

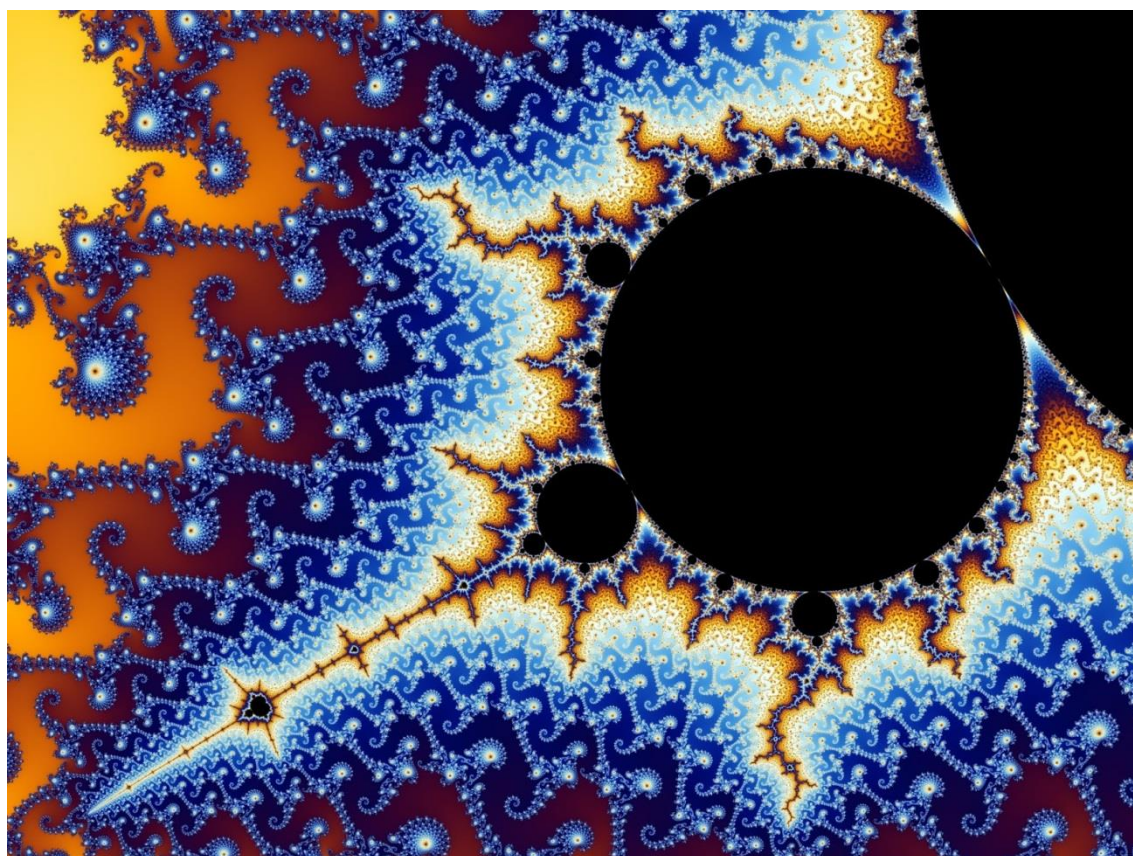


Universidad  
Europea  
LAUREATE INTERNATIONAL UNIVERSITIES

# PROYECTO GRUPAL: FRACTALES

**Asignatura: VARIABLE COMPLEJA - GR FÍSICA**

---



# FRACTAL:

---

**Definición:** Un fractal es un objeto geométrico en el que se repite el mismo patrón a diferentes escalas y con diferente orientación.

**Características:** Bifurcación Infinita - Complejidad - Constante Auto similitud

## **Tipos de Fractales:**

**Complejos:** Se generan mediante un algoritmo de escape. Para cada punto se calculan una serie de valores mediante la repetición de una formula hasta que cumple una condición, momento en el cual se asigna al punto un color relacionado con el número de repeticiones. Los fractales de este tipo precisan de millones de operaciones, por lo cual sólo pueden dibujarse con la ayuda del ordenador.

- **Autómatas celulares:** Un autómata celular es un sistema dinámico discreto, (espacio y tiempo toman valores discretos), cuya función asociada toma un conjunto finito de valores. Funcionan con sencillas reglas que colorean zonas a partir del color de las adyacentes.
- **Órbitas caóticas:** Este tipo de modelo nació con un estudio sobre órbitas caóticas desarrollado por Edward Lorenz en 1.963.
- **El atractor de Lorenz:** tiene un comportamiento fractal, aunque caos y fractales no son sinónimos y tienen comportamientos distintos; solamente comparten una formulación sencilla.
- **Plasma Estructuras:** como el plasma o las imágenes de difusión dependen en cierta medida del azar, por lo cual son únicas e irrepetibles. Ello se debe a que no es un proceso determinista, sino totalmente aleatorio. Consiste en un patrón único e irrepetible de colores.

**Dimensión:** Es habitual asignar a cada figura geométrica un número que expresa su 'medida'. Así hablamos de longitud de una curva, de área de una figura plana, o de volumen de un cuerpo tridimensional. Al hacer esto, implícitamente estamos asignando a cada una de estas figuras otra importante característica: su dimensión.

## **Aplicaciones:**

- **En Matemática:** son el producto de la repetición de un proceso geométrico elemental que da lugar a una estructura final de una complicación extraordinaria.
- **En la Naturaleza:** Las formas de la naturaleza son fractales y múltiples procesos de la misma se rigen por comportamientos fractales. Esto quiere decir que una nube o una costa pueden definirse por un modelo matemático fractal que se aproxime satisfactoriamente al objeto real.
- **En el cuerpo humano:** Se han utilizado técnicas fractales para la osteoporosis de los pacientes. El cerebro tiene estructura fractal la dimensión fractal de la superficie del cerebro es mayor que dos. Los

conductos sanguíneos y los alveolos pulmonares también contienen formas fractales

- En la Música la música puede contener formas fractales.
- En Comunicación e informática: se caracterizan por su reducido tamaño y por la capacidad de albergar varios operadores en una misma antena. Esto es posible gracias a que su diseño no es el mismo que el de las antenas tradicionales, sino que se basan en la geometría fractal.
- En la física los fractales se observan también en la dinámica evolutiva de los sistemas complejos (en los que partiendo de una realidad establecida simple acaban en la creación de una realidad más compleja). Por eso en la física fractal existe el sistema caótico.

<https://es.slideshare.net/lorenaortiz32/fractales-42171606>

# OBJETIVOS DOCENTES DEL PROYECTO :

---

## Desarrollar las competencias:

- ✓ TRABAJO EN EQUIPO
- ✓ HABILIDADES DE COMUNICACIÓN
- ✓ RESPONSABILIDAD
- ✓ AUTOTONOMIA EN EL APRENDIZAJE

Relacionar la asignatura de Variable Compleja con aplicaciones prácticas.  
Comprensión de los fundamentos matemáticos de los métodos

Se deberá elaborar por parte de cada grupo, un dossier donde se incluyan:

- **1 Introducción: Los ejemplos clásicos:**
  - - 1.1 Conjunto de Mandelbrot
    - 1.2 Método de Julia: diferentes fractales iterando potencias de  $Z$
    - 1.3 Método de Newton
    -
  - **2 Características de un fractal**
    - - 2.1 Auto similitud
      - 2.2 Dimensión fractal y dimensión de Hausdorff-Besicovitch
      - 2.3 Definición por algoritmos recursivos
      -
    - **3 Aspectos matemáticos**
      - - 3.1 Definición
        - 3.2 Dimensión fractal
        -
    - **4 Construcción de un fractal.**
  - **5 Bibliografía**

## **EJEMPLO**

### **Construir un fractal a partir del algoritmo de Julia**

Los conjuntos de Julia son conjuntos de puntos  $(x, y)$  en el plano. Para definirlos, considera la aplicación:

$$z_{n+1} = z_n^2 + c$$

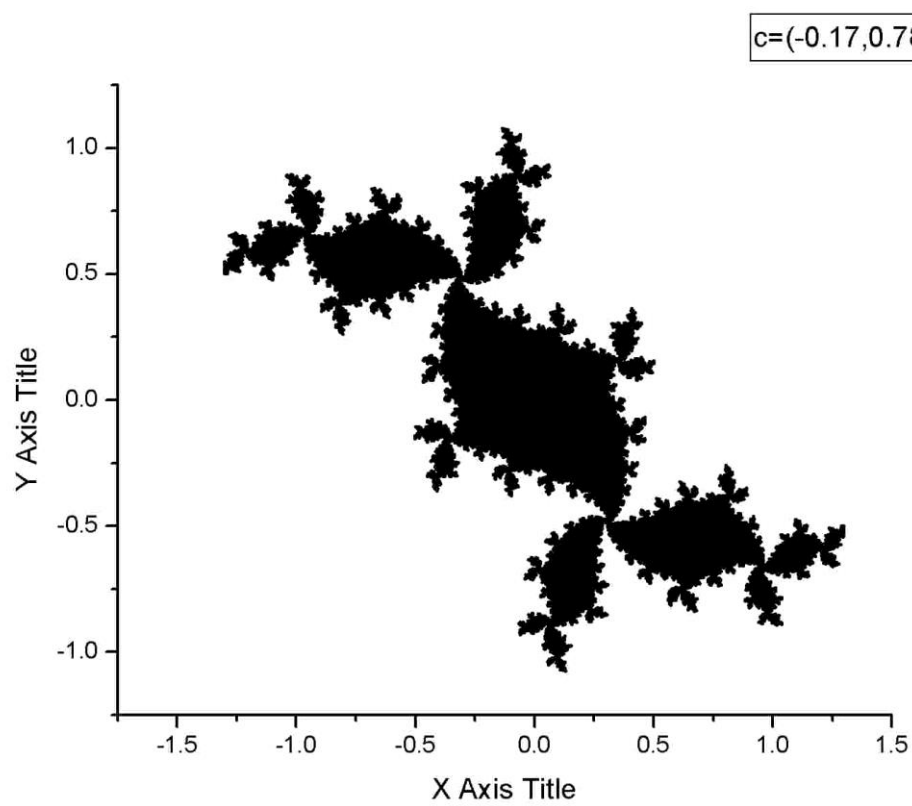
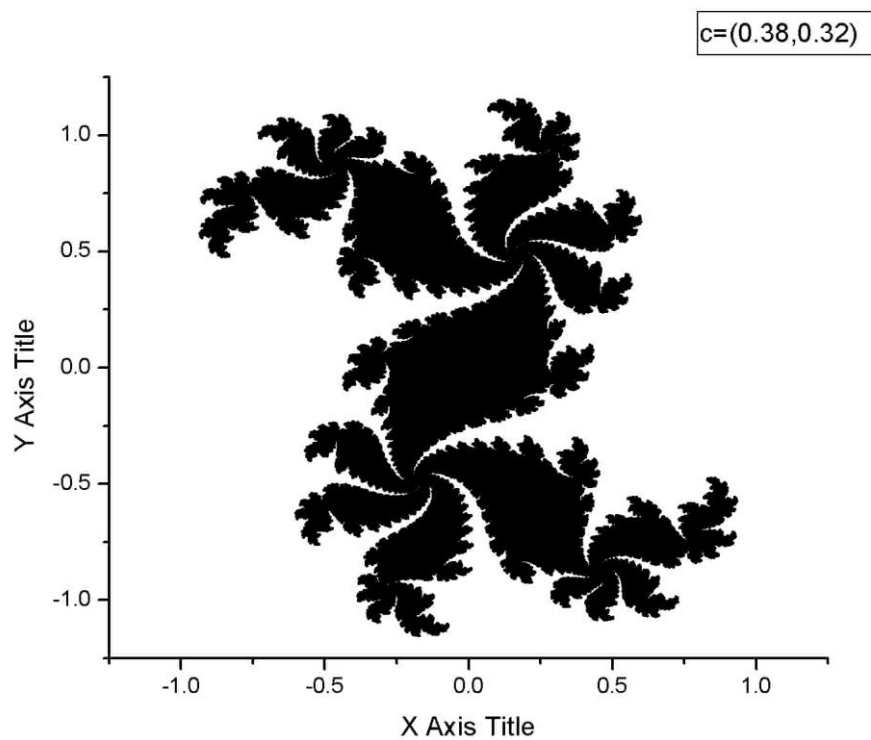
siendo  $z$  y  $c$  números complejos,  $z = x+iy$ ,  $c = a+by$ .

La condición inicial  $(x_0, y_0)$  pertenece al conjunto de Julia con parámetros  $(a, b)$  si la trayectoria de los puntos  $(x_n, y_n)$  con condición inicial  $(x_0, y_0)$  no se aproxima a infinito cuando  $n$  se hace grande.

Para construir estos conjuntos procede según indicamos:

- i) Fija  $(a, b)$  con una de estas tres posibilidades:  
 $(a, b) = (0,32, 0,042), (-0,17, 0,78)$  y  $(0,38, 0,32)$ .
- ii) Toma condiciones iniciales  $(x_0, y_0)$  situadas sobre una malla  $[-1,3, 1,3] \times [-1,3, 1,3]$  sincretizada en  $1000 \times 1000$  puntos. Para cada condición inicial  $(x_0, y_0)$  utiliza la aplicación de arriba hasta  $N = 1000$  iteraciones. Esto generará una trayectoria para cada condición inicial.
- iii) Si en algún  $n < N$  la distancia del punto  $(x_n, y_n)$  al origen es mayor que dos, se sabe que la trayectoria viaja al infinito y entonces paramos la iteración, ya que la condición inicial  $(x_0, y_0)$  no pertenece al conjunto.
- iv) Si para ningún  $n < N$  la distancia al origen ha sido mayor que dos, el punto  $(x_0, y_0)$  pertenece al conjunto, y lo pintamos en un fichero de salida.

El conjunto de los puntos escritos sobre el fichero de salida constituye el conjunto de Julia con parámetros  $(a, b)$ . Representad estos puntos gráficamente.



$c=(0,32,0,042)$

