

Задача А. Расстановка скобок в лямбда-выражении

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 5 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

На вход вашей программе дается лямбда-выражение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned}\langle \text{Выражение} \rangle &::= [\langle \text{Применение} \rangle] \backslash \langle \text{Переменная} \rangle \text{'.'} \langle \text{Выражение} \rangle \\ &\quad | \langle \text{Применение} \rangle \\ \langle \text{Применение} \rangle &::= \langle \text{Применение} \rangle \langle \text{Атом} \rangle | \langle \text{Атом} \rangle \\ \langle \text{Атом} \rangle &::= \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{'')}' | \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'a'... 'z'}) \{ \text{'a'... 'z'} | \text{'0'... '9'} | \text{'.'} \}^*\end{aligned}$$

Аргументы-переменные в применении должны разделяться пробелом. В остальных случаях пробелы могут отсутствовать. Любые пробелы между нетерминальными символами (кроме пробела, разделяющего аргументы в применении) — а также начальные и конечные пробелы в строке — должны игнорироваться. Символы табуляции, возврата каретки и перевода строки должны трактоваться как пробелы.

Требуется расставить все недостающие скобки вокруг всех абстракций и применений, и напечатать получившийся результат.

Формат входных данных

Размер входного файла не превышает 1 МБ.

Формат выходных данных

В единственной строке выходного файла (заканчивающейся переводом строки) должно быть приведено лямбда-выражение с расставленными скобками без каких-либо пробельных символов. Исключение: одиночные пробелы, разделяющие аргументы в применении.

Примеры

| |
|--|
| стандартный ввод |
| <code>\a.\b.a b c (\d.e \f.g) h</code> |
| стандартный вывод |
| <code>(\a.(\b.((((a b) c) (\d.(e (\f.g)))) h)))</code> |
| стандартный ввод |
| <code>((a\bbb.c)d)e f g</code> |
| стандартный вывод |
| <code>(((((a (\bbb.c)) d) e) f) g)</code> |

Задача С. Вывод типа в просто-типизированном лямбда-исчислении

Имя входного файла: стандартный ввод
Имя выходного файла: стандартный вывод
Ограничение по времени: 10 секунд
Ограничение по памяти: 512 мегабайт

На вход вашей программе дается лямбда-выражение в следующей грамматике:

$$\begin{aligned} \langle \text{Выражение} \rangle &::= [\langle \text{Применение} \rangle] \backslash \langle \text{Переменная} \rangle \text{'.'} \langle \text{Выражение} \rangle \\ &\quad | \langle \text{Применение} \rangle \\ \langle \text{Применение} \rangle &::= \langle \text{Применение} \rangle \langle \text{Атом} \rangle | \langle \text{Атом} \rangle \\ \langle \text{Атом} \rangle &::= \text{'('} \langle \text{Выражение} \rangle \text{')' } | \langle \text{Переменная} \rangle \\ \langle \text{Переменная} \rangle &::= (\text{'a'... 'z'}) \{ \text{'a'... 'z' } | \text{'0'... '9' } | \text{'_' } \}^* \end{aligned}$$

Аргументы-переменные в применении разделяются пробелом. В остальных случаях пробелы могут отсутствовать. Любые пробелы между нетерминальными символами (кроме пробела, разделяющего аргументы в применении) — а также начальные и конечные пробелы в строке — должны игнорироваться. Символы табуляции и возврата каретки должны трактоваться как пробелы.

Требуется найти наиболее общий тип этого лямбда-выражения и вывести доказательство того, что лямбда-выражение имеет этот тип, а также найти типы свободных переменных, содержащихся в лямбда-выражении, или же сказать, что лямбда-выражение не имеет типа.

В доказательстве вы можете пользоваться следующими правилами:

| Правило | Зависимости | Вывод | Дополнительные условия |
|---------|---|--|-------------------------------|
| №1 | | $\Gamma, x : \sigma \vdash x : \sigma$ | $x \notin \text{dom}(\Gamma)$ |
| №2 | $\Gamma \vdash M : \sigma \rightarrow \tau, N : \sigma$ | $\Gamma \vdash MN : \tau$ | |
| №3 | $\Gamma, x : \sigma \vdash M : \tau$ | $\Gamma \vdash \lambda x. M : \sigma \rightarrow \tau$ | $x \notin \text{dom}(\Gamma)$ |

Формат входных данных

В единственной строке входного файла содержится лямбда-выражение в грамматике из условия. Длина выражения не превышает 255 символов.

Гарантируется, что имена всех вложенных абстракций различны, а также имена абстракций не совпадают с именами свободных переменных.

Формат выходных данных

Если заданное лямбда-выражение не имеет типа, в единственной строке выходного файла должна быть запись «Expression has no type».

Иначе в файле должно быть доказательство. В файле должны отсутствовать пустые строки. Строки доказательства должны идти в правильном порядке. Каждый отступ должен представляться с помощью «*» — символа «*» (ASCII 42) и трех последовательных пробелов (ASCII 32). В конце каждой строки должно быть описание правила, которое было применено для вывода этой строки. В остальном следуйте формату из примеров.

Выведенный тип должен быть наиболее общим типом для заданного лямбда-выражения.

Примеры

| | |
|----------------------------|--|
| стандартный ввод | |
| x | |
| стандартный вывод | |
| x : t1 - x : t1 [rule #1] | |

| |
|---|
| стандартный ввод |
| $(\lambda x. x) (\lambda y. y)$ |
| стандартный вывод |
| $\vdash ((\lambda x. x) (\lambda y. y)) : (t2 \rightarrow t2)$ [rule #2] $*$ $\vdash (\lambda x. x) : ((t2 \rightarrow t2) \rightarrow (t2 \rightarrow t2))$ [rule #3] $*$ $*$ $x : (t2 \rightarrow t2) \vdash x : (t2 \rightarrow t2)$ [rule #1] $*$ $\vdash (\lambda y. y) : (t2 \rightarrow t2)$ [rule #3] $*$ $*$ $y : t2 \vdash y : t2$ [rule #1] |
| стандартный ввод |
| $\lambda a. a' a z8'$ |
| стандартный вывод |
| $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4 \vdash (\lambda a. ((a' a) z8')) : (t1 \rightarrow t5)$ [rule #3] $*$ $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4, a : t1 \vdash ((a' a) z8') : t5$ [rule #2] $*$ $*$ $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4, a : t1 \vdash (a' a) : (t4 \rightarrow t5)$ [rule #2] $*$ $*$ $*$ $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4, a : t1 \vdash a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5))$ [rule #1] $*$ $*$ $*$ $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4, a : t1 \vdash a : t1$ [rule #1] $*$ $*$ $a' : (t1 \rightarrow (t4 \rightarrow t5)), z8' : t4, a : t1 \vdash z8' : t4$ [rule #1] |