

A fluid dynamic model for glacier flow

Therese Tungsten
Artos Institute
tung@artos.edu

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit, sed do eiusmod tempor incididunt ut labore et dolore magnam aliquam quaerat voluptatem. Ut enim aequale doleamus animo, cum corpore dolemus, fieri tamen permagna accessio potest, si aliquod aeternum et infinitum impendere malum nobis opinemur. Quod idem licet transferre in voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in quo a nobis philosophia defensa et collaudata est, cum id, quod maxime placeat, facere possimus, omnis voluptas assumenda est, omnis dolor repellendus. Temporibus autem quibusdam et aut officiis debitis aut rerum necessitatibus saepe eveniet, ut et voluptates repudiandae sint et molestiae non recusandae. Itaque earum rerum defuturum, quas natura non depravata desiderat. Et quem ad me accedis, saluto: 'chaere,' inquam, 'Tite!' lictores, turma omnis chorusque: 'chaere, Tite!' hinc hostis mi Albucius, hinc inimicus. Sed iure Mucius. Ego autem mirari satis non queo unde hoc sit tam insolens domesticarum rerum fastidium. Non est omnino hic docendi locus; sed ita prorsus existimo, neque eum Torquatum, qui hoc primum cognomen invenerit, aut torquem illum hosti detraxisse, ut aliquam ex eo est consecutus? – Laudem et caritatem, quae sunt vitae sine metu degendae praesidia firmissima. – Filium morte multavit. – Si sine causa, nollem me ab eo delectari, quod ista Platonis, Aristoteli, Theophrasti orationis ornamenta neglexerit. Nam illud quidem physici, credere aliquid esse minimum, quod profecto numquam putavisset, si a Polyaeo, familiari suo, geometrica discere maluisset quam illum etiam ipsum dedocere. Sol Democrito magnus videtur, quippe homini erudito in geometriaque perfecto, huic pedalis fortasse; tantum enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut fastidii delicatissimi. Mihi quidem videtur, inermis ac nudus est. Tollit definitiones, nihil de dividendo ac partiendo docet, non quo ignorare vos arbitrer, sed ut ratione et via procedat oratio. Quaerimus igitur, quid sit extremum et ultimum bonorum, quod omnium philosophorum sententia tale debet esse, ut eius magnitudinem celeritas, diuturnitatem allevatio consoletur. Ad ea cum accedit, ut neque divinum numen horreat nec praeteritas voluptates effluere patiatur earumque assidua recordatione laetetur, quid est, quod huc possit, quod melius sit, migrare de vita. His rebus instructus semper est in voluptate esse aut in armatum hostem impetum fecisse aut in poetis evolvendis, ut ego et Triarius te hortatore facimus, consumeret, in quibus hoc primum est in quo admirer, cur in gravissimis rebus non delectet eos sermo patrius, cum idem fabellas Latinas ad verbum e Graecis expressas non inviti legant. Quis enim tam inimicus paene nomini Romano est, qui Ennii Medeam aut Antiope Pacuvii spernat aut reiciat, quod se isdem Euripidis fabulis delectari dicat, Latinas litteras oderit? Synephebos ego, inquit, potius Caecilii aut Andriam Terentii quam utramque Menandri legam? A quibus tantum dissentio, ut, cum Sophocles vel optime scripserit Electram, tamen male conversam Atilii mihi legendam putem, de quo Lucilius: 'ferreum scriptorem', verum, opinor, scriptorem tamen, ut legendus sit. Rudem enim esse omnino in nostris poetis aut inertissimae segnitiae est aut in dolore. Omnis autem privatione doloris putat Epicurus terminari summam voluptatem, ut postea variari voluptas distinguere possit, augeri amplificarique non possit. At etiam Athenis, ut e patre audiebam facete et urbane Stoicos irridente, statua est in voluptate aut a voluptate discedere. Nam cum ignoratione rerum bonarum et malarum maxime hominum vita vexetur, ob eumque errorem et voluptatibus maximis saepe priventur et durissimis animi doloribus torqueantur, sapientia est adhibenda, quae et terroribus cupiditatibusque detractis et omnium falsarum opinionum temeritate derepta certissimam se nobis ducem praebeat ad voluptatem. Sapientia enim est una, quae maestitiam pellat ex animis, quae nos exhorrescere metu non sinat. Qua praeceptrice in tranquillitate vivi potest omnium.

1. Introduction

I detta gymnasiearbete är målet att undersöka hur man programmerar en shackdator som uttnytjar kända tekniker för att göra den mer effektiv. Shackdatorer har funnits ända sedan 1948 då Alan Turing skapade

den första riktiga Schackdatorn. Sedan dess har vi utvecklat både mycket mer högpresterande datorer som kör schackdatorerna, samt mycket mer sofistikerade algoritmer och optimeringar på mjukvarunivå som har härstammat från den enorma mängd.

I detta gymnasiearbete är målet att undersöka hur min schackdator är programmerad och förklara de algoritmer, tekniker och optimeringar som används för att förbättra schackdatorn.

Min schackdator som jag kommer att referera till är skrivet i programmeringsspråket Rust, men eftersom koden kan vara svårtolkad om man inte är van vid den kommer jag främst använda pseudokod när jag förklarar de algoritmer som jag har utnyttjat.

När man bygger en schackdator är den vanligaste metoden att man har en sökfunktion som söker igenom alla drag som kan göras till ett visst djup med den så kallade Min max algoritmen.

2. Struktur

För att representera en schackposition på ett sätt som är optimalt för datorn att hantera används så kallade Bitboards. En Bitboard är ett 64-bitar långt binärt tal där vi låter varje bit i talet representera en ruta på schackbrädet. Ifall en bit i talet är 1 eller 0 representerar därefter ifall en vis typ av pjäs finns på den rutan eller ej. 12 Bitboards används för att representera positionen av alla pjäser på spel planen där varje bitboard representerar befintligheten av en vis typ av pjäs. I exemplet nedan visas bitboarden för de vita bönderna vid startpositionen. I koden så representerar den minst signifikanta biten, den bit vars värde är 2, A8 på schackbrädet medan den mest signifikanta biten representerar H1, och mellan dessa är indexeringen ökande enligt första ranken och därefter filen.



Figure 1: White Pawns

En modern dator har en 64 bitars CPU, vilket innebär att den kan utföra operationer på 64 bitars tal väldigt snabbt på grund av hur de elektroniska kretsarna är strukturerade i den. Av denna anledning är användet av Bitboards optimalt eftersom CPU:n kan utföra instruktioner direkt på den datan som representerar brädets status.

På grund av detta kan vi utnyttja många av de instruktioner som CPU:n kan utföra på 64 bitars tal för att manipulera bitboardsen och därmed också pjäserna. Två av de mest vanliga instruktionerna som används i mitt program är så kallad logisk skift https://en.wikipedia.org/wiki/Logical_shift som helt enkelt förflyttar alla bitar i ett tal åt vänster eller höger beroende på vilket håll skiften sker åt, och därefter fyller lediga platserna i talet därefter i med 0:or.

$$a \ll n$$

flyttar alla bitar ett steg åt vänster

$$a \gg n$$

flyttar alla bitar ett steg åt höger

$$!a$$

flippar alla bitar, varje 0:a blir 1 och varje 1:a blir 0.

Två andra viktiga operationer som inte alltid är explicit instruktioner eftersom det varierar från mellan olika instruktionssätt för CPUer, men i Rust är dessa funktioner: https://doc.rust-lang.org/std/primitive.u64.html#method.leading_zeros `leading_zeros` som returnerar antalet bitar som är 0 i början av 64 bitars talet, vilket är samma som indexet för den minst signifikanta biten och `trailing_zeros` returnerar antalet bitar i slutet av talet vilket är samma som 63 - index för minst signifikanta biten. En annan operator är bitwise not som i Rust betecknas med `!` framför variabeln eller talet.

Den sista nämnvärda operationen på bitboards som är användbar är en så kallad population count på ett 64 bitars tal som helt enkelt returnerar antalet bitar i talet som är 1, vilket för en Bitboard ger oss antalet av den pjäsen som finns på schackbrädet.

3. Evaluering

4. Drag generering

Drag genereringen är beroende av att schackbrädets rutor indexeras på ett visst sätt som kan ses i följande bild

Detta är nödvändigt eftersom varje drag representeras på följande sätt, rutan som pjäsen börjar på, rutan som pjäsen slutar på, samt några extra bitars information som representerar vilken typ av drag det är. Rutorna representeras med

```
pub enum Direction {
    North = -8,
    West = -1,
    NorthWest = -9,
    NorthEast = -7,
    SouthWest = 7,
    SouthEast = 9,
    East = 1,
    South = 8,
}
```

Drag genereringen är den delen av schackdatorn där användningen av bitboards blir som mest fördelaktig på grund av de operationer som effektivt kan manipulera bitboardsen. Schack har 6 olika pjäser som kan röra sig på olika sätt. Men för drag genereringen är den generella principen samma, först använder vi lsb för att få positionen på brädet av en pjäs av en specifik typ. Detta låter oss loopa igenom alla 64 bitar för att hitta pjäserna eftersom vi bara bryr oss om bitarna som är 1 och därmed har en pjäs.

Därefter tar vi in en funktion som utifrån en startruta för en viss pjäs returnerar slutrutan för draget.

För att generera drag för hästen är tekniken att man vid kompileringstid genererar en array som indexeras med en ruta, ett tal mellan 0 och 64, och returnerar en Bitboard där endast de rutor som en häst som

står på den rutan hade kunnat flytta sig till är 1. Detta låter oss förvarara detta värde på minnet istället för att omberäkna varje gång vi genererar drag.

Vi loopar därmed först igenom bitboarden för alla t ex vita hästar, för varje häst indexerar vi vår array och får ut alla rutor som hästen kan flytta sig till från sin nuvarande position. Vi loopar igenom dessa slut rutor och adderar ett drag till listan av varje drag.

En ytterliggare sak man måste ta hänsyn till är absoluta pins. En schackpjäs är i en absolut pin när den skyddar kungen från en attack från en glidande pjäs, och får endast flyttas längs de rutorna som den glidande pjäsen anfaller. När vi genererar drag som inte är kungens drag, måste vi därmed kolla om pjäsen som vi genererar dragen för är absolut pinnad. Detta görs genom att vi håller koll på alla absolut pinnade pjäser i en bitboard, som uppdateras varje gång ett drag görs eller dras tillbaka. När vi sedan genererar drag för pjäser som inte är kungen, kollar vi först om pjäsen är pinnad, eller

```
#[inline(always)]
fn legal(board: &Board, from: usize, to: usize) -> bool {
    // a non king move is only legal if the piece isn't pinned or it's moving along the
    ray
    // between the piece and the king
    board.absolute_pinned_squares.bit(from) == 0 || Board::aligned(to, from,
board.piece_squares[Piece::new(PieceType::King, board.side)].lsb())
}
```

För att generera alla hästdrag används följande funktion

```
fn generate_knight_moves(moves: &mut ArrayVec<Move, MAX_LEGAL_MOVES>, board: &Board) {
    let bitboard = board.piece_squares[Piece::new(PieceType::Knight, board.side)];

    for from in bitboard {
        let attack_bitboard = KNIGHT_ATTACK_MASKS[from] & !board.friendly_squares();
        add_moves_from_bitboard(&to | Move::new(from, to, MoveType::Normal), moves,
attack_bitboard, board);
    }
}
```

den har en for loop som letar igenom alla 1:or i bitboarden för alla hästar som tillhör spelar som ska göra ett drag.

5. Sokning

Minimax är ett algoritmer som används för att bestämma poängen efter ett visst mängd drag för ett noll-summa spel vilket är vad schack är. Minimax är beroende av en evalueringsfunktion som ger ett heuristiskt mått på hur väl det går för spelarna. I mitt schackprogram använder jag en variation av minimax som kallas för negamax, vilket simplificerar koden genom att utnyttja följande faktum

$$\min(a, b) = \max(-b, -a)$$

5.1. Negamax

Detta fungerar således evalueringsfunktionen returnerar ett värde som är relativt till sidan som gör draget—då större värden är bättre—vilket innebär att i negamax försöker både sidorna maximera evaluerings värde.

Algoritmen fungerar genom att gå igenom ett träd av alla möjliga positioner till ett visst djup. Vi börjar vid brädets nuvarande positionen och genererar en lista av alla lagliga drag. För varje lagligt drag skapar vi en ny nod i trädet som representerar schackbrädets position efter att draget har gjorts. Vi får ett heuristiskt värde för en av dessa barnnoder genom att anropa negamax igen från barnnoden, vilket kommer att ge oss ett heuristiskt värde för hur bra positionen är för den nuvarande spelaren.

Funktionen ger ett heuristiskt värde vid varje löv-nod som utgörs av de noder som nått det förutbestämda djupet eller som saknar lagliga drag, och noder som inte är löv-noder kommer ärva värdet från det största värdet av sina barn noder. Funktionen kommer därmed rekursivt gå igenom trädet av alla drag på djupet först och varje nod kommer ärva det heuristiska värdet för det bästa draget i den nuvarande positionen. Pseudokoden för algoritmen blir följande:

```
fn nega_max(depth ) {
  if (depth == 0) return evaluate();
  max = -oo;
  for (all moves) {
    score = -negaMax(depth - 1);
    if(score > max)
      max = score;
  }
  return max;
}
```

5.2. Alpha-beta pruning

Alpha-beta pruning är en förbättring på minimax som drastiskt kan minska antalet noder som behöver sökas. Principen utgår ifrån att vi sparar ett alfa och ett beta värde när vi söker, där alfa är det minsta poängen som den maximerande spelaren är garanterad, och beta är det största värdet som den minimerande spelaren är garanterad. Alfa får ett ursprungligt värde på $-\infty$ och beta ∞ . Dessa två värden är de sämsta möjliga som spelarna kan få, och när vi söker igenom trädet kommer vi uppdatera dessa. Efter vi har evaluerat värdet i en nod kollar vi ifall . Principen utgår ifrån att det bästa värdet som den maximerande spelaren kan få , a, är det sämsta värdet som den minimerande spelaren kan få, och tvärtom för b.

5.3. Horisonteffekten

Ett problem som dyker upp med vårt nuvarande sökalgoritm är en effekt som kallas för horisonteffekten. Eftersom vi har ett förutbestämt djup som vi söker till förekommer det situationer då det i lövnoden görs ett drag som har ett positivt vä. Ett exempel är ifall att det i en av lövnoderna görs ett drag där vits drottning tar en svart bonde, som i detta fallet blir positivt för vit. Problemet är att eftersom sökningen stannar vid detta djup kollar vi inte ifall det fanns en pjäs som skyddade den bonden och som nästa drag kommer ta drottningen. Detta kan lösas genom att vi inte stannar vid en nod som är instabil, dvs det finns drag som leder till en betydlig förändring i evalueringen. Det lättaste sättet att göra detta är att vi efter vår sökningen till en specificerad djuper, söker rekursivt genom alla drag som tar en annan pjäs. Detta fungerar relativt väl eftersom de drag som vanligast ger drastiska förändringar i evalueringen. Det finns fall där drag som inte tar pjäser ger drastiska förändringar i evalueringar, men dessa ignorerar vi att söka genom i vår horisontsökning eftersom det är svårt att bestämma det utan att göra draget, vilket skulle göra sök djupet oändligt långt.

5.4. Sortering av drag

När vi söker igenom dragen spelar ordningen vi gör det i en stor roll. Detta beror på att alpha-beta prunning kommer att bli mer effektiv om vi lyckas öka alfa och minska beta, dvs hitta bättre och bättre drag för de båda spelarna eftersom detta leder till fler alpha och beta cutoffs. Därmed är det viktigt att man sorterar dragen efter man har genererat dem. Det finns flera olika faktorer som kan utnyttjas för att få en effektiv sortering av drag. För att sortera dragen som i princip är en lista använder Rust något default sorteringsalgorithm där allting jag behöver skicka som argument är en funktion som tar in två drag och säger vilken som ska vara först i listan.

När man utnyttjar iterative deepening i sin sökmetod är en av de mest effektiva faktorerna för sorteringen ifall förra sökningens bästa linje innehåller det drag som man försöker sortera och vid rätt djup. Drag som man vid en tidigare sökning redan bestämt är bra har en väldigt hög chans att även vara bra vid ett djup högre, vilket är varför man vill söka dessa drag först.

En annan faktor följer tekniken MVV-LVA (Most valuable victim - Least valuable aggressor) som innebär att drag har högre chans att vara bättre desto mer värdefull pjäsen som tas är och desto mindre värdefull pjäsen som tar den andra pjäsen är. Detta följer simpel logik då man vill ta mer värdefulla pjäser och när man tar en pjäs och om motståndarens pjäs är skyddad är det bättre att offra en mindre värdefull pjäs. <https://www.chessprogramming.org/MVV-LVA> Detta kan lätt implementeras i kod om man utnyttjar de förutbestämda material värdena för pjäserna genom att bara subtrahera pjäsen som blir tagens värde med pjäsen som tar den andra pjäsen. `let capture_score = captured_piece.piece_type().centipawns() - moving_piece.piece_type().centipawns();`

Därefter är det bra att kolla transposition table

5.5. Transposition Table

När vi söker med minimax kommer vi att stötta på samma position senare i sökträdet i två separata sökningar även om dessa sökningar börjar med olika drag. Detta beror på att samma schackposition kan nås om man bara ändrar ordningen som man göra vissa drag i. När vi söker med negamax är det därmed användbart att hålla koll på alla positioner som vi har befunnit oss i samt, spara det djup och den evaluering som gavs till positionen i tidigare sökningar. Om vi stöter på positionen igen kan vi bara återanvända evalueringen som är sparad i transposition table. I koden implementeras Transposition table med en hashtable vars hashfunktion utnyttjar den tidigare nämnda zobrist hashing. Det finns en risk att zobrist hashingen är fel eftersom det inte är en perfekt hash funktion och det finns en risk för kollisioner, men

5.6. Zobrist hashing

Zobrist hashing är ett så kallat hash algorithm.

Positionen med ett