

ВСР. Лекция по математике.  
Определенный интеграл.

Шандыбина Виктория  
ИВТ, 3 курс, 1 подгруппа  
Тема 7.

4 декабря 2019 г.

## 1 Определенный интеграл.

Имея дело с понятием интеграла, мы имеем дело с *бесконечно малыми величинами*. Интеграл поможет вычислить площадь фигуры, массу неоднородного тела, пройденный при неравномерном движении путь и многое другое. Следует помнить, что **интеграл** – это сумма бесконечно большого количества бесконечно малых слагаемых.

В качестве примера представим себе график какой-нибудь функции.

Как найти площадь фигуры, ограниченной графиком функции? С помощью интеграла!

Разобьем криволинейную трапецию, ограниченную осями координат и графиком функции, на бесконечно малые отрезки. Таким образом фигура окажется разделена на тонкие столбики. Сумма площадей столбиков и будет составлять площадь трапеции. *Но помните, что такое вычисление даст примерный результат.*

Однако чем меньше и уже будут отрезки, тем точнее будет вычисление. Если мы уменьшим их до такой степени, что длина будет стремиться к нулю, то сумма площадей отрезков будет стремиться к площади фигуры. Это и есть определенный интеграл, который записывается так:

$$\int_a^b f(x)dx$$

Точки  $a$  и  $b$  называются **пределами интегрирования**.

## 2 Свойства неопределенного интеграла.

Как решить неопределенный интеграл? Здесь мы рассмотрим свойства неопределенного интеграла, которые пригодятся при решении примеров.

- *Производная от интеграла равна подынтегральной функции:*

$$\left( \int f(x)dx \right)' = f(x)$$

- *Константу можно выносить из-под знака интеграла:*

$$\int kf(x)dx = k \int f(x)dx$$

- *Интеграл от суммы равен сумме интегралов. Верно также для разности:*

$$\int (f(x) + g(x))dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$$

### 3 Свойства определенного интеграла.

- *Линейность:*

$$\int_a^b k f(x)dx = k \int_a^b f(x)dx$$

- *Знак интеграла изменяется, если поменять местами пределы интегрирования:*

$$\int_a^b f(x)dx = - \int_b^a f(x)dx$$

- *При любых точках  $a$ ,  $b$  и  $c$ :*

$$\int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$