**MATEMATIKA 1**

JANUAR A, 2020. GODINE

**1.** a) (Teorijsko pitanje.) Formulisati iskaz Lopitalovog stava (Lopitalovog pravila). Kako se ovo pravilo može primeniti na odredjivanje graničnih vrednosti u kojima se javljaju neodredjenosti oblika $0 \cdot \infty$, $\infty - \infty$, $1^{\infty}$, $\infty^{0}$ i $0^{0}$? (5 poena)

b) Primenom Lopitalovog pravila odrediti sledeću graničnu vrednost

$$\lim_{x \to \frac{\pi}{2}} (\sin x)^{\operatorname{tg}^2 x}.$$

(5 poena)

**2.** a) (Teorijsko pitanje.) Neka su dati prava $p : \frac{x-x_0}{l} = \frac{y-y_0}{m} = \frac{z-z_0}{n}$ i ravan $\alpha : Ax + By + Cz + D = 0$. Kakav uzajamni položaj mogu u $\mathbb{E}^3$ da imaju $p$ i $\alpha$? Izvesti uslove pod kojima će zauzeti takve položaje. (5 poena)

b) Data je prava $p : \begin{cases} x - 2z - 3 = 0 \\ y - 2z = 0 \end{cases}$ i ravan $\alpha : x + 3y - z + 4 = 0$. Svesti pravu $p$ na kanonski oblik i dokazati da ona prodire ravan $\alpha$ (2 poena). Odrediti tačku $A$ koja je presek prave $p$ i ravni $\alpha$ (1 poena). Odrediti pravu $p_1$, koja je projekcija prave $p$ u ravan $\alpha$ (2 poena).

**3.** U zavisnosti od realnog parametra $m$, diskutovati i kada je to moguće rešiti sledeći sistem linearnih jednačina

$$\begin{aligned} x + y - 3z &= 1 \\ -2x + y + z &= 2 \\ -x + 2y + mz &= 3 \\ x + 4y + 4mz &= 1 - 2m. \end{aligned}$$

(5 poena)

**4.** Ispitati monotonost (2 poena), lokalne ekstremne vrednosti (0,5 poena), konkavnost i konveksnost (2 poena), kao i prevojne tačke (0,5 poena) funkcije

$$f(x) = x \cdot e^{\frac{1}{x-2}}.$$

(5 poena)

**5.** Neka je skup $G$ skup svih realnih brojeva oblika $x + y\sqrt{2}$, gde su $x$ i $y$ racionalni brojevi, koji nisu istovremeno 0 i neka je $\cdot$ klasično množenje brojeva. Dokazati da je $(G, \cdot)$ grupa. (5 poena)

**Napomena:** Student od zadataka pod rednim brojem 3, 4 i 5 bira dva koja će da radi. Obavezno precrtati broj ispred zadatka koji ne radite. Vreme trajanja ispita je 135 minuta.

Predmetni profesor

dr Rale Nikolić