

Kategorientheoretisches Buchhaltungsmodell mit Makroinvarianz

Generated by ChatGPT for Viktor

April 3, 2025

Theoretischer Teil

Wir modellieren Agenten mit doppelter Buchführung als Objekte in einer Kategorie \mathcal{A} .

Die Transaktionen zwischen Agenten werden als Morphismen in dieser Kategorie beschrieben. Die Kategorie ist wie folgt aufgebaut:

- **Objekte:** MicroLedger $L_i = (A_i, L_i)$ mit Aktiv- und Passivkonten
- **Morphismen:** MicroBookings $b : A \rightarrow B$
- **Pattern:** Diagramme aus diesen Morphismen
- **Bindings:** konkrete Werte wie Betrag und Kontenbindung
- **Colimit:** aggregierter Zustand, in dem alle Morphismen verklebt sind und die Makroinvarianz prüfen
- **Natürliche Transformation:** $\mu : F \Rightarrow G$, mit $\mu_i = \text{microledger_balance}$

Praxisbeispiel: Zwei Buchungen

Wir betrachten zwei Transaktionen zwischen Händler und Bank.

1. Waren gegen Warenschein

- Agent A (Händler) liefert Ware (Aktiva)
- Agent B (Kunde) erhält Warenschein (Verbindlichkeit)

Buchung: $A : \text{debit } 100 \longrightarrow B : \text{credit } 100$

Agent A (Waren) $\xrightarrow{100}$ Agent B (Warenschein)

$$\mu_A = +100, \quad \mu_B = -100, \quad \sum \mu_i = 0$$

2. Geld gegen Kredit

- Agent A (Bank) vergibt Kredit in Geld
- Agent B (Kunde) erhält Geld, schuldet Kredit

Buchung: $A : \text{debit } 50 \longrightarrow B : \text{credit } 50$

Agent A (Geld) $\xrightarrow{50}$ Agent B (Kredit)

$$\mu_A = +50, \quad \mu_B = -50, \quad \sum \mu_i = 0$$

Rollenspezifikation

Buchhalter: Jede Buchung ist ein Soll-/Haben-Vorgang in der doppelten Buchführung.

Programmierer: Die Buchung ist eine Mutationsfunktion über Zustandsobjekte.

Kategorientheoretiker: Morphismusdiagramme, Funktoren und Colimits prüfen strukturelle Konsistenz.

Investor: Finanzflüsse sind sichtbar und quantitativ nachvollziehbar.