Szegedi Tudományegyetem

Informatikai Intézet

Dirichlet-Laplace mátrixok legkisebb sajátértékeiről

Diplomamunka

Készítette:
Nagy Viktória
programtervező informatikus szakos hallgató

Témavezető:
Vinkó Tamás Dr.
egyetemi docens

Szeged
2022

Tartalomjegyzék

Feladatkiírás 3
Tartalmi összefoglaló 4
Bevezetés 5

1. Alapfogalmak **6**
1.1. Alcím 6
1.1.1. Al-al cím 6
1.1.2. Másik 7
1.1.3. Harmadik 7
1.2. Mindjárt vége a fejezetnek 7

2. Hosszú **8**
2.1. Részletek 8

3. Egyebek **10**
3.1. Környezetek 10
3.2. Listák 11
3.3. Egy táblázat és egy ábra 12

4. Függelék **14**
4.1. A program forráskódja 14

Nyilatkozat 15
Köszönetnyilvánítás 16
Irodalomjegyzék 17

Feladatkiírás

A témavezető által megfogalmazott feladatkiírás. Önálló oldalon szerepel.

Tartalmi összefoglaló

A tartalmi összefoglalónak tartalmaznia kell (rövid, legfeljebb egy oldalas, összefüggő megfogalmazásban) a következőket: a téma megnevezése, a megadott feladat megfogalmazása - a feladatkiíráshoz viszonyítva-, a megoldási mód, az alkalmazott eszközök, módszerek, az elért eredmények, kulcsszavak (4-6 darab).

Az összefoglaló nyelvének meg kell egyeznie a dolgozat nyelvével. Ha a dolgozat idegen nyelven készül, magyar nyelvű tartalmi összefoglaló készítése is kötelező (külön lapon), melynek terjedelmét a TVSZ szabályozza.

Bevezetés

Itt kezdődik a bevezetés, mely nem kap sorszámot.

1. fejezet

Alapfogalmak

1.1. Definíció. *Gráfnak nevezzük azokat a (V, E, I) hármasokat, ahol V és E tetszőleges diszjunkt halmazok, $I \subseteq V \times E$ illeszkedési reláció. A V halmazt a gráf csúcshalmazának, E-t élhalmaznak nevezzük. Azt mondjuk, hogy a v csúcs illeszkedik az e élre, ha $(v, e) \in I$. Az illeszkedési reláció olyan, hogy minden élre egy vagy két csúcs illeszkedik.*

1.2. Definíció. *G összefüggő gráf, ha minden $u, v \in V$-re létezik u-ból v-be menő séta.*

1.3. Definíció. *Egy n csúcsú G gráf szomszédsági mátrixa egy olyan $n \times n$-es A mátrix, aminek i-edik sorának j-edik eleme megfelel a gráf i-edik csúcsából a j-edik csúcsába induló élnek.*

1.4. Definíció. *Legyen G egy egyszerű, n csúcsú gráf, melynek szomszédsági mátrixa A. Ekkor G Laplace-mátrixa $L = D - A$, ahol D egy diagonális mátrix, mely a csúcsok fokszámát tartalmazza; vagyis $D_{ii} = d(v_i) = \sum_{j=1}^{n} A_{ij}$ és $D_{ij} = 0$, ha $i \neq j$.*

1.5. Definíció. *A szimmetrikus $A = [a_{ij}] \in \Re^{n \times n}$ mátrixot pozitív definitnek nevezzük, ha minden $\vec{0} \neq \vec{x} = [x_1, x_2, \ldots, x_n]^T \in \Re^n$ vektorra fennáll az*

$$\vec{x}^T A \vec{x} = \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{n} a_{jk} x_j x_k > 0$$

egyenlőtlenség. A kettős szummával jelölt összeget kvadratikus alaknak nevezzük.

1.6. Definíció. *Az $A \in \Re^{n \times n}$ mátrixnak az $\vec{x} \in \Re^n$ vektor sajátvektora a $\lambda \in \Re$ sajátértékkel, ha $\vec{x} \neq \vec{0}$ és*

$$A\vec{x} = \lambda \vec{x}$$

.

1.1. Alcím

Ebben alfejezetek is lehetnek

1.1.1. Al-al cím

Sőt al-al fejezetek is.

1.1.2. Másik

Na lássunk egy másodikat is.

1.1.3. Harmadik

Meg egy harmadikat is.

1.2. Mindjárt vége a fejezetnek

Tényleg, itt valóban vége.

2. fejezet

Hosszú

2.1. Részletek

Ebbe a fejezetbe pedig írunk sok sok szöveget. Szöveg, szöveg, szöveg, szöveg, szöveg, szöveg, szöveg, szöveg, szöveg szöveg,

szöveg, szöveg,

3. fejezet

Egyebek

3.1. Környezetek

3.1. Tétel. *Ez itt egy tétel.*

Bizonyítás. Ez pedig a bizonyítása, melyben szerepel egy képlet:

$$\begin{aligned} E^{\text{globális}} &= \text{tét}_1 \cdot E_1^{\text{elemi}} + \text{tét}_2 \cdot E_2^{\text{elemi}} + \ldots + \text{tét}_n \cdot E_n^{elemi} \\ &= E^{\text{elemi}} \left(\text{tét}_1 + \text{tét}_2 + \ldots + \text{tét}_n \right) \\ &= E^{\text{elemi}} \cdot \text{össztét} \end{aligned} \tag{3.1}$$

A második egyenlőségnél azt használtunk ki, hogy ...
Ezzel a bizonyítást befejeztük. □

3.2. Definíció. *Ez egy definíció. Számozása a tételekkel együtt történik.*

3.3. Állítás. *A következő négy állítás egymással ekvivalens:*

(i) M *és* N *gyengén ekvivalensek.*

(ii) Minden n *nemnegatív egész számra* $|L_M \cap \Sigma_1^n| = |L_N \cap \Sigma_2^n|$ *teljesül.*

(iii) Minden n *nemnegatív egész szám esetén létezik* $\pi_n : L_M \cap \Sigma_1^n \to L_N \cap \Sigma_2^n$ *kölcsönösen egyértelmű leképezés.*

(iv) Minden nemnegatív n*-re* $xA^n y^T = x' A'^n y'^T$.

3.4. Következmény. *Ez pedig egy következmény.*

3.5. Példa. Ez lesz a példa, ezt nem szedjük dőlten.

3.6. Megjegyzés. A fejezetet pedig egy megjegyzés zárja.

3.2. Listák

Ez egy felsorolás:

- első
- második
  - első
  - második
- harmadik
- ♣ saját jel is alkalmazható

Ez pedig egy számozott lista:

1. hétfő
2. kedd
3. szerda

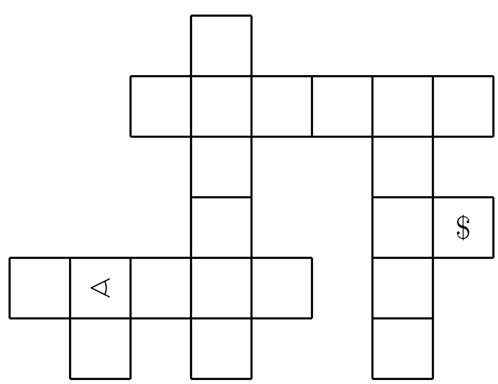
3.3. Egy táblázat és egy ábra

A táblázat itt következik.

3.1. táblázat. Példa stratégiatáblára a Black Jack esetében

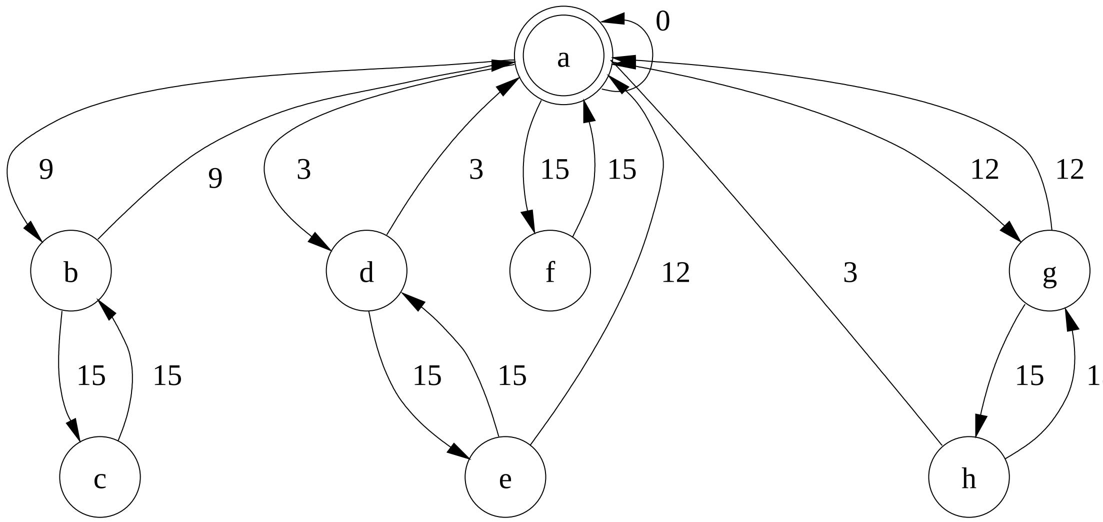
	ász	2	3	4	5	6	7	8	9	10
21	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
20	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
19	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
18	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
17	n	n	n	n	n	n	n	n	n	n
16	h	n	n	n	n	n	h	h	b	b
15	h	n	n	n	n	n	h	h	h	b
14	h	n	n	n	n	n	h	h	h	b
13	h	n	n	n	n	n	h	h	h	h
12	h	n	n	n	n	n	h	h	h	h
11	h	D	D	D	D	D	D	D	D	h

Lássunk egy ábrát is!



3.1. ábra. Labirintus bejárása

Külön fájlban elkészített grafika beillesztését a 3.2 ábra szemlélteti.



3.2. ábra. A $4 \times m$-es tábla lefedéseinek mátrixreprezentációit felismerő automata

4. fejezet

Függelék

4.1. A program forráskódja

A függelékbe kerülhetnek a hosszú táblázatok, vagy mondjuk egy programlista:

```
while (ujkmodosito[i]<0)
{
   if (ujkmodosito[i]+kegyenletes[i]<0)
   {
      j=i+1;
      while (j<14)
      if (kegyenletes[i]+ujkmodosito[j]>-1) break;
      else j++;
      temp=ujkmodosito[j];
      for (l=i;l<j;l++) ujkmodosito[l+1]=ujkmodosito[l];
      ujkmodosito[i]=temp;
   }
   i++;
}
```

Nyilatkozat

Alulírott . . . . szakos hallgató, kijelentem, hogy a dolgozatomat a Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet . . . . Tanszékén készítettem, ... diploma megszerzése érdekében.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy szakdolgozatomat / diplomamunkámat a Szegedi Tudományegyetem Diplomamunka Repozitóriumában tárolja.

Szeged, 2022. március 31. . . . .

aláírás

Alulírott . . . . szakos hallgató, kijelentem, hogy a dolgozatomat a Szegedi Tudományegyetem, Informatikai Intézet . . . . Tanszékén készítettem, ... diploma megszerzése érdekében.

Kijelentem, hogy a dolgozatot más szakon korábban nem védtem meg, saját munkám eredménye, és csak a hivatkozott forrásokat (szakirodalom, eszközök, stb.) használtam fel.

Tudomásul veszem, hogy szakdolgozatomat / diplomamunkámat a TVSZ 4. sz. mellékletében leírtak szerint kezelik.

Szeged, 2022. március 31. . . . .

aláírás

Köszönetnyilvánítás

Ezúton szeretnék köszönetet mondani **X. Y-nak** ezért és ezért …

Irodalomjegyzék

[1] J. L. Gischer, The equational theory of pomsets. *Theoret. Comput. Sci.*, **61**(1988), 199–224.

[2] J.-E. Pin, *Varieties of Formal Languages*, Plenum Publishing Corp., New York, 1986.