LÝ THUYẾT TÍNH TOÁN

BÀI 3: ÔTÔMAT HỮU HẠN KHÔNG ĐƠN ĐỊNH

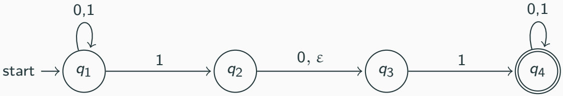
Phạm Xuân Cường
Khoa Công nghệ thông tin
cuongpx@tlu.edu.vn

Nội dung bài giảng

Khái niệm

Không đơn định

Không đơn định: Ở mỗi thời điểm có thể tồn tại vài lựa chọn cho trạng thái tiếp theo

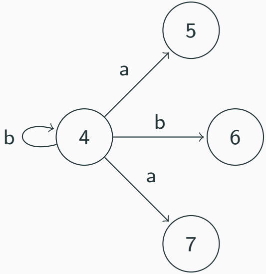


Không đơn định là sự tổng quát hóa của đơn định → Mọi Ôtômat hữu hạn đơn định đều là Ôtômat hữu hạn không đơn định

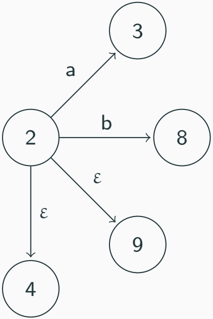
Thuật ngữ:

- **FSM** (Finite State Machine) = **DFA** (Deterministic Finite State Automaton) → Ôtômat hữu hạn đơn định
- **NFA** (Nondeterministic Finite State Automaton) → Ôtômat hữu hạn không đơn định

NFA hoạt động như thế nào?



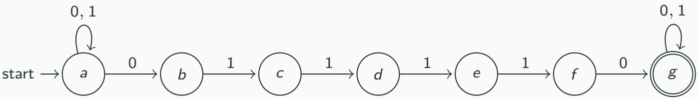
Chọn đường đi như thế nào?



Cạnh epsilon: Có thể đi đến trạng thái sau mà không cần phải đọc thông tin gì cả

Ví dụ

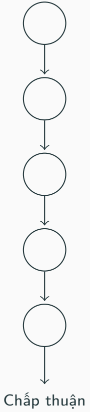
Cho NFA đoán nhận tất cả các chuỗi mà chứa chuỗi con **011110** sau:

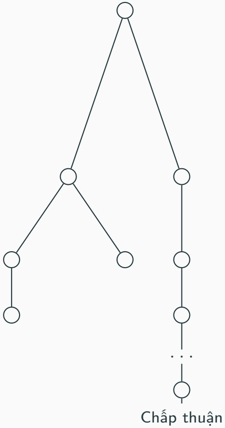


Đoán nhận chuỗi: **0100011110101** $\rightarrow$ **Chấp thuận/Bác bỏ?**

NFA hoạt động như thế nào?

NFA chấp nhận 1 xâu khi tồn tại một đường đi nào đó đạt được trạng thái chấp thuận

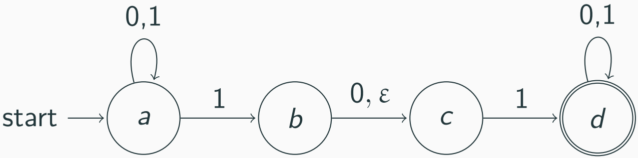




DFA **NFA**

Ví dụ NFA

Cho NFA sau:



Hãy đoán nhận chuỗi: **010110**

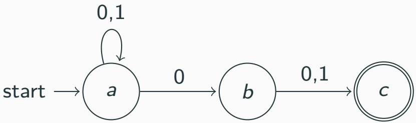
Sự tương đương giữa NFA và DFA

Sự tương đương giữa NFA và DFA

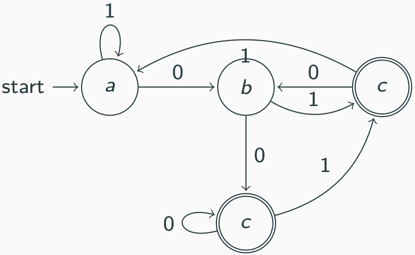
Định lý 1

Mọi NFA đều có thể biến đổi thành DFA tương đương

Ví dụ: Đoán nhận tất cả các chuỗi trên bộ {0,1}* mà có chữ số 0 ở vị trí thứ 2 tính từ cuối lên



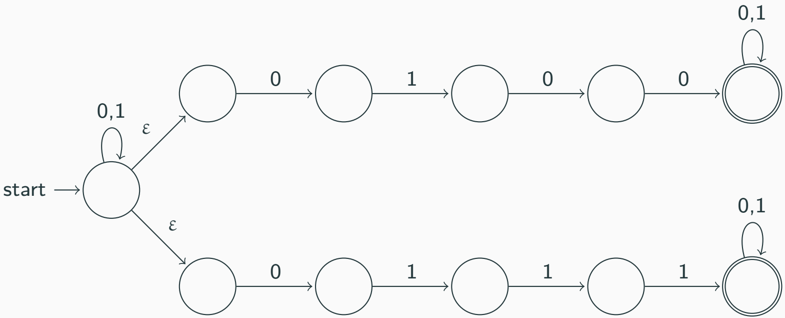
NFA



DFA

Ví dụ

Thiết kế NFA đoán nhận tất cả các chuỗi mà nó chứa các chuỗi con **0100** hoặc **0111**



Định nghĩa hình thức

Định nghĩa hình thức

- Ôtômat hữu hạn không đơn định $\equiv$ bộ 5 (hay 5 chiều)

  $$\mathbf{M = (Q, \Sigma_\varepsilon, \delta, q_0, F)}$$

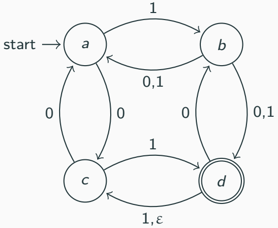
  Trong đó:

  - **Q:** Tập trạng thái (hữu hạn)
  - $\mathbf{\Sigma_\varepsilon}$: Bộ chữ, tập hữu hạn các ký tự
  - **δ:** Hàm dịch chuyển

    $$\mathbf{\delta: Q \times \Sigma_\varepsilon \rightarrow Q}$$

  - $\mathbf{q_0}$: Trạng thái bắt đầu ($\mathbf{q_0} \in \mathbf{Q}$)
  - **F:** Là tập các trạng thái kết thúc ($\mathbf{F} \subseteq \mathbf{Q}$)

Ví dụ NFA



- **δ:**

- **Q:** {a,b,c,d}
- **Σ_ε**: {0,1,ε}
- **q_0**: a
- **F:** {d}

		Σ_ε		
		0	1	ε
Trạng thái	a	c	b	∅
	b	{a,d}	{a,d}	∅
	c	a	d	∅
	d	b	c	c

Sự tương đương giữa NFA và DFA

Định lý 2

Mọi NFA đều có một DFA tương đương

Hai máy là **tương đương** nếu chúng đoán nhận cùng 1 ngôn ngữ

Chứng minh (Bằng việc xây dựng)

Ý tưởng:

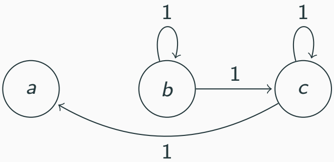
- Cho NFA $\mathbf{M = (Q,\Sigma,\delta,q_0,F)}$
- Xây dựng DFA $\mathbf{M' = (Q',\Sigma',\delta',q_0',F')}$ để đoán nhận cùng ngôn ngữ với NFA trên

Chứng minh sự tương đương giữa NFA và DFA

- $\mathbf{Q'} = P(\mathbf{Q}) = 2^{\mathbf{Q}}$

  $\mathbf{Q} = \{A,B,C\} \Rightarrow \mathbf{Q'} = \{\emptyset,A,B,C,AB,AC,BC,ABC\}$
- $\mathbf{q}_0^{'} = \{\mathbf{q}_0\}$
- $\mathbf{F'} = \{R \in \mathbf{Q'} \mid R$ chứa tất cả các trạng thái chấp thuận $\}$

  $\mathbf{Q} = \{A,\underline{B},\underline{C}\} \Rightarrow \mathbf{Q'} = \{\emptyset,A,\underline{B},\underline{C},\underline{AB},\underline{AC},\underline{BC},\underline{ABC}\}$
- $\delta'(R,a) = \{q \mid q \in Q$ và $q \in \delta(r,a)\ r \in R\} = \bigcup_{r \in R} \delta(r,a)$



DFA: $\delta(bc,1) = \{abc\}$

NFA: $\delta(b,1) = \{b,c\}$

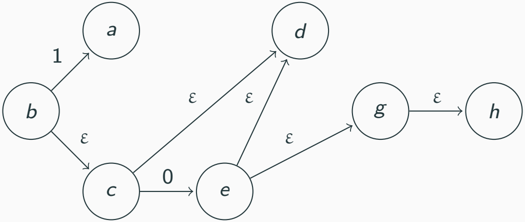
$\delta(c,1) = \{a,c\}$

Chứng minh sự tương đương giữa NFA và DFA

Xét cạnh ε, ta định nghĩa 1 bao đóng ε:

$$E(R) = \{q \mid q \text{ có thể đến được từ } R \text{ bằng việc di chuyển theo 0 hoặc nhiều mũi tên } \varepsilon\}$$

Ví dụ:



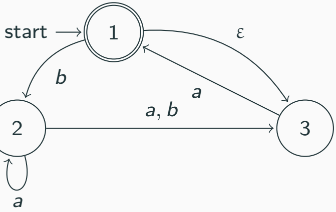
E(bce) = {b,c,d,e,g,h}

Chứng minh sự tương đương giữa NFA và DFA

- Chỉnh sửa lại hàm chuyển đổi
  $\delta'(R,a) = \{q \mid q \in Q \text{ và } q \in \mathbf{E(\delta(r,a))} \; r \in R \}$
- Chỉnh sửa lại trạng thái bắt đầu của DFA
  $\mathbf{q_0^{'}} = \mathbf{E(\{q_0\})}$

$\rightarrow$ **Kết thúc chứng minh**

Ví dụ: Chuyển NFA thành DFA



$\mathbf{M' = (Q',\Sigma',\delta',q_0^{'},F')}$

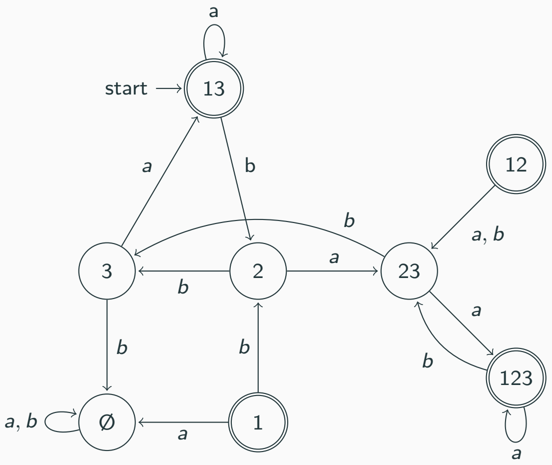
- $\mathbf{Q} = \{1,2,3\} \Rightarrow \mathbf{Q'} = \{\emptyset,1,2,3,12,13,23,123\}$
- $\mathbf{\Sigma'} = \{a,b\}$
- $\mathbf{q_0^{'}} = E(\{\mathbf{q_0}\}) = E(1) = \{13\}$
- $\mathbf{F'} = \{1,12,13,123\}$

Ví dụ: Chuyển NFA thành DFA

- δ':

		Σ'	
		a	b
Trạng thái	∅	∅	∅
	1	∅	2
	2	23	3
	3	13	∅
	12	23	23
	13	13	2
	23	123	3
	123	123	23

Ví dụ: Chuyển NFA thành DFA



Toán tử chính quy với NFA

Toán tử chính quy (Nhắc lại)

Giả sử A, B là các ngôn ngữ. Ta có các toán tử chính quy sau:

- Hợp (Union): $A \cup B = \{ x \mid x \in A \text{ hoặc } x \in B \}$
- Ghép tiếp (Concatenate): $A \circ B = \{ xy \mid x \in A \text{ và } y \in B \}$
- Sao (Closure): $A^* = \{x_1 x_2 \ldots x_k \mid k \geq 0 \text{ và mỗi } x_i \in A \}$

Ví dụ:

Giả sử ta có bộ chữ $\boldsymbol{\Sigma} = \{a,b,c,\ldots,z\}$

$A = \{aa, b\}$, $B = \{x, yy\}$

$A \cup B = \{aa, b, x, yy\}$

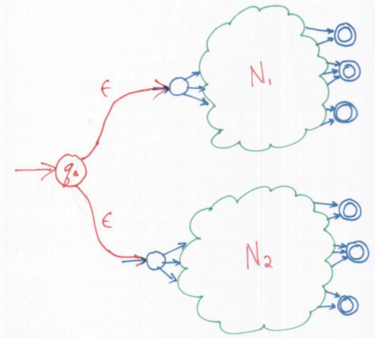
$A \circ B = \{ aax, aayy, bx, byy\}$

$A^* = \{\varepsilon$, aa, b, aaaa, aab, baa, bb, aaaaaa, aaaab, aabaa, aabb,...}

Định lý 1

Lớp các ngôn ngữ chính quy là đóng đối với toán tử **hợp**

$\Leftrightarrow$ Nếu A_1 và A_2 là ngôn ngữ chính quy thì $A_1 \cup A_2$ cũng là ngôn ngữ chính quy



Chứng minh ĐL 1 (chi tiết)

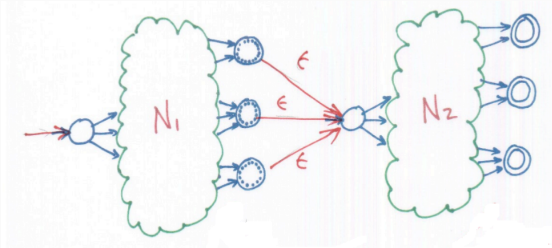
- NFA $\mathbf{N}_1 = (\mathbf{Q}_1, \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\delta}_1, \mathbf{q}_1, \mathbf{F}_1)$ đoán nhận A_1
- NFA $\mathbf{N}_2 = (\mathbf{Q}_2, \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\delta}_2, \mathbf{q}_2, \mathbf{F}_2)$ đoán nhận A_2
- Xây dựng NFA $\mathbf{N} = (\mathbf{Q}, \boldsymbol{\Sigma}, \boldsymbol{\delta}, \mathbf{q}_0, \mathbf{F})$ đoán nhận $A_1 \cup A_2$
  Trong đó:
  - $Q = Q_1 \cup Q_2 \cup \{q_0\}$
  - $q_0 =$ Một trạng thái mới
  - $F = \{(r_1, r_2) \mid r_1 \in F_1$ hoặc $r_2 \in F_2\} = F_1 \cup F_2$

$$\delta(q,a) = \begin{cases} \delta_1(q,a) & \text{nếu } q \in Q_1 \\ \delta_2(q,a) & \text{nếu } q \in Q_2 \\ \{q_1, q_2\} & \text{nếu } q = q_0 \text{ và } a = \varepsilon \\ \{\} & \text{nếu } q = q_0 \text{ và } a \neq \varepsilon \end{cases}$$

Định lý 2

Lớp các ngôn ngữ chính quy là đóng đối với toán tử **ghép tiếp**

$\Leftrightarrow$ Nếu A_1 và A_2 là ngôn ngữ chính quy thì $A_1 \circ A_2$ cũng là ngôn ngữ chính quy



Chứng minh ĐL 2 (chi tiết)

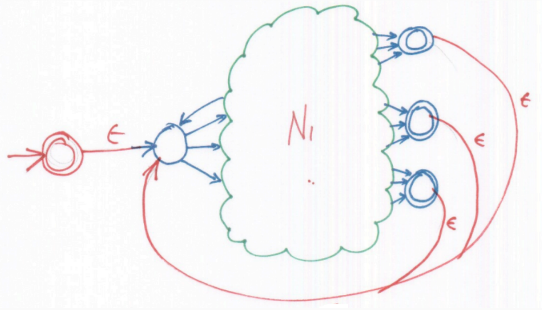
- $Q = Q_1 \cup Q_2$
- $q_0 = q_1$
- $F = F_2$

$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & \text{nếu } q \in Q_1 \\ \delta_2(q, a) & \text{nếu } q \in Q_2 \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_2\} & \text{nếu } q = F_1 \text{ và } a = \varepsilon \\ \delta_1(q, a) & \text{nếu } q = q_0 \text{ và } a \neq \varepsilon \end{cases}$$

Định lý 3

Lớp các ngôn ngữ chính quy là đóng đối với toán tử **sao**

⇔ Nếu A_1 và A_2 là ngôn ngữ chính quy thì A_1 * A_2 cũng là ngôn ngữ chính quy



Chứng minh ĐL 3 (chi tiết)

- $Q = \{q_0\} \cup Q_1$
- q_0 = Một trạng thái mới
- $F = \{q_0\} \cup F_1$

$$\delta(q, a) = \begin{cases} \delta_1(q, a) & \text{nếu } q \in Q_1 \text{ và } q \notin F_1 \\ \delta_1(q, a) & \text{nếu } q \in F_1 \text{ và } a \neq \varepsilon \\ \delta_1(q, a) \cup \{q_1\} & \text{nếu } q \in F_1 \text{ và } a = \varepsilon \\ \{q_1\} & \text{nếu } q = q_0 \text{ và } a = \varepsilon \\ \{\} & \text{nếu } q = q_0 \text{ và } a \neq \varepsilon \end{cases}$$

Questions?