

# LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

## BÀI 9: Các biến thể của máy Turing

---

Phạm Xuân Cường  
Khoa Công nghệ thông tin  
[cuongpx@tlu.edu.vn](mailto:cuongpx@tlu.edu.vn)

1. Giới thiệu
2. Máy Turing tùy chọn tại chỗ
3. Máy Turing bán vô hạn
4. Máy Turing đa băng
5. Máy Turing không đơn định

## Giới thiệu

---

Có rất nhiều loại máy Turing khác nhau:

- Máy Turing có khả năng ở nguyên tại chỗ (Stay-option)
- Máy Turing bán vô hạn (Semi-infinite)
- Máy Turing đa băng
- Máy Turing không đơn định

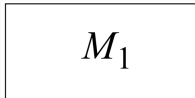
Mô hình gốc và các biến thể đều có chung một năng lực  $\rightarrow$  Điều đoán nhận cùng một tập các ngôn ngữ

# Chứng minh các mô hình TM là tương đương

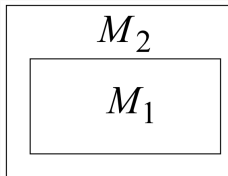
Để chứng minh các mô hình là tương đương  $\rightarrow$  Kỹ thuật mô phỏng

Ví dụ:

Máy Turing M1 (Dạng chuẩn)



Máy Turing M2 (Một biến thể nào đó)



Cấu hình và lịch sử tính toán của máy  $M_1$  cũng tương tự như máy  $M_2$

$$M1: d_0 \Rightarrow d_1 \Rightarrow d_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow d_n$$

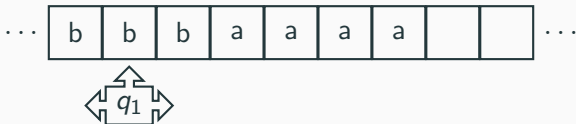
$$M2: d'_0 \xRightarrow{*} d'_1 \xRightarrow{*} d'_2 \xRightarrow{*} \dots \xRightarrow{*} d'_n$$

## Máy Turing tùy chọn tại chỗ

---

# Máy Turing tùy chọn tại chỗ

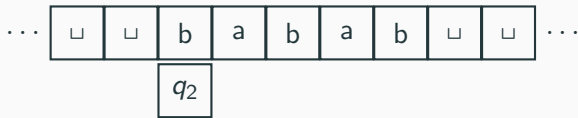
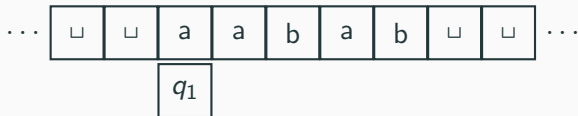
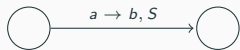
Đầu đọc của máy Turing loại này có khả năng không di chuyển khi thực hiện 1 chuyển dịch  $\leftrightarrow$  Có khả năng giữ nguyên vị trí



Hàm dịch chuyển:

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow Q \times \Gamma \times \{L, R, S\}$$

# Ví dụ





# Sự tương đương với TM chuẩn

## Định lý 1

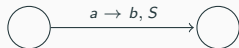
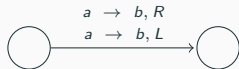
Mọi máy Turing tùy chọn tại chỗ đều có một máy Turing chuẩn tương đương

## Chứng minh

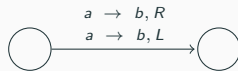
1. Máy Turing tùy chọn tại chỗ mô phỏng một TM chuẩn (CM: Bỏ qua các chuyển dịch tại chỗ)
2. TM dạng chuẩn mô phỏng một máy Turing Stay-option
  - Nếu là chuyển dịch sang trái hoặc phải thì thực hiện tương tự
  - Nếu là chuyển dịch tại chỗ thì thay thế bởi cặp chuyển dịch trái, phải hoặc phải, trái

# Ví dụ chứng minh

## TM Chuẩn

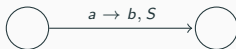


## Stay-option TM



$$\forall x \in \Gamma$$

# Ví dụ chứng minh



... 

□	a	a	b	a	□
---	---	---	---	---	---

 ...

$q_1$
-------

... 

□	b	a	b	a	□
---	---	---	---	---	---

 ...

$q_2$
-------

... 

□	a	a	b	a	□
---	---	---	---	---	---

 ...

$q_1$
-------

... 

□	b	a	b	a	□
---	---	---	---	---	---

 ...

$q_2$
-------

... 

□	b	a	b	a	□
---	---	---	---	---	---

 ...

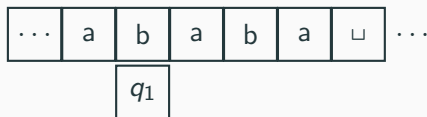
$q_3$
-------

# Máy Turing bán vô hạn

---

# Máy Turing bán vô hạn

- Là máy Turing chỉ vô hạn 1 chiều bên phải  $\rightarrow$  Làm sao để xác định đầu băng?



## Định lý 2

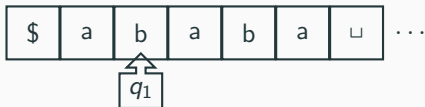
Mọi máy Turing bán vô hạn đều có một máy Turing chuẩn tương đương

## Chứng minh

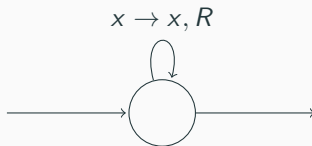
1. TM chuẩn mô phỏng 1 TM bán vô hạn
2. TM bán vô hạn mô phỏng một máy Turing chuẩn

## 1. TM chuẩn mô phỏng 1 TM bán vô hạn

- Chèn 1 ký hiệu đặc biệt để đánh dấu là đầu bên trái trên băng

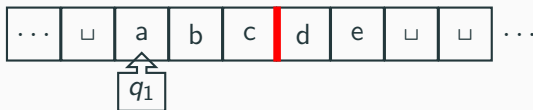


- Thêm chuyển dịch lặp vào tất cả trạng thái (ngoại trừ trạng thái chỉ nhận chuyển dịch)

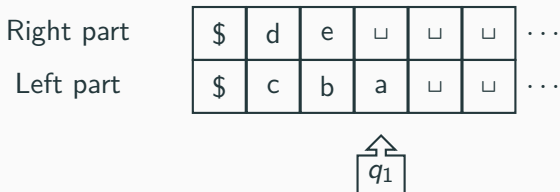


## Chứng minh

2. TM bán vô hạn mô phỏng một máy Turing chuẩn  
Ý TƯỞNG: Chia sự vô hạn 2 chiều thành 1 chiều



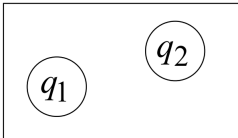
Tách thành 2 phần bán vô hạn



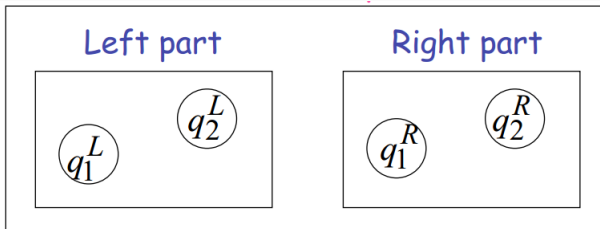


## Ví dụ

TM chuẩn

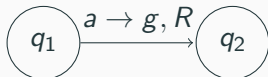


TM bán vô hạn

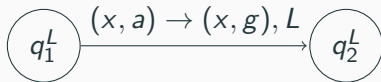
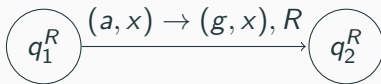


## Ví dụ

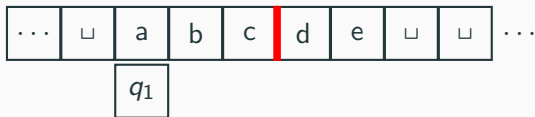
TM chuẩn



TM bán vô hạn



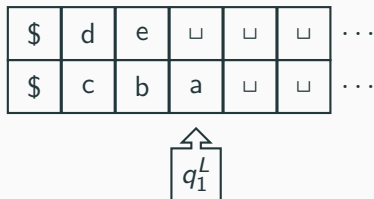
## Ví dụ (1)



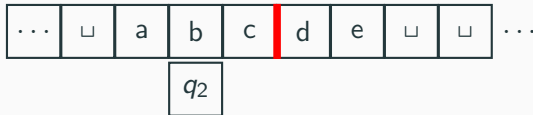
TM bán vô hạn

Right part

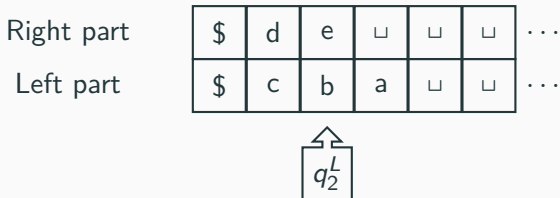
Left part



## Ví dụ (2)

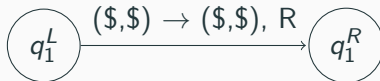
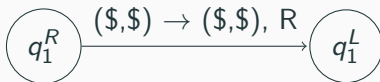


TM bán vô hạn



## Ví dụ (3)

Tại vị trí điểm liên kết



## Ví dụ (4)

Right part

Left part

\$	d	e	□	□	□	...
\$	c	b	a	□	□	...



Right part

Left part

\$	d	e	□	□	□	...
\$	c	b	a	□	□	...

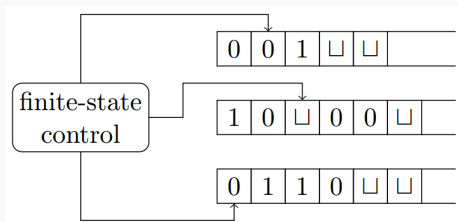


# Máy Turing đa băng

---

# Máy Turing đa băng

- Chuỗi đầu vào sẽ nằm trên băng thứ nhất
- Tất cả các đầu đọc được khởi tạo đọc ô đầu tiên
- Tại mỗi bước, các đầu đọc có thể đọc và ghi ký hiệu lên các băng tương ứng và dịch chuyển sang bước tiếp theo (các dịch chuyển có thể khác nhau)





# Định nghĩa hình thức của máy Turing đa băng

$$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}})$$

Trong đó:

- **Q**: Tập trạng thái (hữu hạn)
- **$\Sigma$** : Bộ chữ đầu vào,  $\sqcup \notin \Sigma$
- **$\Gamma$** : Bộ chữ được phép viết trên băng,  $\sqcup \in \Gamma$  và  $\Sigma \subset \Gamma$
- **$\delta$** : Hàm dịch chuyển

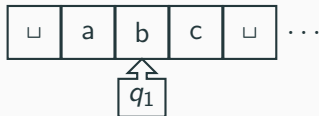
$$\delta: Q - \{q_{\text{accept}}, q_{\text{reject}}\} \times \Gamma^k \rightarrow Q \times (\Gamma \times \{L, R\})^k$$

- **$q_0 \in Q$** : Trạng thái bắt đầu
- **$q_{\text{accept}} \in Q$** : Là tập các trạng thái chấp thuận
- **$q_{\text{reject}} \in Q$** : Là tập các trạng thái bác bỏ,  $q_{\text{accept}} \neq q_{\text{reject}}$

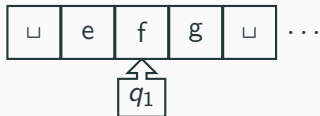
## Ví dụ chuyển dịch trên TM đa băng



Tape 1

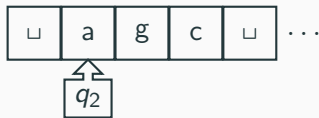


Tape 2

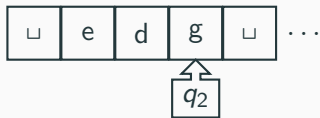


Sau chuyển dịch

Tape 1



Tape 2



# Sự tương đương với TM chuẩn

## Định lý 3

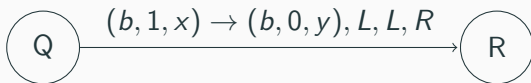
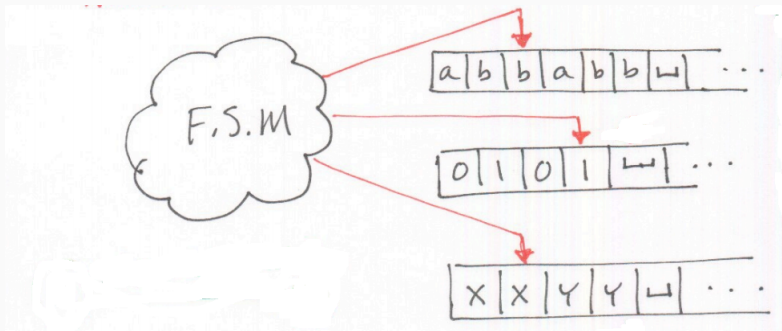
Mọi máy Turing đa băng đều có một máy Turing đơn băng tương đương

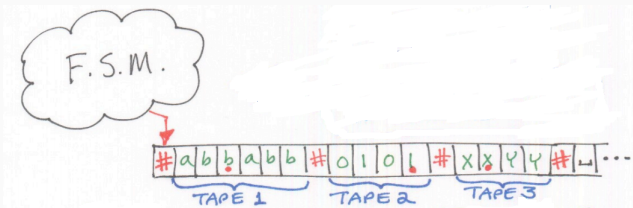
## Chứng minh: (Bằng cách xây dựng)

Ta cần chỉ ra cách xây dựng TM đơn băng từ một TM đa băng.  
Ta cần xem xét các đặc điểm sau:

- Cần lưu trữ giá trị trên tất cả các băng vào 1 băng duy nhất
- Cần lưu trữ vị trí của các đầu đọc
- Cần chuyển đổi 1 chuyển dịch đa băng thành 1 chuyển dịch đơn

## Ví dụ (1)





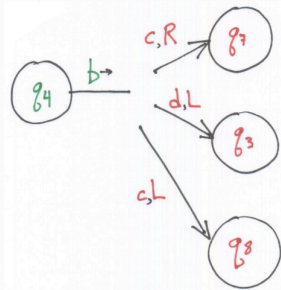
- Sử dụng ký hiệu # để ngăn cách nội dung của các băng khác nhau
- Thêm dấu chấm vào ký hiệu trên băng để đánh dấu đầu đọc trên băng đó
- Để mô tả một chuyển dịch từ trạng thái Q đến R ta thực hiện
  - Đọc lần 1 qua tất cả các ô của TM đơn băng để xác định vị trí các đầu đọc ảo
  - Đọc lần thứ 2 và thực hiện dịch chuyển tương ứng như mô tả của TM đa băng
  - Nếu mỗi lần đầu đọc của TM đơn băng đọc ô chứa ký hiệu #, nó sẽ ghi 1 giá trị  $\sqcup$  và dịch đầu đọc sang phải 1 ô

## Máy Turing không đơn định

---

# Máy Turing không đơn định

Máy Turing không đơn định: Là một máy Turing có nhiều hơn 1 lựa chọn tại mỗi trạng thái



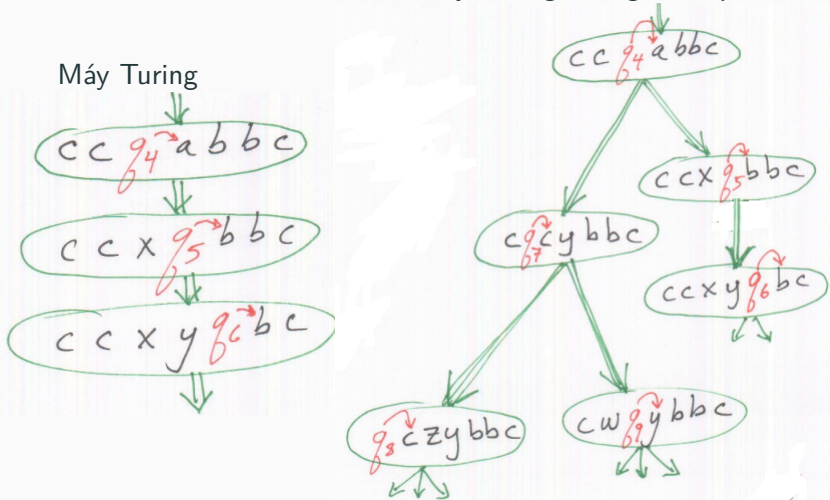
Hàm chuyển dịch của TM không đơn định có dạng:

$$\delta: Q \times \Gamma \rightarrow P(Q \times \Gamma \times \{L,R\})$$

# Cách hoạt động của TM không đơn định

Máy Turing không đơn định

Máy Turing





## Định lý 4

Mọi máy Turing không đơn định có một máy Turing đơn định tương đương

## Ý tưởng chứng minh:

Tìm kiếm một nhánh chấp thuận trên cây hoạt động của TM không đơn định

- Chiến lược duyệt theo chiều sâu (DFS) hay theo chiều rộng (BFS)?

## Định lý 4

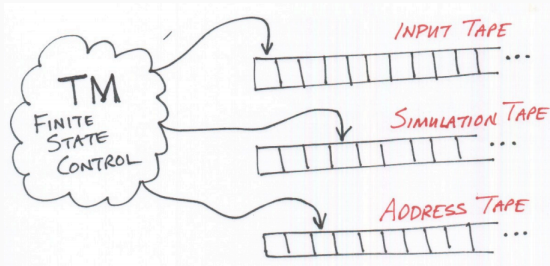
Mọi máy Turing không đơn định có một máy Turing đơn định tương đương

## Ý tưởng chứng minh:

Tìm kiếm một nhánh chấp thuận trên cây hoạt động của TM không đơn định

- Chiến lược duyệt theo chiều sâu (DFS) hay theo chiều rộng (BFS)?
  - Sử dụng chiến lược duyệt theo chiều rộng
  - Xây dựng TM đơn định đó như thế nào?

# Chứng minh (1)



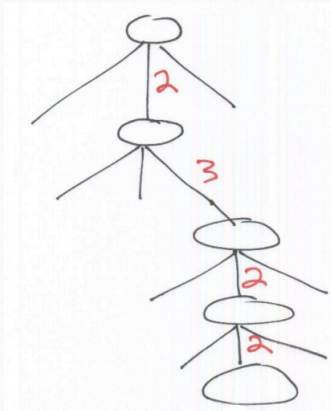
Ta sẽ xây dựng một TM có 3 băng như trên để mô phỏng TM không đơn định

- Băng dữ liệu vào: chứa dữ liệu vào và không được phép sửa đổi
- Băng mô phỏng: Mô phỏng tính toán của TM không đơn định trên một nhánh nào đó
- Băng địa chỉ: Lưu vị trí hoạt động của nhánh đó trên cây hoạt động của TM không đơn định

## Chứng minh (2)

Ta gán một địa chỉ cho mỗi nút của cây tính toán đối với TM không đơn định:

Ví dụ: 2322



## Chứng minh (3)

Các bước tính toán của D được mô tả như sau:

1. Khởi tạo băng 1 chứa xâu vào w, băng 2, 3 rỗng
2. Sao chép nội dung băng 1 sang băng 2
3. Xét ký hiệu tiếp theo trên băng 3 để xác định sự lựa chọn theo hàm chuyển của TM không đơn định
  - Nếu không còn ký hiệu nào trên băng 3 → Thực hiện bước 4
  - Nếu gặp một cấu hình bác bỏ → Thực hiện bước 4
  - Nếu gặp một cấu hình chấp thuận → Chấp thuận xâu đầu vào
4. Thay xâu ký tự trên băng 3 bằng 1 xâu khác theo thứ tự từ điển
5. Lặp lại bước 2

**Questions?**