

# Лабораторная работа №1

## По дисциплине «Анализ данных»

### Погрешности измерений

Выполнила Шандыбина Виктория

ИВТ, 2 курс, 1 подгруппа

Используемые формулы:

#### 1. Среднее значение

Среднее значение величины находится по формуле:

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)$$

Это среднее значение принимают за приближенное (наиболее вероятное) значение измеряемой величины.

#### 2. Дисперсия

Дисперсия – среднеквадратичная погрешность. Рассеяние результатов измерений относительно среднего значения принято характеризовать дисперсией  $\Delta S^2$ :

$$\Delta S^2 = \frac{1}{n(n-1)} \left( \sum_{i=1}^n (x_i - x_0)^2 - n(\bar{x} - x_0)^2 \right)$$

#### 3. Стандартное отклонение

$$\Delta S = \sqrt{\Delta S^2}$$

#### 4. Абсолютная погрешность

Абсолютная погрешность результата – **доверительный интервал** –  $\Delta x$  – характеризует попадание случайной величины в доверительный интервал с доверительной вероятностью  $\alpha$ :

$$X = \bar{x} \pm \Delta x$$

$$\Delta x = t_{\alpha} \cdot \Delta S$$

где  $t_{\alpha}$  – коэффициент Стьюдента зависит от доверительной вероятности и числа проведенных экспериментов. В математической статистике коэффициент Стьюдента вычислен для различных значений, и его можно найти в таблице:

Таблица коэффициентов Стьюдента.

n	$\alpha$							
	0.80	0.90	0.95	0.98	0.99	0.995	0.998	0.999
1	3.0770	6.3130	12.7060	31.820	63.656	127.656	318.306	636.619
2	1.8850	2.9200	4.3020	6.964	9.924	14.089	22.327	31.599
3	1.6377	2.35340	3.182	4.540	5.840	7.458	10.214	12.924
4	1.5332	2.13180	2.776	3.746	4.604	5.597	7.173	8.610
5	1.4759	2.01500	2.570	3.649	4.0321	4.773	5.893	6.863
6	1.4390	1.943	2.4460	3.1420	3.7070	4.316	5.2070	5.958
7	1.4149	1.8946	2.3646	2.998	3.4995	4.2293	4.785	5.4079
8	1.3968	1.8596	2.3060	2.8965	3.3554	3.832	4.5008	5.0413
9	1.3830	1.8331	2.2622	2.8214	3.2498	3.6897	4.2968	4.780
10	1.3720	1.8125	2.2281	2.7638	3.1693	3.5814	4.1437	4.5869

Для  $n = 5$  (число измерений) и  $\alpha = 0.95$ , коэффициент Стьюдента – 2.570

Обычно для расчетов доверительного интервала пользуются значениями  $\alpha=0.95$ ; иногда достаточно  $\alpha=0.90$ , но при ответственных измерениях требуется более высокая надежность ( $\alpha = 0.99$ ).

## 5. Относительная погрешность

$$\frac{\Delta x}{x} \cdot 100\%$$

Относительная погрешность:

Если в результате непосредственных (прямых) измерений некоторой физической величины  $x$  получены значения  $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ , то оценку погрешности рекомендуется проводить следующим образом:

1. По результатам измерений величины  $x$  определяется среднее арифметическое из  $n$  измерений

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i.$$

2. Вычисляется среднеквадратичное отклонение результатов измерений от среднего арифметического

$$\tilde{\sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\bar{x} - x_i)^2}{n(n-1)}}.$$

3. Для доверительной вероятности  $\alpha = 0.95$  и при количестве измерений  $n$  по таблице 2 определяется коэффициент Стьюдента  $t_{\alpha n}$ .

4. Рассчитываются границы доверительного интервала (случайная погрешность) для многократных измерений

$$\Delta \tilde{x}_{сл} = t_{\alpha n} \tilde{\sigma}.$$

5. Оценивается доверительный интервал (погрешность) однократных измерений

$$\Delta \tilde{x}_{од} = \alpha \cdot d,$$

где  $d$  – параметр равномерного распределения, связанный с ценой деления или классом точности измерительного прибора.

6. Определяется общая погрешность серии измерений (доверительный интервал)

$$\Delta \tilde{x} = \sqrt{\Delta \tilde{x}_{сл}^2 + \Delta \tilde{x}_{од}^2}.$$

7. Окончательный результат записывается в виде

$$x = \bar{x} \pm \Delta \tilde{x} \text{ с доверительной вероятностью } \alpha.$$

8. Оценивается относительная погрешность результата измерений

$$\delta = \frac{\Delta \tilde{x}}{\bar{x}} \cdot 100\%.$$

Относительная погрешность позволяет сравнивать неточности измерений величин, имеющих различную размерность.

### Задание №1

**Задача:** В таблице представлены результаты измерений диаметра цилиндра. Вычислить погрешность эксперимента средствами Excel. В качестве  $d_0$  выбрать удобное для вычисления значение, например 14.80. Результаты оформить в виде таблицы.

**Результат работы:**

n	d	$d_0$	$d_i - d_0$	$(d_i - d_0)^2$	$d_{cp}$	дисперсия	стандартное отклонение	абсолютная погрешность(+)	абсолютная погрешность(-)	относительная погрешность
1	14,8500	14,8000	0,0500		14,8180	0,0005	0,0112	14,8468	14,7892	0,19%
2	14,8000		0,0000	0,0000		0,0005				
3	14,7900		-0,0100	0,0001		0,0005				
4	14,8400		0,0400	0,0016		0,0005				
5	14,8100		0,0100	0,0001		0,0005				
						0,000126				

### Задание №2

**Задача:** В результате определения содержания алюминия в сплаве получены следующие значения(в % масс): 7.48, 7.49, 7.52, 7.47, 7.50. Вычислить погрешность эксперимента средствами Excel. Результаты оформить в виде таблицы. В качестве  $m_0$  выбрать 7.48.

**Результат работы:**

n	m	$m_0$	$m - m_0$	$(m - m_0)^2$	$m_{cp}$	дисперсия	стандартное отклонение	абсолютная погрешность(+)	абсолютная погрешность(-)	относительная погрешность
1	7,4800	7,4800	0,0000	0,0000	7,492	0,0015	0,0192	7,5414	7,4426	0,66%
2	7,4900		0,0100	0,0001		0,0015				
3	7,5200		0,0400	0,0016		0,0015				
4	7,4700		-0,0100	0,0001		0,0015				
5	7,5000		0,0200	0,0004		0,0015				
						0,00037				

### Задание №3

**Задача:** При взвешивании образца анализируемого вещества получены следующие результаты: 47,12; 47,08; 47,13 г. Оценить истинную массу образца и определить точность этой оценки для доверительной вероятности 0,95.

**Результат работы:**

n	m	$m_0$	$m - m_0$	$(m - m_0)^2$	$m_{cp}$	дисперсия	стандартное отклонение	абсолютная погрешность(+)	абсолютная погрешность(-)	относительная погрешность
1	47,1200	31,4167	15,7033	246,5947	47,1100	0,0014	0,0265	47,1942	47,0258	0,14%
2	47,0800		15,6633	245,3400		0,0014				
3	47,1300		15,7133	246,9088		0,0014				
						0,0007				

### Задание №5

**Задача: 1).** Рассчитать погрешность прямых измерений величины  $b$  (среднее арифметическое, среднеквадратичное отклонение, случайная погрешность многократных измерений, оценить доверительный интервал однократных измерений, общая погрешность серии измерений). Записать полученное из эксперимента значение величины  $b$  с учетом погрешности.

2). Рассчитать погрешность прямых измерений величины  $h$  и величины  $a$ .

3). Рассчитать значения объема параллелепипеда (косвенные измерения).

### Результат работы:

n	a	b	h	$(b-b_0)^2$	среднее арифметическое b	дисперсия b	случайная погрешность многократного изменения b	доверительный интервал однократного изменения b	общая погрешность серии b
1	12,7000	12,7000	14,8000	0,0100	12,8000	0,0100	0,1837	0,0950	0,2068
2	12,7000	12,8000	14,9000	0,0000		0,0000			
3	12,7000	12,9000	14,7000	0,0100		0,0100			
~	12,7000	12,8000	14,8000			0,0577			