

Балтийский государственный технический университет  
«ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова

Кафедра И5 «Информационные системы и программная инженерия»

**Практическая работа №3**  
по дисциплине «Структуры и организация данных»  
на тему «Оценка эффективности алгоритмов»

Выполнил:  
Студент Альков В.С.  
Группа И407Б

Преподаватель:  
Полухин А.Л.

Санкт-Петербург  
2021 г.

### Задача 1.

Уровень сложности – повышенный. Провести сравнение указанных алгоритмов сортировки массивов, содержащих  $N1$ ,  $N2$ ,  $N3$  и  $N4$  элементов, по указанному в вариативной части критерию. Каждую функцию сортировки вызывать трижды: для сортировки неупорядоченного массива, упорядоченного массива и массива, упорядоченного в обратном порядке. При работе каждого алгоритма сортировки выполнить подсчет основных (производимых над элементами массива) и вспомогательных (всех остальных) операций, указанных в вариативной части задания (сравнений или присваиваний), а также зафиксировать время работы алгоритма. Сортируемая последовательность для всех методов должна быть одинаковой (считывать необходимое количество элементов из прилагаемого файла *test\_numbers.txt*). Оценить время работы и эффективность алгоритмов сортировки по заданному критерию и объему требуемой дополнительно памяти.

Дополнительно провести анализ того, как наличие повторяющихся ключей во входной последовательности влияет на трудоемкость каждого из рассматриваемых алгоритмов сортировки.

Порядок: по возрастанию элементов. Методы: выбора, пузырька, пирамидальная сортировка, быстрая сортировка.  $N1=10000$ ,  $N2=30000$ ,  $N3=70000$ ,  $N4=100000$ .

Критерий – количество присваиваний.

1. Алгоритм сортировки методом выбора:

на каждом шаге ищется минимальный элемент ещё не отсортированной части массива и ставится на место первого элемента этой части массива.

Трудоемкость сортировки методом выбора по количеству присваиваний:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число присваиваний элементов массива	Асимптотическая оценка сложности по количеству присваиваний	Ожидаемое число вспомогат. присваиваний
наилучший	массив упорядочен	Элементы не требуют перестановок, min не будет переписываться	$3(n-1)$ N1: 29997 N2: 89997 N3: 209997 N4: 299997	$\Omega(n)$	$3n + n(n-1)/2$ N1: 50025000 N2: 450075000 N3: 2450175000 N4: 5000250000
наихудший	массив упорядочен в обратном порядке	Кол-во вспомогательных присваиваний будет больше, чем везде, так как min обновляется чаще чем в других случаях	$3(n-1)$ N1: 29997 N2: 89997 N3: 209997 N4: 299997	$\Omega(n)$	$3n + n * (n - 1)/2 + n * n / 4$ N1: 75025000 N2: 675075000 N3: 3675175000 N4: 7500250000

средний	неупорядоченный массив	Среднее кол-во дополнительных присваиваний в силу неизвестности	$3(n-1)$ N1: 29997 N2: 89997 N3: 209997 N4: 299997	$\Omega(n)$	$3n + n * (n - 1) / 2 + n * n / 8$ N1: 62525000 N2: 562575000 N3: 3062675000 N4: 6250250000
---------	------------------------	---	--	-------------	---

Пространственная сложность –  $O(1)$  (две переменных цикла и две вспомогательных переменных).

Сортировка выбором является неустойчивой.

При повторениях ключей количество присваиваний переменной цикла с целью поиска минимального элемента останется неизменным, но кол-во присваиваний минимального элемента уменьшиться, так как сравнение строгое, а кол-во уникальных ключей уменьшилось.

## 2. Алгоритм сортировки пузырьком:

Алгоритм заключается в повторяющихся проходах по массиву, во время прохода сравниваются соседние элементы, и если первый больше второго, то элементы меняются местами. За один проход как минимум один элемент встает на свое место.

Трудоёмкость пузырьковой сортировки по количеству присваиваний:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число присваиваний элементов массива	Асимптотическая оценка сложности по количеству присваиваний	Ожидаемое число вспомогат. присваиваний
наилучший	массив упорядочен	Элементы не требуют перестановок, так как первый элемент всегда меньше второго, и условие $1ый > 2ого$ не выполняется	0 N1: 0 N2: 0 N3: 0 N4: 0	$\Omega(1)$	$n*(n + 1) / 2 + n$ N1: 50015000 N2: 450045000 N3: 2450105000 N4: 5000150000
наихудший	массив упорядочен в обратном порядке	Будет произведено максимальное кол-во присваиваний, так как условие $1ый > 2ого$ всегда выполняется	$3 * n * (n - 1) / 2$ N1: 149985000 N2: 1349955000 N3: 7349895000 N4: 14999850000	$O(n^2)$	$n*(n + 1) / 2 + n$ N1: 50015000 N2: 450045000 N3: 2450105000 N4: 5000150000
средний	массив неупорядочен	Среднее кол-во дополнительных присваиваний в силу неизвестности	$3 * n * (n - 1) / 4$ N1: 74992500 N2: 674977500 N3: 3674947500 N4: 7499925000	$O(n^2)$	$n*(n + 1) / 2 + n$ N1: 50015000 N2: 450045000 N3: 2450105000 N4: 5000150000

Пространственная сложность –  $O(1)$  (две переменных цикла и одна вспомогательная переменная).

Пузырьковая сортировка является устойчивой.

Повторяющиеся значения ключей уменьшают трудоемкость алгоритма. Условие меньше будет выполняться реже, так как некоторые соседние элементы будут равны, следовательно, уменьшится кол-во перестановок.

### 3. Алгоритм пирамидальной сортировки:

Метод сортировки сравнением, основанный на такой структуре данных как двоичная куча.

Она похожа на сортировку выбором, где мы сначала ищем максимальный элемент и помещаем его в конец. Далее мы повторяем ту же операцию для оставшихся элементов.

Трудоемкость пирамидальной сортировки по количеству присваиваний:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число присваиваний элементов массива	Асимптотическая оценка сложности по количеству присваиваний	Ожидаемое число вспомогат. присваиваний
наилучший наихудший средний	Нельзя точно определить, когда производительность будет наилучшей, а когда наихудшей	Пирамида строится заново в независимости от степени сортированности массива	$\sim 3 \cdot n \cdot \log n$	$O(n \cdot \log n)$	$< 5 \cdot n \cdot \log n$

Пространственная сложность –  $O(1)$  (6 вспомогательных переменных).

Пирамидальная сортировка является неустойчивой.

Повторяющиеся значения ключей не влияют на трудоемкость алгоритма.

Алгоритм быстрой сортировки:

Поиск опорного элемента, перестановка остальных элементов на большие и меньшие, и рекурсивный запуск от получившихся подмассивов.

Трудоемкость быстрой сортировки по количеству присваиваний:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число присваиваний элементов массива	Асимптотическая оценка сложности по количеству присваиваний	Ожидаемое число вспомогат. присваиваний
наилучший	Когда при каждом выборе опорного элемента остальные числа разбиваются поровну с точностью до	максимальная глубина рекурсии, при которой размеры обрабатываемых подмассивов достигнут 1, составит $\log(n)$	$< 3 \cdot n$ N1: <30000 N2: <90000 N3: <210000 N4: <300000	$O(n)$	$n \cdot \log n$ N1: 140000 N2: 450000 N3: 1190000 N4: 1700000

	единицы				
наихудший	Когда при каждом выборе опорного элемента остальные числа перемещаются в одну сторону от опорного	Требуется $n - 1$ операция разделения, и для каждого разделения нужно будет просмотреть все оставшиеся элементы	$3 \cdot n^2$ N1: 300000000 N2: 2700000000 N3: 14700000000 N4: 30000000000	$O(n^2)$	$n^2$ N1: 100000000 N2: 900000000 N3: 4900000000 N4: 10000000000
средний	При выборе опорного элемента разбивается примерно одинаково, т.е. в среднем 75% в одну, 25% в другую	Оценивается вероятно	$3 \cdot n \cdot \log n$ N1: 30000*14 N2: 90000*15 N3: 210000*16 N4: 300000*17	$O(n \cdot \log n)$	$2 \cdot n \cdot \log n$ N1: 20000*14 N2: 60000*15 N3: 140000*16 N4: 200000*17

Пространственная сложность –  $O(\log n)$

Быстрая сортировка является неустойчивой.

При увеличении количества повторов ключей, производительность ухудшится, т.к. каждый элемент равный выбранному будет присутствовать либо справа, либо слева, а значит точно не улучшит время работы, а только ухудшит.

Текст программы:

```
#include <iostream>
#include <math.h>
#include <fstream>
#include <locale.h>
#include <chrono>
#include <cstring>
#define N1 10000
#define N2 30000
#define N3 70000
#define N4 100000

using namespace std;
using namespace chrono;
/*p1 - кол-во оснвоных присваиваний, p2 - кол-во вспомогательных, p3 -
память*/
void StraightSelection (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned
long long *p2, int *p3);
void BubbleSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3);
void HeapSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3);
int sift (int *a, int L, int R);
void QuickSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3);
```

```

int* readArr(int n, char *filename);
void reverse(int* a, int n);
/*массив указателей на ф-ии, чтобы удобно было сортировки в цикле*/
void (*f[4])(int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3) = {StraightSelection, BubbleSort, HeapSort, QuickSort};

void sort(int sortNum, char* filename)
{
    /*заносим размеры массивом в массив для удобства вызова сортировок в
цикле*/
    int n[4] = {N1, N2, N3, N4};
    unsigned long long p1, p2;
    int p3, **a;
    char c1[4][30] = {"Метод выбора", "Пузырек", "Пирамидальная
сортировка", "Быстрая сортировка"};
    char c2[3][30] = {"Неупорядоченный", "Упорядоченный", "В обратном
порядке"};
    high_resolution_clock time = high_resolution_clock();
    high_resolution_clock::time_point t1;
    high_resolution_clock::time_point t2;
    duration<double> time_span;
    a = new int*[4];
    for(int i=0; i<4; i++)
        a[i] = readArr(n[i], filename);
    /*цикл от 0 до 3, потому что нужно отсортировать каждый массив 3 раза:
неупорядоченный, упорядоченный, в обратном порядке*/
    for(int i=0; i<3; i++)
    {
        /*цикл от 0 до 4, потому что нужно отсортировать 4 массива, которые
состоят соответственно из N1, N2, N3, N4 элементов*/
        for(int j =0; j<4; j++)
        {
            /*i, равная двум сигнализирует, что массивы уже были
отсортированы дважды, и настал черед сортировать массивы в обратном порядке*/
            if(i==2)
                reverse(a[j], n[j]);
            /*обнуляем счетчики основных, вспомогательных операций, и
памяти*/
            p1 = p2 = 0;
            p3 = 0;
            /*запоминаем время*/
            t1 = time.now();
            f[sortNum](a[j], n[j], &p1, &p2, &p3);
            t2 = time.now();
            time_span = duration_cast<duration<double>>(t2 - t1);
            printf("%-20s|%-6d|%-30s|%-11llu + %-11llu = %-
11llu|%-10d|%-10lf|\n", c2[i], n[j], c1[sortNum], p1, p2, p1+p2, p3,
time_span.count());
        }
        printf("-----\n");
    }
    /*очищаем память*/
    for(int i =0; i<4; i++)
        delete [] a[i];
    delete [] a;
}

int main(int argc, char* files[])
{
    char filename[80];

```

```

        setlocale(LC_ALL, "rus");
        if(argc<2)
        {
            cout << "Имя файла:";
            cin.getline(filename, 80);
        }
        else
            strcpy(filename, files[1]);
        printf("%-20s|%-6s|%-30s|%-33s|%-10s|%-10s|\n",      "Массив",      "N",
"Сортировка", "Кол-во основных присв. + вспомогательных", "Память", "Время");
        printf("-----\n");
        for(int i=0; i<4; i++)
            sort(i, filename);
    }

    /*Ф-ия чтения массива из файла, с выделением памяти*/
    int* readArr(int n, char *filename)
    {
        std::fstream f(filename);
        if(!f.is_open())
        {
            std::cout<<"Не удалось открыть файл";
            return 0;
        };
        int *a = new int[n];
        for(int i=0; i<n; i++)
            f>>a[i];
        f.close();
        return a;
    }

    /*Ф-ия записи элементов массива в обратном порядке*/
    void reverse(int* a, int n)
    {
        int tmp;
        for(int i=0; i<n/2; i++)
        {
            tmp = a[i];
            a[i] = a[n-i-1];
            a[n-i-1] = tmp;
        }
    }

    void StraightSelection (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned
long long *p2, int *p3)
    {
        int i, j, tmp, *min;
        *p3 += 3*sizeof(int)+sizeof(int*);
        for (i=0, *p2 += 1; i<n-1; i++, *p2+=1)
        {
            min = a+i;
            *p2+=1;
            for (j=i+1, *p2 += 1; j<n; j++, *p2+=1)
                if (a[j]<*min)
                {
                    min = a+j;
                    *p2+=1;
                };
            tmp = *min;
            *min = a[i];
            a[i] = tmp;
        }
    }

```

```

        *p1 += 3;
    }
}

void BubbleSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3)
{
    int i, j, x;
    *p3 += 3*sizeof(int);
    for (i=1, *p2 += 1; i<n; i++, *p2+=1)
    {
        for (j=n-1, *p2+=1; j>=i; j--, *p2+=1)
        {
            if (a[j-1]>a[j])
            {
                x = a[j-1];
                a[j-1] = a[j];
                a[j] = x;
                *p1+=3;
            }
        }
    }
}

void sift (int *a, int L, int R, unsigned long long *p1, unsigned long long
long *p2, int *p3)
{
    int i = L, j = 2*L+1, x = a[L];
    *p1+=1;
    *p2+=2;
    if (j<R && a[j+1]>a[j])
        j++, *p2+=1;
    while (j<=R && a[j]>x)
    {
        a[i] = a[j];
        i = j;
        j = 2*j + 1;
        *p1+=1;
        *p2+=2;
        if (j<R && a[j+1]>a[j])
            j++, *p2+=1;
    }
    a[i] = x;
    *p1+=1;
}

void HeapSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3)
{
    int L = n/2, R=n-1, x;
    *p3 += 6*sizeof(int);
    *p2 += 2;
    while (L>0)
    {
        sift (a, --L, R, p1, p2, p3);
        *p2+=4;
    }
    while (R>0)
    {
        x = a[0];

```



```

        a[0] = a[R];
        a[R] = x;
        sift (a, L, --R, p1, p2, p3);
        *p2+=4;
        *p1+=3;
    }
}

void QuickSort (int *a, int n, unsigned long long *p1, unsigned long long
*p2, int *p3)
{
    int x, w, i, j;
    *p3+=5*sizeof(int) + sizeof(int*);
    x = a[n/2];
    i=0; j=n-1;
    *p1+=1;
    *p2+=2;
    do
    {
        while (a[i]<x) i++, *p2+=1;
        while (x<a[j]) j--, *p2+=1;
        if (i<=j)
        {
            w = a[i]; a[i] = a[j]; a[j] = w;
            i++; j--;
            *p1+=3;
            *p2+=2;
        }
    }
    while (i<j);
    if (j>0)
        QuickSort (a, j+1, p1, p2, p3), *p2+=2;
    if (i<n-1)
        QuickSort (a+i, n-i, p1, p2, p3), *p2+=2;
}

```

Результаты работы программы:

Имя файла: test_numbers.txt									
Массив	N	Сортировка	Кол-во основных присв. + вспомогательных				Память	Время	
Неупорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+	50103589	=	50133586	20	0,184895
Неупорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+	450339394	=	450429391	20	1,641913
Неупорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+	2450849916	=	2451059913	20	8,874496
Неупорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+	5001249981	=	5001549978	20	26,414737
Упорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+	50024998	=	50054995	20	0,347676
Упорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+	450074998	=	450164995	20	4,140805
Упорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+	2450174998	=	2450384995	20	16,240465
Упорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+	5000249998	=	5000549995	20	27,401037
В обратном порядке	10000	Метод выбора	29997	+	75024998	=	75054995	20	0,402995
В обратном порядке	30000	Метод выбора	89997	+	675074998	=	675164995	20	4,043925
В обратном порядке	70000	Метод выбора	209997	+	3675174998	=	3675384995	20	18,987783
В обратном порядке	100000	Метод выбора	299997	+	7500249998	=	7500549995	20	30,986364
Неупорядоченный	10000	Пузырек	74085783	+	50014999	=	124100782	12	0,633835
Неупорядоченный	30000	Пузырек	677364852	+	450044999	=	1127409851	12	6,303233
Неупорядоченный	70000	Пузырек	3644710836	+	2450104999	=	6094815835	12	42,495278
Неупорядоченный	100000	Пузырек	7362556977	+	5000149999	=	12362706976	12	68,908123
Упорядоченный	10000	Пузырек	0	+	50014999	=	50014999	12	0,231773
Упорядоченный	30000	Пузырек	0	+	450044999	=	450044999	12	2,136692
Упорядоченный	70000	Пузырек	0	+	2450104999	=	2450104999	12	11,600992
Упорядоченный	100000	Пузырек	0	+	5000149999	=	5000149999	12	23,822035
В обратном порядке	10000	Пузырек	149985000	+	50014999	=	1999999999	12	0,563791
В обратном порядке	30000	Пузырек	1349955000	+	450044999	=	1799999999	12	5,096563
В обратном порядке	70000	Пузырек	7349895000	+	2450104999	=	9799999999	12	27,988682
В обратном порядке	100000	Пузырек	14999850000	+	5000149999	=	19999999999	12	57,011809
Неупорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	174293	+	375588	=	549881	24	0,000000
Неупорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	569782	+	1244880	=	1814662	24	0,015636
Неупорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1414598	+	3118440	=	4533038	24	0,031250
Неупорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2075517	+	4587647	=	6663164	24	0,062517
Упорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	181952	+	393898	=	575850	24	0,000000
Упорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	590096	+	1295286	=	1885382	24	0,010081
Упорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1464298	+	3241768	=	4706066	24	0,020123
Упорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2150850	+	4771757	=	6922607	24	0,025638
В обратном порядке	10000	Пирамидальная сортировка	166692	+	354573	=	521265	24	0,000000
В обратном порядке	30000	Пирамидальная сортировка	549208	+	1187719	=	1736927	24	0,015627
В обратном порядке	70000	Пирамидальная сортировка	1362678	+	2971316	=	4333994	24	0,015625
В обратном порядке	100000	Пирамидальная сортировка	1997430	+	4376726	=	6374156	24	0,031249
Неупорядоченный	10000	Быстрая сортировка	114655	+	221224	=	335879	293356	0,000000
Неупорядоченный	30000	Быстрая сортировка	380049	+	695225	=	1075274	872844	0,015625
Неупорядоченный	70000	Быстрая сортировка	934420	+	1913128	=	2847548	2056600	0,015627
Неупорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1378439	+	2641877	=	4020316	2928800	0,031256
Упорядоченный	10000	Быстрая сортировка	23616	+	149053	=	172669	165312	0,000000
Упорядоченный	30000	Быстрая сортировка	65532	+	485544	=	551076	458724	0,000000
Упорядоченный	70000	Быстрая сортировка	148928	+	1212336	=	1361264	1042496	0,000000
Упорядоченный	100000	Быстрая сортировка	262140	+	1862154	=	2124294	1834980	0,015624
В обратном порядке	10000	Быстрая сортировка	38617	+	149070	=	187687	165340	0,000000
В обратном порядке	30000	Быстрая сортировка	110529	+	485556	=	596085	458724	0,015624
В обратном порядке	70000	Быстрая сортировка	253929	+	1212356	=	1466285	1042524	0,000000
В обратном порядке	100000	Быстрая сортировка	412137	+	1862168	=	2274305	1834980	0,015633
Process returned 0 (0x0) execution time : 394.586 s									
Press any key to continue.									

# Результаты указанных сортировок с повторяющимися элементами по 10 штук

Имя файла:10.txt									
Массив	N	Сортировка	Кол-во основных присв. + вспомогательных			Память	Время		
Неупорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50100030	= 50130027	20	0,184900		
Неупорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450323064	= 450413061	20	1,619789		
Неупорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450771531	= 2450981528	20	11,234374		
Неупорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5001108854	= 5001408851	20	33,524712		
Упорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50024998	= 50054995	20	0,216143		
Упорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450074998	= 450164995	20	1,958464		
Упорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450174998	= 2450384995	20	10,110841		
Упорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5000249998	= 5000549995	20	20,358886		
В обратном порядке	10000	Метод выбора	29997	+ 64117351	= 64147348	20	0,432284		
В обратном порядке	30000	Метод выбора	89997	+ 514958789	= 515048786	20	3,108079		
В обратном порядке	70000	Метод выбора	209997	+ 2625663471	= 2625873468	20	12,861073		
В обратном порядке	100000	Метод выбора	299997	+ 5250249998	= 5250549995	20	21,969317		
Неупорядоченный	10000	Пузырек	74710923	+ 50014999	= 124725922	12	0,570304		
Неупорядоченный	30000	Пузырек	670648536	+ 450044999	= 1120693535	12	5,806028		
Неупорядоченный	70000	Пузырек	3664020696	+ 2450104999	= 6114125695	12	30,031490		
Неупорядоченный	100000	Пузырек	7494437853	+ 5000149999	= 12494587852	12	62,536288		
Упорядоченный	10000	Пузырек	0	+ 50014999	= 50014999	12	0,253915		
Упорядоченный	30000	Пузырек	0	+ 450044999	= 450044999	12	2,089807		
Упорядоченный	70000	Пузырек	0	+ 2450104999	= 2450104999	12	11,530961		
Упорядоченный	100000	Пузырек	0	+ 5000149999	= 5000149999	12	23,479322		
В обратном порядке	10000	Пузырек	149963757	+ 50014999	= 199978756	12	0,579437		
В обратном порядке	30000	Пузырек	1349767194	+ 450044999	= 1799812193	12	4,950547		
В обратном порядке	70000	Пузырек	7349135283	+ 2450104999	= 9799240282	12	27,944223		
В обратном порядке	100000	Пузырек	14998500000	+ 5000149999	= 19998649999	12	56,912816		
Неупорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	174335	+ 375469	= 549804	24	0,000000		
Неупорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	569697	+ 1244559	= 1814256	24	0,015625		
Неупорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1414702	+ 3118178	= 4532880	24	0,031257		
Неупорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2074938	+ 4586358	= 6661296	24	0,031251		
Упорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	181180	+ 391332	= 572512	24	0,000000		
Упорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	590416	+ 1290725	= 1881141	24	0,000000		
Упорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1464208	+ 3224582	= 4688790	24	0,015624		
Упорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2148925	+ 4743394	= 6892319	24	0,022134		
В обратном порядке	10000	Пирамидальная сортировка	166617	+ 354404	= 521021	24	0,015626		
В обратном порядке	30000	Пирамидальная сортировка	548975	+ 1186957	= 1735932	24	0,000000		
В обратном порядке	70000	Пирамидальная сортировка	1362087	+ 2969381	= 4331468	24	0,022135		
В обратном порядке	100000	Пирамидальная сортировка	1996533	+ 4373730	= 6370263	24	0,015626		
Неупорядоченный	10000	Быстрая сортировка	122007	+ 218027	= 340034	318612	0,015627		
Неупорядоченный	30000	Быстрая сортировка	423075	+ 736649	= 1159724	1025556	0,006507		
Неупорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1103727	+ 1789908	= 2893635	2513616	0,015626		
Неупорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1644696	+ 2652925	= 4297621	3662400	0,015625		
Упорядоченный	10000	Быстрая сортировка	38629	+ 172540	= 211169	259756	0,000000		
Упорядоченный	30000	Быстрая сортировка	169761	+ 618223	= 787984	1006404	0,015632		
Упорядоченный	70000	Быстрая сортировка	516122	+ 1647792	= 2163914	2887472	0,000000		
Упорядоченный	100000	Быстрая сортировка	819996	+ 2486145	= 3306141	4479972	0,015628		
В обратном порядке	10000	Быстрая сортировка	53626	+ 172540	= 226166	259756	0,000000		
В обратном порядке	30000	Быстрая сортировка	214754	+ 618220	= 832974	1006376	0,000000		
В обратном порядке	70000	Быстрая сортировка	621115	+ 1647778	= 2268893	2887444	0,015625		
В обратном порядке	100000	Быстрая сортировка	969993	+ 2486136	= 3456129	4479972	0,015625		
Process returned 0 (0x0) execution time : 349.843 s									
Press any key to continue.									

# Результаты указанных сортировок с повторяющимися элементами по 100 штук

Имя файла:100.txt									
Массив	N	Сортировка	Кол-во основных присв. + вспомогательных			Память	Время		
Неупорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50087657	= 50117654	20	0,162761		
Неупорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450269202	= 450359199	20	1,488306		
Неупорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450625119	= 2450835116	20	8,883121		
Неупорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5000898976	= 5001198973	20	17,445985		
Упорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50024998	= 50054995	20	0,184892		
Упорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450074998	= 450164995	20	1,588534		
Упорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450174998	= 2450384995	20	8,838479		
Упорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5000249998	= 5000549995	20	19,347714		
В обратном порядке	10000	Метод выбора	29997	+ 52463867	= 52493864	20	0,216141		
В обратном порядке	30000	Метод выбора	89997	+ 457487161	= 457577158	20	1,748615		
В обратном порядке	70000	Метод выбора	209997	+ 2467610661	= 2467820658	20	9,040772		
В обратном порядке	100000	Метод выбора	299997	+ 5025249998	= 5025549995	20	18,633431		
Неупорядоченный	10000	Пузырек	75075309	+ 50014999	= 125090308	12	0,527979		
Неупорядоченный	30000	Пузырек	668525118	+ 450044999	= 1118570117	12	5,003866		
Неупорядоченный	70000	Пузырек	3625909536	+ 2450104999	= 6076014535	12	27,815917		
Неупорядоченный	100000	Пузырек	7279979541	+ 5000149999	= 12280129540	12	60,811628		
Упорядоченный	10000	Пузырек	0	+ 50014999	= 50014999	12	0,238271		
Упорядоченный	30000	Пузырек	0	+ 450044999	= 450044999	12	2,038747		
Упорядоченный	70000	Пузырек	0	+ 2450104999	= 2450104999	12	11,992564		
Упорядоченный	100000	Пузырек	0	+ 5000149999	= 5000149999	12	23,196826		
В обратном порядке	10000	Пузырек	149753136	+ 50014999	= 199768135	12	0,548209		
В обратном порядке	30000	Пузырек	1347887799	+ 450044999	= 1797932798	12	5,037384		
В обратном порядке	70000	Пузырек	7341537195	+ 2450104999	= 9791642194	12	29,094728		
В обратном порядке	100000	Пузырек	14985000000	+ 5000149999	= 19985149999	12	56,050588		
Неупорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	174138	+ 375075	= 549213	24	0,015624		
Неупорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	569420	+ 1243545	= 1812965	24	0,006509		
Неупорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1414569	+ 3116934	= 4531503	24	0,015626		
Неупорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2075496	+ 4585988	= 6661484	24	0,046874		
Упорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	176608	+ 378068	= 554676	24	0,000000		
Упорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	556793	+ 1203662	= 1760455	24	0,000000		
Упорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1352639	+ 2942120	= 4294759	24	0,031251		
Упорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	1938738	+ 4213253	= 6151991	24	0,031258		
В обратном порядке	10000	Пирамидальная сортировка	166296	+ 353375	= 519671	24	0,000000		
В обратном порядке	30000	Пирамидальная сортировка	546914	+ 1180749	= 1727663	24	0,015625		
В обратном порядке	70000	Пирамидальная сортировка	1356777	+ 2954526	= 4311303	24	0,015632		
В обратном порядке	100000	Пирамидальная сортировка	1990648	+ 4356104	= 6346752	24	0,031251		
Неупорядоченный	10000	Быстрая сортировка	144861	+ 222360	= 367221	371448	0,015625		
Неупорядоченный	30000	Быстрая сортировка	508986	+ 732880	= 1241866	1156260	0,015633		
Неупорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1308914	+ 1766278	= 3075192	2716532	0,015626		
Неупорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1945470	+ 2575012	= 4520482	3892728	0,015629		
Упорядоченный	10000	Быстрая сортировка	81768	+ 199617	= 281385	377664	0,000000		
Упорядоченный	30000	Быстрая сортировка	320408	+ 661797	= 982205	1216628	0,000000		
Упорядоченный	70000	Быстрая сортировка	843567	+ 1612148	= 2455715	2705892	0,000000		
Упорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1246996	+ 2309538	= 3556534	3583972	0,015626		
В обратном порядке	10000	Быстрая сортировка	96772	+ 199694	= 296466	378112	0,000000		
В обратном порядке	30000	Быстрая сортировка	365296	+ 661758	= 1027054	1216180	0,000000		
В обратном порядке	70000	Быстрая сортировка	948375	+ 1612023	= 2560398	2705892	0,000000		
В обратном порядке	100000	Быстрая сортировка	1396993	+ 2309482	= 3706475	3583972	0,015626		
Process returned 0 (0x0) execution time : 315.790 s									
Press any key to continue.									



# Результаты указанных сортировок с повторяющимися элементами по 500 штук

Имя файла:500.txt									
Массив	N	Сортировка	Кол-во основных присв. + вспомогательных			Память	Время		
-----									
Неупорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50072504	= 50102501	20	0,169271		
Неупорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450220387	= 450310384	20	1,472669		
Неупорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450513899	= 2450723896	20	8,372599		
Неупорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5000741664	= 5001041661	20	17,680202		
-----									
Упорядоченный	10000	Метод выбора	29997	+ 50024998	= 50054995	20	0,178383		
Упорядоченный	30000	Метод выбора	89997	+ 450074998	= 450164995	20	1,588777		
Упорядоченный	70000	Метод выбора	209997	+ 2450174998	= 2450384995	20	8,893279		
Упорядоченный	100000	Метод выбора	299997	+ 5000249998	= 5000549995	20	17,921289		
-----									
В обратном порядке	10000	Метод выбора	29997	+ 50520082	= 50550079	20	0,184897		
В обратном порядке	30000	Метод выбора	89997	+ 451540800	= 451630797	20	1,682333		
В обратном порядке	70000	Метод выбора	209997	+ 2453649389	= 2453859386	20	9,620774		
В обратном порядке	100000	Метод выбора	299997	+ 5005249998	= 5005549995	20	26,359237		
-----									
Неупорядоченный	10000	Пузырек	74560809	+ 50014999	= 124575808	12	0,886744		
Неупорядоченный	30000	Пузырек	670863567	+ 450044999	= 1120908566	12	9,294519		
Неупорядоченный	70000	Пузырек	3692372253	+ 2450104999	= 6142477252	12	31,459954		
Неупорядоченный	100000	Пузырек	7402556997	+ 5000149999	= 12402706996	12	68,804653		
-----									
Упорядоченный	10000	Пузырек	0	+ 50014999	= 50014999	12	0,253906		
Упорядоченный	30000	Пузырек	0	+ 450044999	= 450044999	12	2,074231		
Упорядоченный	70000	Пузырек	0	+ 2450104999	= 2450104999	12	12,736680		
Упорядоченный	100000	Пузырек	0	+ 5000149999	= 5000149999	12	24,432751		
-----									
В обратном порядке	10000	Пузырек	148822641	+ 50014999	= 198837640	12	0,601557		
В обратном порядке	30000	Пузырек	1339568334	+ 450044999	= 1789613333	12	5,213596		
В обратном порядке	70000	Пузырек	7307817600	+ 2450104999	= 9757922599	12	33,890200		
В обратном порядке	100000	Пузырек	14925000000	+ 5000149999	= 19925149999	12	56,668858		
-----									
Неупорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	173582	+ 373366	= 546948	24	0,000000		
Неупорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	567563	+ 1237956	= 1805519	24	0,015625		
Неупорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1410487	+ 3104683	= 4515170	24	0,031257		
Неупорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2069825	+ 4569491	= 6639316	24	0,031251		
-----									
Упорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	167431	+ 354767	= 522198	24	0,015633		
Упорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	537881	+ 1155510	= 1693391	24	0,000000		
Упорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1326862	+ 2877823	= 4204685	24	0,015625		
Упорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	1910165	+ 4141219	= 6051384	24	0,022133		
-----									
В обратном порядке	10000	Пирамидальная сортировка	165236	+ 350439	= 515675	24	0,000000		
В обратном порядке	30000	Пирамидальная сортировка	543801	+ 1171984	= 1715785	24	0,015624		
В обратном порядке	70000	Пирамидальная сортировка	1351484	+ 2940005	= 4291489	24	0,022134		
В обратном порядке	100000	Пирамидальная сортировка	1983138	+ 4335891	= 6319029	24	0,031251		
-----									
Неупорядоченный	10000	Быстрая сортировка	165087	+ 225196	= 390283	393960	0,000000		
Неупорядоченный	30000	Быстрая сортировка	574150	+ 700535	= 1274685	1205260	0,015624		
Неупорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1457191	+ 1721988	= 3179179	2833852	0,015634		
Неупорядоченный	100000	Быстрая сортировка	2159258	+ 2499251	= 4658509	4063052	0,031254		
-----									
Упорядоченный	10000	Быстрая сортировка	116647	+ 202471	= 319118	393988	0,000000		
Упорядоченный	30000	Быстрая сортировка	421898	+ 655914	= 1077812	1188068	0,015632		
Упорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1023764	+ 1515746	= 2539510	2279396	0,000000		
Упорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1468596	+ 2142540	= 3611136	2867172	0,015629		
-----									
В обратном порядке	10000	Быстрая сортировка	131636	+ 202532	= 334168	394436	0,000000		
В обратном порядке	30000	Быстрая сортировка	466578	+ 656051	= 1122629	1189860	0,000000		
В обратном порядке	70000	Быстрая сортировка	1128700	+ 1516045	= 2644745	2280292	0,000000		
В обратном порядке	100000	Быстрая сортировка	1618593	+ 2142286	= 3760879	2867172	0,015625		
-----									
Process returned 0 (0x0) execution time : 345.040 s									
Press any key to continue.									

## Результаты указанных сортировок с повторяющимися элементами по 1000 штук

Имя файла:1000.txt Массив	N	Сортировка	Кол-во основных присв. + вспомогательных	Память	Время
Неупорядоченный	10000	Метод выбора	29997 + 50066529 = 50096526	20	0,169280
Неупорядоченный	30000	Метод выбора	89997 + 450200744 = 450290741	20	1,535158
Неупорядоченный	70000	Метод выбора	209997 + 2450468260 = 2450678257	20	9,993970
Неупорядоченный	100000	Метод выбора	299997 + 5000667545 = 5000967542	20	19,953539
Упорядоченный	10000	Метод выбора	29997 + 50024998 = 50054995	20	0,184895
Упорядоченный	30000	Метод выбора	89997 + 450074998 = 450164995	20	1,935111
Упорядоченный	70000	Метод выбора	209997 + 2450174998 = 2450384995	20	10,126102
Упорядоченный	100000	Метод выбора	299997 + 5000249998 = 5000549995	20	22,619656
В обратном порядке	10000	Метод выбора	29997 + 50279310 = 50309307	20	0,200517
В обратном порядке	30000	Метод выбора	89997 + 450839257 = 450929254	20	2,268343
В обратном порядке	70000	Метод выбора	209997 + 2451920043 = 2452130040	20	11,412736
В обратном порядке	100000	Метод выбора	299997 + 5002749998 = 5003049995	20	22,597719
Неупорядоченный	10000	Пузырек	74000511 + 50014999 = 124015510	12	0,686230
Неупорядоченный	30000	Пузырек	664113033 + 450044999 = 1114158032	12	6,840098
Неупорядоченный	70000	Пузырек	3694722243 + 2450104999 = 6144827242	12	37,118642
Неупорядоченный	100000	Пузырек	7902278082 + 5000149999 = 12902428081	12	76,927347
Упорядоченный	10000	Пузырек	0 + 50014999 = 50014999	12	0,247397
Упорядоченный	30000	Пузырек	0 + 450044999 = 450044999	12	2,176201
Упорядоченный	70000	Пузырек	0 + 2450104999 = 2450104999	12	14,475614
Упорядоченный	100000	Пузырек	0 + 5000149999 = 5000149999	12	25,723827
В обратном порядке	10000	Пузырек	147659193 + 50014999 = 197674192	12	0,570301
В обратном порядке	30000	Пузырек	1329198966 + 450044999 = 1779243965	12	5,128843
В обратном порядке	70000	Пузырек	7265731764 + 2450104999 = 9715836763	12	28,759353
В обратном порядке	100000	Пузырек	14850000000 + 5000149999 = 19850149999	12	62,881883
Неупорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	173374 + 372663 = 546037	24	0,015626
Неупорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	566923 + 1235725 = 1802648	24	0,015623
Неупорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1406977 + 3094491 = 4501468	24	0,022139
Неупорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	2059623 + 4543049 = 6602672	24	0,031251
Упорядоченный	10000	Пирамидальная сортировка	165741 + 350572 = 516313	24	0,015623
Упорядоченный	30000	Пирамидальная сортировка	535352 + 1148976 = 1684328	24	0,000000
Упорядоченный	70000	Пирамидальная сортировка	1321083 + 2862677 = 4183760	24	0,015625
Упорядоченный	100000	Пирамидальная сортировка	1902141 + 4119193 = 6021334	24	0,031250
В обратном порядке	10000	Пирамидальная сортировка	164854 + 349707 = 514561	24	0,000000
В обратном порядке	30000	Пирамидальная сортировка	542764 + 1169177 = 1711941	24	0,000000
В обратном порядке	70000	Пирамидальная сортировка	1347597 + 2929649 = 4277246	24	0,015625
В обратном порядке	100000	Пирамидальная сортировка	1976664 + 4318807 = 6295471	24	0,031249
Неупорядоченный	10000	Быстрая сортировка	174704 + 222257 = 396961	402584	0,000000
Неупорядоченный	30000	Быстрая сортировка	595402 + 733854 = 1329256	1213156	0,000000
Неупорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1523299 + 1724881 = 3248180	2879128	0,015625
Неупорядоченный	100000	Быстрая сортировка	2234294 + 2573397 = 4807691	4135964	0,022132
Упорядоченный	10000	Быстрая сортировка	132555 + 203764 = 336319	402276	0,000000
Упорядоченный	30000	Быстрая сортировка	466856 + 655615 = 1122471	1193444	0,000000
Упорядоченный	70000	Быстрая сортировка	1129184 + 1516031 = 2645215	2279396	0,015625
Упорядоченный	100000	Быстрая сортировка	1618296 + 2141890 = 3760186	2867172	0,000000
В обратном порядке	10000	Быстрая сортировка	147533 + 203752 = 351285	402332	0,000000
В обратном порядке	30000	Быстрая сортировка	511896 + 655970 = 1167866	1195236	0,000000
В обратном порядке	70000	Быстрая сортировка	1234176 + 1515957 = 2750133	2279508	0,015625
В обратном порядке	100000	Быстрая сортировка	1768293 + 2141386 = 3909679	2867172	0,015624

Process returned 0 (0x0) execution time : 368.954 s  
Press any key to continue.

### Анализ полученных данных:

Полученные результаты практически совпадают с расчетными, значит расчеты верные.

По трудоемкости в лучшем и среднем случаях расположим сортировки в список от лучшей к худшей: быстрая, пирамидальная, выбором пузырьком. В худшем случае: пирамидальная, выбором, быстрая, пузырьковая.

Время работы в лучшем и среднем случаях от лучшей к худшей сортировке: быстрая, пирамидальная, выбором, пузырьковая. Что соотносится с общим кол-вом посчитанных

операций, самый медленный пузырьек – у него наибольшее кол-во операций, сама быстрая – быстрая сортировка – у нее наименьшее кол-во. В худшем: пирамидальная, выбором, быстрая, пузырьком.

По пространственной сложности от лучшей к худшей: пузырьек, выбором, пирамидальная, быстрая. У первых трех не зависит от кол-ва элементов. Хотя пузырьек и выигрывает здесь, но скорость у него самая маленькая, с другой же стороны быстрая сортировка самая быстрая, но здесь проигрывает. Получается, самым оптимальным было бы использовать пирамидальную сортировку, она и по скорости от быстрой практически не отстает, и пространственная сложность не зависит от кол-ва элементов.

Повторяющиеся ключи не особо повлияли на трудоемкость пирамидальной сортировки. Но заметно, что для быстрой сортировки они сильно повышают трудоемкость, а именно – чем больше повторяющихся ключей, тем сильнее повышается трудоемкость. С другой стороны, для сортировки выбором наоборот – с повышением кол-ва повт. ключей понижается трудоемкость, особенно это заметно при сортировке массива, упорядоченного в обратном порядке, так как кол-во уникальных ключей понизилось, с ними же понизилось переприсваивание минимума. Также и с пузырьком – время работы понизилось, так как кол-во уникальных ключей уменьшилось, что уменьшило перестановки элементов.

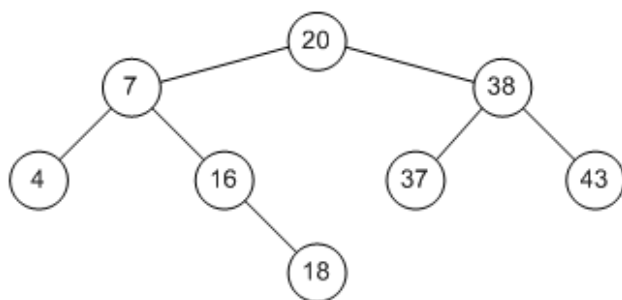
Вывод: по результатам проведенного анализа самым эффективным из рассмотренных алгоритмов по соотношению время-память является алгоритм пирамидальной сортировки

## Задача 2.

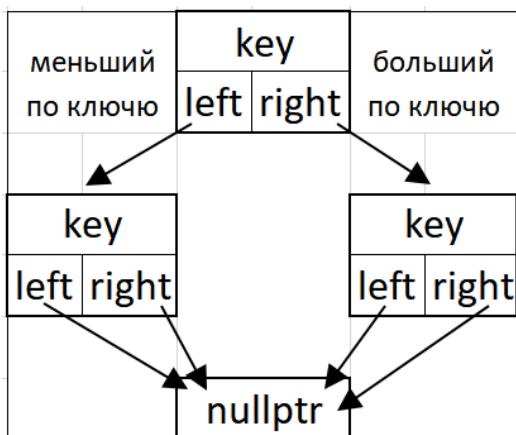
Реализовать две указанные структуры данных, заполнив их значениями из приложенного файла *test\_numbers.txt*. Выполнить поиск 100 ключей в указанных структурах данных, для каждого ключа выводить сообщение о том, найден он или нет, и количество выполненных при поиске сравнений ключей, в конце программы вывести среднее количество сравнений, пришедшееся на один ключ. При формировании тестового набора включать в него как имеющиеся в файле, так и отсутствующие в нем ключи. Оценить количество требуемой памяти для реализации каждой структуры и количество сравнений при поиске.

Несбалансированное бинарное дерево поиска, декартово дерево.

Схематичное изображение несбалансированного бинарного дерева



Схематичное изображение структуры хранения, использованной в программе для  
программирования несбалансированного бинарного дерева:



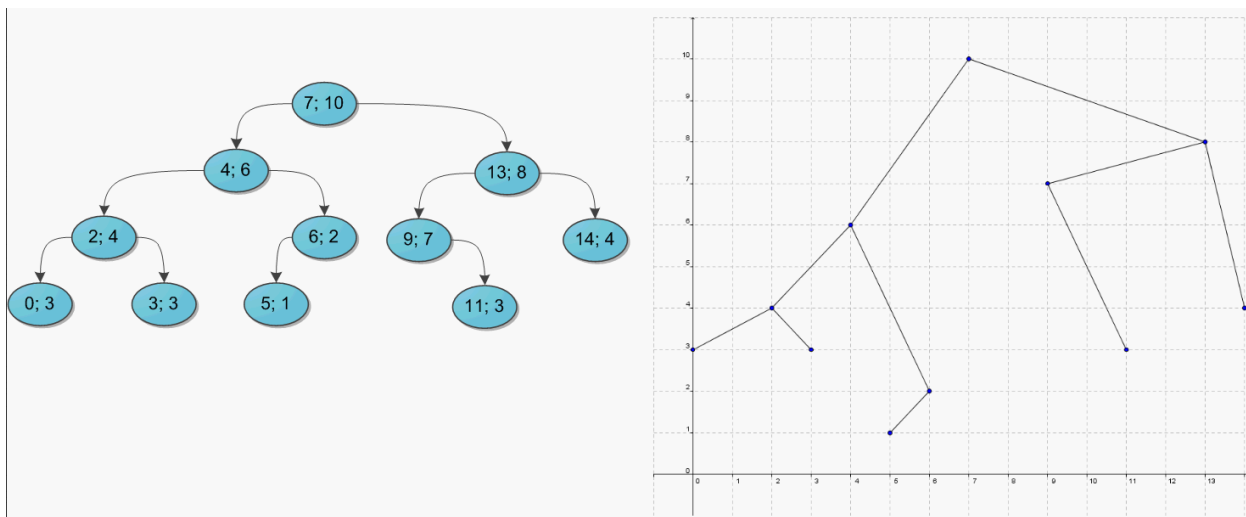
Трудоемкость поиска:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число сравнений при поиске	Асимптотическая оценка сложности поиска
наилучший	искомый ключ находится в корне дерева	требуется проверить один ключ – корень, 3 сравнения	3	$\Omega(1)$
наихудший	дерево вырожденное, искомый ключ отсутствует в дереве	требуется осуществить перебор всех ключей, количество сравнений равно количеству узлов * 3	$3 \cdot 100000$	$O(N)$
наиболее вероятный	дерево не вырожденное, искомый ключ присутствует в дереве	требуется осуществить перебор ключей на одной ветке дерева три сравнения на ключ умножить на среднюю высоту дерева	$3 \cdot \log_2 100000 \sim 50$	$O(\log N)$

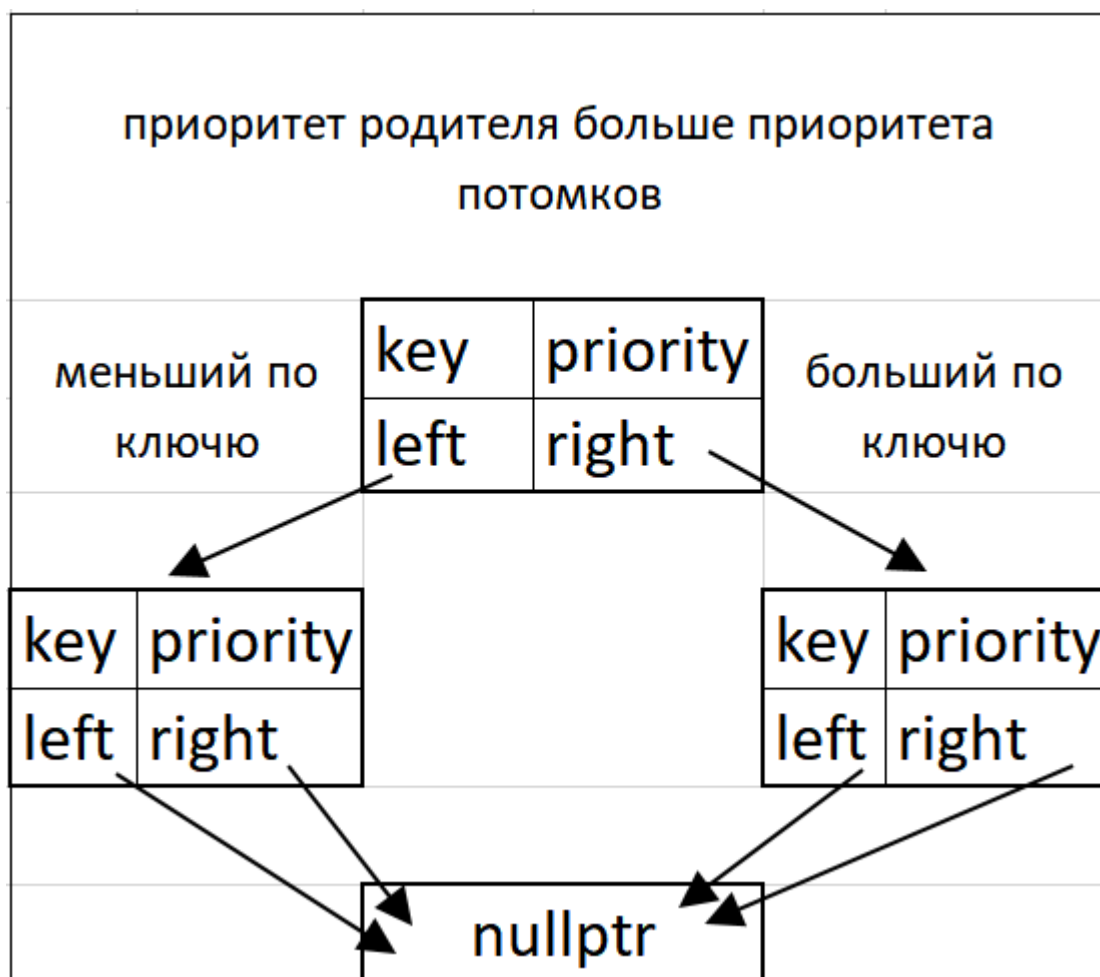
Требуемый объем памяти  $(\text{sizeof}(\text{long long}) + 2 \cdot \text{sizeof}(\text{pointer})) \cdot N = (8 + 2 \cdot 8) \cdot N = 2400000$   
байт

Схематичное изображение декартова дерева:





Схематичное изображение структуры хранения, использованной в программе для  
программирования декартова дерева:



Трудоёмкость поиска:

Случай	Ситуация, соответствующая случаю	Обоснование	Ожидаемое число сравнений при поиске	Асимптотическая оценка сложности поиска
наилучший	искомый ключ находится в корне	требуется проверить один ключ – корень, 3	3	$\Omega(1)$

	дерева	сравнения		
наихудший	дерево вырожденное, что очень маловероятно, искомый ключ отсутствует в дереве	требуется осуществить перебор всех ключей, количество сравнений равно количеству узлов * 3	$3 \cdot 100000$	$O(N)$
наиболее вероятный	дерево не вырожденное, искомый ключ присутствует в дереве	требуется осуществить перебор ключей на одной ветке дерева три сравнения на ключ умножить на среднюю высоту дерева	$3 \cdot \log_2 100000$ ~50	$O(\log N)$

Требуемый объем памяти

$(2 \cdot \text{sizeof}(\text{long long}) + 2 \cdot \text{sizeof}(\text{pointer})) \cdot N = (2 \cdot 8 + 2 \cdot 8) \cdot N = 3200000$  байт

Тестовый набор ключей:

присутствующие в файле:

49117651 36186109 74050165 50286471 61592488 10346557 62363782 73922392  
96961206 51839542 49379470 48048915 83518709 68538628 70853791 63959591 38047866  
88542550 12588286 28805679 94545499 12496565 75617033 13476598 57165625 94041114  
81313258 69935054 29955459 77543666 75995785 32559879 52984009 26623744 82494427  
25717586 35369719 48441088 43168186 30346113 92194708 34457100 35880683 25382853  
20213799 41315834 41613254 44911543 43595696 84840870 36296599 75491285 80897972  
90453881 44447209 46540891 73749457 80548018 83169581 13463365 14523788 45019956  
74151124 27984588 38523648 76196738 32283584 95409296 88718644 67020491

отсутствующие в файле:

68548750 45979104 16159476 94855968 38914691 89489880 79986422 72300925  
13248050 60599938 38179949 29139706 98662397 82460363 81486164 93895457 45992239  
68168305 56487257 65508395 28880652 90018761 18405904 89779491

меньше, чем в файле:

863259 2190 3821 1841 8042 4252

Текст программы:

```
#include <iostream>
#include <fstream>
#include <ctime>
#include <random>
#define N 100000

/*шаблонная функция поиска, первый параметр должен быть BinaryNode или
DecardNode*/
template<class T>
T* _search(T* root, long long int key, int* currentComprasions)
{
```

```

T* tmp = root;
bool flag = true;
*currentComprasions = 0;
while(flag)
{
    ++*currentComprasions;
    if(tmp == nullptr)
    {
        flag = false;
    }
    else
        /*если искомым ключ меньше, то нужно искать в левом поддереве*/
        if(key < tmp->key)
        {
            ++*currentComprasions;
            tmp = tmp->left;
        }
        else
            /*если искомым ключ больше, то нужно искать в правом
поддереве*/
            if(key > tmp->key)
            {
                *currentComprasions+=2;
                tmp = tmp->right;
            }
            /*в этом случае, есть вероятность, что ключ был найден*/
            else
            {
                *currentComprasions+=2;
                flag = false;
            }
        }
    return tmp;
}
/*генератор больших чисел, чем rand()*/
std::mt19937 mersenne(static_cast<unsigned int>(time(0)));

class BinaryNode
{
public:
    long long int key;
    BinaryNode *left, *right;
    BinaryNode(long long int k, BinaryNode *l, BinaryNode *r)
    {
        key = k;
        left = l;
        right = r;
    }
    ~BinaryNode()
    {
        delete left;
        delete right;
    }
};
/*Несбалансированное бинарное дерево*/
class BinaryTree
{
    BinaryNode* root;
public:
    BinaryTree()
    {
        root = nullptr;
    }
}

```

```

~BinaryTree()
{
    delete root;
}
/*добавление вершины в несбалансированное бинарное дерево*/
void addNode(long long int key)
{
    BinaryNode* tmp = root, *tmpParent = nullptr;
    bool left;
    while(tmp)
    {
        tmpParent = tmp;
        if(key < tmp->key)
        {
            tmp = tmp->left;
            left = true;
        }
        else
        {
            tmp = tmp->right;
            left = false;
        }
    }
    tmp = new BinaryNode(key, nullptr, nullptr);
    if(!tmpParent)
        root = tmp;
    else
        if(left)
            tmpParent->left = tmp;
        else
            tmpParent->right = tmp;
}
BinaryNode* search(long long int key, int* currentComprasions)
{
    return _search(root, key, currentComprasions);
}

};

/*Декартово дерево*/
class DecardNode
{
public:
    long long int key, priority;
    DecardNode *left, *right;
    DecardNode(long long int k)
    {
        key = k;
        priority = mersenne();
        left = nullptr;
        right = nullptr;
    }
    ~DecardNode()
    {
        delete left;
        delete right;
    }
};

class DecardTree
{
    /*слияние двух поддеревьев*/
    DecardNode * merge (DecardNode *l, DecardNode *r)

```

```

    {
        if (l==nullptr) return r;
        if (r==nullptr) return l;
        if (l->priority > r->priority)
        {
            l->right = merge (l->right, r);
            return l;
        }
        else
        {
            r->left = merge (l, r->left);
            return r;
        }
    }
    /*разделение декартова дерева по ключу*/
    void split (DecardNode *t, long long int key, DecardNode * &l,
DecardNode * &r)
    {
        if (t->key < key)
        {
            l = t;
            if (t->right == nullptr)
                r = nullptr;
            else
                split (t->right, key, l->right, r);
        }
        else
        {
            r = t;
            if (t->left == nullptr)
                l = nullptr;
            else
                split (t->left, key, l, r->left);
        }
    }
    /*удаление ключа из декартова дерева*/
    DecardNode * _delete_key (DecardNode* t, long long int key)
    {
        if (t == nullptr) return nullptr;
        if (t->key == key)
        {
            DecardNode * tmp = t;
            t = merge (t->left, t->right);
            delete tmp;
            return t;
        }
        if (key < t->key)
            t->left = _delete_key (t->left, key);
        else
            t->right = _delete_key (t->right, key);
        return t;
    }
    DecardNode* root;
public:
    DecardTree()
    {
        root = nullptr;
    }
    ~DecardTree()
    {
        delete root;
    }
    /*добавление вершины в декартово дерево*/

```

```

void addNode(long long key)
{
    DecardNode *node = new DecardNode(key);
    if (root == nullptr)
    {
        root = node;
        return;
    }
    DecardNode *l=nullptr, *r=nullptr;
    split (root, key, l, r);
    root = merge (merge (l, node), r);
}
void delete_key (long long int key)
{
    root = _delete_key (root, key);
}
/*поиск ключа в декартове дереве*/
DecardNode* search(long long int key, int* currentComprasions)
{
    return _search(root, key, currentComprasions);
}
};

int main()
{
    setlocale(LC_ALL, "rus");

    BinaryTree* bTree = new BinaryTree;
    DecardTree* dTree = new DecardTree;

    char findStr[2][10] = {"Не найден", "Найден"};
    /*comprasionsCount - кол-во сравнений для поиска одного ключа,
    allComprasions - для поиска всех ключей, isFind - флаг, было ли число найдено,
    b - массив ключей, которые будем искать*/
    int comprasionsCount[2], allComprasions[2], isFind[2], a[N], b[100],
    i;

    allComprasions[0] = allComprasions[1] = 0;

    /*указатели на искомый элемент*/
    BinaryNode* binaryResult;
    DecardNode* decardResult;

    std::fstream f("test_numbers.txt", std::ios::in);
    for(i = 0; i<N; i++)
        f>>a[i];
    f.close();
    /*заполняем деревья*/
    for(i = 0; i<N; i++)
    {
        bTree->addNode(a[i]);
        dTree->addNode(a[i]);
    }
    /*формируем набор ключей для поиска*/
    /*ключи, которые точно будут, в деревьях, выбранные случайно из
массива*/
    for(i = 0; i<70; i++)
        b[i] = a[mersenne()%N];
    /*ключи, которые могут быть, а могут и не быть, в деревьях,
сгенерированные случайно*/
    for(i = 70; i<95; i++)
        b[i] = mersenne()%1000000000;
    /*ключи, которых точно нет в деревьях, сгенерированные случайно*/

```

```

        for(i = 95; i<100; i++)
            b[i] = mersenne() % 10000;

        for(i=0; i<100; i++)
            std::cout<<b[i]<<" ";
            std::cout<<"\n";
        printf("|%-41s|%-10s|%-41s|\n",      "Бинарное      дерево", "", "Декартово
дерево");
        printf("-----%10s-----
-----\n", "");
        printf("|%-10s|%-s|%-s|%-10s|%-10s|%-s|%-s|\n",  "ключ",  "найден/не
найден", "кол-во сравн.", "", "ключ", "найден/не найден", "кол-во сравн.");
        printf("-----%10s-----
-----\n", "");

        for(i = 0; i<100; i++)
        {
            binaryResult = bTree->search(b[i], &comprasionsCount[0]);
            decardResult = dTree->search(b[i], &comprasionsCount[1]);
            /*проверяем правильный ли ключ найден, и найден ли вообще*/
            isFind[0] = binaryResult && binaryResult->key == b[i] ? 1 : 0;
            isFind[1] = decardResult && decardResult->key == b[i] ? 1 : 0;
            allComprasions[0]+= ++comprasionsCount[0];
            allComprasions[1]+= ++comprasionsCount[1];
            printf("|%10d|%16s|%13d|%-10s|%-10d|%16s|%13d|\n",      b[i],
findStr[isFind[0]],      comprasionsCount[0], "", b[i],      findStr[isFind[1]],
comprasionsCount[1]);
            printf("-----%10s-----
-----\n", "");
        }
        std::cout << "Среднее кол-во сравнений:\n"
        <<      "Бинарное      дерево:"
        "<<((double)allComprasions[0]/100)<<"\n"
        <<      "Декартово      дерево:"
        "<<((double)allComprasions[1]/100)<<"\n";
        delete bTree;
        delete dTree;
        return 0;
    }

```

# Результаты работы программы

Бинарное дерево			Декартово дерево		
ключ	найден/не найден	кол-во сравн.	ключ	найден/не найден	кол-во сравн.
49117651	Найден	37	49117651	Найден	68
36186109	Найден	36	36186109	Найден	59
74050165	Найден	64	74050165	Найден	52
50286471	Найден	45	50286471	Найден	63
61592488	Найден	54	61592488	Найден	62
10346557	Найден	50	10346557	Найден	62
62363782	Найден	39	62363782	Найден	71
73922392	Найден	79	73922392	Найден	74
96961206	Найден	68	96961206	Найден	47
51839542	Найден	46	51839542	Найден	45
49379470	Найден	48	49379470	Найден	49
48048915	Найден	39	48048915	Найден	38
83518709	Найден	49	83518709	Найден	58
68538628	Найден	59	68538628	Найден	57
70853791	Найден	85	70853791	Найден	68
63959591	Найден	66	63959591	Найден	35
38047866	Найден	46	38047866	Найден	45
88542550	Найден	59	88542550	Найден	47
12588286	Найден	49	12588286	Найден	62
28805679	Найден	47	28805679	Найден	53
94545499	Найден	54	94545499	Найден	56
12496565	Найден	55	12496565	Найден	64
75617033	Найден	51	75617033	Найден	65
13476598	Найден	47	13476598	Найден	52
57165625	Найден	76	57165625	Найден	30
94041114	Найден	64	94041114	Найден	34
81313258	Найден	48	81313258	Найден	41
69935054	Найден	78	69935054	Найден	56
29955459	Найден	72	29955459	Найден	70
77543666	Найден	47	77543666	Найден	53
75995785	Найден	61	75995785	Найден	76
32559879	Найден	67	32559879	Найден	66
52984009	Найден	51	52984009	Найден	65
26623744	Найден	74	26623744	Найден	50



82494427	Найден	50	82494427	Найден	39
25717586	Найден	49	25717586	Найден	53
35369719	Найден	40	35369719	Найден	55
48441088	Найден	45	48441088	Найден	52
43168186	Найден	48	43168186	Найден	39
30346113	Найден	64	30346113	Найден	74
92194708	Найден	63	92194708	Найден	58
34457100	Найден	52	34457100	Найден	51
35880683	Найден	60	35880683	Найден	51
25382853	Найден	59	25382853	Найден	66
20213799	Найден	47	20213799	Найден	50
41315834	Найден	63	41315834	Найден	74
41613254	Найден	59	41613254	Найден	59
44911543	Найден	43	44911543	Найден	54
43595696	Найден	40	43595696	Найден	50
84840870	Найден	53	84840870	Найден	51
36296599	Найден	41	36296599	Найден	50
75491285	Найден	56	75491285	Найден	65
80897972	Найден	66	80897972	Найден	34
90453881	Найден	61	90453881	Найден	49
44447209	Найден	46	44447209	Найден	52
46540891	Найден	32	46540891	Найден	39
73749457	Найден	70	73749457	Найден	66
80548018	Найден	66	80548018	Найден	35
83169581	Найден	50	83169581	Найден	45
13463365	Найден	54	13463365	Найден	60
14523788	Найден	42	14523788	Найден	48
45019956	Найден	45	45019956	Найден	64
74151124	Найден	60	74151124	Найден	57
27984588	Найден	57	27984588	Найден	67
38523648	Найден	44	38523648	Найден	62
76196738	Найден	66	76196738	Найден	44
32283584	Найден	56	32283584	Найден	95
95409296	Найден	69	95409296	Найден	49

88718644	Найден	67	88718644	Найден	32
67020491	Найден	79	67020491	Найден	34
68548750	Не найден	57	68548750	Не найден	56
45979104	Не найден	50	45979104	Не найден	50
16159476	Не найден	48	16159476	Не найден	70
94855968	Не найден	58	94855968	Не найден	52
38914691	Не найден	48	38914691	Не найден	72
89489880	Не найден	71	89489880	Не найден	47
79986422	Не найден	72	79986422	Не найден	56
72300925	Не найден	85	72300925	Не найден	64
13248050	Не найден	57	13248050	Не найден	63
60599938	Не найден	60	60599938	Не найден	60
38179949	Не найден	48	38179949	Не найден	55
29139706	Не найден	67	29139706	Не найден	66
98662397	Не найден	52	98662397	Не найден	51
82460363	Не найден	64	82460363	Не найден	54
81486164	Не найден	45	81486164	Не найден	37
93895457	Не найден	61	93895457	Не найден	47
45992239	Не найден	48	45992239	Не найден	48
68168305	Не найден	71	68168305	Не найден	49
56487257	Не найден	50	56487257	Не найден	37
65508395	Не найден	58	65508395	Не найден	46
28880652	Не найден	60	28880652	Не найден	53
90018761	Не найден	62	90018761	Не найден	60
863259	Не найден	30	863259	Не найден	18
18405904	Не найден	53	18405904	Не найден	55
89779491	Не найден	54	89779491	Не найден	34
2190	Не найден	30	2190	Не найден	18
3821	Не найден	30	3821	Не найден	18
1841	Не найден	30	1841	Не найден	18
8042	Не найден	30	8042	Не найден	18
4252	Не найден	30	4252	Не найден	18

Среднее кол-во операций

Среднее кол-во сравнений:  
Бинарное дерево: 54.51  
Декартово дерево: 52.06

Выводы:

По полученным результатам среднее кол-во операций у деревьев схоже. Следовательно, и затраченное время должно быть одинаково. Но просто так получилось, что последовательность данных не была упорядочена или же слегка упорядочена, не важно по возрастанию или убыванию. Если бы это было так, то несбалансированное бинарное дерево проявило бы свои недостатки. Дерево получилось бы вырожденное и кол-во сравнений необходимых для поиска ключа стало бы равным  $\sim 3 \cdot n$ , что заметно бы понизило скорость работы. Но для Декартова дерева это бы не стало проблемой. У него есть приоритет для каждой вершины, из-за него построение вырожденного дерева очень маловероятно, а значит в таком случае поиск затратит  $\sim 3 \cdot \log n$  сравнений. Худший случай, к сожалению, для Декартова дерева определить не получится, из-за рандомного приоритета. По памяти же однозначно лучше несбалансированное бинарное дерево, так как в Декартовом дополнительно нужно хранить приоритет.

Если выбирать из двух деревьев, то как раз из-за малой вероятности построения вырожденного дерева, лучшим вариантом будет Декартово дерево.