Создание матриц средствами LaTeX

Шандыбина Виктория
ИВТ, 3 курс, 1 подгруппа
Тема 8.

4 декабря 2019 г.

Пример 1. Умножение матрицы на число

Дано:

Матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

Число $k = 2$.

Найти:

Произведение матрицы на число: $A \times k = B$

$B-?$

Решение:

Для того чтобы умножить матрицу A на число k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число.

Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ: $B = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

Пример 2. Умножение матриц

Дано:

Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$;

Матрица $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Найти

Произведение матриц: $A \times B = C$
$C - ?$

Решение:

Каждый элемент матрицы $C = A \times B$, расположенный в i-й строке и j-м столбце, равен сумме произведений элементов i-й строкик матрицы A на соответствующие элементы j-го столбца матрицы B. Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \left(\begin{matrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-2) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2 \end{matrix}\right.$$

$$C = A \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $C = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

Пример 3. Транспонирование матрицы

Дано:

Матрица $A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Найти:

Найти матрицу транспонированную данной.
A^T –?

Решение:

Траспонированние матрицы A заключается в замене строк этой матрицы ее столбцами с сохранением их номеров. Полученная матрица обозначается через A^T

$$A = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

Пример 4. Обратная матрица

Дано:

Матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$

Найти:

Найти обратную матрицу для матрицы A.

A^{-1}–?

Решение:

Находим $detA$ и проверяем $detA \neq 0$:

$$detA = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$$

$detA = 5 \neq 0$.

A^V из алгебраических дополнений A_{ij}: $A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$.

Транспонируем матрицу A^V:

$$(A^V)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

Каждый элемент, полученной матрицы, делим на $detA$:

$$A^{-1} = \frac{1}{detA}(A^V)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} & \frac{1}{5} \\ -\frac{3}{5} & \frac{2}{5} \end{pmatrix}$