulások kétszeres integrálásával tehető meg, ugyanis a gyorsulás az elmozdulás második deriváltjaként definiálható, így az alábbi egyenletek érvényesek:

(3.1)

(3.2)

A fenti egyenletek abban az esetben helytállóak, ha a gyorsulás és a pozíció ugyan abban a koordinátarendszerben értelmezett, azonban a gyorsulásmérő a testkoordinátarendszerről szolgáltat adatokat, míg a pozíciót a referenciarendszerben szeretnénk meghatározni. Ez nem jelent akadályt, addig, amíg a testkoordinátarendszer párhuzamos a referenciarendszerrel, tehát nem történik rotációs, csak transzlációs mozgás. Viszont, amint a testkoordinátarendszer megváltoztatja az orientációját, a mérési adatok nem tükrözik hűen a test mozgását a referenciarendszerben, ezért azokat az előző fejezetben is leírt módon, rotációs mátrixokkal transzformálnunk kell egyik koordinátarendszerből a másikba.

Ezt a módszert alkalmazva megkaphatjuk a test gyorsulását a referenciarendszerben, amely kettős integrálja meghatározza az elmozdulását a kezdeti pozícióhoz képest.

, (3.6)

ahol a gyorsulásméréseket tartalmazó vektor.

Ez a módszer egy egyszerű megoldást biztosít a test pozíciójának meghatározására, azonban ki van téve a forgatómátrixok használata miatt definiált korlátoknak és hátrányoknak, továbbá a giroszkóppal való szögek számításánál is fellépő driftelés négyzetesen jelenik meg, ezért csak rövid ideig tudunk ily módon pontos becsléseket szerezni. A becslések időbeli korrigálásához felhasználhatunk olyan adatszolgáltató berendezéseket, amelyek képesek a test pozíciójáról információt szolgáltatni. Ilyenek például a GPS és GNSS rendszerek vagy a légnyomásmérő. A becslések pontosítását a felsorolt információkkal a következő fejezetben tárgyalt szenzorfúziós módszerekkel végezhetjük el.

# 4. Szenzorfúzió

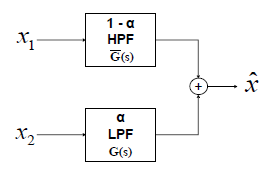
Az előző fejezetekben több módszert is bemutattam egy térben mozgó tárgy orientációjának és pozíciójának meghatározására, amelyek előnyeit és hátrányait is ismertettem. Ahhoz, hogy egy hatékony póz- illetve állapotbecslő algoritmust tudjunk készíteni, célszerű lenne a szóban forgó módszereket vegyíteni annak érdekében, hogy azok előnyeit kihasználjuk és hátrányaikat minimalizáljuk. A szenzorfúziós vagy információfúziós folyamatok ennek megvalósítására nyújtanak segítséget. Erre már korábban is láthattunk példát a 2.4 fejezetben, egy eCompass megvalósítási elvének bemutatása során.

Tételezzük fel, hogy egy test orientációját szeretnénk meghatározni, amelyhez rendelkezésünkre állnak a giroszkóp, a gyorsulásmérő és a magnetométer által szolgáltatott adatok. A fizikai tereken végzett mérésekből származtatott szögek egy megbízható értéket adnak a test elfordulását illetően, azonban érzékenyek a külső hatásokra, és nagyfrekvenciás zajokkal terheltek. Ezzel szemben a giroszkópadatok alacsonyfrekvenciás szórással rendelkeznek, de mentesek a külső hatások által okozott zavaroktól, viszont önmagukban nem tudnak hosszútávon megbízható becsléseket szolgáltatni, illetve bizonyos esetekben nem tudják meghatározni a test orientációjának valós változását. A célunk az, hogy egy olyan becslést készítsünk, amely a test orientációjának minden változását meg tudja határozni, viszonylag érzéketlen a külső hatásokra és nem terhelt magas- és alacsony frekvenciás zajokkal és a drift effektussal. Ezt több módon is megtehetjük. Ilyenek a dolgozatban is tárgyalt Kálmán-szűrő és az általam gyakorlatban is implementált Complementary-Filter.

## 4.1. Complementary-Filter

A Complementary-Filter(a továbbiakban csak CF) a legegyszerűbb szenzorfúziós algoritmusok közé tartozik, ennek következtében a számítási követelménye is csekély, így kis számítási kapacitással rendelkező, alacsony költségvetésű hardveren is könnyen implementálható azzal a céllal, hogy megfelelő pontosságú becsléseket kapjunk adott folyamatokról.

Az algoritmus az alacsony frekvenciás zajokkal terhelt adatokat, esetünkben az integrált szögsebességeket, egy felül-áteresztő szűrésnek veti alá, majd összeadja egy alul-áteresztő szűrővel szűrt, korábban magas frekvenciákkal terhelt jellel, esetünkben az eCompassból kapott (φ, θ, ψ) szögekkel. [10] A folyamatot az alábbi folyamatábra szemlélteti.



(ábra 3)

Forrás: [11]

Ahol G(s) az alul-áteresztő szűrő-, pedig a felül-áteresztő szűrő átviteli függvénye. A szűrők tervezésének feltétele, hogy . Ebből származtatva, a digitalizált szűrők együtthatói α és (1 - α), ahogy az a hármas ábrán is látható.

Az eddig leírtak alapján felírható a diszkrét CF egyenlete iteratív orientáció számításra.

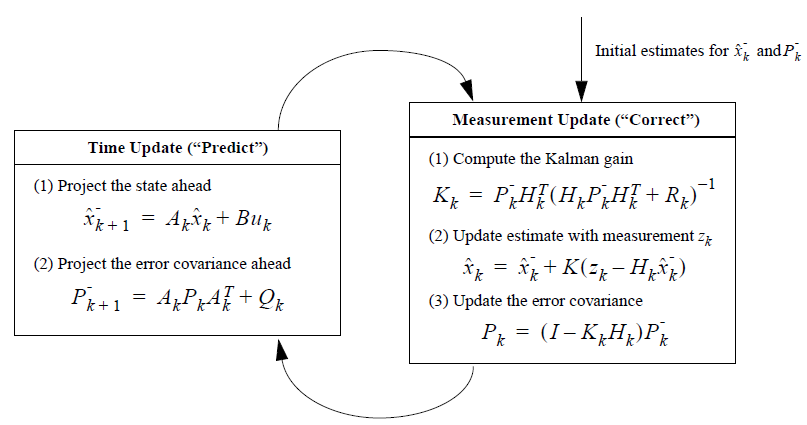
, (4.1)

ahol a mintavételezési periódusidő.

## 4.2. Kálmán-szűrő

A Kálmán-szűrő egy optimális becslő, amely stacionárius vagy nem stacionárius, Gauss-eloszlású zajjal terhelt bemenő jeleket képes feldolgozni és a mérnöki gyakorlatban nagy gyakorisággal alkalmazott módszer a szenzorfúzió megvalósítására.

A Kálmán-szűrő egy öt egyenletből álló, iteratív folyamat, amelyet időbeli- és mérésifrissítésre bontunk fel. A folyamatot az alábbi ábra szemlélteti:



(ábra 4)

Forrás: An Introduction to the Kalman Filter [12]

Ahol a test aktuális állapotának a becslése. Itt szeretném letisztázni a különbséget a pózvektor és az állapotvektor között. Míg a pózvektor egy hat szabadságfokkal rendelkező adatsor, ami a test pozícióit és szögpozícióit tartalmazza, addig az állapotvektor egy tizenkét szabadságfokkal rendelkező rendezett sor, amely a pózvektort és annak deriváltját tartalmazza, tehát pozíciókat és sebességeket.

(4.2)

Továbbá **u**k az irányítási folyamat során vezérelt változók-, **z**k pediga méréseket tartalmazó változókvektora. **A** és **B** a rendszert leíró modell egyenleteit és a becslést az irányított változókkal módosító egyenleteket tartalmazó mátrixok, a **K** pedig a Kálmán erősítések mátrixa.

A **P** a hiba variancia - kovariancia mátrix, amely a modellben jelenlévő változásokat írja le, illetve **Q** a rendszermodellezési variancia – kovariancia mátrix, amely a modellezett és modellezetlen zavarokat írja le. Ez utóbbi meghatározása gyakorlati módszerekkel történik, a Kálmán-szűrő beüzemelése előtt. Az **R** mátrix a mérések varianciáját írja le. Ez meghatározható inicializáció során, illetve nem stacionárius folyamatok esetében minden iterációban újraszámítható.

Tisztázatlan maradt még a **H** mátrix szerepe. Ez a mátrix csupán olyan alakra hozza a becsült állapotvektort, amely megegyezik annak a mérhető elemeivel, ily módon elvégezhető az összeadás.

A fenti jelölések ismeretében tekintsük meg, hogyan zajlik le a Kálmán-szűrés.

### 4.2.1. Modell alapú frissítés

Az ún. „time update” két lépésből áll:

1. **Első lépés – Előzetes becslés meghatározása**

Az algoritmus a rendszer modellje és előző állapotának becslése alapján létrehoz egy előzetes becslést vagy „jóslatot” a rendszer állapotáról.

(4.3)

1. **Második lépés – Hiba variancia – kovariancia előrevetítése**

A második lépésben előrevetíti a hiba variancia – kovariancia mátrixot, annak előző állapota alapján:

(4.4)

### 4.2.2. Mérési frissítés

A mérési frissítés elején az iteráció számát növeljük, tehát (k + 1) → k.

A frissítés három lépésből áll:

1. **Első lépés – Kálmán – erősítés meghatározása:**

Ebben a lépésben az előrevetített mátrix és az **R**k mátrix alapján meghatározzuk a Kálmán erősítést, amely meghatározza, hogy adott becslést milyen mértékben szükséges módosítani a mérési adatokkal.

(4.5)

1. **Második lépés – Az előzetes becslés frissítése:**

A korábban előrevetített állapotot a Kálmán erősítés mértékének megfelelően a mérési adatokkal korrigáljuk.

(4.6)

1. **Harmadik lépés – a Pk mátrix meghatározása:**

A mérési frissítés során korábban meghatározott Kálmán erősítés felhasználásával frissítsük a modell alapú becslés során meghatározott hiba variancia – kovariancia mátrixot.

(4.7)

Ezzel a lépéssel körbeértünk egy iterációval és az utolsó két lépésben meghatározott állapotot és kovarianciamátrixot felhasználhatjuk a következő modell alapú frissítésben.

## 4.3. A Kálmán-szűrő és CF összehasonlítása

A CF-re tekinthetünk úgy, mint egy „steady state” Kálmán-szűrő, tehát a működését meghatározó paraméterek időben változatlanok, illetve azok meghatározása nem időtartományban, statisztikai módszerekkel történik, hanem a frekvenciatartomány vizsgálatával. [13]

Mivel a CF – el való becsléshez kevesebb egyenlet szükséges, abból kifolyólag, hogy a variancia – kovariancia és a Kálmán erősítés mátrixok nem kerülnek frissítésre minden iteráció során, a CF sokkal kisebb számításikapacitást foglal le a hardveren, így alkalmasabb lehet a Kálmán-szűrőnél olyan alkalmazásokra, ahol az algoritmus futási frekvenciájára és a rendszer frissítésének mértékére nagyobb hangsúlyt kell fektetnünk, mint a pontosságra. [13] Továbbá, ebből az okból kifolyólag, a CF hatékonyabban implementálható alacsonyköltségvetésű és kis számításikapacitással rendelkező eszközökre.

# Kísérleti eredmények kiértékelése, saját készítésű algrotimussal

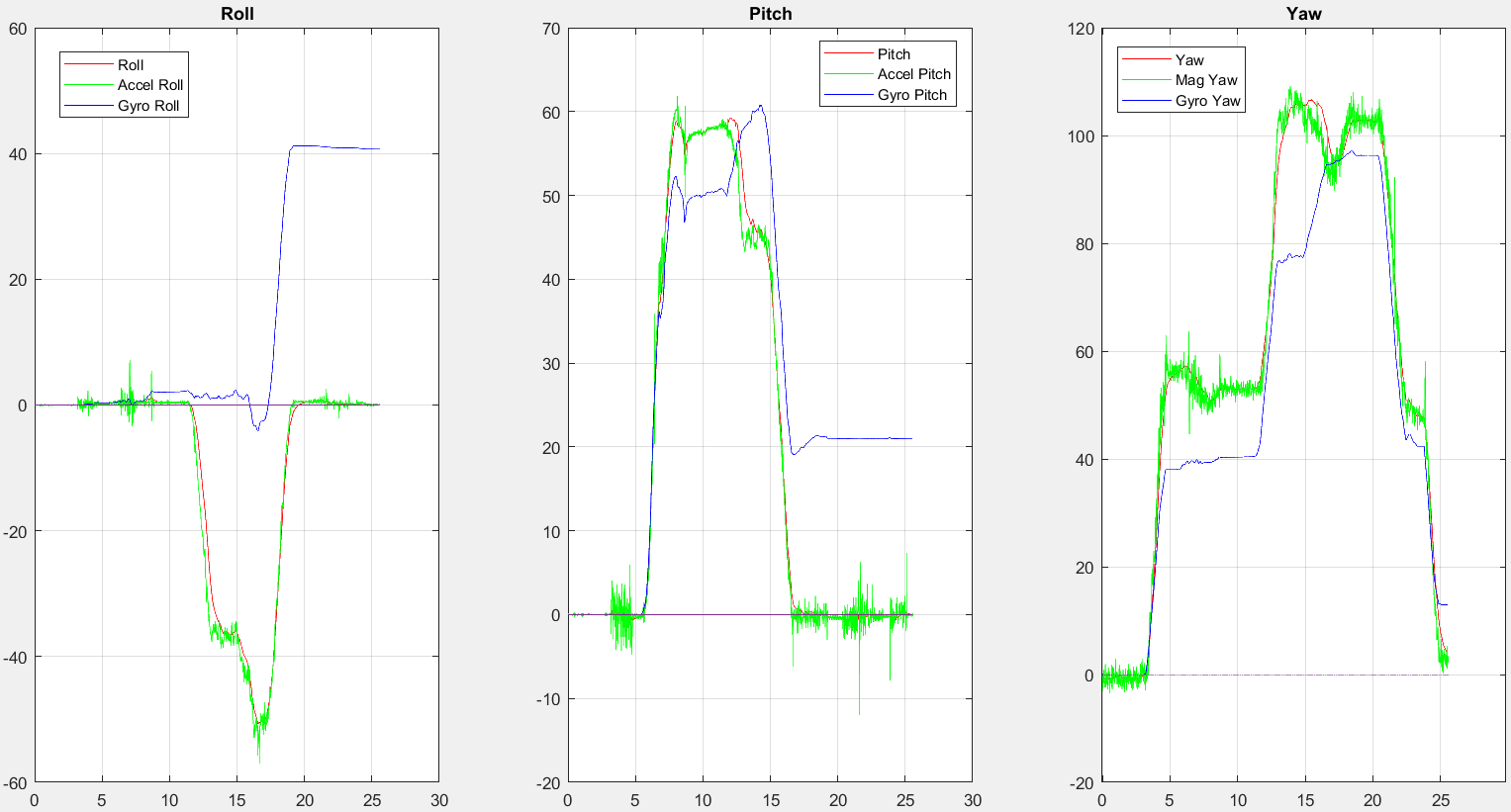
A következő fejezetben a saját szögpozíció becslő algoritmusommal végzett kísérleteket, annak korlátoltságait és továbbfejlesztési lehetőségeit mutatom be.

Az algoritmusom a 2.3 és 2.4 fejezetekben ismertetett módszereket és egy CF-t használ fel.

A teszt során az adott tengely körüli forgás, a tengely irányába tekintve az órajárással megegyezően, pozitív előjelű, az órajárással ellentétesen pedig negatív.

Az eredmények bemutatásához egy olyan tesztet választottam, amely tartalmaz elfordulást mind három tengely mentén és az Euler szögek egymásra gyakorolt hatását is bemutatja.

A teszt a következő műveletekből állt. A testkoordinátarendszer a kezdeti helyzetben egybeesik a NED referenciarendszerrel. Ezután a testet a Z – tengelye mentén elforgattam pi/3 [rad]–nal, az órajárással megegyező irányba. Majd megközelítőleg ugyan ennyivel az Y - tengely mentén és pi/2 [rad]-nal a Z – tengely mentén, pozitív irányba. Ezután XZ sorrendben alaphelyzetbe vittem. Az eredmények az alábbi ábrán láthatók:



*(ábra 5)*

Az ábra szemlélteti a pusztán a 2.3 és 2.4 fejezetben ismertetett módszerekkel történő számítások eredményeit(kék és zöld), továbbá a CF-el kapott adatokat(piros) is.

Az algoritmusom jelenlegi legnagyobb hibája, hogy a pi/2 [rad] közeli elfordulásokat nem tudja kezelni, a gravitációs gyorsulás előjelének változása miatt. A jövőben a hangsúlyt ennek javítására és a test mozgása által a számításokba bevitt torzítások minimalizálására, illetve a pozícióbecslés megvalósítására fektetem.

# Konklúzió

A dolgozatban ismertetettek és az imént bemutatott eredmények alapján kijelenthető, hogy alacsony költségvetésű hardvereken is implementálható megfelelő pontosságú állapotbecslő algoritmus, amelyek az üzemi feltételektől és a környezettől függően módosíthatók és robusztussá tehetők az előre látható és előre nem látható zavarokkal szemben.

## Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani mentoromnak, Dr. Pletl Szilveszter tanár úrnak, aki fáradhatatlan segítségével és kimeríthetetlen szakmai tudásával járult hozzá a dolgozat létrejöttéhez.

## Hivatkozások

[1] – B. Lantos, L. Márton, *Nonlinear Control of Vehicles and Robots*, Advances in Industrial Control,

DOI 10.1007/978-1-84996-122-6\_12, © Springer-Verlag London Limited 2011

[2]–<https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/thumb/c/c1/Yaw_Axis_Corrected.svg/375px-Yaw_Axis_Corrected.svg.png> - 2021.10.30.

[3] - Springer Nature Switzerland AG 2019

E. Olguín Díaz, *3D Motion of Rigid Bodies*, Studies in Systems,

Decision and Control 191, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-04275-2> - 2021.10.30.

[4] – Fletcher Dunn, Ian Parberry - 3D Math Primer for Graphics and Game Development, 2nd Edition

[5] - <https://www.mecademic.com/en/how-is-orientation-in-space-represented-with-euler-angles> - 2021.10.30.

[6] – David Hosier - Technical Report ARMET-TR-17051 - AVOIDING GIMBAL LOCK IN A TRAJECTORY SIMULATION - <https://apps.dtic.mil/sti/pdfs/AD1055301.pdf> - 2021.10.30.

[7] – Jin Wu, Zebo Zhou, Jingjun Chen, Hassen Fourati, Rui Li - Fast Complementary Filter for Attitude Estimation Using Low-Cost MARG Sensors

<https://www.researchgate.net/publication/305339951_Fast_Complementary_Filter_for_Attitude_Estimation_Using_Low-Cost_MARG_Sensors> – 2021.10.30.

[8] – Mark Pedley - Tilt Sensing Using Linear Accelerometers - [https://www.nxp.com/files-static/sensors/doc/app\_note/AN3461.pdf](https://www.nxp.com/files-static/sensors/doc/app_note/AN3461.pdf%20)  - 2021.10.30.

[9] – Talat Ozyagcilar - Implementing a Tilt-Compensated eCompass using Accelerometer and Magnetometer Sensors - <https://www.nxp.com/docs/en/application-note/AN4248.pdf> - 2021.30.10.

[10] - Mark Euston, Paul Coote, Robert Mahony, Jonghyuk Kim and Tarek Hamel - A Complementary Filter for Attitude Estimation of a Fixed-Wing UAV

<https://www.researchgate.net/publication/224339663_A_Complementary_Filter_for_Attitude_Estimation_of_a_Fixed-Wing_UAV> - 2021.30.10.

[11] - Parag Narkhede , Shashi Poddar , Rahee Walambe , George Ghinea, and Ketan Kotecha - Cascaded Complementary Filter Architecture for Sensor Fusion in Attitude Estimation

[https://www.researchgate.net/publication/353116763\_Cascaded\_Complementary\_Filter\_Architecture\_for\_Sensor\_Fusion\_in\_Attitude\_Estimation – 2021.30.10](https://www.researchgate.net/publication/353116763_Cascaded_Complementary_Filter_Architecture_for_Sensor_Fusion_in_Attitude_Estimation%20–%202021.30.10).

[12] - An Introduction to the Kalman Filter by Greg Welch and Gary Bishop

Department of Computer Science - University of North Carolina at Chapel Hill - Chapel Hill, NC 27599-3175

<http://132.206.230.228/e761/SIGGRAPH2001_CoursePack_08.pdf> – 2021.10.31.

[13] - W. T. Higgins, "A Comparison of Complementary and Kalman Filtering," in IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, vol. AES-11, no. 3, pp. 321-325, May 1975, doi: 10.1109/TAES.1975.308081.

## További hasznos linkek

<https://en.wikipedia.org/wiki/Euler_angles>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Gimbal_lock>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Rotation_matrix>

<https://www.youtube.com/watch?v=zc8b2Jo7mno>

<https://en.wikipedia.org/wiki/Rotation_formalisms_in_three_dimensions#Rotation_matrix>

<https://sundaram.wordpress.com/2013/03/08/mathematical-reason-behind-gimbal-lock-in-euler-angles/?fbclid=IwAR1WKM8Of3hyAFzDuFV4H3tPF6XtNaJC7sQVYEJPPs0HASHnvaS22I71wcA>

<https://www.mecademic.com/en/how-is-orientation-in-space-represented-with-euler-angles>

<https://www.youtube.com/watch?v=whSw42XddsU>

<https://www.youtube.com/watch?v=CaCcOwJPytQ&list=PLX2gX-ftPVXU3oUFNATxGXY90AULiqnWT>